

УДК 633.1 324»:631.811:517

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МИНЕРАЛЬНОГО ПИТАНИЯ ОЗИМОЙ ПШЕНИЦЫ

И. С. ШАТИЛОВ, А. Г. ЗАМАРАЕВ, Н. А. ПОЛЕВ, А. Д. СИЛИН,
Г. В. ЧАПОВСКАЯ, А. Ф. ШАРОВ

(Кафедра растениеводства)

Приведены динамические модели минерального питания (N, P, K, Ca, Mg) органов растений озимой пшеницы в течение вегетации. Модели описаны тремя типами уравнений. Показана роль реутилизации в потреблении элементов минерального питания. Подробно описаны закономерности этих процессов. Сообщается об идентификации экспериментальных данных и теоретических расчетов.

Разработка оптимальной системы удобрения основывается на потребности растений в питательных веществах. До настоящего времени для расчетов потребности растений в элементах питания применяются данные о выносе их из почвы урожаем. Однако результаты многолетних исследований [1—3] показывают, что вынос не отражает динамики питания растений в процессе роста. Поэтому использование в практике таких расчетов не позволяет в полной мере управлять развитием растений и получать высокие урожаи.

На основании материалов длительных экспериментов [1—7] нами предложена общая схема математического моделирования питания в процессе роста и развития растений озимой пшеницы. Дан математический анализ процесса потребления питательных веществ с целью последующего поиска методов программирования урожайности.

Урожайность как комплексный показатель воздействия на растение природно-климатических и антропогенных факторов может быть представлена выражением

$$I = I_{\text{ФАР}} \prod_{i=1}^n \eta_i, \quad (1)$$

где I , $I_{\text{ФАР}}$ — урожайность соответственно фактическая и максимально возможная, рассчитанная по приходу фотосинтетически активной радиации (ФАР), ц/га; η — коэффициент эффективности действия фактора, технологической операции и т.д.; $i=1, 2, \dots, n$ — фактор, технологическая операция, прием.

В сложной цепи взаимодействующих факторов (1) рассматривали процессы потребления растением N, P₂O₅, K₂O, CaO и MgO. Доля участия различных факторов в формировании урожая и их взаимодействие определяются путем анализа результатов многофакторных экспериментов.

При формализации процессов питания за основу взята фотосинтетическая деятельность посевов. Изучались процессы накопления сухой массы отдельными органами озимой пшеницы: листом, междоузлием и колосом. Опыты [4, 6] показали, что динамика потребления элементов питания находится в определенной зависимости от хода накопления сухой массы.

В предлагаемой работе рассматриваются динамические модели потребления питательных веществ в обобщенном виде (суммарно листья, междоузлия и колос)

$$P = \sum_{i=1}^n P_{\Lambda_i} + \sum_{i=1}^n P_{\text{cm}_i} + P_{\text{cu}}, \quad (2)$$

где P — потребление питательного вещества растением, кг/га•сут;
 P_d ; P_{cm} ; P_{cu} — соответственно потребление питательного вещества листовой пластинкой, междоузлем с влагалищем листа, соцветием, кг/га•сут; $t=1, 2$ и — порядковый номер вегетативного органа.

Математические модели разработаны с учетом результатов многолетних балансовых опытов, проводимых с 1966 г. в учхозе Тимирязевской академии «Михайловское».

Математические модели азотного питания

Обобщение экспериментальных данных показало, что потребление азота листьями, стеблями и соцветием (колосом) озимой пшеницы было специфичным для каждого органа и изменялось по периодам онтогенеза и фазам развития.

Общая динамика потребления азота растением описывается суммой уравнений по отдельным органам

$$P_t = \sum P_i^{\max} \lambda_i^{b_i} \exp [b_i (1 - \lambda_i)], \quad (3)$$

где P_i ; P_i^{\max} — соответственно потребление азота растением в текущее время t и его максимальное значение, кг/га; b — относительная скорость развития органа; i — порядковый номер органа растения (счет его ведется с появлением первого листа или междоузлия);

$$\lambda = t_{op} / T_{ep}, \quad (4)$$

где t_{op} — время от начала появления органа, сут; T_{ep} — период от начала появления органа, сут, до времени, когда потребление им азота достигает наибольшего значения, т. е.

$$P_t = P_{\max}, \quad (5)$$

тогда $t_{op} = T_{ep}$.

Относительная скорость развития органа

$$b_i = c_i T_{ep}, \quad (6)$$

где c_i — минимальная относительная скорость потребления азота данным органом, 1/сут;

$$c_i = b_i / t_{op} - \partial \ln P_t / \partial t_{op}. \quad (7)$$

Накопление азота листьями. Для построения математической модели накопления азота листьями период потребления (расхода) элементов минерального питания был разделен на осенний, зимний и весенне-летний.

Для осеннего периода эта модель выражается уравнением

$$P_{oc} = P_{ex} + (P_{oc}^{\max} - P_{ex}) \lambda_{oc}, \quad (8)$$

где P_{ex} ; P_{oc} количество азота в листьях, кг/га, соответственно в фазу начала всходов и перед уходом в зиму; t_{oc} , T_{oc} — соответственно текущее время осенью и период от начала всходов до прекращения вегетации, сут; $\lambda_{oc} = t_{oc} / T_{oc}$.

В случае, когда озимые развиты хорошо, в зимний период прослеживается уменьшение содержания азота в надземной части растений. Когда почти все углеводы расходуются на дыхание, начинается гидролиз белков и превращение аминокислот в углеводы, что приводит в конечном счете к уменьшению содержания азота в органах. Экспериментальные данные для этого процесса отсутствуют. Мы полагаем, что он осуществляется равномерно

$$P_z = P_{oc}^{\max} - (P_{oc}^{\max} - P_{en}) \lambda_z, \quad (9)$$

где P_z ; P_{en} — количество азота в листьях, кг/га, соответственно на текущее время зимнего покоя и на начало весенней вегетации, t_z , T_a — соответственно текущее время, сут, от начала зимнего покоя и весь период покоя; $\lambda_a = t_a / T_a$.

Динамика накопления азота листьями в весенне-летний период $P_{вЛ}$ описывается уравнением

$$P_{вЛ} = (P_{Л}^{\max} - P_{вЛ}) \exp [b_{Л} (\ln \lambda_{Л} - \lambda_{Л} + 1)], \quad (10)$$

где $P_{Л}^{\max}$ — наибольшее накопление азота в листьях, кг/га; $\lambda_{Л} = t_{Л}/T_{Л}$ определяется из уравнения (4) с отсчетом времени от начала весенней вегетации.

Процесс реутилизации азота листьями описывается уравнениями

$$\begin{cases} P_{pe} = (P^{\max} - P_{уст}^{\max}) \{1 - \exp [e (\ln \lambda_{pe} + \lambda_{pe} - 1)]\} \\ P_{уст} = P_{уст}^{\max} - (P_{уст}^{\max} - P_{ост}) \lambda_{уст}, \end{cases} \quad (11)$$

$$\quad (12)$$

где P_{pe} , $P_{уст}^{\max}$, $P_{уст}$, $P_{ост}$ — содержание азота в листьях, кг/га, соответственно в период реутилизации, к началу истекания 1, в период истекания и остаточное к периоду полного созревания, кг/га; λ_{pe} определяется из уравнения (4) с отсчетом текущего времени t_{pe} от времени максимального накопления азота в листьях.

$$\lambda_{pe} = t_{pe} (T_{pe})^{-1},$$

где если $P_{pe} = P_{уст}^{\max}$, тогда $t_{pe} = T_{pe}$; $t_{уст}$, $T_{уст}$ — соответственно текущее время и полный период истекания азота из листьев с момента завершения процесса реутилизации, сут; $\lambda_{уст} = t_{уст}/T_{уст}$.

Экспериментальные данные [6, 7] и теоретические кривые накопления, реутилизации и истекания азота в листьях озимой пшеницы показаны на рис. 1.

Проверка соответствия теоретических кривых экспериментальным данным показала высокую степень сходимости, достигающей во многих случаях функциональной зависимости.

Накопление азота нелистовыми органами. Интенсивное накопление азота в стеблях растения наблюдается в период трубкование — колошение. С завершением роста стебля валовое количество азота в нем снижается, и с переходом к фазам созревания зерна происходит отток его в генеративные органы и в последующем — истекание из биологической массы.

Описать динамику накопления азота в стеблях озимой пшеницы уравнением одного вида удастся не всегда. Динамическая модель складывается из 3 уравнений: для периодов накопления, реутилизации и истекания (рис. 1).

$$\begin{cases} P_{с}^{\max} = P_{ст}^{\max} \exp [b_{ст} (\ln \lambda_{ст} - \lambda_{ст} + 1)], \\ P_{pe}^{\max} = (P_{ст}^{\max} - P_{уст}^{\max}) \{1 - \exp [e (\ln \lambda_{pe}^{\max} + \lambda_{pe}^{\max} - 1)]\}, \\ P_{уст}^{\max} = P_{уст}^{\max} - (P_{уст}^{\max} - P_{ост}^{\max}) \lambda_{уст}^{\max}, \end{cases} \quad (13)$$

$$\quad (14)$$

$$\quad (15)$$

где $P_{с}^{\max}$, P_{pe}^{\max} , $P_{уст}^{\max}$ — содержание азота в стеблях, кг/га, соответственно в периоды накопления, реутилизации и истекания; $P_{ст}^{\max}$, $P_{уст}^{\max}$,

$P_{ост}^{\max}$ — содержание азота в стеблях, кг/га, соответственно наибольшее к началу периода истекания и остаточное ко времени полного созревания; $\lambda_{ст}$, λ_{pe}^{\max} , $\lambda_{уст}^{\max}$ определяются из уравнения (4) с отсчетом текущего времени от начала каждого периода.

Динамика накопления азота хозяйственно ценной частью урожая имеет вид интегральной кривой (рис. 1) и хорошо описывается уравнением

$$P_{сц} = P_{сц}^{\max} \exp [b_{сц} (\ln \lambda_{сц} - \lambda_{сц} + 1)], \quad (16)$$

где $P_{сц}$, $P_{сц}^{\max}$, $b_{сц}$, $\lambda_{сц}$ — параметры, характеризующие содержание азота в колосе, см. уравнения (3), (4), (10) и (13).

¹ Условно обозначен процесс выделения в среду питательных веществ из растений. Происходит постоянно и находится под воздействием различных факторов. Из-за отсутствия экспериментальных данных учитывалось только явно выраженное истекание питательных веществ, происходящее в период отмирания органов и формирования зерна.

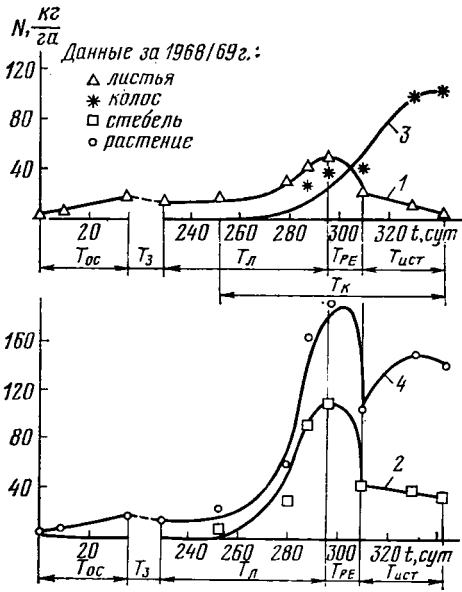


Рис. 1. Накопление N в органах озимой пшеницы.

Теоретические кривые: 1 — листья; 2 — стебли; 3 — колос; 4 — растение.

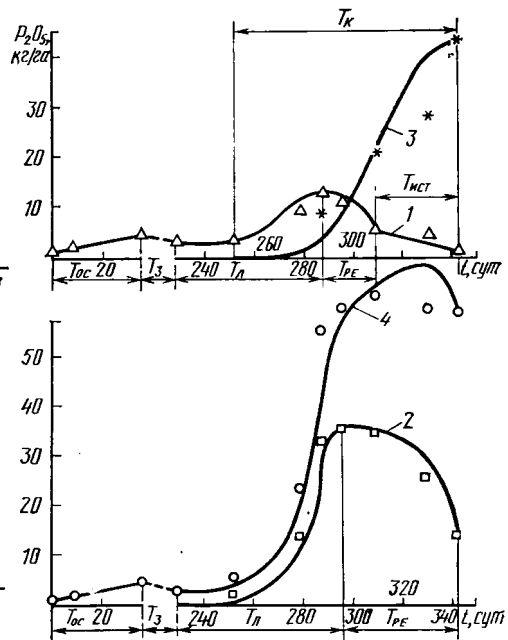


Рис. 2. Накопление P_2O_5 в органах озимой пшеницы.

Обозначения те же, что на рис.

Динамика содержания азота в растениях озимой пшеницы в течение вегетации есть интегральный показатель накопления, реутилизации и истекания его в отдельных органах. Она описывается суммой уравнений (8), (9), (10), (11), (12), (13), (14), (15) и (16) в соответствии с фазами развития растения и взаимосвязанными временными процессами (координатой времени).

Математические модели фосфорного, калийного, кальциевого и магниевого питания

На рис. 1—5 приведены графики теоретических кривых и экспериментальные данные [6, 71, которые свидетельствуют о наличии особен-

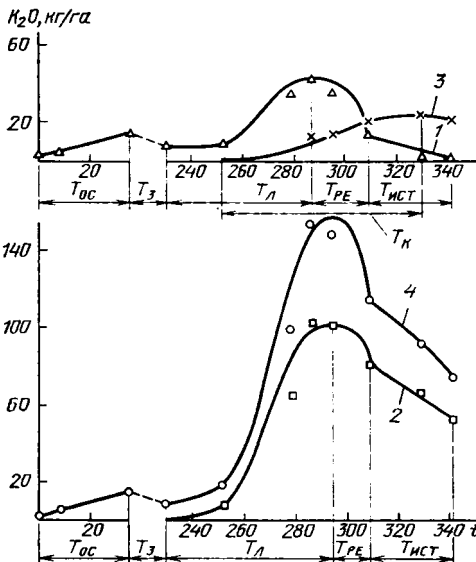


Таблица 1

Соотношение максимального содержания элементов питания в растениях озимой пшеницы в период вегетации и их содержания в период полного созревания ($P_p^{max} : P_p^{ост}$)

Элемент питания	Листья	Стебли	Колос	Растение в целом
N	10,3:1	3,0:1	1:1	1,3:1
P_2O_5	10,7:1	2,5:1	1:1	1,2:1
K_2O	32,0:1	2,0:1	1,1:1	2,1:1
CaO	5,2:1	1,3:1	1,2:1	1,1:1
MgO	6,8:1	1,6:1	1:1	1,1:1

Рис. 3. Накопление K_2O в органах озимой пшеницы.

Обозначения те же, что на рис. 1.

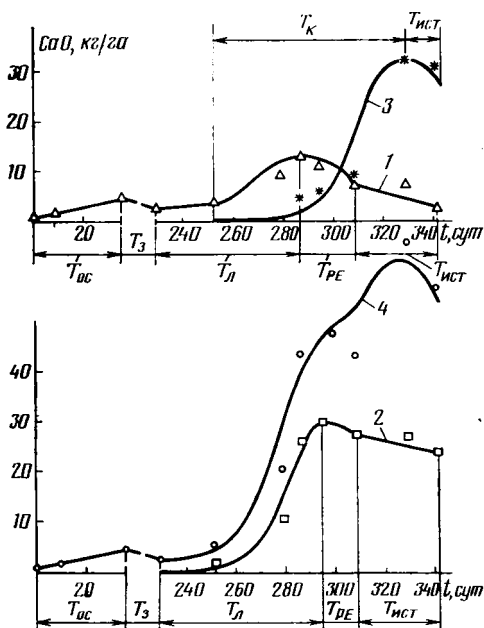


Рис. 4. Накопление СаО в органах озимой пшеницы.
Обозначения те же, что на рис. 1.

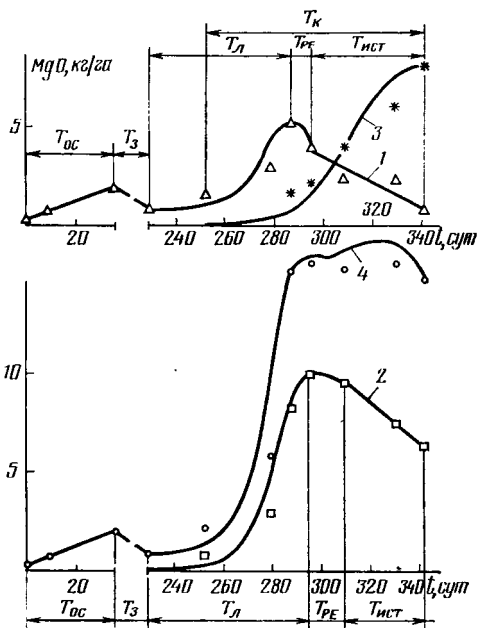


Рис. 5. Накопление MgO в органах озимой пшеницы.
Обозначения те же, что на рис. 1.

ностей динамики истребления элементов питания различными органами озимой пшеницы в разные фазы развития растений.

Для минерального питания озимой пшеницы характерно следующее.

1 — четко выраженные по фазам развития периоды накопления, реутилизации и истекания питательных веществ из растения;

2 — процессы всех видов минерального питания описываются однотипными динамическими уравнениями;

3 — Для каждого органа и всего растения в целом наблюдаются периоды наибольшего накопления элементов минерального питания в определенные фазы вегетации и переход части питательных веществ обратно во внешнюю среду к концу полного созревания (табл. 1).

Исходя из достоверных данных, полученных в результате целенаправленных многолетних научных экспериментов [1—7], общую динамику накопления, расхода, реутилизации и истекания элементов минерального питания можно выразить следующей зависимостью:

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} P_p^{-1} = \frac{\partial \ln P_p}{\partial t} \rightarrow 1/\text{сут} \quad (17)$$

или обратной ей

$$P_p (\partial P_p / \partial t)^{-1} \rightarrow \text{сутки}. \quad (18)$$

Для осеннего периода вегетации она имеет следующий вид:

$$P_p (\partial P_p / \partial t)^{-1} = A + t_{oc}, \quad (19)$$

где $A = P_{ax} T_{oc} (P_{oc}^{\max} - P_{ax})^{-1} \cong \text{const}$;

для зимнего покоя

$$P_p (\partial P_p / \partial t)^{-1} = b_p - t, \quad (20)$$

где $b_p = P_{oc}^{\max} T_3 (P_{oc}^{\max} - P_{en})^{-1} \cong \text{const}$;

для весенне-летнего накопления

$$P_p (\partial P_p / \partial t)^{-1} = t/b_p (1 - \lambda_p); \quad (21)$$

для периода явной реутилизации

$$(P^{\max} - P_p) [\partial (P^{\max} - P_p) / \partial t]^{-1} = t / (e + c_{pe} t), \quad (22)$$

где $c_{pe} = e(T_{pe})^{-1}$ — относительная начальная скорость фазы реутилизации, 1/сут;

для периода явного истекания

$$P_p (\partial P_p / \partial t)^{-1} = D - t, \quad (23)$$

где $D = [P_{\text{уст}}^{\max} T_{\text{уст}} (P_{\text{уст}}^{\max} - P_{\text{ост}})^{-1}] \cong \text{const}$.

Анализ закономерностей динамики минерального питания озимой пшеницы позволяет отметить следующие:

период осенней вегетации (19) характеризуется равномерным нарастанием потребления основных минеральных питательных веществ;

зимний покой (20) и период явного истекания — молочная — полная спелость — (23) отличаются их равномерным расходом; в весенне-летний период (21) происходит гиперболическое быстрое снижение относительной скорости потребления минеральных питательных веществ;

период явной реутилизации (22) сопровождается быстрым увеличением относительной скорости оттока питательных веществ из одного органа растения в другой.

При рассмотрении динамических моделей фотосинтетической деятельности озимой пшеницы [5], уравнений (17) — (23) и рис. 1—5 можно сделать вывод о соответствии динамики потребления элементов минерального питания динамике фотосинтетической деятельности. Это определяется прежде всего общей энергетикой жизненных процессов и метаболизмом целого растения. Известно, что поступление минеральных веществ и включение их в состав растения возрастает с увеличением фотосинтеза.

Поскольку при реутилизации происходит перераспределение накопленного вещества из одного органа растения в другой и процесс этот наиболее экономичен с энергетической точки зрения, необходимо организовать минеральное питание растений таким образом, чтобы к началу периода реутилизации обеспечивалось увеличение поступления в них питательных веществ (P_p^{\max}).

Процесс реутилизации происходит в течение всего периода вегетации озимой пшеницы. Длительность цикла биохимических процессов обмена (обновления)

$$\tau_{pe} = c_{pe}^{-1} = T_{pe} e^{-1}, \quad (24)$$

где $e \cong 2,7182$.

Разработанные динамические модели минерального питания растений озимой пшеницы (табл. 2) позволяют обоснованно регулировать путем использования технологических приемов сроки и дозы внесения каждого элемента минерального питания.

На рис. 6 показано накопление азота в органах озимой пшеницы при внесении минеральных удобрений в расчете на программированную

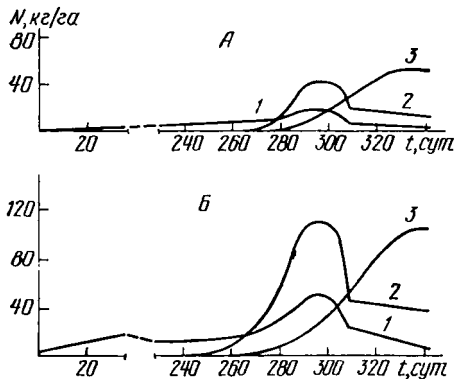


Рис. 6. Теоретические кривые накопления N в органах озимой пшеницы. А — без удобрений; Б — при внесении NPK в расчете на урожайность сухого вещества 120 ц/га; 1 — листья; 2 — стебли; 3 — колос.

Динамические модели минерального питания озимой пшеницы

Элемент питания	Орган	Осень		Зима		Весна — лето		истекание
		накопление	расход	накопление	реутилизация	накопление	реутилизация	
N	Листья	$P_{ax} + \Delta P_{oc} \lambda_{oc}$ (1)	$P_{oc}^{max} - \Delta P_{en} \lambda_{en}$ (2)	$\Delta P_A \lambda^b e^{b(1-\lambda)}$	$\Delta P_{ист} [1 - \lambda^e e^{(\lambda p_e - 1)}]$	$P_{ист} - \Delta P_{ост} \lambda_{ист}$ (3)		
	Стебли	—	—	$P_{ст}^{max} \lambda^b e^{b(1-\lambda)}$	$\Delta P_{ист} [1 - \lambda^e e^{(\lambda - 1)}]$	То же		
	Колос	—	—	$P_{сц}^{max} \lambda^b e^{b(1-\lambda)}$	—	—	—	
P ₂ O ₆	Листья	(1)	(2)	$\Delta P_A \lambda^b \exp b(1-\lambda)$	$\Delta P_{ист} [1 - \lambda^e \exp e(\lambda - 1)]$	(3)		
	Стебли	—	—	$P_{ст}^{max} \lambda^b \exp b(1-\lambda)$	То же	То же		
	Колос	—	—	$P_{сц}^{max} \lambda^b \exp b(1-\lambda)$	—	—	—	
K ₂ O	Листья	(1)	(2)	$\Delta P_A \exp (\ln \lambda - \lambda + 1)$	$\Delta P_{ист} [1 - \exp e (\ln \lambda + \lambda - 1)]$	(3)		
	Стебли	—	—	$P_{ст}^{max} \exp (\ln \lambda - \lambda + 1)$	То же	То же		
	Колос	—	—	$P_{сц}^{max} \exp (\ln \lambda - \lambda + 1)$	—	—	—	
CaO	Листья	(1)	(2)	$\Delta P_A \exp (\ln \lambda - \lambda + 1)$	$\Delta P_{ист} [1 - \exp e (\ln \lambda + \lambda - 1)]$	(3)		
	Стебли	—	—	$P_{ст}^{max} \exp (\ln \lambda - \lambda + 1)$	То же	То же		
	Колос	—	—	$P_{сц}^{max} \exp (\ln \lambda - \lambda + 1)$	—	—	—	
MgO	Листья	(1)	(2)	$\Delta P_A \lambda^b \exp b(1-\lambda)$	$\Delta P_{ист} [1 - \lambda^e \exp e(\lambda - 1)]$	(3)		
	Стебли	—	—	$P_{ст}^{max} \lambda^b \exp b(1-\lambda)$	То же	То же		
	Колос	—	—	$P_{сц}^{max} \lambda^b \exp b(1-\lambda)$	—	—	—	

Примечание. $\Delta P_{oc} = P_{oc}^{max} - P_{ax}$; $\Delta P_{en} = P_{oc}^{max} - P_{en}$; $\Delta P_A = P_{en}^{max} - P_{en}$; $\Delta P_{ист} = P_{ист}^{max} - P_{ист}$; $\Delta P_{ост} = P_{ист}^{max} - P_{ост}$.

урожайность 120 ц сухого вещества с 1 га и в контроле в течение вегетации. В первом случае сбор сухого вещества с 1 га составил 123,9 ц, во втором — 54,4 ц.

Выводы

1. Предложенные математические модели минерального питания озимой пшеницы отражают процессы использования, реутилизации и истекания минеральных веществ.

2. Математические динамические модели (1) — (16) и приведенные в табл. 2 отражают общие и частные закономерности минерального питания озимой пшеницы и могут быть успешно использованы при программировании урожайности.

3. Динамическая модель (10) и модели табл. 2, характеризующие накопление минеральных веществ, по характеру идентичны формализованным уравнениям фотосинтетической деятельности органов озимой пшеницы, т. е. существует функциональная зависимость между интенсивностью поглощения световой энергии и потреблением питательных веществ растением.

4. Использование разработанных нами динамических моделей на практике с учетом нормативов по внесению различных минеральных удобрений и содержания элементов питания в почве позволяет наиболее эффективно применять искусственные туки, повышает гарантию получения высоких урожаев.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каюмов М. К. Программирование урожая / Под ред. И. С. Шатилова. — М.: Московский рабочий, 1986. — 2. Шатилов И. С. Всесторонний учет условий формирования урожая. — Вестн. с.-х. науки, 1978, № 12, с. 103—108. — 3. Шатилов И. С., Замаараев А. Г., Чаповская Г. В. Продуктивность полевых культур и потребление питательных веществ из дерново-подзолистой почвы. — Применение математических методов и ЭВМ в почвоведении. Пушино, 1983, с. 49—50. — 4. Шатилов И. С., Замаараев А. Г. Утилизация энергии ФАР озимой пшеницы при разном уровне минерального питания. — Докл. ТСХА, 1971, вып. 161, с. 29—34. — 5. Шатилов И. С.,

Замаараев А. Г., Силин А. Д., Полев Н. А., Чаповская Г. В., Шаров А. Ф. Динамические модели фотосинтетической деятельности озимой пшеницы. — Изв. ТСХА, 1987, вып. 2, с. 31—39. — 6. Шатилов И. С., Каюмов М. К. Поступление питательных веществ в растение озимой пшеницы при разном уровне минерального питания. — Изв. ТСХА, 1970, вып. 4, с. 15—28. — 7. Шатилов И. С., Каюмов М. К. Потребление и вынос элементов минерального питания озимой пшеницы при разных дозах удобрений. — Изв. ТСХА, 1971, вып. 1, с. 73—82.

Статья поступила 19 ноября 1986 г.

SUMMARY

Dynamic models of mineral nutrition (N, P, K, Ca, Mg) of winter wheat plant organs during the growing season are presented. The models are described by three types of equations. The role played by reutilization in the consumption of mineral nutrition elements is shown. The regularities of these processes are described in details. The information on identification of experimental data and theoretical calculations is presented.