

УДК 633.13-7:631.81:581.08.132

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ ФОТОСИНТЕТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ И МИНЕРАЛЬНОГО ПИТАНИЯ ОВСА

Н.С. ШАТИЛОВ, А.Д. СИЛНН, А.Ф. ШАРОВ, Н.А. ПОЛЕВ, В.В. ЮРАШЕВ

(Кафедра растениеводства)

**На основании анализа результатов многолетних экспериментов и полученных закономерностей разработаны динамические модели фотосинтетической деятельности и минерального питания растений с целью установления прогностической связи между физиологическими и продукционными процессами растений с целью практического применения взаимосвязей в технологиях программированного возделывания овса.**

В последние годы математическое моделирование продукционного процесса растений получило широкое развитие как за рубежом [3], так и в нашей стране [4].

Описание сложной схемы продуцирования растений обычно производится на базе фундаментальной модели, состоящей из отдельных блоков. Целью нашей работы явилась разработка динамических моделей фотосинтеза, дыхания и минерального питания овса, что является предметом биофизического блока. Выбор данного уровня не случаен и обуслов-

лен важностью этих процессов в жизнедеятельности растений.

Динамические модели фотосинтетической деятельности и минерального питания овса были составлены на основе результатов балансовых полевых исследований, проведенных в учхозе «Михайловское» Московской сельскохозяйственной академии им. К.А. Тимирязева [2, 5, 6].

В сравнении с другими зерновыми [6, 7] у овса отмечена наивысшая интенсивность фотосинтеза листьев ( $49 \text{ мг CO}_2/\text{дм}^2 \times \text{ч}$ ). Участие листьев в фотосинтезе состав-

ляет около 60—75%. Период наивысшей фотосинтетической деятельности овса совпадал с моментом достижения максимальной листовой поверхности (фаза выметывания), которая была жизнедеятельной и в период восковой спелости.

Снижение фотосинтеза в полуденные часы для овса наиболее характерно, тогда как дыхание заметно не изменяется. Формализованное описание процессов фотосинтетической деятельности велось нами по следующим показателям: интенсивность фотосинтеза ( $A_{вф}$ ) и дыхания ( $A$ ) и ассимилирующая площадь ( $S_{\text{ф}}$ ) органов растения.

Данные свидетельствуют, что при формировании ассимилирующей поверхности различными органами можно выделить 2 периода: интенсивного нарастания и отмирания, а в процессе потребления элементов питания 3: интенсивного накопления, реутилизации и истекания ( $P_n, P_{pc}, P_n$ ).

В результате анализа многолетних экспериментов были сформулированы следующие закономерности формирования фотосинтезирующей поверхности вегетирующих органов (листьев, стеблей, соцветий).

1. В период интенсивного нарастания относительная скорость формирования фотосинтезирующей поверхности пропорциональна выражению

$$1/\lambda_{\text{н}j} - 1, \text{ где } \lambda_{\text{н}j} = t_{\text{н}j}/T_{\text{н}j},$$

где  $t_{\text{н}}$  — текущее время в период накопления, сут;  $T_{\text{н}}$  — период накопления, сут;  $j = 1, 2, \dots$  — порядковый номер вегетирующих по-

верхностей органов и представляется следующим уравнением:

$$\frac{dS_{\text{н}j}}{dtS_{\text{н}j}} = \frac{b_{\text{н}j}}{T_{\text{н}j}}(1/\lambda_{\text{н}j} - 1), \quad (1)$$

где  $S_{\text{н}}$  — фотосинтезирующая поверхность изучаемого органа растения, м<sup>2</sup> на 1 м<sup>2</sup> посева;  $b_{\text{н}}$  — интегральный показатель относительной скорости образования фотосинтезирующей поверхности в период накопления, безразмерная величина.

2. В период отмирания относительная скорость отмирания фотосинтезирующей поверхности пропорциональна выражению

$1/\lambda_{\text{о}j} + 1,$   
где  $\lambda_{\text{о}j} = t_{\text{о}j}/T_{\text{о}j}$ ;  $t_{\text{о}}$  — текущее время в период отмирания, сут;  $T_{\text{о}}$  — период отмирания, сут.

Она может быть представлена уравнением

$$\frac{d(S_{\text{о}j}^{\text{max}} - S_{\text{о}j})}{dt(S_{\text{о}j}^{\text{max}} - S_{\text{о}j})} = \frac{b_{\text{о}j}}{T_{\text{о}j}}(1/\lambda_{\text{о}j} + 1), \quad (2)$$

где  $S_{\text{о}}$ ,  $S_{\text{о}}^{\text{max}}$  — фотосинтезирующая поверхность изучаемых органов в период отмирания и ее максимальное значение, м<sup>2</sup> на 1 м<sup>2</sup> посева;  $b_{\text{о}}$  — интегральный показатель относительной скорости изменения фотосинтезирующей поверхности в период отмирания, безразмерная величина.

Интегрированием дифференциального уравнения (1) при условии  $S_{\text{н}j}(T_{\text{н}j}) = S_{\text{н}j}^{\text{max}}$  получаем уравнение (13), а уравнение (2) при условии, что  $S_{\text{о}j} = S_{\text{о}j}^{\text{max}}$  при  $t_{\text{о}} = 0$ , — уравнение (14). Можно отметить, что полученные закономерности формирования фотосинтезирующей поверхности вегетирующих

органов применимы и для других процессов, происходящих в период жизнедеятельности растения овса. Так, динамика поглощения и выделения  $\text{CO}_2$  в период интенсивного нарастания массы, абсолютно сухой массы листьев, стеблей, метелки, количества питательных веществ (фосфора, калия, азота, кальция и магния) в органах растения в период их накопления описываются следующим образом.

Относительная скорость всех перечисленных выше изменений пропорциональна величине

$$1/\lambda_{\text{нп}j} - 1,$$

где  $\lambda_{\text{нп}j} = t_{\text{нп}j}/T_{\text{нп}j}$ ;  $j$  — порядковый номер процессов, перечисленных выше;  $t_{\text{нп}j}$  — текущее время, сут;  $T_{\text{нп}j}$  — периоды соответствующих процессов, сут.

Иначе:

$$\begin{aligned} \frac{dU_{\text{нп}j}}{dtU_{\text{нп}j}} &= \frac{(U_{\text{нп}j})'}{U_{\text{нп}j}} = \\ &= b_{\text{нп}j}/T_{\text{нп}j}(1/\lambda_{\text{нп}j} - 1) \end{aligned} \quad (3)$$

при условии, что  $U_{\text{нп}j}(T_{\text{нп}j}) = U_{\text{нп}j}^{\text{max}}$ .

Пользоваться моделью 3 нужно следующим образом: предположим, что необходимо определить количество питательного вещества в органе растения в период накопления.  $U_{\text{нп}j}$  в этом случае  $P_{\text{нп}j}$ ;  $b_{\text{нп}j}$  — интегральный показатель относительной скорости накопления питательного вещества. Дифференциальное уравнение в этом случае имеет вид

$$\frac{dP_{\text{нп}j}}{dtP_{\text{нп}j}} = b_{\text{нп}j}/T_{\text{нп}j}(1/\lambda_{\text{нп}j} - 1) \quad (4)$$

при условии, что  $P_{\text{нп}j}(T_{\text{нп}j}) = P_{\text{нп}j}^{\text{max}}$ ; после интегрирования получим модель 27.

Аналогично динамика поглощения и выделения  $\text{CO}_2$  растением в период созревания метелки и отмирания фотосинтезирующей поверхности; абсолютно сухой массы стеблей в период созревания метелки; абсолютно сухого вещества метелки в период ее созревания; количества питательного вещества в органе растения во время реутилизации подчиняются следующей закономерности:

$$\begin{aligned} \frac{d(U_j^{\text{max}} - U_{\text{о}j})}{dt(U_j^{\text{max}} - U_{\text{о}j})} &= \\ &= b_{\text{о}j}/T_{\text{о}j}(1/\lambda_{\text{о}j} + 1), \end{aligned} \quad (5)$$

а при условии  $U_{\text{о}j}(0) = U_j^{\text{max}}$  интегрированием модели 5 получим интегральные уравнения скорости изменения перечисленных выше процессов, которые описываются уравнениями 19, 21, 23, 26, 28.

3. Изменения абсолютно сухой массы стеблей и количества питательного вещества в органе растения в период истекания зерна можно представить закономерностью.

Относительная скорость указанных изменений равна

$$\frac{U'}{U} = 1/t - T/(1 - \frac{U_{\text{ост}}}{U_{\text{max}}}), \quad (6)$$

где  $U_{\text{max}}$ ,  $U_{\text{ост}}$  — значение показателя в начале и конце периода истекания, кг/га;  $t$  — текущее время, сут;  $T$  — период истекания, сут.

При этом модели 24 и 29 могут быть получены из уравнения (6) при условии  $U(0) = U_{\text{max}}$ .

Математическую модель усвоения  $\text{CO}_2$  целым посевом разрабатывали исходя из балансового уравнения Л.А. Иванова [1]:

$$P_{\text{CO}_2} = \int_0^{T_{\text{вф}}} S_{ij} (A_{\text{вф}i} - A_{\text{д}i}) dt_{\text{дн}}, \quad (7)$$

где  $P_{\text{CO}_2}$  — потребление  $\text{CO}_2$ , кг/га;  $T_{\text{вф}}$  — дневная продолжительность фотосинтеза, ч;  $t_{\text{дн}}$  — текущее дневное время ( $0 \leq t_{\text{дн}} \leq T_{\text{вф}}$ ), ч;  $i$  — номер вегетирующего органа;  $j$  — органы растения.

Экспериментально установлено, что дневная динамика видимого фотосинтеза листьев при умеренных условиях ( $\text{ФАР} < 300 \text{ Вт/м}^2$  и  $t^\circ$  до  $22^\circ$ ) записывается в виде (рис. 1, А):

$$A_{\text{вф}} = A_{\text{вф}}^{\text{max}} \cdot \sin \frac{\pi}{T_{\text{вф}}} \cdot t_{\text{дн}}, \quad (8)$$

а приход ФАР — равенством

$$\varepsilon = \varepsilon^{\text{max}} \cdot \sin \frac{\pi}{T_{\text{вф}}} \cdot t_{\text{дн}}, \quad (9)$$

где  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon^{\text{max}}$  — текущие и наибольшие значения поступления солнечной энергии.

Из уравнений (7) и (8) имеем, что отношение

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{A_{\text{вф}}} = \frac{\varepsilon^{\text{max}}}{A_{\text{вф}}^{\text{max}}} = \frac{\text{МДж}}{\text{кг CO}_2}.$$

Эта постоянная величина определяется биологическими особенностями культуры.

В среднем за вегетацию для листьев овса сорта Геркулес  $\alpha = 786$ , а для целого растения — 1675. Наивысшая эффективность использования радиации для фикс-

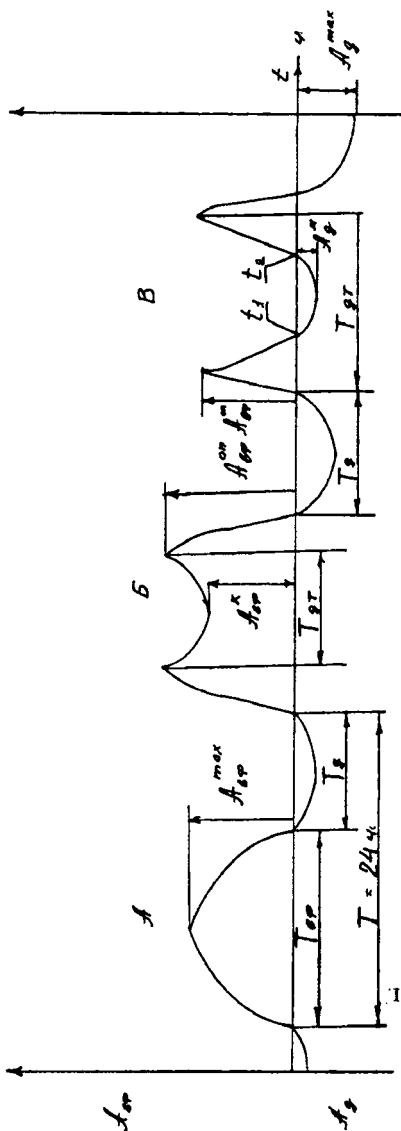


Рис. 1. Типичные кривые суточной динамики видимого фотосинтеза ( $A_{\text{вф}}$ ) и дыхания ( $A_{\text{д}}$ ) листьев овса.

А — при недостатке и оптимуме ФАР — уравнения (8) и (12); Б и В — при избытке ФАР — системы уравнений (10) и (11).

сации  $\text{CO}_2$  отмечена у 2-го сверху листа и составляет от приходящей ФАР 400.

В условиях, когда факторы внешней среды напряжены (повышенная температура, недостаток влаги), происходит снижение фотосинтетической активности (ее

депрессия — дт) в полуденные часы и даже преобладание выделения  $\text{CO}_2$  над ее поглощением в отдельные дни (рис. 1, Б, В).

Динамические модели дневного хода фотосинтеза у листьев при таких режимах имеют следующий вид для Б:

$$\left\{ \begin{array}{ll} A_1 K & (0 \leq t \leq \frac{T_{\text{вф}} - T_{\text{дт}}}{2}) \\ 2A_{\text{вф}}^{\text{оп}} - A_1 K & (\frac{T_{\text{вф}} - T_{\text{дт}}}{2} \leq t \leq \frac{T_{\text{вф}} + T_{\text{дт}}}{2}) \\ A_1 K & (\frac{T_{\text{вф}} + T_{\text{дт}}}{2} \leq t \leq T_{\text{вф}}), \end{array} \right. \quad (10)$$

а для В:

$$\left\{ \begin{array}{ll} A_2 K & (0 \leq t \leq \frac{T_{\text{вф}} - T_{\text{дт}}}{2}) \\ 2A_{\text{вф}}^{\text{оп}} - A_2 K & (\frac{T_{\text{вф}} - T_{\text{дт}}}{2} \leq t \leq t_1) \\ 2A_{\text{вф}}^{\text{оп}} - A_2 K & (t_2 \leq t \leq \frac{T_{\text{вф}} + T_{\text{дт}}}{2}) \\ 2A_{\text{вф}}^{\text{оп}} - A_2 K & (t_1 \leq t \leq t_2) \\ A_2 K & (\frac{T_{\text{вф}} + T_{\text{дт}}}{2} \leq t \leq T_{\text{вф}}), \end{array} \right. \quad (11)$$

где  $A_1 = (2A_{\text{вф}}^{\text{оп}} - A_{\text{вф}}^{\text{п}})$ ;  $A_2 = (2A_{\text{вф}}^{\text{оп}} - A_{\text{д}}^{\text{м}})$ ;  $K = \sin \pi t / T_{\text{вф}}$ .

У нелистных органов овса, которым характерна высокая фотосинтетическая активность, депрессию фотосинтеза не наблюдают, что можно объяснить особенностями их архитектоники.

Часть углерода, фиксированного в процессе ассимиляции, расходуется при дыхании. Так, у листь-

ев эта величина составляет около 6% и увеличивается с возрастом до 52%. Общая же доля затрат  $\text{CO}_2$  в акте ночного дыхания (д) листьев составляет 12—16% его поглощения. Соотношение сформированной сухой надземной биомассы и количества  $\text{CO}_2$ , выделенного в результате ночного

дыхания, оценивается как 1:0.35.

Анализ экспериментальных данных показал, что изменение интенсивности темнового дыхания (дтс) в течение суток плавное и приближается к виду

$$A_{\text{дтс}} = A_{\text{дтс}}^{\text{max}} \sin \pi t / T. \quad (12)$$

Представленные ниже интегральные кривые являются результатом интегрирования дифференциальных уравнений (1) — (3) в соответствии с закономерностями протекающих процессов.

Чтобы рассчитать фотосинтез растительного покрова, необходимо определить площадь ассимилирующей поверхности растений.

В настоящее время накоплено значительное количество данных по этому показателю [5]. Процесс нарастания фотосинтезирующей поверхности до ее максимального значения описывается уравнением (13) (рис. 2, 2).

$$S_{\text{н}j} = S_{\text{н}j}^{\text{max}} \lambda_{\text{н}sj}^{b_{\text{н}sj}} \exp [b_{\text{н}sj} (1 - \lambda_{\text{н}sj})]. \quad (13)$$

В период отмирания (рис. 2, 4) размеры поверхности листьев мо-

$$S_{\text{o}j} = S_{\text{o}j}^{\text{max}} [1 - \lambda_{\text{o}sj}^{b_{\text{o}sj}} \exp b_{\text{o}sj} (\lambda_{\text{o}sj} - 1)], \quad (14)$$

где  $S_{\text{н}}$ ,  $S_{\text{н}}^{\text{max}}$  и  $S_{\text{o}}$ ,  $S_{\text{o}}^{\text{max}}$  — фотосинтезирующая поверхность органа соответственно в периоды нарастания и отмирания, ее максимальное значение, м<sup>2</sup> на 1 м<sup>2</sup> посева;  $\lambda_{\text{н}sj} = t_{\text{н}sj} / T_{\text{н}sj}$ ; здесь  $t_{\text{н}sj}$  — текущее время в период накопления, сут,  $T_{\text{н}sj}$  — период накопления, сут,  $b_{\text{н}sj}$ ,  $b_{\text{o}sj}$  — интегральный показатель относительной скорости образования фотосинтезирующей поверхности соответственно в периоды накопления и отмирания;  $\lambda_{\text{o}sj} = t_{\text{o}sj} / T_{\text{o}sj}$ , здесь  $t_{\text{o}sj}$  — текущее вре-

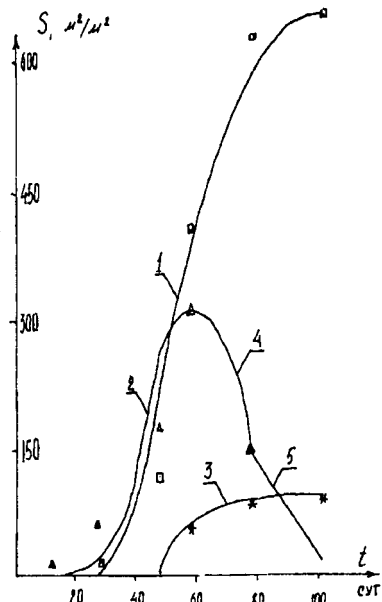


Рис. 2. Теоретические кривые и экспериментальные данные (треугольник, квадрат и звездочка) по динамике фотосинтезирующей поверхности растений овса.

1 — стебли; 2, 4, 5 — листья; 3 — метелка.

гут быть найдены из уравнения (14).

ма в период отмирания, сут,  $T_{\text{o}sj}$  — период отмирания, сут.

Во время созревания семян овса происходит постепенное отмирание фотосинтезирующей поверхности листьев; этот период хорошо описывается уравнением прямой (рис. 2, 5).

Формирование фотосинтезирующей поверхности стеблей и метелки поддается описанию моделью (13) (рис. 2, 1, 3).

Общая площадь вегетирующих органов представляет собой ин-

тегральный показатель и хорошо описывается моделью

$$S_j = S_j^{\max} \lambda_j^{b_j} \exp[b_j(1 - \lambda_j)], \quad (15)$$

где  $\lambda_j = t_j/T_j$ ;  $S_j^{\max}$  — наибольшая площадь ассимилирующей поверхности, м<sup>2</sup> на 1 м<sup>2</sup> посева;  $t$  — текущее время, сут;  $T$  — период жизнедеятельности органов, сут;  $b$  — интегральный показатель относительной скорости вегетации (безразмерная величина, приближающаяся к 2,7182).

Выше мы попытались описать динамику основных показателей фотосинтетической деятельности. Поскольку биологический урожай является суммарным результатом процессов, протекающих в растениях, он может быть определен введением уравнений (8), (10) — (14) в модель (7).

Однако динамику фотосинтеза по фазам развития можно описать более простыми, но менее точными формулами (16) и (17), которые характеризуют интенсивное нарастание массы в период от всходов до выметывания метелки — молочной спелости и

$$P_{CO_2H} = P_{CO_2}^{\max} \lambda_{PH}^{b_{PH}} \exp[b_{PH}(1 - \lambda_{PH})], \quad (16)$$

$$P_{CO_2O} = P_{CO_2}^{\max} [1 - \lambda_{PO}^{b_{PO}} \exp b_{PO}(\lambda_{PO} - 1)], \quad (17)$$

где  $P_{CO_2H}$ ,  $P_{CO_2}^{\max}$  и  $P_{CO_2O}$ ,  $P_{CO_2}^{\max}$  — поглощение CO<sub>2</sub> растением соответственно в периоды интенсивного нарастания массы и созревания метелки, максимальное значение, кг/га;  $\lambda_{PH} = t_{PH}/T_{PH}$ ,  $\lambda_{PO} = t_{PO}/T_{PO}$ , здесь  $t_{PH}$ ,  $t_{PO}$  — текущее время в период интенсивного нарастания массы и созревания метелки, сут;  $T_{PH}$ ,  $T_{PO}$  — периоды нарастания

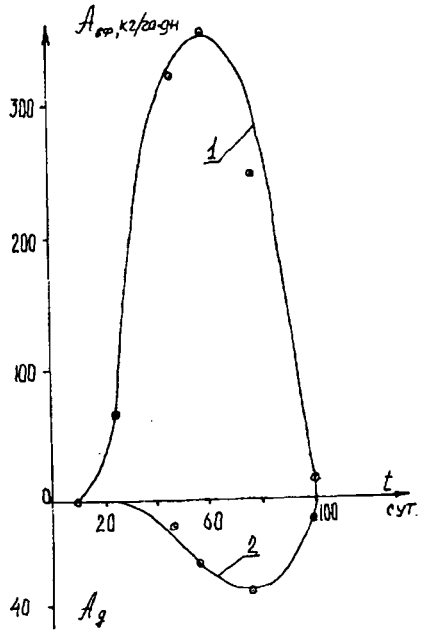


Рис. 3. Теоретические кривые (1, 2) и экспериментальные данные (кружок с точкой) фотосинтетической деятельности дыхания в период вегетации растений овса.

уменьшение ее к фазе полной спелости овса (рис. 3).

массы и созревания метелки, сут;  $b_{PH}$ ,  $b_{PO}$  — интегральный показатель относительной скорости фотосинтеза (поглощения растением CO<sub>2</sub>) соответственно в периоды интенсивного нарастания массы растения и созревания метелки, безразмерная величина.

Следует подчеркнуть, что все органы растений участвуют в фотосинтезе, дополняя друг друга.

Динамика ночного дыхания растения может быть описана аналогичными уравнениями, только закономерности его противоположны фотосинтезу, т.е. в период от фазы всходов до выме-

тывания — молочной спелости происходит увеличение объемов выделения  $\text{CO}_2$ , а затем к фазе полной спелости затухание процессов дыхания (уравнения (18) и (19), рис. 3):

$$P_{\text{дн}} = P_{\text{дн}}^{\text{max}} \lambda_{\text{дн}}^{b_{\text{дн}}} \exp[b_{\text{дн}}(1 - \lambda_{\text{дн}})], \quad (18)$$

$$P_{\text{до}} = P_{\text{до}}^{\text{max}} [1 - \lambda_{\text{до}}^{b_{\text{до}}} \exp b_{\text{до}}(\lambda_{\text{до}} - 1)], \quad (19)$$

$P_{\text{дн}}$ ,  $P_{\text{дн}}^{\text{max}}$  и  $P_{\text{до}}$ ,  $P_{\text{до}}^{\text{max}}$  — выделение  $\text{CO}_2$  растением соответственно в периоды интенсивного нарастания массы и отмирания фотосинтезирующей поверхности, максимальное его значение, кг/га;  $b_{\text{дн}}$ ,  $b_{\text{до}}$  — интегральный показатель относительной скорости процессов дыхания в период нарастания массы и отмирания.

$$\lambda_{\text{дн}} = t_{\text{дн}}/T_{\text{дн}}, \quad \lambda_{\text{до}} = t_{\text{до}}/T_{\text{до}},$$

$t_{\text{дн}}$ ,  $t_{\text{до}}$  — текущее время дыхания в периоды интенсивного нарастания массы и созревания метелки, сут;  $T_{\text{дн}}$ ,  $T_{\text{до}}$  — периоды дыхания во время интенсивного нарастания массы и созревания метелки, сут.

Учитывая решающую роль радиационно-термического режима в процессах усвоения и выделения  $\text{CO}_2$ -газообмена растений будет соответствовать изменению приходящей ФАР. Однако неблагоприятные внешние условия могут

значительно трансформировать форму кривых поглощения  $\text{CO}_2$ , и поэтому агроному следует учитывать эти отклонения.

На рис. 3 представлены теоретические кривые и экспериментальные данные о динамике суммарного потребления углекислоты посевами овса и дыхания растений. Выше приведены модели, которые дают возможность имитировать процесс накопления сухого вещества и рассчитывать его при наличии необходимых данных: о фотосинтезе, дыхании и распределении ассимилятов.

Теоретические кривые и экспериментальные данные о накоплении абсолютно сухой массы посевами овса (рис. 4) характеризуют рост всего растения.

Математические модели этого процесса у различных органов растения могут быть представлены следующими уравнениями:

Для листьев:

$$A_{\text{л}}^{\text{I}} = A_{\text{л}}^{\text{max}} \lambda_{\text{л}}^{b_{\text{л}}} \exp[b_{\text{л}}(1 - \lambda_{\text{л}})], \quad (20)$$

$$A_{\text{л}}^{\text{II}} = A_{\text{л}}^{\text{max}} \{1 - \lambda_{\text{л}}^{b_{\text{л}}} \exp[b_{\text{л}}(\lambda_{\text{л}} - 1)]\}, \quad (21)$$

где  $A_{\text{л}}^{\text{I}}$ ,  $A_{\text{л}}^{\text{max}}$  — абсолютно сухая масса листьев в период накопления, ее максимальное значение, ц/

га;  $A_{\text{л}}^{\text{II}}$  — то же в период созревания метелки, ц/га;  $\lambda_{\text{л}} = t_{\text{л}}/T_{\text{л}}$ ,  $\lambda_{\text{л}} = t_{\text{л}}/T_{\text{л}}$ ,



здесь  $t_I, t_{II}$  — текущее время в периоды накопления массы и созревания метелки, сут;  $T_I, T_{II}$  — пери-

оды накопления и созревания метелки, сут.

Для стеблей:

$$A_{cT}^I = A_{cT}^{\max} \lambda_{cT_I}^{b_I} \exp[b_I(1 - \lambda_{cT_I})], \quad (22)$$

$$A_{cT}^{II} = A_{cT}^{\max} [1 - \lambda_{cT_{II}}^{b_{II}} \exp b_{II}(\lambda_{cT_{II}} - 1)], \quad (23)$$

$$A_{cT}^{III} = A_{н.с.т.}^{\max} - (A_{н.с.т.}^{\max} - A_{у.с.т.}) \lambda_{н.с.т.}, \quad (24)$$

где  $A_{cT}^I, A_{cT}^{II}, A_{cT}^{III}$  — абсолютно сухая масса стеблей соответственно в периоды накопления, созревания метелки и истекания зерна,

ц/га;  $A_{cT}^{\max}, A_{н.с.т.}^{\max}, A_{у.с.т.}^{\max}, A_{у.с.т.}$  — максимальное значение абсолютно сухой массы в периоды накопления, истекания и уборки уро-

жая, ц/га;  $t_{cT_I}, t_{cT_{II}}, t_{н.с.т.}$  — текущее время накопления сухого вещества в периоды накопления, созревания метелки и истекания, сут;  $b_I, b_{II}$  — интегральный показатель относительной скорости изменения количества сухого вещества в периоды накопления и созревания метелки.

Для метелки:

$$A_M^I = A_M^{\max} \lambda_{M_I}^{b_I} \exp[b_{M_I}(1 - \lambda_{M_I})], \quad (25)$$

$$A_M^{II} = A_M^{\max} [1 - \lambda_{M_{II}}^{b_{II}} \exp b_{M_{II}}(\lambda_{M_{II}} - 1)], \quad (26)$$

где  $A_M^I, A_M^{II}, A_M^{\max}$  — абсолютно сухое вещество метелки в периоды накопления массы и ее созревания, максимальное значение, ц/га;  $A_M^{\max}$  — максимальное значение абсолютно сухого вещества метелки, ц/га;

$$\lambda_{M_I} = t_{M_I} / T_{M_I}; \lambda_{M_{II}} = t_{M_{II}} / T_{M_{II}},$$

здесь  $t_{M_I}, t_{M_{II}}$  — текущее время накопления сухого вещества метелки в периоды накопления и ее созревания, сут;  $T_{M_I}, T_{M_{II}}$  — периоды накопления и созревания метелки, сут;  $b_I, b_{II}$  — интегральный показатель относительной скорости изменения количества сухого вещества в те же периоды.

Математическая модель накопления биологической массы растением будет представлять сумму всех уравнений (20) — (26) по органам в соответствии с фазами его развития.

При моделировании процессов минерального питания овса (рис. 5—9) мы остановимся на начальном этапе, рассматривая математические модели потребления элементов минерального питания (содержание их в органах) по трем периодам: накопления, реутилизации и поступления во внешнюю среду (истекание, опад). Содержание элементов минерального питания в растениях овса увеличивается продолжительное время и достигает максимума на 80—90-

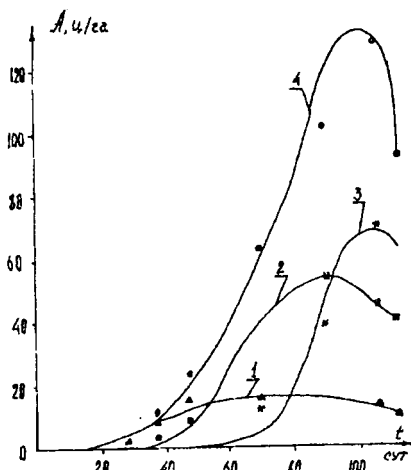


Рис. 4. Теоретические кривые и экспериментальные данные (треугольник, квадрат, звездочка, кружок) по накоплению овсом абсолютно сухого вещества.

1 — листья; 2 — стебли; 3 — метелка; 4 — растение в целом.

сутки после посева, причем скорость накопления совпадает с приростом абсолютно сухого вещества. Исходя из закономернос-

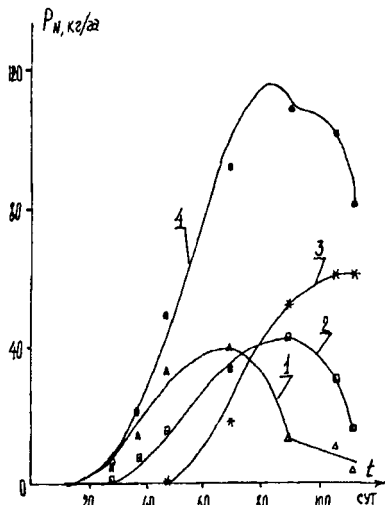


Рис. 5. Динамика потребления овсом азота из почвы.

Обозначения те же, что на рис. 4.

тей, представленных выше, период накопления элементов минерального питания описывается уравнением

$$P_{nj} = P_{nj}^{\max} \exp[b_{nj}(\ln \lambda_{nj} - \lambda_{nj} + 1)], \quad (27)$$

где  $P_n$ ,  $P_n^{\max}$  — количество питательного вещества в органе растения в период накопления, максимальное значение, кг/га;  $\lambda_{nj} = t_{nj}/T_{nj}$  — относительная временная характеристика органа растения в период накопления питательного вещества;  $t_{nj}$ ,  $T_{nj}$  — текущее время и период накопления, отсчитываемые с момента всходов до момента завершения накопления, сут;  $b_{nj}$  — интегральный показатель относительной скорости накопления питательного вещества.

Перераспределение азота из листьев в другие органы происхо-

дит значительно раньше и выражено сильнее, чем использование его из стеблей. Начало реутилизации азота из листьев совпадает с интенсивным ростом метелки.

Темпы реутилизации фосфора в генеративные органы из стеблей и листьев одинаковые.

Сходство в динамике потребления азота, магния и накопления абсолютно сухого вещества указывает на то, что калий поступает в метелку, как правило, из почвы. Повторное использование кальция на рост метелки происходит, по нашему представлению, из

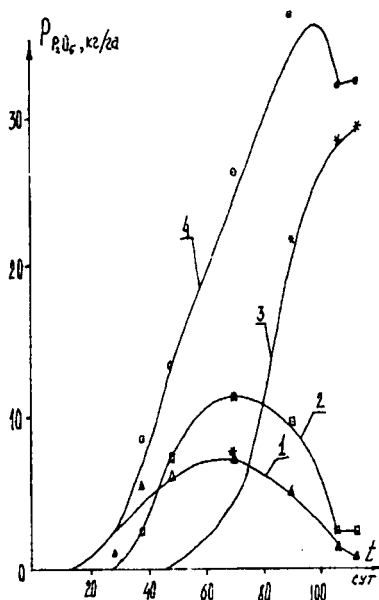


Рис. 6. Динамика потребления овсом фосфора из почвы.

его пулов в листьях, а в конце вегетации — из стеблей.

Стебель играет роль промежуточного звена на пути при реутили-

$$P_{pej} = P_{pej}^{\max} \{1 - \exp[e(\ln \lambda_{pej} + \lambda_{pej} - 1)]\}, \quad (28)$$

где  $P_{pe}$ ,  $P_{pe}^{\max}$  — количество питательного вещества в органе растения в период реутилизации, максимальное значение, кг/га;  $\lambda_{pej} = t_{pej} / T_{pej}$  — относительная временная характеристика органа растения в период реутилизации;  $t_{pe}$ ,  $T_{pe}$  — текущее время и период реутилизации, отсчитываемый с момента завершения накопления, сут.

Овес характеризуется продолжительным периодом жизнедеятельности и растянутым созреванием. Нередко наблюдается пов-

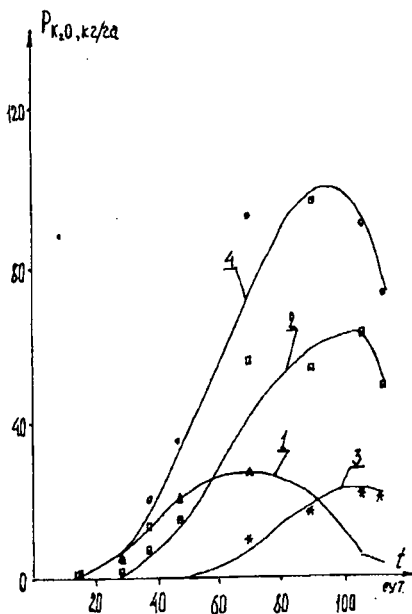


Рис. 7. Динамика потребления овсом калия из почвы.

Обозначения те же, что на рис. 4.

зации элемента от листа к метелке.

Динамическая модель второго этапа (реутилизации) выражается уравнением

торное использование веществ главного стебля на рост боковых. В этих случаях обнаруживается реутилизация элементов непосредственно из метелки.

Отмирание органов и опад, а также истекание зерна, которое часто проявляется при повышенной влажности, в общем виде можно представить уравнением прямой

$$P_{uj} = P_{uj}^{\max} - (P_{uj}^{\max} - P_y) \lambda_{uj}, \quad (29)$$

где  $P_u$ ,  $P_u^{\max}$ ,  $P_y$  — количество пи-

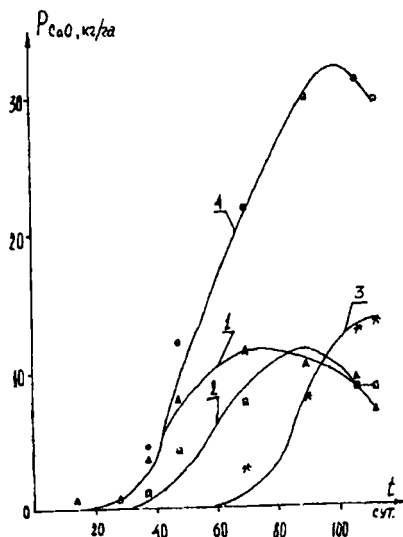


Рис. 8. Динамика потребления овсом кальция из почвы.

Обозначения те же, что на рис. 4.

тательного вещества в органе растения в период истекания, в его начале и в конце, кг/га;  $\lambda_{nj} = t_{nj}/T_{nj}$  — относительная временная характеристика органа растения в период истекания;  $t_{nj}/T_{nj}$  — текущее время и период истекания, отсчитываемые с момента завершения периода реутилизации, сут.

Следует отметить, что в сравнении с озимой пшеницей и ячменем овес более устойчив к истеканию.

Динамика содержания питательных веществ в растении (рис. 5—9) в течение вегетации есть аддитивный показатель накопления, реутилизации и поступления их во внешнюю среду. В целом характер этого процесса описывается суммой уравнений (27), (28) и (29) по отдельным органам в соответствии с фазами развития растения.

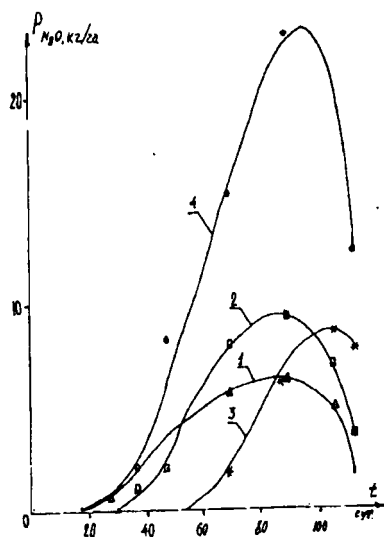


Рис. 9. Динамика потребления овсом магния из почвы.

Обозначения те же, что на рис. 4.

Таким образом, динамические математические модели фотосинтетической деятельности и минерального питания овса, по нашему мнению, отражают функциональные процессы роста и развития и могут быть применены при программировании урожаев овса в Центральном районе Нечерноземной зоны России, что позволит наиболее эффективно использовать потенциальные возможности растений с учетом негативных воздействий внешней среды и повысить продуктивность культуры овса.

### Выводы

1. Предложенные в работе математические модели фотосинтетической деятельности растений разработаны на основе суточной и сезонной динамики процессов фотосинтеза, дыхания и развития

ассимилирующей поверхности (определяемых установками, работающими в автоматическом режиме в полевых условиях).

2. Отмечена удовлетворительная сходимость модели общей закономерности фотосинтетической деятельности с формированием биологического урожая овса, что дает возможность программирования урожая на ЭВМ.

3. Динамические модели потребления элементов минерального питания являются первым этапом в определении прогностической связи между уровнем минерального питания и урожаем.

4. Закономерности фотосинтетической деятельности, дыхания и потребления элементов минерального питания растением указывают на зависимость возделываемого растения как биологической системы от естественного энергетического источника Солнца, что обязательно должно учитываться при разработке технологий программированного возделывания овса.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Иванов Л.А.* Свет и влага в жизни древесных пород. Тимирязевские чтения. М.: Изд-во АН

СССР, 1946. — 2. *Игитова Н.С.* Фотосинтетическая деятельность в связи с обеспеченностью минеральным питанием. Докл. ТСХА, 1970, вып. 159, с. 12—15. — 3. *Пеннинг де Фриз*, вып. Лаар. Моделирование роста и продуктивности сельскохозяйственных культур. М.: Гидрометиздат, 1986. — 4. *Росс Ю.К.* Математическое моделирование продуктивного процесса и урожая. — В сб.: Программирование урожая с.-х. культур. М., 1975, с. 415—427. — 5. *Шатилов И.С., Замираев А.Г., Чаповская Г.В.* Фотосинтетическая деятельность зерновых культур в интенсивном севообороте в условиях Центрального Нечерноземья. — С.-х. биол., 1985, № 6, с. 3—13. — 6. *Шатилов И.С., Шаров А.Ф.* Фотосинтетическая деятельность овса в зависимости от уровня минерального питания. — Изв. ТСХА, 1984, вып. 3, с. 20—31. — 7. *Шатилов И.С., Полев Н.А., Силин А.Д., Замираев А.Г., Чаповская Г.В., Шаров А.Ф.* Математические модели процессов фотосинтетической деятельности и минерального питания ярового ячменя. — Вест. с.-х. наук, 1987, № 4, с. 42—49.

*Статья поступила 8 февраля 1996 г.*

## SUMMARY

On the basis of analysis of the results of experiments conducted for many years and regularities obtained, dynamic models of photosynthetic activity and mineral nutrition of plants have been developed for establishing forecasting connection between physiological and production processes in plants for practical application of interconnections in technologies of programmed oats cultivation.