

УДК 330.115:631.55

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ УРОЖАЙНОСТИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР

К. П. ЛИЧКО, Н. Ф. АБЕЛЬДЯЕВ

(Кафедра организации социалистических с.-х. предприятий)

В условиях развития коллективного подряда и совершенствования внутривладельческого расчета в колхозах, совхозах и других сельскохозяйственных предприятиях при обосновании прогнозов и плановой урожайности сельскохозяйственных культур может быть эффективно и широко применима экстраполяция, устанавливающая тенденции развития на перспективу на основе всестороннего анализа прошлого и настоящего. Экстраполяция в этом случае заключается в перенесении уже сложившихся связей и соотношений факторов, определяющих динамику урожайности, в будущее. Ее методы позволяют получить приемлемую точность расчетов для определенных отрезков времени, главным образом для прогнозирования на близкую перспективу. Основным их преимуществом является простота, ясный экономический смысл получаемых результатов, а также возможность осуществления расчетов на основе сравнительно небольшого объема информации. Кроме того, отсутствие иной информации, помимо отдельно рассматриваемых временных рядов, часто оказывается решающим условием при выборе экстраполяционных методов расчетов.

По данным ряда экономистов [3, 5], экстраполяцию целесообразно применять в том случае, когда предполагаемая тенденция изменения урожайности формируется под воздействием множества факторов самого разнообразного характера, причем в данный момент не представляется возможным выделить порознь их влияние. В связи с этим динамика урожайности связывается не с каким-либо конкретным фактором, а с течением времени. Экстраполяция здесь базируется на следующих допущениях:

— в текущий период изменение урожайности может быть с достаточным основанием охарактеризовано плавной траекторией — трендом, имеющим тенденцию к росту;

— общие условия, определяющие динамику урожайности в текущий период, не претерпят существенных изменений в будущем, т.е. уравнение тренда, выявленное на основе анализа тенденции на участке наблюдения временного ряда, остается неизменным и в тот период, для которого разрабатываются прогноз и план;

— отклонения фактических значений урожайности от линии тренда имеют случайный характер и распределяются по нормальному закону.

Сложность в применении экстраполяции связана главным образом с подбором кривой для описания наблюдаемой тенденции изменения

урожайности культур. Чем полнее и точнее установлена форма временной связи, тем более точными будут прогнозы. Но проблема выбора формы кривой заключается вовсе не в том, чтобы добиться полного описания исходных данных функцией, а в том, чтобы найти такую функцию, которая давала бы приемлемое согласование с имеющимися данными и при этом позволяла обеспечивать правдоподобное описание развития рассматриваемых показателей на будущее. Поэтому для повышения научной обоснованности и достоверности расчетов в практике внутрихозяйственного планирования урожайности желательнее проводить многовариантные вычисления с использованием различных экстраполярных методов.

Изучение рядов динамики урожайности в хозяйствах Московской области и их подразделениях [2, с. 7] показало, что при тесной связи рассматриваемых показателей со временем (при значении коэффициента корреляции в предположении линейной зависимости 0,7 и выше) достоверный прогноз можно получить при использовании аналитического выравнивания динамических рядов, под которым в данном случае понимается нахождение математической функции, наиболее точно описывающей тенденцию изменений.

При использовании этого способа расчетов наиболее ответственным этапом работы является выбор формы кривой, отражающей тенденцию. Хотя однозначных и исчерпывающих рекомендаций на этот счет еще не найдено, некоторые статистические приемы позволяют облегчить выбор формы временной связи (построение и анализ графика, метод разностей и др.).

Поскольку в производственных условиях динамика урожайности сельскохозяйственных культур бывает довольно сложной, ее не всегда удается выразить элементарными аналитическими функциями (прямая, парабола, логарифмика, гипербола и др.). В связи с этим приходится придерживаться более сложных сочетаний функций, использовать как бы комбинированные функции, например, $Y = A + Bt + Ce^{ct}$, $Y = A + B \ln t + Ct$ и др. Как правило, для повышения обоснованности и достоверности аналитического выравнивания, т. е. для более точного выявления имеющейся тенденции и продления ее действия на перспективу (прогноз), желательнее проводить вариантный расчет по нескольким функциям, а затем, используя экспертные и статистические оценки, определять лучшую форму связи.

Нами были проведены конкретные расчеты по динамическим рядам урожайности сельскохозяйственных культур для некоторых районов и хозяйств Подмосковья, а в отдельных из них (Клинский район) приняты для большинства культур за основу при разработке организационно-хозяйственных планов. В частности, установлен уровень урожайности озимой пшеницы на перспективу для совхоза «Нудольский» Клинского района Московской области. Предварительное изучение изменений урожайности этой культуры за 16-летний период показало, что тенденция ее роста неодинакова: сначала наблюдался ежегодный прирост, а затем колебания урожайности в пределах 25—30 ц/га, имели место и ее спады (во 2—4-й и в 14—15-й годы рассматриваемого периода). Все это свидетельствует о непростой форме связи. По всей вероятности, в состав аналитических функций, выравнивающих данный динамический ряд, наряду с компонентами роста (а таковыми компонентами могут быть линейная, логарифмическая, экспоненциальная и другие зависимости) должны входить также составляющие, которые позволяли бы улавливать периодические отклонения (их можно учесть при использовании в выравнивающих кривых тригонометрических функций). Для большей достоверности расчет должен быть многовариантным.

Анализ полученного динамического ряда позволил выявить 6 наиболее подходящих выравнивающих функций:

1) $Y = A + Bt$; 2) $Y = A + Bt + Ct^2$; 3) $Y = A + B \ln t$; 4) $Y = A + B/t + C \ln t$;

$$5) Y = A + B \ln t + C \operatorname{th} t; \quad 6) Y = A + B\sqrt{t} + C \sin t$$

(расшифровка обозначений дана в табл. 1). Характеристики параметров этих функций и выравненные значения урожайности представлены в табл. 1 и 2.

Прежде чем дать оценку выравнивания по отобранным аналитическим функциям, следует сделать пояснение, т. е. хотя бы кратко охарактеризовать динамику изменений урожайности озимой пшеницы в совхозе «Нудольский».

Для данного динамического ряда характерны невысокая вариация ($V=40,56\%$), тесная связь значений показателей со временем ($r=0,801$), наличие сильного влияния на урожайность ее уровня в предыдущем году (r_a , рассчитанный с условием сдвига на 1 год, равен 0,936). Последний параметр наиболее существенен для оценок выравнивающих кривых, так как без устранения автокорреляции неправомерно говорить о сложившейся тенденции, а следовательно, затруднительно давать прогноз, поскольку практически невозможно установить пределы колебаний прогнозных значений. Известно, что лишь при устранении автокорреляции возможны вероятностные и статистические оценки выравнивания и прогнозов [4, с. 178—185].

Выбранные аналитические функции (табл. 1 и 2) хорошо выравнивают исходный динамический ряд (коэффициент корреляции превышает 0,7), при этом существенно снижаются автокорреляции (r_a сокращается в 4 раза и более), его фактическое значение оказывается существенно меньше критического табличного значения, которое при 5% вероятности суждения равно 0,323. Таким образом, в рассмотренном примере все отобранные ранее функции пригодны для прогнозирования, т. е. с их помощью можно продлить сложившуюся тенденцию на ближайшую перспективу (например, на 5 лет) и найти наиболее вероятные пределы отклонений прогнозных значений урожайности озимой пшеницы. Однако это в определенном смысле лишь необходимые условия, а для обоснованного прогноза требуются еще и достаточные условия. Среди последних основным следует считать требование роста урожайности в прогнозируемый период (когда этого роста не наблюдается, прогнозирование теряет всякий смысл). Нужен логический анализ выравненных и продленных на прогнозируемый период значений.

Анализ прогнозных значений урожайности озимой пшеницы для совхоза «Нудольский», представленных в табл. 3, показывает, что не все функции отвечают достаточным условиям. Так, ветви параболы второго порядка направлены вниз, что свидетельствует о снижении урожайности в прогнозный период. Логарифмическая функция дает слишком пессимистические прогнозы: расчетная урожайность на 5-й год периода составляет 24,2 ц/га, хотя были годы, когда урожай достигали 30 ц/га и более. Линейная же функция, наоборот, дает очень оптими-

Т а б л и ц а 1

Характеристики выравнивающих функций для динамического ряда урожайности озимой пшеницы

Показатель	Аналитические функции					
	1	2	3	4	5	6
Коэффициент (r), индекс (i) корреляции	0,801	0,845	0,778	0,863	0,875	0,825
Коэффициент автокорреляции ряда отклонений ($r_a^{\text{отк}}$)	0,235	0,072	0,195	0,103	0,001	0,155
Свободный член уравнения (A)	8,365	3,244	4,613	-19,73	75,010	-0,437
Коэффициент при первом аргументе (B)	1,401	3,108	8,170	32,466	12,505	7,442
Коэффициент при втором аргументе (C)	—	-0,100	—	17,289	-80,11	0,267

Исходные и выравненные по аналитическим функциям данные об урожайности озимой пшеницы (ц/га)

Время (t)	Фактическая урожайность (У)	Урожайность, выравненная по функциям					
		1	2	3	4	5	6
1	13,8	9,8	6,3	4,6	12,7	14,0	7,2
2	8,0	11,2	9,1	10,3	8,5	6,5	0,3
3	8,0	12,6	11,7	13,6	10,1	9,0	12,5
4	8,3	14,0	14,1	15,9	12,4	12,3	14,2
5	11,4	15,4	16,3	17,8	14,6	15,0	15,9
6	15,7	16,8	18,3	19,3	16,7	17,3	17,7
7	26,6	18,2	20,1	20,5	18,6	19,2	19,4
8	18,8	19,6	21,7	21,6	20,3	20,9	20,9
9	30,3	21,0	23,1	22,6	21,9	22,4	22,0
10	24,2	22,4	24,3	23,4	23,3	23,7	23,0
11	31,1	23,8	25,3	24,2	24,7	24,9	24,0
12	25,1	25,2	26,1	24,9	25,9	26,0	25,2
13	27,7	26,6	26,7	25,6	27,1	27,0	26,5
14	22,1	28,0	27,1	26,2	28,2	27,9	27,7
15	21,3	29,4	27,3	26,7	29,3	28,8	28,6
16	32,0	30,8	27,3	27,3	30,2	29,6	29,3

стический прогноз. При использовании прямой линии урожайность зерна в конце прогнозного периода должна увеличиться на 18 % по сравнению с максимальной в настоящее время, что сомнительно хотя бы потому, что в последние годы урожайность озимой пшеницы значительно колебалась, да и автокорреляция не устранена в той степени, как это достигается при использовании комбинированных функций:

$$Y = -0,44 + 7,4 \sqrt{t} + 0,27 \sin t \quad (6); \quad Y = -19,7 + 32,46/t + 17,3 \ln t \quad (4);$$

$$Y = 75 + 12,5 \ln t - 80,1 \ln t \quad (5).$$

Последние две функции более предпочтительны уже потому, что имеют более тесную связь и лучше улавливают автокорреляцию. Прогнозные значения урожайности озимой пшеницы на конечный год пятилетия различаются незначительно — соответственно 34,5 и 33 ц/га, а предельные ошибки прогнозов¹ составляют 4,9 и 4,7 ц/га. Однако если мы будем рассчитывать ошибку не на конкретный год, а, скажем, в среднем на пятилетие, то ее значение будет в $\sqrt{5}$ раз меньше — 2,2 и 2,1 ц/га.

Приведенный пример прогнозирования урожайности озимой пшеницы в хозяйстве на основе аналитического выравнивания динамического ряда данного показателя свидетельствует о возможности правильного

Таблица 3

Прогноз урожайности озимой пшеницы (ц/га) *

Порядковый номер года (N)	Прогноз урожайности по функциям (Yt + τ)					
	1	2	3	4	5	6
1	32,19	27,06	27,76	31,17	30,33	29,29
2	33,59	26,66	28,23	32,05	31,04	30,94
3	34,99	26,05	28,67	32,89	31,72	32,04
4	36,39	25,24	29,09	33,69	32,36	33,09
5	37,79	24,23	29,87	34,46	32,97	33,89

* Расчетные значения определялись таким образом: для прямой линии (1) $Y_{17} = 8,365 + 1,401(16+1) = 32,19$, для параболы (2) $Y_{17} = 3,244 + 3,108(16+1) - 0,1(16+1)^2 = 27,06$ и так далее.

¹ Предельная ошибка рассчитывается по формуле $\Delta = t_{\alpha} \sigma_{ост}$, где t_{α} — доверительный интервал (при 68 % достоверности результатов равен 1); $\sigma_{ост}$ — среднее квадратическое отклонение, найденное извлечением квадратного корня из остаточной вариации.

подхода в выборе формы определения временной зависимости для установления по ней прогнозных значений на перспективу с расчетом предельных ошибок прогнозов. Последнее наиболее важно при обосновании плановых значений урожайности: чем меньше колебания прогнозных значений и выше вероятность их предсказания, тем более достоверные, реальные планы можно разрабатывать в каждом сельскохозяйственном предприятии и его подразделениях.

Достоверность прогнозных оценок урожайности сельскохозяйственных культур тем выше, чем точнее выявлена временная связь (в виде аналитической функции, где аргументом является время t) и больше теснота этой связи. Если коэффициент (индекс) корреляции при использовании аналитического выравнивания равен 0,7 и выше (т. е. 50 % вариации определяется найденной временной зависимостью), то ошибки прогнозов, определенные по формулам расчетов в малых выборках [1, с. 22—24], как правило, не превышают $1/4$ — $1/5$ части размаха вариации (разницы между максимальным и минимальным значениями) показателей в динамических рядах урожайности, что вполне приемлемо для прогнозных расчетов. Но когда устанавливаемая временная зависимость показателей урожайности умеренная и коэффициент корреляции, рассчитанный в предположении линейности изменений, находится в пределах от 0,3 до 0,7, аналитическое выравнивание динамических рядов с целью определения лучших форм связи и расчета по ним прогнозных значений становится малоэффективным. Происходит это главным образом потому, что с ростом остаточной (неустановленной, случайной) вариации возрастает предельная ошибка прогнозов, которая достигает таких значений, когда предельные колебания прогнозных уровней урожайности приближаются к минимальным и максимальным значениям при изучении динамики рассматриваемых показателей. В этом случае для обоснования прогнозных и плановых значений урожайности сельскохозяйственных культур, как показали многочисленные расчеты по динамическим рядам изучаемых показателей хозяйств Подмосковья [2, с. 7], желательно использовать экспоненциальное сглаживание — вид выравнивания особенно сильно колеблющихся динамических рядов в целях последующего их прогнозирования.

Экспоненциальное сглаживание позволяет давать обоснованные прогнозы на основании рядов динамики, имеющих умеренную связь во времени, и обеспечивает большой учет показателей, достигнутых в последние годы. Сглаживание временного ряда проводится с помощью взвешенной скользящей средней, в которой веса подчинены экспоненциальному закону. Использование данного метода расчетов основывается на предположении, что расчетный период качественно сходен с последним отрезком исследуемого периода. Сглаженные значения находятся в процессе цепочных поэтапных вычислений по формулам [3, с. 89—95], в результате чего определяется уравнение прогноза, по которому устанавливаются проектируемые значения урожайности и определяется ошибка прогнозов. Результаты расчетов в значительной мере зависят от выбора параметра сглаживания α . В случае малых значений при прогнозировании учитываются все прошлые наблюдения, в случае больших — в основном последние.

Существуют различные подходы к выбору параметра сглаживания α . Наиболее простым, на наш взгляд, является определение α как величины, очень близкой к обратному значению параметра сглаживания P при расчете скользящих средних. Исходя из этого можно находить α как $1/P$. Принимая во внимание возможность последовательного изменения P от наименьшего значения ($P=2$) до получения как минимум трех скользящих средних ($P=N-2$) при сглаживании какого-либо динамического ряда, можно определить несколько значений P , выполнить вариантный расчет, а затем выбрать лучший вариант по минимальной сумме квадратов отклонений сглаженных и исходных данных, наиболее полному устранению автокорреляции (на основе анализа значений r_a ряда отклонений) и некоторым другим критериям. Следует

отметить, что при выборе оптимального варианта весьма важным является логический анализ прогнозного уравнения. Если при перенесении на будущее выявленной тенденции отмечается снижение урожайности сельскохозяйственных культур, использовать экстраполяцию по методу экспоненциального сглаживания нецелесообразно. В этом случае следует применять другие методы экстраполяции или принципиально иные методы прогнозирования (экспертные оценки, балансовый метод, производственные функции и др.).

При выполнении расчетов по методу экспоненциального сглаживания желательно предполагать линейную и параболическую тенденции. Однако использовать параболу второго порядка нужно осторожно, так как коэффициент при квадрате аргумента в уравнении параболы часто оказывается отрицательным (ветви параболы в этом случае направлены вниз) и прогнозируемые показатели могут снижаться. Так, при анализе динамического ряда урожайности ячменя в совхозе «Усагинский» Клинского района Московской области (за 13 лет) было установлено, что он имеет умеренную связь со временем (в случае линейного характера изменений $r=0,495$). Однако проведенные многовариантные расчеты по методу экспоненциального сглаживания в предположении как линейной, так и параболической тенденции изменений (число вариантов для каждого приема вычислений равно 10, потому что параметр α определялся как $1/P$, а P изменялось от 2 до $(N-2)$; $(N=13)$ показали, что использовать в целях прогнозирования урожайности данной культуры параболу нельзя вследствие того, что уравнение, найденное на последнем этапе экспоненциального сглаживания, имеет отрицательный коэффициент при квадрате аргумента. В случае линейной тенденции экспоненциальное сглаживание дает более обнадеживающие результаты: меньше остаточная вариация, полнее устраняется автокорреляция. Подтверждением такого заключения являются частичные результаты расчетов, представленные в табл. 4 (6 лучших вариантов из 20 отобранных по минимальным значениям остаточной вариации и r_α рядов отклонений).

Разница между параметрами экспоненциального сглаживания (α) при линейной тенденции незначительна (табл. 4), поэтому параметры уравнений прогноза достаточно близки. Для рассмотренного примера в соответствии с прогнозом на 5 лет урожайность ячменя при $\alpha=0,111$ ($P=9$) будет равна 28,3 ц/га, при $\alpha=0,143$ ($P=7$) — 27,9 ц/га, при $\alpha=0,125$ ($P=8$) — 28,2 ц/га. Предельная ошибка прогноза, рассчитанная по формуле

$$\Delta = \sigma \sqrt{2\alpha + 3\alpha^2 - 3\alpha^2 M},$$

где M — период прогноза, равный в данном случае 5 годам, σ — среднеквадратическое отклонение из остаточной дисперсии составит соответственно 3,7; 3,5 и 3,6 ц/га. С целью прогнозирования можно использовать любой из трех представленных вариантов, так как различия между ними невелики, но при этом прогнозные значения не должны быть выше предельно допустимых. В рассмотренном случае уровни урожайности 28 и 30 ц/га можно использовать как прогнозные, в то время как уровень 35 ц/га уже не отвечает указанному выше требованию ($28,3+3,7 < 35$).

Как уже отмечалось ранее, при экспоненциальном сглаживании временных рядов и прогнозировании на основе такого сглаживания многое зависит от значения α . В принципе его выбор произволен при условии, что $0 \leq \alpha < 1$. Чем ближе значение α к 1, тем меньшее влияние на сглаженное значение оказывают уровни урожайности предыдущих лет, и наоборот. Это весьма важно для расчета прогнозных значений, так как само уравнение прогноза определяется в результате сглаживания последнего значения в анализируемом временном ряду и на коэффициенты его влияет динамика, особенно уровни последних лет. Чем ближе параметр α к 1, тем это влияние существеннее. И если прогно-

Характеристики выравнивания динамического ряда урожайности ячменя методом экспоненциального сглаживания

Показатель	Параболическая тенденция			Линейная тенденция		
	варианты					
	1	2	3	1	2	3
Параметр экспоненциального сглаживания (α)	0,100	0,091	0,143	0,111	0,125	0,143
Остаточная вариация	460,80	427,69	339,62	396,12	382,57	359,48
Коэффициент автокорреляции ряда отклонений (r_a)	0,292	0,218	0,189	-0,082	0,090	0,057
Уравнение прогноза:						
свободный член	23,543	24,020	22,130	23,710	23,606	23,468
коэффициент при 1-м аргументе	0,185	0,290	-2,090	0,922	0,908	0,887
коэффициент при 2-м аргументе	-0,203	-0,198	-0,229	—	—	—

зирование осуществляется на основании динамических рядов, свидетельствующих о первоначальном росте и последующем снижении показателей, прогноз может быть (и бывает, как показали исследования, при значении α , близком к 1) весьма пессимистическим. В таких случаях желательно уменьшать значение α . Удельный вес показателей прошлых лет при этом увеличится, и прогноз будет более реальным.

Часто ряды динамики характеризуются резкими колебаниями показателей по годам. Такие ряды, как правило, имеют слабую связь со временем и не обнаруживают тенденции к росту или снижению. Методы аналитического выравнивания и экспоненциального сглаживания в этом случае малоэффективны, так как достоверность расчетов резко падает. Доверительные границы прогноза порой оказываются шире колебаний показателя в ряду динамики.

При прогнозировании урожайности культур на основе сильно колеблющихся временных рядов, особенно таких, у которых коэффициент корреляции в предположении линейности изменений меньше 0,3, можно использовать метод скользящих средних, позволяющий определять среднее прогнозное значение для планового периода в целом.

В этом случае прежде всего определяется то значение интервала скользящего (P), которое обеспечивает взаимное погашение случайных отклонений во временном ряду. Выбор значения интервала должен осуществляться с учетом особенностей динамики урожайности, а также периодов развития сельскохозяйственного производства (до Великой Отечественной войны, после войны до 1965 г. и т. д.). Если наблюдается определенная цикличность изменений показателей, интервал скользящего должен быть равен продолжительности цикла. При отсутствии цикличности в изменении показателей в целях повышения достоверности желательно производить вариантный расчет при меняющемся параметре скользящего.

Например, при анализе динамического ряда урожаев сена, полученных с естественных сенокосов на Рыболовском производственном участке колхоза «Борец» Раменского района Московской области (за 15-летний период), было установлено, что данный ряд имеет слабую связь со временем ($r=0,267$). Чередование подъемов и спадов, особенно резких в последние годы (табл. 5), затрудняет анализ изменений урожайности и ее прогнозирование. Для элиминирования случайных колебаний здесь целесообразно использовать скользящие средние. Параметр скользящего выбрать трудно, так как продолжительность периодов между годами повышения и снижения урожайности различна; имеются слабо выраженная двух- и трехлетняя цикличность изменений и резкое снижение урожайности через 9 и 11 лет, что, по-видимому, объясняется изменением природных условий в соответствии с 11-летним циклом солнечной активности.

Выравненные по скользящим средним значениям урожайности сенокосов (ц/га)

Номер года	Исходные значения	Выравненные значения при разных величинах параметра скользящего					
		P=2	P=3	P=5	P=7	P=9	P=11
1	16,0	18,0	20,5	22,8			
2	20,0	22,8	23,5	24,8	22,9		
3	25,6	25,3	26,1	24,9	24,1	22,2	
4	25,0	26,3	26,2	24,6	23,3	23,1	20,9
5	27,6	26,8	24,6	22,6	23,2	21,6	21,7
6	26,0	23,1	23,5	22,0	20,5	21,5	22,5
7	20,1	22,3	19,7	18,0	20,1	21,9	22,9
8	24,4	19,6	21,2	19,0	20,4	22,1	23,5
9	14,7	19,7	15,1	19,7	21,8	22,8	
10	24,6	15,4	18,6	22,7	22,9		
11	6,1	15,6	19,8	24,2			
12	25,0	26,6	27,6				
13	28,2	29,0	30,0				
14	29,7	31,0					
15	32,2						

Из анализа расчетных данных табл. 5 следует, что при увеличении значений P сглаженный ряд становится более плавным (по закону больших чисел), поэтому можно воспользоваться аналитическим выравниванием усредненного ряда для последующего прогнозирования. А в связи с тем что увеличение значений P приводит к укорочению сглаженного ряда, его значение, как показали исследования сильно колеблющихся динамических рядов урожайности, необходимо брать в пределах $N/2 \leq P \leq (N-2)$, где N — длина исходного ряда. Если анализируется временной ряд за 13 и более лет, целесообразно использовать 11-летнюю скользящую среднюю, так как при этом учитывается цикл солнечной активности. В качестве функций, используемых для выравнивания уже сглаженного исходного ряда, целесообразно выбирать такую, которая характеризовалась бы минимальной остаточной дисперсией или остаточным среднеквадратическим отклонением. Выявив таким образом тенденцию средних значений, следует дать ей оценку и в том случае, если она возрастающая, продлить ее действие на перспективу, на основе чего определить прогнозное значение урожайности.

Для рассмотренного примера возьмем $P=11$, а в качестве выравнивающей функции сглаженного ряда — прямую линию (коэффициент корреляции $r=0,9999$ больше, чем при выравнивании по другим элементарным функциям). Уравнение, найденное по способу наименьших квадратов, будет иметь вид: $Y_1=20,38+0,64M$ ($M=1, 2, \dots, 5$). Решив его, в перспективе получаем $Y_6=24,22$; $Y_7=24,86$, $Y_8=25,50$; $Y_9=26,14$ и т. д. После выявления тенденции изменений средних значений и определения прогнозных значений можно найти перспективную урожайность сенокосов. При каждом сдвиге из расчетов исключается одно значение слева и добавляется одно значение справа. К примеру, последняя скользящая средняя в сглаженном ряду ($\bar{Y}=23,50$) определена следующим образом:

$$\bar{Y}_5 = \frac{Y_5 + Y_6 + \dots + Y_{15}}{11} = \frac{27,6 + 26,0 + \dots + 32,2}{11} = 23,50$$

(см. табл. 5). Следующая (прогнозная) скользящая средняя рассчитывается по формуле:

$$Y_6 = \frac{Y_6 + Y_7 + \dots + Y_{16}}{11} = \frac{26,0 + 20,1 + \dots + x}{11} = 24,22,$$

где Y_{16} — неизвестная урожайность сенокосов в первый год прогнозного периода. После проведения преобразований $Y_{16}=35,42$. Для опреде-

ления Y_{17} берется скользящая средняя Y_7 , в формуле которой Y_{16} уже будет известной величиной. Подставив исходные значения показателей, получаем $Y_{17}=33,04$. Аналогично рассчитываются все последующие значения ($Y_{18}=27,14$; $Y_{19}=31,44$; $Y_{20}=21,74$ и т. д.). Однако применять расчетные значения для точечного прогноза (на конкретный год) нужно осторожно в связи с высокой вариацией показателей в анализируемом динамическом ряду. Использование для нахождения доверительных границ прогноза на конкретный год формулы расчета предельной ошибки через среднеквадратическое отклонение ($\Delta = t_\alpha \sigma$, где t_α — уровень вероятности суждения; при $t_\alpha = 1$ он равен 68 %, при $t_\alpha = 2$ — 95 %) свидетельствует о весьма широких пределах колебания урожайности, так как в данном примере $\sigma = 6,5$. Даже в случае 68 % вероятности суждения разница между максимальным и минимальным уровнями урожайности в прогнозный год составит 13 ц/га, что существенно снижает достоверность перспективных расчетов. При прогнозировании среднего показателя доверительные границы значительно меньше, поскольку среднеквадратическая ошибка средней величины в \sqrt{M} раз меньше ошибки отдельного прогнозного значения (M — длина прогнозного периода). В рассмотренном примере предельная ошибка пятилетней средней равна $2,9 \left(\Delta = \frac{\sigma}{\sqrt{M}} = \frac{6,5}{\sqrt{5}} \right)$, а средняя прогнозная урожайность составляет $29,75 \pm 2,9$ ц/га. Достоверность такого прогноза существенно выше, чем в случае отдельных значений.

Подобные исследования динамики урожайности являются многовариантными, а расчеты их довольно трудоемкими. Для облегчения расчетов и получения более точных результатов был разработан для ЭВМ специальный алгоритм и программа его реализации. Автоматизированный расчет позволяет выводить на АЦПУ три группы информации по вероятным прогнозным уровням урожайности.

При высоком коэффициенте корреляции ($r \geq 0,7$) прогнозирование проводится по 44 аналитическим функциям. Приоритет определяется в порядке убывания остаточной вариации с учетом возрастающего коэффициента корреляции. Учитывается коэффициент автокорреляции, который у выбранных функций должен быть меньше табличного [2, с. 56]. Вторая группа информации содержит данные по прогнозированию урожайности с помощью экспоненциального сглаживания; третья — с помощью скользящих средних.

Многовариантные исследования достаточно больших рядов динамики показывают, что наиболее достоверные результаты могут быть получены при прогнозировании урожайности на уровне производственного подразделения (табл. 6), так как только здесь достигается каче-

Таблица 6

Результаты прогнозирования урожайности озимой пшеницы в первой тракторно-полеводческой бригаде колхоза «Борец»

Вариант прогноза	Исходный ряд (лет)	r	Функция (прием) прогноза	Прогнозируемый уровень урожайности по годам, ц/га						
				1	2	3	4	5	6	7
I	1936—1983 (48)	0,730	Парабола	42,1	42,8	43,5	44,2	44,9	45,6	46,4
II	1946—1983 (38)	0,693	Прямая	42,3	43,0	43,7	44,3	45,0	45,7	46,4
III	1956—1983 (28)	0,589	Экспоненциальное сглаживание	42,7	44,1	45,4	46,7	48,1	49,4	50,7
IV	1966—1983 (18)	0,109	Скользящие средние при $P=15$	40,0	41,4	41,7	42,1	42,4	42,9	43,2
V	1976—1983 (8)	0,001	То же при $P=2$	46,7	47,1	47,4	47,8	—	—	—

Примечание. Для параболы $Y = 13,31 + 0,468t + 0,002t^2$; для прямой $Y = 15,90 + 0,677t$; для экспоненциального сглаживания $Y = 41,41 + 1,33t$, при $\alpha = 0,33$.

ственная сопоставляемость в динамике земли, труда, основных и оборотных фондов.

Результаты прогнозирования урожайности озимой пшеницы и других зерновых культур, урожайность которых сильно варьировала в последние годы, свидетельствуют о необходимости во всех случаях увеличивать исходный ряд динамики. В первых трех вариантах расчетов прогнозные показатели довольно близки к фактически полученной урожайности в 1984 г. (42,6 ц/га).

Проведенное исследование динамических рядов урожайности сельскохозяйственных культур в хозяйствах Подмосковья и их производственных подразделениях показало, что, определив коэффициент корреляции значений рядов со временем в предположении линейности изменений, можно по его значению сравнительно быстро и с более высокой вероятностью ориентироваться в выборе того или иного метода экстраполяции для прогнозирования урожайности. При значении $r \geq 0,7$ для прогноза желательнее использовать описанный выше прием аналитического выравнивания, при $0,3 \leq r < 0,7$ лучше применять экспоненциальное сглаживание, а при $r \leq 0,3$ более достоверные данные можно получить, если применять выравнивание временных рядов по скользящим средним с целью последующего их прогнозирования и нахождения на этой основе перспективных значений показателей. Конечно, это не означает, что предлагаемый подход является наиболее правильным и эффективным способом обоснования реальных прогнозных и плановых значений урожайности. Однако исследования и многочисленные расчеты позволили выработать рекомендации, использование которых уже помогло в работе по совершенствованию перспективного и внутрихозяйственного планирования колхозов и совхозов Московской области.

В настоящее время при наличии счетной техники в хозяйствах, особенно такой, которая может работать в автоматическом или программном режимах (мини- и микро-ЭВМ), и высокой квалификации кадров практически в каждом сельскохозяйственном предприятии можно делать (причем довольно быстро) предлагаемые многовариантные расчеты в целях повышения качества составляемых планов и прежде всего внутрихозяйственных (производственных планов ферм, хозрасчетных заданий бригадам и др.).

Предлагаемые в статье подходы прогнозирования урожайности могут быть использованы во взаимосвязи с другими существующими методами и приемами при условии, что все получаемые результаты будут подвергаться строго экспертной оценке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гатаулин А. М. Методическое пособие по математической статистике. Разд. II. М., ТСХА, 1970. — 2. Личко К. П., Абелдяев Н. Ф. Методические указания по прогнозированию урожайности с.-х. культур и продуктивности животных (экстраполяционные приемы). М., ТСХА, 1983. — 3. Маннеля А. И., Нагнибеда Н. Н. и др. Динамика урожайности с.-х. культур

в РСФСР. М.: Статистика, 1972. — 4. Политова И. Д. Дисперсионный и корреляционный анализ в экономике. М.: Колос, 1978. — 5. ЭВМ в управлении с.-х. производством. / Под ред. Соколова В. В. М.: Статистика, 1975.

Статья поступила 20 января 1985 г.