

УДК 631.8.001.2

ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ ПОЛЕВЫХ ОПЫТОВ С УДОБРЕНИЯМИ

И. А. РУБАНОВ, А. М. ЛЫКОВ

(Кафедра земледелия и методики опытного дела)

Перед опытной работой в системе Государственной агрохимической службы страны стоит вполне конкретная задача: определить оптимальные нормы минеральных удобрений под основные сельскохозяйственные культуры для различных почвенно-климатических зон страны и нормативы их затрат для получения единицы урожая.

Она может быть решена, если удастся определить: какая из схем полевого опыта наиболее приемлема в условиях сельскохозяйственных предприятий и как распределить полевые опыты по территории страны, чтобы оценить влияние почвенно-климатических и хозяйственных факторов на эффективность удобрений.

При решении задачи особое внимание уделяется понятию «оптимальная норма удобрения». Использование математического максимума в качестве оптимальной нормы не вполне оправдано по следующей причине. В области математического максимума, как правило, возможны значительные колебания норм внесения минеральных удобрений, в пределах которых урожай практически не изменяется [1]. Это нередко ведет к необоснованному завышению норм минеральных удобрений, что, в свою очередь, определяет нерациональное их использование и загрязнение окружающей среды. По указанной причине оптимальную норму x можно получить из уравнения

$$\hat{x} = x_m - \alpha s(x_m), \quad (1)$$

где x_m — норма, при которой получен максимальный урожай; $s(x_m)$ — ошибка предсказания нормы x_m ; α — коэффициент, значение которого исследователь выбирает исходя из характера решаемой задачи.

В настоящее время метод производственных функций является основным при изучении оптимальных норм минеральных удобрений. Поэтому схема полевого опыта должна давать возможность построить производственную функцию урожайности по опытным данным.

На приведенном графике производственной функции урожайности (рисунок) кривая урожайности характеризуется тем, что несимметрична относительно точки В, обозначающей максимальное значение показателя, и что существует участок кривой АВ, где функция урожайности может быть представлена уравнением вида [11].

$$y = \theta_0 + \theta_1 x - \theta_2 x^2, \quad (2)$$

здесь y — урожайность культуры; x — норма удобрения; $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ — коэффициенты.

Так как уравнение (2) достаточно хорошо приближает опытные данные на участ-

ке АВ, то для построения кривой урожайности достаточно иметь 3 уровня по каждому из применяемых видов удобрений. В дальнейшем варианты схемы опыта будем обозначать следующим образом: первая цифра указывает уровень азотных удобрений, вторая — фосфорных, третья — калийных.

Исходя из сказанного можно предложить следующие схемы полевых опытов для трех видов удобрений, где каждый изучается на трех уровнях.

С х е м а 1

000	.	.	.	101	.	.	.
.	110	.	011	111	211	.	112 212
.	.	.	.	121	221	.	122 222

При построении этой схемы предполагалось, что оптимальная точка находится между уровнями 1 и 2. Варианты 111, 211, 121, 221, 112, 212, 122, 222 образуют полную факториальную схему $2 \times 2 \times 2$, которая позволяет оценить взаимодействия между видами удобрений в наиболее важной области схемы опыта [9]. Она позволяет вычислить коэффициенты производственной функции урожайности вида:

$$y = \theta_0 + \theta_1 N + \theta_2 P + \theta_3 K + \theta_{11} N^2 + \theta_{22} P^2 + \theta_{33} K^2 + \theta_{12} NP + \theta_{13} NK + \theta_{23} PK, \quad (3)$$

где N, P, K — нормы соответственно азотных, фосфорных и калийных удобрений; $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{23}$ — коэффициенты.

Вместе с тем схема 1 обладает одним недостатком: точность оценки взаимодействий между видами удобрений выше, чем кривых урожайности.

Схема 2 лишена этого недостатка и поэтому предпочтительнее в исследованиях.

С х е м а 2

000	.	.	.	101	.	.	202
.	110	.	011	111	211	.	112 212
.	.	.	220	.	121	221	022 122 222

Схема 2 более сбалансирована, чем предыдущая. Она позволяет получить по две кривых урожайности для каждого вида удобрений на высоких уровнях двух других и оценить их взаимодействия в области, где ожидается оптимальная точка урожайности, допускает вычисление коэффициентов уровня (3) и позволяет выделить две подсхемы (А и В) 8 вариантов в каждой (схема 2а).

С х е м а 2 а

А	000	101	110	011	111	211	112	121
В	000	202	212	220	221	022	122	222

Эти подсхемы могут рассматриваться как самостоятельные схемы опыта. Они дают возможность построить кривые урожайности для каждого вида минеральных удобрений [11].

В связи с расширением задач, решаемых в полевом опыте с удобрениями, возникает необходимость подбора кривой урожайности к экспериментальным данным во всем интервале варьирования уровней факторов, так как уравнение (3) неадекватно отражает зависимость урожайности культур от видов и норм удобрений в рассматриваемой области (см. рисунок). Более того, оптимальная норма удобрения в сильной степени зависит от вида производственной функции урожайности [10]. По этим причинам подбор «наилучшей» производственной функции урожайности весьма актуален, но это ведет к увеличению числа изучаемых уровней каждого фактора и, следовательно, к усложнению схемы опыта.

В настоящее время исследователями предложено достаточное число схем полевых опытов, которые дают возможность оценить коэффициенты производственной функции урожайности и получить надежные результаты [2, 5, 6, 7]. Общим недостатком этих схем является большое число вариантов, которые трудно реализовать в производственных условиях. Отсюда вытекает целесообразность разработки схемы полевого опыта, которая позволяет подобрать вид производственной функции урожайности — удобрения и содержит минимальное число вариантов (не больше 20). В связи с этим нами предлагается некоторая модификация традиционной схемы (схема 3).

Схема 3

1.	0	0	0	9.	1	4	4	15.	4	4	1
2.	4	0	0	10.	2	4	4	16.	4	4	2
3.	0	4	0	11.	3	4	4	17.	4	4	3
4.	0	0	4	12.	4	1	4	18.	5	4	4
5.	4	4	0	13.	4	2	4	19.	4	5	4
6.	4	0	4	14.	4	3	4	20.	4	4	5
7.	0	4	4								
8.	4	4	4								

В указанной схеме содержится 20 вариантов, но может быть и 17 при исключении последних трех. Она может быть разбита на четыре блока (схема 3а): блок А — полная факториальная схема $2 \times 2 \times 2$, в блоках Б, В и Г изучается 5 возрастающих норм соответственно азотных, фосфорных и калийных удобрений на фонах 044, 404, и 440. Ожидаемая оптимальная норма удобрений должна находиться между уровнями 3 и 5.

Схема 3а

Блок А	Блок Б	Блок В	Блок Г
0 0 0 (1)	0 0 0	0 0 0	0 0 0
4 0 0 (N)	0 4 4	4 0 4	4 4 0
0 4 0 (P)	1 4 4	4 1 4	4 4 1
0 0 4 (K)	2 4 4	4 2 4	4 4 2
4 4 0 (NP)	3 4 4	4 3 4	4 4 3
4 0 4 (NK)	4 4 4	4 4 4	4 4 4
0 4 4 (PK)	5 4 4	4 5 4	4 4 5
4 4 4 (NPK)			

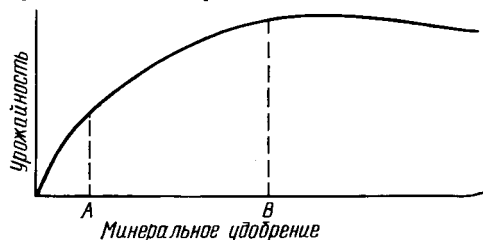
При обработке результатов опытов, полученных по схеме 3 (или 3а) будем считать, что блоки Б, В и Г позволяют подобрать вид производственной функции урожайности по каждому виду удобрений и оценить их оптимальные нормы. Полученные оптимальные нормы будут близки к истинным, так как они получены при фоновых нормах, достаточно близких к оптимальным.

При оценке прироста урожайности от внесения оптимальных норм отдельных видов удобрений и полного минерального удобрения возникают трудности из-за наличия эффекта взаимодействия удобрений с соответствующими фонами, который может быть значительным при вычислении прироста урожайности от оптимальных норм. В табл. 1 приведены значения эффекта взаимодействия минеральных удобрений с соответствующими фонами при разном плодородии участков, полученные в опытах с картофелем [3] и ячменем [4]. Вычисление эффектов взаимодействия минеральных удобрений с соответствующими фонами производилось следующим образом. Из схемы, включающей 81 вариант, выделялась полная факториальная схема 2×2 , где факторы (например, фон РК и N как изучаемый вид удобрений) имели два уровня — 0 и 6. Эту факториальную схему можно представить в виде: 000, 600, 066, 666. Эффект взаимодействия получали по алгоритму, описанному в работе [9]. Из табл. 1 следует, что его значения падают с повышением плодородия участка. Следовательно, взаимодействие наиболее сильно проявляется вблизи низких норм удобрений, а затем с приближением к оптимальной норме уменьшается. Эта особенность эффекта взаимодействия минеральных удобрений используется зарубежными исследователями при разработке схем полевых опытов с удобрениями [1].

Ход вычисления прироста от оптимальных норм удобрений в опыте по схеме 3 (или 3а) следующий. По результатам опыта получаем коэффициенты производственных функций урожайности для блоков Б, В и Г. В случае уравнения с квадратным корнем имеем

$$y(x) = v_0 + v_1 x^{0.5} - v_2 x. \quad (4)$$

По (4) вычисляем оптимальную норму удобрения и соответствующую ей прибавку урожайности на фоне.



Зависимость урожайности сельскохозяйственной культуры от норм минеральных удобрений.

Т а б л и ц а 1

Эффект взаимодействия удобрений с соответствующими фонами при разном плодородии участков (ц/га)

Факторы взаимодействия	Картофель			Ячмень		
	плодородие участка					
	000	111	222	000	111	222
Н с фоном						
РК	19	9	6,6	1,8	0,2	— 0,4
Р с фоном						
НК	18,6	9	6,6	3,2	1,2	0
К с фоном						
НР	0	0	0	0	1,2	0,4

Значение прибавки урожайности по отношению к этому показателю, полученному по фону плодородия, рассчитываем по формуле

$$\Delta y(x) = y(\hat{x}) - y_{\phi} - \beta(\hat{x}), \quad (5)$$

где Δy — прибавка урожайности, $y(\hat{x})$ — урожайность при оптимальной норме, рассчитанная по уравнению (4); y_{ϕ} — урожайность в варианте с фоновыми нормами; $\beta(x)$ — эффект взаимодействия оптимальной нормы с фоном.

Значение $\beta(x)$ определяется по результатам опыта с использованием следующих формул:

для блока В

$$\beta(N) = 1/2[(1) + (NPK) - (N) - (PK)], \quad (6)$$

где (1), (NPK), (N), (PK) — урожайность в соответствующих вариантах опыта:

для блока В

$$\beta(P) = 1/2[(1) + (NPK) - (P) - (NK)], \quad (7)$$

для блока Г

$$\beta(K) = 1/2[(1) + (NPK) - (K) - (NP)]. \quad (8)$$

Прибавка урожайности для любых норм минеральных удобрений может быть рас-

считана по следующей формуле (для N, P и K):

$$\Delta y = [b_1^N N^{0,5} - b_2^N N - \beta(N)] + [b_1^P P^{0,5} - b_2^P P - \beta(P)] + [b_1^K K^{0,5} - b_2^K K - \beta(K)], \quad (9)$$

где b_1^i , b_2^i = NPK — коэффициенты соответствующих уравнений (4).

Рассмотрим пример [3]. Опыт с картофелем, заложенный на Смоленской опытной станции в 1967 г., включал 81 вариант различных сочетаний норм N, P и K. Часть этих вариантов отобрали для составления схемы За. Урожайность в отсутствующих вариантах определяли по производственной функции из работы [3].

По результатам опыта (табл. 2) были рассчитаны производственные функции урожайности:

для блока В

$$y(N) = 167,9 + 62,297N^{0,5} - 8,095N, \quad (10)$$

для блока В

$$y(P) = 207,8 + 16,983P^{0,5} + 3,717P, \quad (11)$$

для блока Г

$$y(K) = 212,2 + 14K^{0,5} + 4,416K. \quad (12)$$

Так как оптимальные нормы удобрений выше изучаемых в опыте, то в качестве оптимальных возьмем максимальные нормы, т. е. 888.

Используя результаты по блоку А (табл. 2), рассчитаем поправочные коэффициенты $\beta(x)$ по формулам (6), (7) и (8): $\beta(N) = 8,5$; $\beta(P) = 3$; $\beta(K) = 11,5$.

Вычисленные по формуле (5) прибавки урожайности от оптимальных норм равны

$$\Delta y(N) = 279,3 - 168 - 8,5 = 102,8;$$

$$\Delta y(P) = 285,6 - 208 - 3 = 74,6;$$

$$\Delta y(K) = 287,1 - 212 - 11,5 = 63,6.$$

Прибавка от полного минерального удобрения

$$\Delta y = \Delta y(N) + \Delta y(P) + \Delta y(K) = 241.$$

Т а б л и ц а 2

Схема* и результаты опыта с картофелем

Блок А		Блок Б		Блок В		Блок Г	
Варианты	урожайность, ц/га	варианты	урожайность, ц/га	варианты	урожайность, ц/га	варианты	урожайность, ц/га
000 (1)	77	000	77	000	77	000	77
600 (N)	164	066	168	606	208	660	212
060 (P)	135	266	239	626	238	662	242
006 (K)	114	466	261	646	258	664	257
660 (NP)	212	666	272	666	272	666	272
606 (NK)	208	866	279	686	285	668	288
066 (PK)	168						
666 (NPK)	272						

* Совмещенная схема содержит 17 вариантов.

В опыте она составила

$$\Delta y = y(888) - y(000) = 317 - 77 = 240.$$

Согласно расчетам по формуле (9), для варианта 447 прибавка урожайности будет равна

$$\begin{aligned} \Delta y &= (62,297 \cdot 4^{0,5} - 8,095 \cdot 4 - 8,5) + \\ &+ (16,983 \cdot 4^{0,5} + 3,717 \cdot 4 - 3) + \\ &+ (14 \cdot 7^{0,5} + 4,416 \cdot 7 - 11,5) = 197,5. \end{aligned}$$

В опыте¹

$$\Delta y = 276 - 77 = 199.$$

Таким образом, предлагаемая схема опыта и метод ее обработки позволяют сократить число вариантов в схеме до минимального их количества, найти адекватный вид производственной функции урожайности, определить оптимальные нормы удобрений и соответствующие им прибавки урожайности.

Оптимальная норма удобрения может быть определена как по результатам отдельного опыта, так и группы опытов, проведенных по тождественным схемам. Выбор вида расчета зависит от значения ошибки опыта. Будем характеризовать опыт коэффициентом вариации V :

$$V = s/\bar{y} \cdot 100\%, \quad (13)$$

где s — ошибка опыта; \bar{y} — общий средний урожай по всем вариантам опыта.

Если $V < 10\%$, то оптимальная норма удобрения рассчитывается по результатам отдельного опыта, если $10\% < V < 20\%$, то по группе опытов. При $V > 20\%$ исследователь должен обратить внимание на качественную сторону проведения опыта.

После выбора схемы опыта наиболее важным вопросом является размещение опытов по территории страны, которое позволило бы оценить влияние почвенно-климатических и хозяйственных факторов на

¹ Если сравнить прибавки, полученные в опыте по всем 81 вариантам, с рассчитанными по предлагаемой методике и на основании модели, приведенной в [3], то результаты получатся идентичными приведенным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Державин Л. М., Рубанов И. А. Полевой опыт в Великобритании. — Химия в сельск. хоз-ве, 1980, № 3, с. 31—35. — 2. Дуда Г. Г., Егоршин А. А. О некоторых математических методах планирования эксперимента в почвоведении и агрохимии. — Почвоведение, 1978, № 4, с. 132—142. — 3. Иванова Т. П., Коваленко А. А. Действие возрастающих доз азота, фосфора и калия на урожай и качество клубней картофеля. — Агрохимия, 1973, № 3, с. 35—44. — 4. Иванова Т. И., Кожемякова Р. Н., Пушников В. С. Отзывчивость ячменя на возрастающие дозы азотных, фосфорных и калийных удобрений в полевом многофакторном опыте на дерново-подзолистой почве. — Агрохимия, 1971, № 7, с. 77—87. — 5. Перегудов В. Н., Иванова Т. И. Неко-

эффективность удобрений. Последнее возможно, если в каждой клетке многофакторной таблицы, связанной с изучаемыми факторами, будет хотя бы два опыта.

На этом этапе необходимо решить вопрос о числе опытов, которые должны быть проведены на изучаемой территории. Оно может быть определено минимизацией издержек опытной работы Ψ , которые равны [8]:

$$\Psi = Cn + HC_y y''(\hat{x}) s(\hat{x})/n, \quad (14)$$

где \hat{n} — число опытов; C — стоимость проведения одного опыта, C_y — стоимость единицы продукции; H — площадь возделывания культуры; $y(x)$ — производственная функция урожайности; \hat{x} — оптимальная норма удобрения; $s(\hat{x})$ — ошибка предсказания оптимальной формы по производственной функции $y(x)$.

Минимизируя выражение (14) по числу опытов n , получим необходимое их число для изучаемой территории, т. е.

$$\hat{n} = [HC_y y''(\hat{x}) s(\hat{x})/C]^{0,5}, \quad (15)$$

где \hat{n} — необходимое число опытов.

Если производственная функция урожайности имеет вид

$$y(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2, \quad (16)$$

то значение x_m , где $y(x)$ наиболее высока, будет

$$x_m = -b_1/2b_2. \quad (17)$$

Таким образом, x_m зависит от коэффициентов b_1 и b_2 уравнения (16) и ошибка x_m может быть выражена через ошибки коэффициентов b_1 и b_2 [12]. Отсюда для $s(\hat{x})$ в уравнении (15) получим

$$\begin{aligned} s(\hat{x}) &= s^2 (t_{11}/4b_2^2 - b_1 t_{12}/2b_2^2 + \\ &+ b_1^4 t_{22}/4b_2^4). \end{aligned} \quad (18)$$

где s — ошибка опыта; t_{11} , t_{12} , t_{22} — элементы корреляционной матрицы (или матрицы ошибок).

Если в уравнении (4) сделать замену $x^{0,5} = z$, то получим уравнение (16). Следовательно, выражение (18) можно применить и для уравнения (4).

торые особенности планирования и математической обработки данных многовариантного опыта по изучению закономерности действия удобрений. — Агрохимия, 1972, № 7, с. 119—130. — 6. Проведение многофакторных опытов с удобрениями и математический анализ их результатов. Метод. указ. Под ред. В. Н. Перегудова. М.: ТСХА, 1976. — 7. Рубанов И. А., Перевозчиков С. Б. Применение факторных и составных схем в экономико-агрохимических исследованиях. — Химия в сельск. хоз-ве, 1976, № 10, с. 18—24. — 8. Рубанов И. А. Определение оптимального числа полевых опытов с удобрениями. — Химия в сельск. хоз-ве, 1975, № 12, с. 7—9. — 9. Рубанов И. А. Статистический анализ факторных опытов 2^n , 3^n , $2^n \times 3^m$. — Химия в

сельск. хоз-ве, 1976, № 3, с. 71—76. — 10. Хеди Э., Диллон Д. Производственные функции в сельском хозяйстве. М.: Прогресс, 1965. — 11. Hauser G. F. — Soils Bulletin NO. FAO, Rome, 1970, N 11, p. 1—71. — 12. Williams E. J. — Regression Analysis. N. Y. Ad. John Wiley and Sons. — Inc., 1959.

Статья поступила 20 апреля 1981 г.

SUMMARY

Peculiarities in planning field experiments with fertilizers are discussed and their statistical analysis is presented. It is shown that modification of the traditional pattern with backgrounds by supplementing the main pattern up to complete factoriality allows to find the total optimal rates of fertilizers at the minimal number of versions. The problem concerning the number of the experiments to be conducted for giving valid recommendations of fertilizer rates for certain regions is discussed.