

УДК 636.22/28.084.522.001.57

МОДЕЛИРОВАНИЕ РОСТА И РАЗВИТИЯ
КРУПНОГО РОГАТОГО СКОТА ПРИ ВЫРАЩИВАНИИ И ОТКОРМЕ

А.И. КУЦЕНКО

(Кафедра электрификации и автоматизации
РГАУ - МСХА имени К.А. Тимирязева)

Предложены способы математического моделирования основных параметров роста и развития крупного рогатого скота с помощью решения уравнения Ферхюльста и параболической функции для их использования в системе программирования продуктивности с.-х. животных.

Ключевые слова: программирование продуктивности, рост и развитие животных, уравнение Ферхюльста, комплексы по производству говядины.

Программирование продуктивности с.-х. животных представляет собой целенаправленное управление процессом роста, развития и формирования организма животных для реализации имеющегося генетического потенциала и гарантированного получения в заданные сроки запланированных объемов продукции требуемого качества с наибольшей экономической эффективностью [1, 3-9]. Это можно осуществить путем применения специально разработанных программ кормления, учитывающих закономерности роста и развития животных, состоящих из последовательно сменяемых рационов, которые обеспечивают потребности животных в необходимых элементах питания в соответствии с динамикой живой массы, продуктивности и стадиями физиологического развития [6, 8]. В зависимости от вида получаемой продукции от животных рассматривают молочную, мясную, шерстную продуктивность, яйценоскость кур и др.

Молочной продуктивностью коровы является количество молока, полученного в течение определенного периода времени: за одну или несколько лактаций, месяц, декаду или сутки. Для графического отображения зависимости количества полученного молока во времени используется кривая продуктивности коровы, так называемая лактационная кривая.

Конечной продукцией комплексов по производству говядины является общий прирост живой массы животных, используемых при осуществлении производственного процесса, который состоит из суммы прироста живой массы каждого животного. Поэтому при выращивании и откорме крупного рогатого скота мясной продуктивностью является прирост живой массы животного, полученный в течение определенного периода времени: за сутки, декаду, месяц, год или технологический цикл в целом. Для графического представления кривой продуктивности при выращивании и откорме используется зависимость — прирост живой массы животного во времени, в нашем исследовании — посуточно.

Система программирования продуктивности с.-х. животных включает в качестве одной из основных своих составляющих подсистему моделирования роста и развития животных [3, 7].

Рост и формирование продуктивности являются двумя взаимосвязанными и взаимообусловленными сторонами единого процесса последовательного изменения физиологического состояния животного. При этом рост животного характеризуется абсолютными показателями, а формирование продуктивности — относительными. К показателям роста животного относятся линейные размеры, объем, масса тела и отдельных его частей, в т.ч. масса мышечной, жировой и костной тканей, высота в холке, вместимость желудочно-кишечного тракта, длина толстого и тонкого отделов кишечника и т.д.

Формирование продуктивности животного является механизмом отражения развития и роста животного организма [2] и количественно выступает в форме скорости изменения показателей роста животного во времени. Таким образом, рост и формирование продуктивности животного можно описать в виде двух векторов, составленных из указанных показателей. Наиболее важными из них являются масса тела и прирост живой массы животного.

Рост животного сопровождается последовательным изменением его живой массы во времени $p(t)$ и описывается выражением

$$p(t) = p_0 + \Phi(t), \quad (1)$$

где p_0 — живая масса животного при рождении или постановке на выращивание и откорм, $\Phi(t)$ — общий прирост живой массы животного за время t .

Формирование продуктивности животного характеризуется скоростью изменения живой массы во времени и представлено функцией $\Phi(t)$, которая получена из (1) путем дифференцирования

$$\phi(t) = \frac{dp}{dt} = \frac{d\Phi}{dt} \quad (2)$$

и рассматривается как функция продуктивности животного при его выращивании и откорме. Другими словами, $\phi(t)$ отражает динамику приростов живой массы животного.

Из (2) и (1) следует, что

$$\Phi(t) = \int_0^t \phi(t) dt, \quad p(t) = p_0 + \int_0^t \phi(t) dt. \quad (3)$$

На примере крупного рогатого скота рассмотрим способ математического описания динамики живой массы животных с помощью решения уравнения Ферхюльста [10-12] для ограниченного роста биологических популяций в виде логистической функции

$$p(t) = \frac{A}{1 + e^{at+b}} + c, \quad (4)$$

где A — асимптотическая постоянная, соответствующая биологическому пределу достижения в процессе своей жизни максимальной живой массы животными определенной породы; a , b — параметры, отражающие скорость нарастания живой массы животного; c — параметр, определяемый с помощью начальной живой массы жи-

вотного p_0 при $t = 0$, например, при рождении или поступлении на комплекс для выращивания и откорма.

Отсюда нами получено выражение для описания функции продуктивности животных:

$$\phi(t) = \frac{dp}{dt} = -\frac{aAe^{at+b}}{(1+e^{at+b})^2}. \quad (5)$$

В соответствии с (4)

$$p_0 = p(0) = \frac{A}{1+e^b} + c, \quad (6)$$

откуда

$$c = p_0 - \frac{A}{1+e^b}. \quad (7)$$

$$\text{При } t \rightarrow \infty \quad a < 0 \quad p_{\max} = p(\infty) = A + c. \quad (8)$$

$$\text{При } t = -\frac{b}{a} = t' \quad (9)$$

достигается максимальная скорость нарастания живой массы животного, что соответствует проявлению максимальной суточной продуктивности или максимальному суточному приросту живой массы животного.

График функции $p(t)$ при $t = t' = -\frac{b}{a}$ имеет точку перегиба. В этом случае

$$p(t') = \frac{A}{2} + c. \quad (10)$$

При известных значениях параметров p_0 , t' , $p(t')$, p_{\max} и использовании условий (7), (10), (8), (9) составляется система четырех уравнений с четырьмя неизвестными для определения неизвестных значений параметров A , a , b , c логистической функции (4):

$$p_0 - c = \frac{A}{1+e^b}, \quad (11)$$

$$p(t') - c = \frac{A}{2}, \quad (12)$$

$$p_{\max} - c = A, \quad (13)$$

$$a = -\frac{b}{t'}. \quad (14)$$

Вычитая из (13) уравнения (12), получим

$$A = 2 p_{\max} - 2 p(t'). \quad (15)$$

Подставляя в (13) полученное выражение для A , имеем

$$c = p_{\max} - A = p_{\max} - 2 p_{\max} + 2 p(t') = 2 p(t') - p_{\max}, \quad (16)$$

т.е. $c = 2 p(t') - p_{\max}$.

Из уравнений (11) и (16) следует $(1 + e^b)(p_0 - 2 p(t') + p_{\max}) = A$,

$$\text{откуда } e^b = \frac{2 p_{\max} - 2 p(t')}{p_{\max} + p_0 - 2 p(t')} - 1 = \frac{p_{\max} - p_0}{p_{\max} + p_0 - 2 p(t')}.$$

Далее, путем логарифмирования обеих частей полученного выражения окончательно определяем

$$b = \ln\left(\frac{p_{\max} - p_0}{p_{\max} + p_0 - 2 p(t')}\right). \quad (17)$$

Так как знаменатель логарифмического выражения (17) должен быть положительным, т.е. $p_{\max} + p_0 - 2 p(t') > 0$. это накладывает определенные ограничения по использованию логистической функции (4). Ее применение возможно только для случаев, когда

$$p(t') < \frac{p_{\max} + p_0}{2}. \quad (18)$$

При анализе роста и развития животных с помощью логистической функции (4) одним из наиболее интересных является предположение о том, что максимальные уровни суточной продуктивности достигаются, когда животные набирают половину своей максимальной живой массы¹, т.е. при $t = t'$ выполняется условие

$$p(t') = \frac{p_{\max}}{2}. \quad (19)$$

При этом, как следует из соотношения (16), $c = 0$.

Из (13) и (7) следует, что $A = p_{\max}$, $p_0 = \frac{A}{1 + e^b}$, откуда

$$b = \ln\left(\frac{p_{\max}}{p_0} - 1\right). \quad (20)$$

Различным породам крупного рогатого скота соответствуют различные уровни p_{\max} максимальной биологической живой массы животных. Так, для бычков молочных и молочно-мясных пород это может составлять 600-700 кг, а для мясомолочных и мясных пород животных — 800-900 кг и более. Поэтому в данном исследовании рассмотрим 4 варианта, когда p'_{\max} ($j = 1, 2, 3, 4$) может принимать значения 600, 700, 800, 900 кг.

¹ Математический анализ других вариантов выращивания и откорма крупного рогатого скота приведен в [5].

Максимальная суточная продуктивность различных пород животных при их выращивании и откорме может также достигаться в разные сроки. Поэтому для молодняка крупного рогатого скота рассмотрим варианты, когда t_j' ($j = 1, 2, 3, 4$) составляет 300, 350, 400 и 450 сут. Это соответствует условиям достижения максимальных уровней суточной продуктивности через 10-15 мес. выращивания и откорма молодняка крупного рогатого скота.

Начальную живую массу молодняка крупного рогатого скота примем равной $p_0 = 45$ кг, что предусмотрено типовой технологией (ТП №801-250) при поступлении животных для прохождения выращивания и откорма на комплексах.

В соответствии с этим были рассчитаны параметры логистической функции (4) с помощью полученных формул (20) и (14), которые представлены в таблице 1. Параметры $a1, a2, a3, a4$ соответствуют достижению максимальных уровней суточной продуктивности при $t_j' = 300, 350, 400, 450$ сут.

Таблица 1

Исходные данные и параметры логистической функции $p(t)$

p_{\max}	600	700	800	900
$P(t')$	300	350	400	450
p_0	45	45	45	45
A	600	700	800	900
$a1$	-0,00837	-0,00893	-0,0094	-0,00981
$a2$	-0,00718	-0,00765	-0,00806	-0,00841
a3	-0,00628	-0,00669	-0,00705	-0,00736
$a4$	-0,00558	-0,00595	-0,00627	-0,00654
b	2,513	2,678	2,820	2,944
c	0	0	0	0

На рисунке 1 представлены графики функций роста живой массы крупного рогатого скота, при которых максимальные значения составляют $p_{\max} = 600, 700, 800, 900$ кг при выполнении условия достижения максимальных уровней суточной продуктивности через 400 сут. выращивания и откорма (табл. 1; 4, 7, 9-я строки), когда животные достигают $p(t') = 300, 350, 400, 450$ кг живой массы соответственно. При этом были использованы следующие зависимости:

$$p(t) = \frac{600}{1 + e^{-0,00628t + 2,512}} \quad (\text{I}), \quad p(t) = \frac{700}{1 + e^{-0,00669t + 2,678}} \quad (\text{II}),$$

$$p(t) = \frac{800}{1 + e^{-0,00705t + 2,82}} \quad (\text{III}), \quad p(t) = \frac{900}{1 + e^{-0,00736t + 2,944}} \quad (\text{IV}).$$

Соответствующие им функции продуктивности следующие:

$$\phi(t) = \frac{3,768e^{-0,00628t + 2,512}}{(1 + e^{-0,00628t + 2,512})^2}, \quad \phi(t) = \frac{4,683e^{-0,00669t + 2,678}}{(1 + e^{-0,00669t + 2,678})^2},$$

$$\phi(t) = \frac{5,64e^{-0,00705t + 2,82}}{(1 + e^{-0,00705t + 2,82})^2}, \quad \phi(t) = \frac{6,624e^{-0,00736t + 2,944}}{(1 + e^{-0,00736t + 2,944})^2}.$$

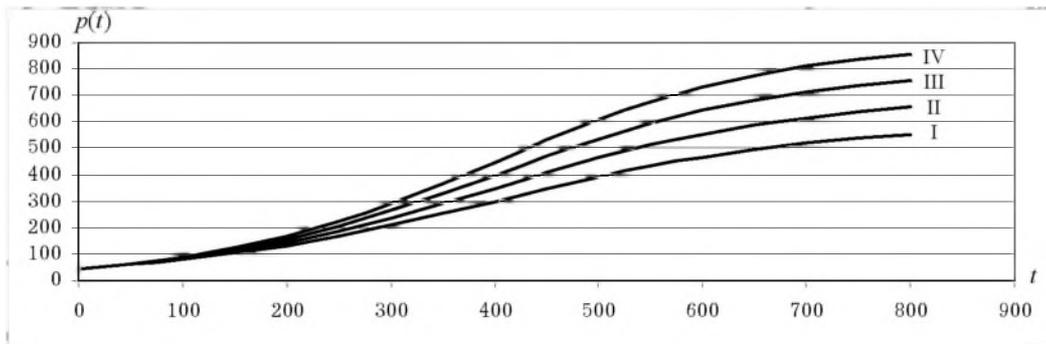


Рис. 1. Графики изменения живой массы (кг) крупного рогатого скота во времени (сут.) по вариантам I—IV

На рисунке 2 показаны графики продуктивности или прироста живой массы крупного рогатого скота, соответствующие рассмотренным функциям роста живой массы животных, представленным зависимостями I-IV.

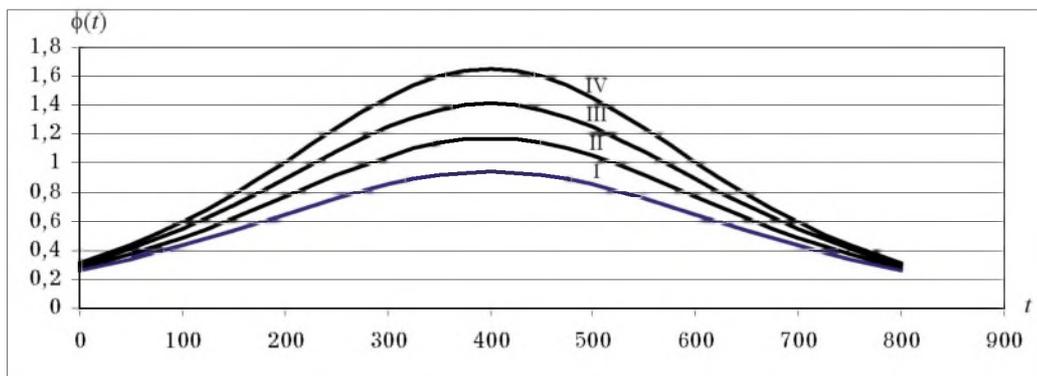


Рис. 2. Графики изменения прироста живой массы (кг/сут.) крупного рогатого скота во времени (сут.) по вариантам I—IV

Рассмотрим на рисунке 3 варианты достижения максимальной живой массы

$P_{max} = 800$ кг при различной скорости нарастания живой массы животных. Параметры соответствующих функций возьмем из таблицы 1 (4-й столбец) при условиях

достижения максимальных уровней суточной продуктивности через $t_j' = 300, 350, 400$ и 450 сут. выращивания и откорма, когда животные набирают половину своей максимальной живой массы 400 кг.

Эти варианты представлены следующими зависимостями:

$$p(t) = \frac{800}{1 + e^{-0,0094t + 2,82}} \quad (\text{V}), \quad p(t) = \frac{800}{1 + e^{-0,00806t + 2,82}} \quad (\text{VI}),$$

$$p(t) = \frac{800}{1 + e^{-0,00705t + 2,82}} \quad (\text{VII}), \quad p(t) = \frac{800}{1 + e^{-0,00627t + 2,82}} \quad (\text{VIII}).$$

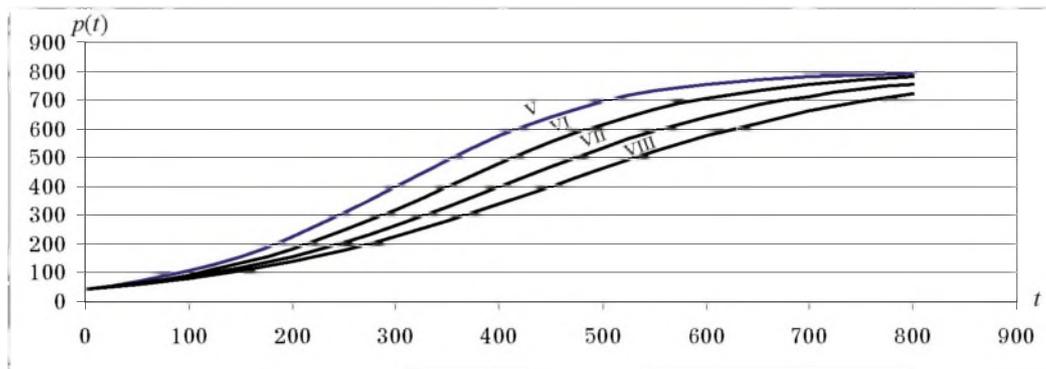


Рис.3. Графики изменения живой массы (кг) крупного рогатого скота во времени (сут.) по вариантам V—VIII

Зависимости V-VIII отличаются друг от друга только значениями параметра a , которые увеличиваются от $-0,0094$ до $-0,00627$, что приводит к соответствующему сдвигу графиков роста живой массы животных в точках перегиба (рис. 3) по оси абсцисс на уровне 400 кг на 50 сут.

Соответствующие им функции продуктивности следующие:

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \frac{7,52e^{-0,0094t+2,82}}{(1+e^{-0,0094t+2,82})^2}, & \phi(t) &= \frac{6,448e^{-0,00806t+2,82}}{(1+e^{-0,00806t+2,82})^2}, \\ \phi(t) &= \frac{5,64e^{-0,00705t+2,82}}{(1+e^{-0,00705t+2,82})^2}, & \phi(t) &= \frac{5,016e^{-0,00627t+2,82}}{(1+e^{-0,00627t+2,82})^2}. \end{aligned}$$

На рисунке 4 показаны графики прироста живой массы крупного рогатого скота, соответствующие рассмотренным функциям роста живой массы животных, представленным зависимостями V-VIII.

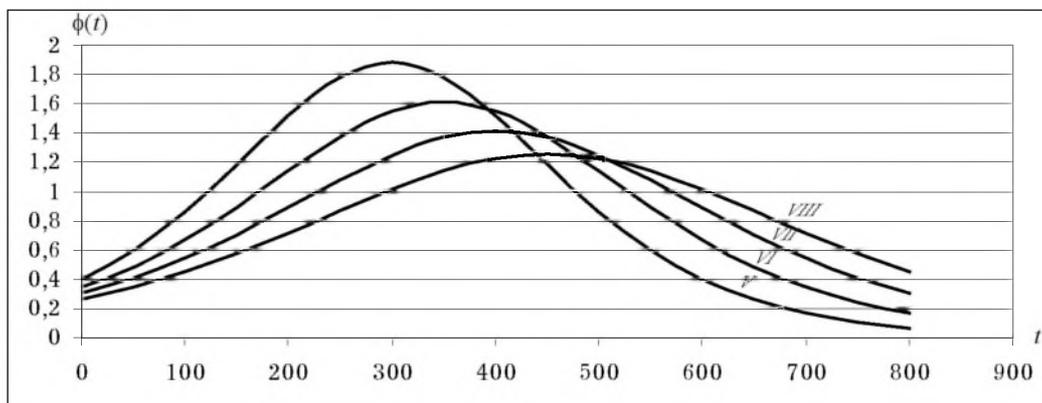


Рис. 4. Графики изменения прироста живой массы (кг/сут.) крупного рогатого скота во времени (сут.) по вариантам V—VIII

Имеющиеся в таблице 1 данные (сверху вниз по диагонали от a_1 до a_4) позволяют рассмотреть на рисунке 5 варианты относительно равномерного роста живой массы животных, когда, например, за 300 сут. масса животных достигает 300-245 кг, за 350 сут. — 362-308 кг, за 400 сут. — 419-377 кг, за 450 сут. — 478-450 кг, за 500 сут. — 535-505 кг. Эти варианты представлены следующими зависимостями:

$$p(t) = \frac{600}{1 + e^{-0,00837t + 2,512}} \text{ (IX)}, \quad p(t) = \frac{700}{1 + e^{-0,00765t + 2,678}} \text{ (X)},$$

$$p(t) = \frac{800}{1 + e^{-0,00705t + 2,82}} \text{ (XI)}, \quad p(t) = \frac{900}{1 + e^{-0,00654t + 2,944}} \text{ (XII)}.$$

Соответствующие им функции продуктивности следующие:

$$\phi(t) = \frac{5,022e^{-0,00837t + 2,512}}{(1 + e^{-0,00837t + 2,512})^2}, \quad \phi(t) = \frac{5,355e^{-0,00765t + 2,678}}{(1 + e^{-0,00765t + 2,678})^2},$$

$$\phi(t) = \frac{5,64e^{-0,00705t + 2,82}}{(1 + e^{-0,00705t + 2,82})^2}, \quad \phi(t) = \frac{5,886e^{-0,00654t + 2,944}}{(1 + e^{-0,00654t + 2,944})^2}.$$

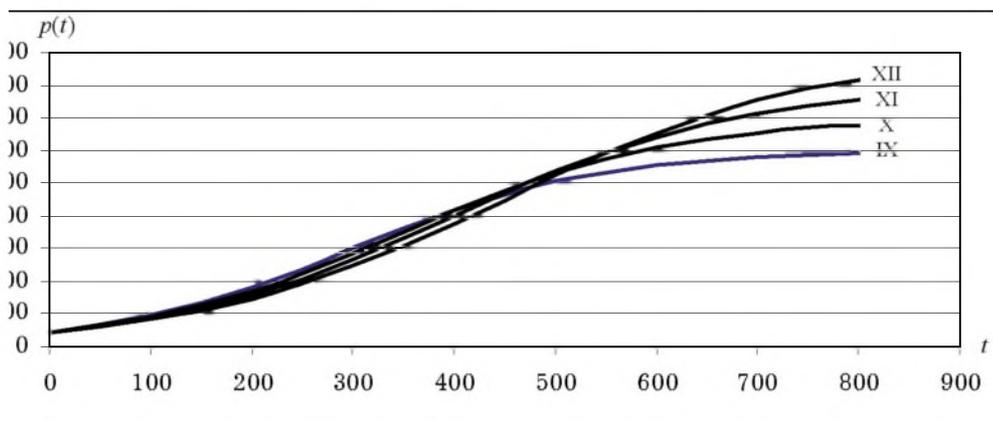


Рис. 5. Графики изменения живой массы (кг) крупного рогатого скота во времени (сут.) по вариантам IX—XII

На рисунке 6 показаны графики прироста живой массы крупного рогатого скота, соответствующие рассмотренным функциям роста живой массы животных, представленным зависимостями IX-XII.

Использование логистической функции (4) для описания динамики живой массы крупного рогатого скота является основой теории и методологии разработки и применения на комплексах систем программирования продуктивности с.-х. животных. Однако ее использование носит ограниченный характер, вследствие присущих ей особенностей. При этом функция продуктивности (5), полученная путем дифференцирования выражения (4), оказывается недостаточно удобной при проведении аналитических преобразований и математическом анализе процесса выращивания и откорма животных [4-6, 9].

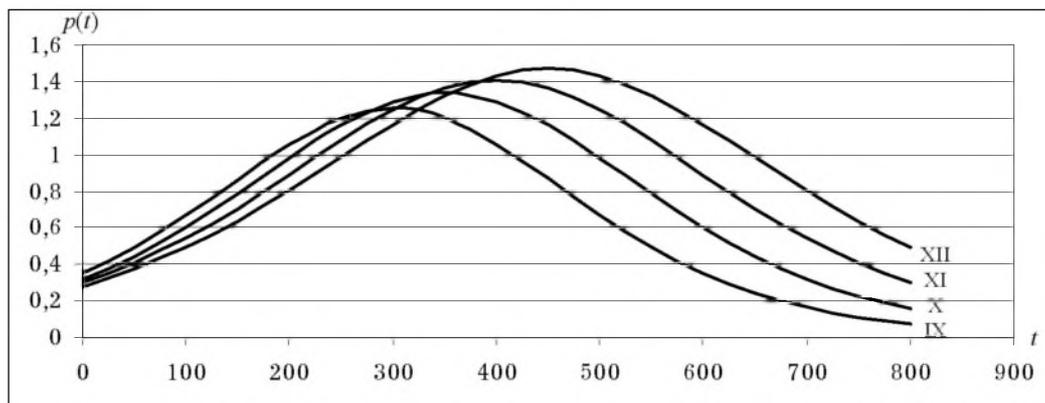


Рис. 6. Графики изменения прироста живой массы (кг/сут.) крупного рогатого скота во времени (сут.) по вариантам IX—XII

В связи с этим при описании функции продуктивности в первом приближении более предпочтительным является использование её упрощенного аналога в форме параболы

$$\phi(t) = at^2 + bt + c, \quad (21)$$

которая также отражает основные биологические закономерности проявления потенциальных продуктивных возможностей животных при выращивании и откорме, выражающиеся в постепенном росте величины продуктивности, достижении максимальных значений и дальнейшем её убывании.¹

Подобное описание $\phi(t)$ обусловлено возможностью её получения из (5) путем разложения в ряд Тейлора-Маклорена с точностью до величин третьего порядка, которыми можно пренебречь на начальном и заключительном участках кривой продуктивности.

Это позволяет представить функции динамики живой массы и среднесуточного прироста живой массы животного в виде

$$p(t) = p_0 + \Phi(t) = p_0 + \int_0^t \phi(t) dt = p_0 + \frac{at^3}{3} + \frac{bt^2}{2} + ct, \quad (22)$$

$$\phi_{\text{ф.}}(t) = \frac{\Phi(t)}{t} = \frac{at^2}{3} + \frac{bt}{2} + c. \quad (23)$$

Для определения параметров параболы $\phi(t)$ необходимо иметь три условия, позволяющие составить систему трех уравнений с тремя неизвестными. Это соответствует сложившейся практике осуществления производственного процесса на комплексах по выращиванию и откорму молодняка крупного рогатого скота, когда животные взвешиваются при поступлении на комплекс, при переводе с первого периода выращивания на второй период доразривания и откорма, а также при реализации скота на мясокомбинате.

¹ Применяемые здесь и в дальнейшем обозначения параметров a , b , c для удобства описания формул вводятся заново и не имеют ничего общего с предыдущим их использованием в выражениях (4), (5).

Так как парабола (21) симметрична относительно прямой $t = t'$ проходящей через точку максимального значения функции продуктивности $\phi(t') = \phi_{\max}$, то при известной начальной продуктивности $\phi(0) = \phi_0$ при $t = 0$ значение функции при $t = 2t'$ составляет $\phi(2t') = \phi_0$.

Отсюда получена следующая система трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{aligned} a \cdot 0 + b \cdot 0 + c &= \phi_0 & (t=0), \\ a t'^2 + b t' + c &= \phi_{\max} & (t=t'), \\ 4 a t'^2 + 2 b t' + c &= \phi_0 & (t=2t'). \end{aligned} \quad (24)$$

Решение системы уравнений (24)

$$c = \phi_0, \quad b = -2 a t', \quad a = \frac{\phi_0 - \phi_{\max}}{t'^2}. \quad (25)$$

При описании спектра возможных вариантов формирования динамики продуктивности для их привязки к конкретным производственным условиям промышленных комплексов по выращиванию и откорму молодняка крупного рогатого скота на основе ее представления в виде параболической функции с помощью формул (25) рассчитаны характеристики парабол при следующих условиях:

1) максимальная суточная продуктивность достигается при $t'=300$ и $t'=450$ сут. и составляет $\phi_{\max} = 900, 1000, 1100, 1200, 1300, 1400$ и 1500 (г/сут.);

2) начальная продуктивность молодняка при $t = 0$ составляет $\phi_0 = 300, 400, 500, 600$ и 700 (г/сут.).

Таким образом, были рассчитаны $2 \times 35 = 70$ вариантов формирования динамики продуктивности молодняка крупного рогатого скота, параметры которых приведены в таблице 2. Аналогичные варианты функций продуктивности при $t'=350$ и $t'=400$ сут. представлены в [6, 5]. На рисунке 7 показаны графики соответствующих таблице 2 функций продуктивности.

По мере накопления опыта и освоения методов программирования продуктивности, позволяющих управлять процессом роста, развития и формирования продуктивности животных, на комплексах по выращиванию и откорму молодняка крупного рогатого скота создаются условия и появляются возможности для осуществления постепенного «разгона» продуктивных возможностей с целью реализации имеющегося генетического потенциала животных.

Основным путем решения этой задачи является наиболее рациональное развитие костяка и желудочно-кишечного тракта молодняка крупного рогатого скота, подготовка организма животных для все большего потребления объемистых кормов при минимальном введении концентратов в период выращивания лишь для соблюдения условий сбалансированности рационов. В результате на заключительном этапе откорма организм животных способен обеспечивать проявление потенциальных продуктивных возможностей и достигать наивысших уровней продуктивности. При этом осуществляется максимальное потребление дешевых объемистых кормов собственного кормопроизводства и полностью используются возможности повышения уровней продуктивности за счет применения концентрированных кормов.

Это является основой для увеличения сроков получения максимальных приростов живой массы при общем увеличении уровней продуктивности животных. В качестве примера для практической реализации такого подхода предлагается при разработке программ кормления для выращивания и откорма молодняка круп-

Параметры функций продуктивности при $t' = 300$ и $t' = 450$ сут.

Значение функции продуктивности $\phi(t)$ (г/сут.) при		Параметры параболы $\phi(t) = at^2 + bt + c$ при $t' = 300$			Параметры параболы $\phi(t) = at^2 + bt + c$ при $t' = 450$		
$t = 0$	$t' = 300, 450$	a	b	c	a	b	c
300	900	-0,00667	4	300	-0,00296	2,67	300
400	900	-0,00556	3,33	400	-0,00247	2,22	400
500	900	-0,00444	2,67	500	-0,00198	1,78	500
600	900	-0,00333	2	600	-0,00148	1,33	600
700	900	-0,00222	1,33	700	-0,00099	0,89	700
300	1000	-0,00778	4,67	300	-0,00346	3,11	300
400	1000	-0,00667	4	400	-0,00296	2,67	400
500	1000	-0,00556	3,33	500	-0,00247	2,22	500
600	1000	-0,00444	2,67	600	-0,00198	1,78	600
700	1000	-0,00333	2	700	-0,00148	1,33	700
300	1100	-0,00889	5,33	300	-0,00395	3,56	300
400	1100	-0,00778	4,67	400	-0,00346	3,11	400
500	1100	-0,00667	4	500	-0,00296	2,67	500
600	1100	-0,00556	3,33	600	-0,00247	2,22	600
700	1100	-0,00444	2,67	700	-0,00198	1,78	700
300	1200	-0,01	6	300	-0,00444	4	300
400	1200	-0,00889	5,33	400	-0,00395	3,56	400
500	1200	-0,00778	4,67	500	-0,00346	3,11	500
600	1200	-0,00667	4	600	-0,00296	2,67	600
700	1200	-0,00556	3,33	700	-0,00247	2,22	700
300	1300	-0,01111	6,67	300	-0,00494	4,44	300
400	1300	-0,01	6	400	-0,00444	4	400
500	1300	-0,00889	5,33	500	-0,00395	3,56	500
600	1300	-0,00778	4,67	600	-0,00346	3,11	600
700	1300	-0,00667	4	700	-0,00296	2,67	700
300	1400	-0,01222	7,33	300	-0,00543	4,89	300
400	1400	-0,01111	6,67	400	-0,00494	4,44	400
500	1400	-0,01	6	500	-0,00444	4	500
600	1400	-0,00889	5,33	600	-0,00395	3,56	600
700	1400	-0,00778	4,67	700	-0,00346	3,11	700
300	1500	-0,01333	8	300	-0,00593	5,33	300
400	1500	-0,01222	7,33	400	-0,00543	4,89	400
500	1500	-0,01111	6,67	500	-0,00494	4,44	500
600	1500	-0,01	6	600	-0,00444	4	600
700	1500	-0,00889	5,33	700	-0,00395	3,56	700

ного рогатого скота использовать, например, 4 параболические функции (рис. 8) со следующими характеристиками: максимальные уровни суточной продуктивности достигаются через $t' = 300, 350, 400, 450$ сут. и составляют $\phi_{\max} = 1200, 1300, 1400,$

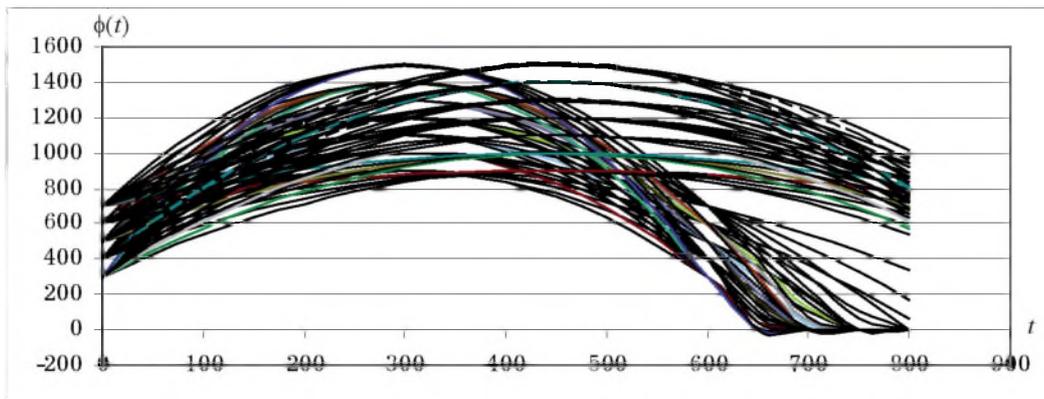


Рис. 7. Графики возможных вариантов формирования динамики продуктивности (г/сут.) КРС на основе параболической функции

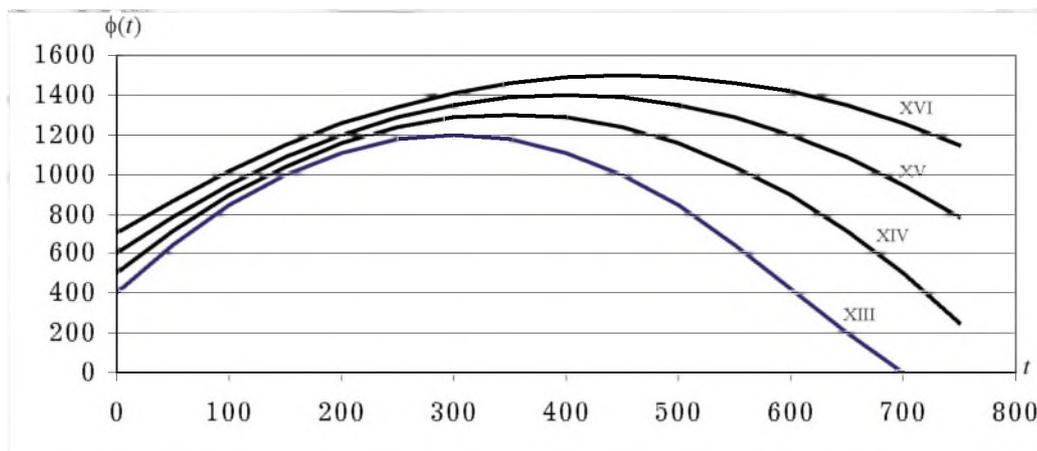


Рис. 8. Варианты формирования динамики прироста (г/сут.) живой массы КРС (XIII—XVI) для разгона продуктивных возможностей и реализации генетического потенциала животных

1500 (г/сут.) при начальных уровнях суточной продуктивности $\phi_0 = 400, 500, 600, 700$ (г/сут.). Эти функции следующие:

$$\phi(t) = -0,00889 t^2 + 5,33 t + 400 \text{ (XIII)}, \quad \phi(t) = -0,00653 t^2 + 4,57 t + 500 \text{ (XIV)},$$

$$\phi(t) = -0,005 t^2 + 4,0 t + 600 \text{ (XV)}, \quad \phi(t) = -0,00395 t^2 + 3,56 t + 700 \text{ (XVI)}.$$

Параметры XIII и XVI функций взяты из таблицы 2 (строки 17 и 35), параметры функций XIV и XV приведены в [6] (таблица 2, строка 23) и в [5] (таблица 1, строка 29).

В таблице 3 представлены данные о динамике живой массы и среднесуточного прироста живой массы, рассчитанные по формулам (22), (23), соответствующие предлагаемым вариантам для разгона продуктивных возможностей молодняка крупного рогатого скота при их выращивании и откорме на комплексах. Анализ этих данных показывает, что 600,4 кг животные могут набрать уже за 450 сут. при реализации функции продуктивности XVI, т.е. за 15 мес. выращивания и откорма, что на 5 мес.

**Динамика живой массы и среднесуточного прироста
при разгоне продуктивных возможностей КРС**

Период выращивания и откорма (сут.)	Динамика живой массы (кг) по вариантам				Динамика среднесуточного прироста живой массы (г/сут.) по вариантам			
	XIII	XIV	XV	XVI	XIII	XIV	XV	XVI
0	45	45	45	45	400	500	600	700
50	71,3	75,4	79,7	84,2	525	608	695	785
100	108,7	115,6	123,3	131,4	636	706	783	864
150	155,0	164,0	174,3	185,6	733	793	862	937
200	207,9	218,9	231,6	245,6	814	869	933	1003
250	265,3	278,8	293,9	310,6	881	935	995	1062
300	324,8	341,8	360,0	379,6	932	989	1050	1115
350	384,4	406,5	428,5	451,5	969	1033	1095	1161
400	441,7	471,2	498,3	525,5	991	1065	1133	1201
450	494,6	534,3	568,1	600,4	999	1087	1162	1234
500	540,8	594,1	636,6	675,4	991	1098	1183	1260
550	578,1	649,0	702,7	749,3	969	1098	1195	1280
600	604,3	697,4	765,0	821,4	932	1087	1200	1294

меньше, чем это может быть достигнуто при реализации функции продуктивности XIII. При этом разница в среднесуточном приросте составит более 235 г/сут.

Рассмотренные в данном исследовании закономерности роста и развития животных, рассчитанные конкретные значения параметров динамики живой массы и продуктивности могут использоваться для разработки и внедрения оптимальных программ выращивания и откорма на комплексах молодняка крупного рогатого скота [6, 8]. При этом для различных технологических групп животных следует использовать программы кормления, позволяющие путем постепенного повышения интенсивности кормления добиваться реализации имеющегося генетического потенциала животных. Их также можно использовать для описания фактически реализуемых вариантов роста живой массы и динамики формирования продуктивности на основе имеющихся первичных данных о взвешивании молодняка и движении поголовья животных на комплексах. Это дает возможность для проведения анализа используемых вариантов осуществления технологического процесса [4, 7, 9] с целью проведения мероприятий по повышению экономической эффективности функционирования комплексов по производству говядины и реализации потенциальных продуктивных возможностей животных.

Библиографический список

1. *Гатаулин А.М., Куценко А.П.* Программирование продуктивности сельскохозяйственных животных // Доклады ТСХА. Вып. 279. Ч. 2. М.: МСХА., 2007. С. 32-36.
2. *Забалуев Г.П.* Словарь терминов по физиологии сельскохозяйственных животных. М.: РУДН, 1999.
3. *Куценко А.П.* Автоматизация формирования продуктивности на комплексах по откорму крупного рогатого скота // Вестник МГАУ Серия «Агроинженерия», 2008. № 2 (27). С. 78-80.

4. *Куценко А.И.* Оптимизация параметров технологии комплексов по производству говядины. // Труды 13-й Международной научно-практической конференции. Подольск: ВНИИМЖ. Т. 21. Ч. 2, 2010. С. 149-157.

5. *Куценко А.И.* Оптимизация стратегии формирования продуктивности при выращивании и откорме крупного рогатого скота на комплексах // Известия ТСХА, 2008. Вып. 2. С. 103-115.

6. *Куценко А.И.* Особенности программирования продуктивности на комплексах по откорму крупного рогатого скота // Известия ТСХА, 2009. Вып. 2. С. 183-187.

7. *Куценко А.И.* Программирование продуктивности на комплексах по производству говядины. // Труды 11-й Межд. науч.-практ. конф. Подольск: ВНИИМЖ, 2008. Т. 18. Ч. 1. С. 165-173.

8. *Куценко А.И.* Разработка программ кормления для межхозяйственных откормочных комплексов // Тр. Ставропольского НИИ сельского хозяйства, 1978. Вып. 46. С. 158-163.

9. *Куценко А.И.* Экономико-математическая модель функционирования комплексов по выращиванию и откорму крупного рогатого скота // Вестник МГАУ Серия «Агроинженерия», 2008. № 3 (28). С. 91-96.

10. *Плохинский Н.А.* Биометрия. 2-е изд. М.: МГУ 1970. С. 268-269.

11. *Verhulst, P.F.* Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement. Correspondance mathematique et physique, 1838. 10: 113-121.

12. *Verhulst P.F.* Recherches Mathematiques sur La Loi D'Accroissement de la Population Nouveaux Memoires de l'Academie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles, 18, Art. 1, 1-45, 1845 (Mathematical Researches into the Law of Population Growth Increase).

Рецензент — д. э. н. Л.М. Цой

SUMMARY

Mathematical description of both live weight dynamics and productivity when rearing and fattening cattle by means of both solution of Ferhyulst equation and parabolic function for their use in system of farm animals productivity programming has been provided in this scientific article by its author.

Key words: productivity programming, growth and development of farm animals, Ferhyulst equation, beef-producing complexes.

Куценко Александр Иванович — к.э.н. Эл. почта: progprod@mail.ru