

УДК 631.559.001.18:635

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УРОЖАЙНОСТИ ОВОЩНЫХ КУЛЬТУР ОТКРЫТОГО ГРУНТА С УЧЕТОМ КОМПЛЕКСНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФАКТОРОВ (МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД)

ВОЛЬФ-ДИТЕР ОРТ, ФРАНК ВЕХЗУНГ

(Гумбольдт-университет, Берлин)

Для прогноза урожайности рекомендуется использовать эвристическое моделирование, основанное на изучении качественных и количественных взаимодействий комплекса факторов. Минимально для каждого фактора урожая должно быть четыре оценки, которые определяются экспериментально и служат исходной базой. Ожидаемые значения урожайности определяются исходя из значений отдельных факторов, которые, в свою очередь, прогнозируются с учетом возделываемой культуры и местности в рассматриваемом году.

Применение статистических методов прогнозирования связано с некоторыми ограничениями, и прежде всего с требованием однородности исходного материала. Эти необходимые предпосылки выполняются либо частично, либо вовсе отсутствуют, особенно когда происходят резкие изменения основных условий производства: экономических (переход к другой экономической системе с соответствующим преобразованием структуры производства, системы цен, налогов, финансов и т. п.) и биологических (возрастающая необходимость и готовность использования экологических методов ведения земледелия).

Именно такого рода изменения происходят в настоящее время в России и в восточноевропейских странах. Воз-

никающие в рядах динамики структурные сдвиги ограничивают возможности использования статистических методов при анализе таких рядов, в частности многофакторного регрессионного метода, применяемого обычно для оценки количественных соотношений факторов с результатом.

В то же время для принятия решений как на хозяйственном уровне, так и на региональном необходима оценка ожидаемой урожайности, являющейся решающим звеном предвидения экономического развития.

Отдельные производственно-технические мероприятия в растениеводстве разрабатываются и применяются на основании учета факторов урожайности и возможности их формирования. Под факторами урожайности (E_j) в дальнейшем мы будем понимать химические, биологические и физические факторы (питательные вещества, вода, фотосинтетически активная радиация),

Представлена чл.-кор. РАСХН А. М. Гаулиным. Публикуется в рамках сотрудничества и обмена опытом.

которые непосредственно участвуют в формировании биомассы.

Цель данной статьи — предложить методические подходы к решению проблемы при дефиците информации, характерном для анализа в растениеводстве.

Необходимо разработать математическую модель, которая включала бы большее количество факторов урожайности, чем это возможно при построении обычных многофакторных функций; описывала бы количественные и качественные характеристики взаимодействия между факторами урожайности без существенного искажения качества получаемых результатов.

В процессе работы проводили:

— предварительную оценку факторов урожайности для определенного планируемого периода;

— описание взаимодействия отдельных факторов с урожайностью посредством однофакторных функций;

— определение взаимодействия факторов;

— увязку однофакторных функций с характеристиками взаимодействия в многофакторной функции;

— определение ожидаемой урожайности на планируемый год.

Гипотезы о соотношении факторы урожайности — урожайности

1. В идеализированных условиях максимально возможная урожайность (Y_{\max}) оценивается по генетическому потенциалу данного сорта. В этом случае предполагается, что все факторы урожайности (x_i) находятся в оптимуме ($x_i = x_{i(opt)}$, при $i = 1, 2, \dots, m$).

2. Для каждого фактора урожайности можно определить одну или две (относительно далеко расположенные друг от друга нижние и верхние — «слева»

или «справа» от экстремума) оценки $x_{i(l)}$ или $x_{i(re)}$ как специфические факторные оценки ожидаемой урожайности $q(x_i)$ (0, 1). Указанные оценки обязательно должны совпадать с интервалом определения функции.

3. Для каждого фактора указывается также одна оптимальная оценка $x_{i(opt)}$, при которой возможно получение ожидаемой урожайности относительно единичного фактора (faktorspezifische Ertragserwartung) $q(x_{i(opt)} = 1)$. Эта оценка может совпадать с минимальной или максимальной, и тогда имеется только один отрезок функции с локальной экстремальной оценкой (как максимум).

4. Специфические факторные кривые относительных ожидаемых урожаев (как однофакторных функций), как правило, асимметричны. Вид асимметрии можно достаточно точно определить с помощью указанных в п. 2 оценок, причем должно иметь место соотношение

$$x_{i(l)} \leq x_{i(opt)} \leq x_{i(re)}. \quad (1)$$

Следовательно, достаточно получить одну оценку фактора $x_{i(l)}$ или $x_{i(re)}$, если область определения факторов урожайности ограничена

$$x_{i(l)} \leq x_i \leq x_{i(opt)} \text{ или } x_{i(opt)} \leq x_i \leq x_{i(re)}. \quad (2)$$

5. Из п. 3 следует, что в системе факторы — урожайность существует ситуация, когда x_i равно $x_{i(opt)}$, это так называемая оптимальная ситуация, которая обеспечивает относительный максимум урожая

$$q(x_{1(opt)}, \dots, x_{n(opt)}) = 1 \quad (3)$$

для факторов E_i ($i = 1, \dots, m$).

Из сказанного следует вывод, что любое отклонение фактора урожайности E_i от оптимума ($x_{i(opt)}$) вызывает соответствующее изменение ожидаемой урожайности.

6. Требующиеся в (1) — (3) оценочные признаки переменной урожайности и факторов являются детерминированными величинами. В зависимости от имеющихся исходных данных эти оценочные признаки могут либо устанавливаться специалистами для данной местности и условий, либо определяться в результате статистической оценки на основе выборов.

7. Общее количество взаимодействий между всеми факторами урожайности достаточно точно описывается парами отношений типа $(m(m-1)/2)$. Качественные характеристики парных отношений между двумя факторами урожайности можно достаточно точно описать, располагая их по ранжиру.

8. Количественная оценка парных отношений факторов урожайности проводится путем определения относительных ожидаемых урожайностей, которые отражают компенсирующее влияние одних факторов при изменении других. Это представление о частичной компенсации потери урожая (в результате неэффективного введения некоторого фактора урожайности) посредством изменения других факторов соответствует общему положению о частичной взаимозаменяемости факторов. В этом случае исключается негибкость того подхода, когда предельные нормы замещения вычисляются лишь для фиксированных значений $У$.

Однофакторная модель

Исходной точкой является положение о том, что объем имеющихся значений об однофакторных отношениях фактор — урожайность достаточно большой, хотя и здесь имеется некоторая неопределенность. При целенаправленной детализации знаний об отдельных факторах урожайности можно

ожидать более точного вывода, чем при рассмотрении многофакторного комплекса. Аналогичные выводы можно сделать и о действии некоторого фактора на один вид или сорт растения в отличие от другого вида или сорта. Поэтому при построении многофакторной функции начинают с построения частных однофакторных моделей для выбранного фактора урожайности. Только в дальнейшем эти модели объединяются.

В соответствии с приведенными выше гипотезами (см. п. 2—4 в разделе «Гипотезы...») предлагается выбрать такой подход к моделированию, который эвристически можно оценить на основе малого количества фундаментальной информации и который адекватно отражает множественность возможных форм кривой функции по отдельным факторам урожайности. Этим посылкам, по нашему мнению, хорошо соответствует модифицированная экологическая функция для следующих случаев:

а) имеется симметричная функция

$$q(x_i) = \exp(-a_i(x_i - x_{i(опт)})^2); \quad (4)$$

б) имеется несимметричная функция

$$q(x_i) = \exp(-a_i(x_i - x_{i(опт)})^{S_i} / (1 + \text{ViSi})). \quad (5)$$

Обе модели содержат 2 неизвестных параметра: a_i — характеристика растяжения ($a_i > 0$), S_i — характеристика асимметричности ($S_i \in [-1, 1]$), которые определяются на основе точечной оценки (с помощью фундаментальной информации), если имеются координаты экстремальных значений; x_i — интенсивность фактора урожайности E_i ; $q(x_i)$ — относительное ожидание уро-

жая для заданной интенсивности x_i фактора урожайности E_i ; $x_{i(опт)}$ — оптимальное значение интенсивности фактора урожайности E_i ;

$$V_i = \text{sgn}(x_i - x_{i(опт)}), V_i \in [-1, 0, +1].$$

Многофакторная модель

Общая модель ожидаемого относительного урожая. Для объединения m однофакторных функций ожидаемой относительной урожайности WECHSUNG разработана следующая модель, включающая все факторы E_i для ожидаемой относительной урожайности

$$q(x_1, \dots, x_m) = \exp(-(\sum p_i W_i V_i (-\ln(q(x_i)))^{0.5})^2 + (\sum (1-p_i^2) (\ln(q(x_i))))), \quad (6)$$

и ожидаемой урожайности $Q(x_1, \dots, x_m)$:

$$Q(x_1, \dots, x_m) = q(x_1, \dots, x_m) Y_{(max)}$$

где $q(x_i)$ — относительная ожидаемая урожайность для x_i фактора урожая E_i при оптимальных значениях всех других факторов урожайности; p_i — потенциал компенсации фактора E_i ; W_i — тип взаимодействия фактора E_i ; $V_i = \text{sgn}(x_i - x_{i(опт)})$; $Y_{(max)}$ — максимально ожидаемая урожайность.

Типы взаимодействия факторов урожайности. В общую модель ожидаемых относительных урожаев в зависимости от факторов урожайности (6) введен мультипликатор W_i , обозначающий тип взаимодействия для отдельного фактора урожайности.

Совокупность выражений факторов урожайности, взаимодействующих друг с другом, служит для приблизительного описания многообразных форм отношений (см. WECHSUNG и ORTH).

Основной смысл состоит в том, что взаимоотношения факторов урожайности E_i ($z \in i$ при $z = 1, \dots, n$) отражаются

отношениями между каждым двумя факторами, т. е. характеризуются качественными минимум ($n - 1$) отношениями.

Конечно, неправильно было бы предполагать, что таким простым способом можно моделировать неограниченное многообразие форм взаимоотношений двух или ($n - 1$) факторов и на этой базе получить систему организации взаимоотношений n факторов. В то же время бесспорно, что подобное упрощение можно использовать в качестве первого приближения к действительности. Исходя из того, что имеющиеся качественные данные (не говоря уже о количественных) о биологических процессах обычно недостаточны и практически невозможно получить достоверные результаты на основе полевых опытов с 15, 20 и большим количеством факторов, нам кажется целесообразным и допустимым следующий путь: сформулировать некоторые четкие правила, которые позволяют выводить характеристику типов взаимодействий факторов.

Из соображений простоты выделяются только 3 типа указанных действий: дополняющие (частично компенсирующие), заменяющие (частично компенсирующие), независимые.

Для характеристики двух первых типов взаимодействия берется связь отклонений двух факторов урожайности от их оптимальных значений.

Дополняющим считается взаимодействие между двумя факторами урожайности, когда изменение (уменьшение или увеличение) одного фактора, ведущее к снижению ожидаемого урожая, полностью или частично компенсируется посредством однонаправленного отклонения от оптимального значения другого фактора, участвующего в парной связи.

Пример. Имеем два фактора — внесение минерального азота и полив. Снижение нормы азота относительно оптимальной приводит к падению урожайности. Однако если при этом уменьшить норму полива, то можно ожидать, что снижение урожайности несколько сократится, например, в связи с меньшим вымыванием азота, т. е. таким образом обеспечивается какая-то компенсация.

Заменяющее воздействие можно продемонстрировать следующим примером применения подкормки азотом.

Если в 1-ю подкормку по какой-то причине была внесена пониженная доза азота, то это может быть частично компенсировано повышенной его дозой во 2-ю подкормку.

Предположив (опять-таки в первом приближении), что характеристика типов взаимодействия применима для общей области определения факторов урожайности, можно делать вывод по двум связям о третьей, пока не заданной.

Пример 1: E_1 — 1-я подкормка азотом, E_2 — 2-я подкормка азотом, E_3 — поливная вода.

Данные отношения: E_1/E_3 — дополняющее воздействие (т. е. $W_{13} = +1$), E_2/E_3 — дополняющее воздействие (т. е. $W_{23} = +1$).

Выведенное отношение: E_1/E_2 — заменяющее воздействие (т. е. $W_{12} = -1$).

Таким образом, можно вывести следующее правило:

$$W_{12} = W_{13} W_{23} (-1) \quad (8)$$

или в обобщенном виде

$$W_{jk} = W_{jz} W_{kz} (-1) \quad (9)$$

Путем изменения известных и выведенных отношений можно создавать новую систему, которая уже приведена выше.

Пример 2: E_1 — 1-я подкормка азотом, E_2 — 2-я подкормка азотом,

E_n — азот органического удобрения.

Известные отношения: E_1/E_4 — заменяющее воздействие (т. е. $W_{14} = -1$), E_2/E_4 — заменяющее воздействие (т. е. $W_{24} = -1$).

Выведенное отношение: E_1/E_2 — заменяющее воздействие (т. е. $W_{12} = -1$).

На основе правила (1) получаем $W_{12} = W_{14} W_{24} (-1)$.

Эти небольшие примеры должны продемонстрировать выведенные правила: из $(n - 1)$ известных связей можно восстановить все $n(n - 1)$ возможных отношений взаимозависимых факторов. Кроме того, предполагается, что воздействие возможно в двух направлениях: E_j/E_k и E_k/E_j .

Названные в общей модели (6) значения W_i определяются из системы:

$$W_{jk} = W_j W_k (-1), \quad (10)$$

$$W_{ki} = W_k W_i (-1), \quad (11)$$

$$W_{jk} = W_j W_i (-1). \quad (12)$$

Вектор $W = (W_j, W_k, W_i)$ содержит условия, в которых наличествует вся информация для построения парных связей факторов урожайности.

Возможности компенсации факторов урожайности

Количественная характеристика парных взаимодействий факторов урожайности (E_j, E_k) основана на оценке относительного ожидаемого урожая при следующих условиях:

— факторы урожайности (E_j, E_k) ($j, k \in z$) являются элементами подмножества взаимозависимых факторов E_z ($z=1, \dots, n$);

— один из факторов E_j определен в нижнем значении ($x_{jнп}$) и ведет к изменению ожидаемой урожайности (например, $q(x_{jнп}) = 0,90$);

— фактор урожайности E_k может частично компенсировать изменения

ожидаемого урожая, уровень которого выше 0,90 (например, $q(x_1, x_2) = 0,94$).

Если в первом приближении исходить из того, что компенсация действительна для всей области определения функций, т. е. не зависит от конкретных значений других факторов, влияющих на урожайность, то можно для каждого фактора урожайности определить мультипликатор P_p , с помощью которого выявляется возможность компенсации факторов.

Для факторов действует $p_{ij} \in (0,1]$ и $p_i \in (0,1]$.

Отношения между p_{ij} и p_i записывают так:

$$p_{ij} = p_i p_j \quad (13)$$

Прежде чем рассмотреть пример, проиллюстрируем основные положения на традиционной в аграрных исследованиях простой функции полного полинома 2-й степени:

$$y = e_0 + e_1 x_1 + e_2 x_1^2 + e_3 x_2 + e_4 x_2^2 + e_5 x_1 x_2 \quad (14)$$

Если $e_2, e_4, e_5 < 0$ и $e_1, e_3 > 0$, то имеется функция с экстремумом, которую можно представить выпуклой поверхностью в трехмерном пространстве, например по KLEIN:

$$y = -0,00327 x_1^2 + 485,4 x_2 - 135,6 x_2^2 + 0,756 x_1 x_2 \quad (15)$$

Для определенных значений факторов урожайности получаются следующие значения (y — урожайность белокочанной капусты, ц/га):

$$\begin{aligned} x_{1(ли)} &= 100; & q(x_{1(ли)}) &= 0,785; \\ x_{1(ре)} &= 500; & q(x_{1(ре)}) &= 0,806; \\ x_{1(опт)} &= 305,2; & q(x_{1(опт)}) &= 1,000. \end{aligned}$$

Фактор x_2 — содержание гумуса в почве, %:

$$\begin{aligned} x_{2(ли)} &= 2,0; & q(x_{2(ли)}) &= 0,913; \\ x_{2(ре)} &= 3,5; & q(x_{2(ре)}) &= 0,843; \\ x_{2(опт)} &= 2,64; & q(x_{2(опт)}) &= 1,000. \end{aligned}$$

При $x_1 = 100$ кг/га и $x_2 = 2,64$ % ожидаемая относительная урожайность

составит $q(x_1, x_{2(опт)}) = 0,785$. Наблюдается уменьшение урожайности вследствие отклонения фактора x_1 от оптимального значения при оптимуме для фактора $x_{2(опт)}$ (гумус 2,64%).

Разрез функции урожайности для $x_1 = 100$ кг/га показывает, что при $x_2 = 2,07$ % можно было бы достигнуть относительного урожая $q(x_1, x_2) = 0,854$. Это означает, что при упомянутом уровне фактора x_2 , который ниже оптимального (2,64 %), ожидаемая урожайность повышается на 6,9 процентных пункта. Это и есть эффект действия компенсации.

Часть функции, в которой определено взаимодействие факторов ($e_5 x_1 x_2$), знаком (+) показывает дополняющую взаимосвязь между факторами. Значение компенсирующего потенциала определялось аналитическим путем из статистически оцененных параметров.

Потенциал компенсации фактора урожайности в эвристической модели основывается лишь на экспертной оценке специалиста по соответствующей культуре.

Вычисление p_{ij} осуществляется с применением модифицированной экологической функции по следующему правилу:

$$p_{ij} = (1 - (\ln(\max(q(x_p, x_{j(ли)}))) / \ln(q(x_{j(ли)}))))^{0.5} \quad (16)$$

П р и м е р. Данные для модели озимой ржи с 5 факторами имеются по экспериментальной оценке у STEFFIN. Отношения между факторами урожайности срок посева (E_1) и 1-я подкормка азотом (E_2) характеризуются следующим: 18 дней опоздания с посевом приведет к уменьшению ожидаемого урожая $q(x_{1(ли)}) = 0,83$. Соответственно измененная 1-я подкормка азотом может улучшить ожидаемый урожай на 7 про-

центных пунктов $q(x_2, x_{i(ив)}) = 0,90$. Из уравнения (16) следует $p_{21} = 0,66$.

Определение n значений p_z для взаимодействующих факторов урожайности ($z = 1, \dots, n$) производится с помощью решения нелинейной системы, содержащей n уравнений и n факторов p_z . Так как исходные данные p_{ij} получены экспериментально и, следовательно, с ошибкой определения, нельзя ожидать точного решения системы уравнений. Для ее решения разработаны различные итерационные методы, позволяющие приблизиться к «действительному» значению p_z .

Зададим в качестве исходных данных рассчитанные p_{ij} взаимодействующих факторов урожайности. Например, дан вектор

$$\bar{P}_{ij} = (p_{21}, p_{32}, p_{31}, p_{34}, p_{52}), \quad (17)$$

который служит для определения вектора

$$\bar{P}_i = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5) \quad (18)$$

с помощью итерационного вычисления. Вектор \bar{P}_i содержит величины компенсационных возможностей факторов урожайности, которые входят в общую многофакторную модель.

Обсуждение и выводы

Представленный нами общий модельный подход к прогнозированию урожайности имеет ряд практических преимуществ:

- не требуется ограничения числа факторов урожайности;
- использованная модифицированная экологическая функция легко может быть адаптирована для различных частных случаев;
- число зависимых факторов может быть неограниченно большим, но в то же время необходимо качественно и количественно оценить относительно небольшое число парных связей.

Дальнейшие исследования должны быть направлены в первую очередь на следующие моменты:

1. Упрощенное и, следовательно, в некоторых случаях неправильное определение характеристики типа взаимодействий и учет только одной пары факторов требуют расширения исследований в этом направлении. Необходимо, как минимум, включение еще одного 3-го фактора.

2. Особое значение имеет одновременная оценка специалистами небольшого, но необходимого количества данных (если не существует достаточного статистического материала). Особенно важны исходные данные о возможности взаимокompенсации факторов. Таким образом, внимание специалистов должно направляться на получение «сложных» данных.

3. Необходимо разработать модели и методы имитации, которые позволили бы в дальнейшем добавить определение прочих управляемых факторов урожайности, если некоторые факторы фиксированы (например, почти неизменяемое расположение полей). При этом они должны оптимально (по урожайности и доходу) соотноситься с первоначальными факторами. Таким образом, прогноз урожайности можно расширить, введя в него и планирование структуры издержек.

4. Проведенная работа показывает, что возможно построение многоступенчатой модели по концепции NEURES. Следовательно, не всегда оправданно представлять ряд одноуровневых величин в прямом отношении к одному фактору, особенно если между факторами имеются функциональные и стохастические связи.

5. Очевидна возможность расширения концепции модели с заданным значением результирующего признака $Y_{(const)}$ (для $Y_{(const)} < Y_{(max)}$), для которого при частично определенных факторах ус-

танавливаются остальные (с предусмотренными отношениями компенсации). Этот подход служит решению задачи

оптимизации соотношения отдельных факторов для ожидаемого урожая.

Статья поступила 17 марта 1993 г.

SUMMARY

To forecast yield it is recommended to use heuristic modelling based on the study of quantitative and qualitative interactions of a number of factors. For each factor of the yield there should be at least four estimations which are determined experimentally and make the initial base. The expected values of the yield are determined on the base of certain factors which in their turn are forecasted with due regard for the cultivated crop and the locality.