

МЕХАНИЗАЦИЯ И ЭЛЕКТРИФИКАЦИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА

Известия ТСХА, выпуск 2, 1989 год

УДК 631.372

ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЯЗКОУПРУГИХ И УПРУГИХ СВОЙСТВ ЭЛАСТИЧНЫХ КОЛЕС

Д. И. ЗОЛОТАРЕВСКАЯ

(Кафедра высшей математики)

Предложено моделировать закономерности деформирования эластичных колес во времени линейным интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода наследственной теории вязкоупругости с ядром А. Р. Ржаницына. Показано, что для эластичных колес оно может быть заменено при некоторых условиях деформирования трехчленным дифференциальным уравнением второго порядка, связывающим первые и вторые производные по времени сжимающих напряжений и вторую производную деформации сжатия шины. В определенных интервалах изменения вертикальных нагрузок на оси колес и давлений воздуха в шинах некоторые эластичные колеса деформируются как практически упругие, их свойства моделируются пропорциональной зависимостью между сжимающими напряжениями и деформациями сжатия шины в каждой точке контакта колеса и недеформирующегося основания.

В решении проблем повышения тягово-сцепных свойств тракторов и автомобилей, уменьшения вредного воздействия машин на почву важную роль может сыграть практическое применение расчетных методов определения характеристик взаимодействия движителей машин с деформируемыми (грунты и в том числе почвы) и с принимаемыми недеформируемыми (асфальт, бетон) основаниями.

Точность расчетных формул зависит в первую очередь от выбора определяющих (т. е. исходных) уравнений, описывающих закономерности деформирования контактирующих тел. Для практического использования этих формул нужно знать численные значения параметров определяющих уравнений. В данной работе рассматривается вопрос выбора уравнений, моделирующих закономерности деформирования эластичных колес, и предлагаются некоторые методы, с помощью которых можно установить параметры этих уравнений.

На рис. 1 дана схема для определения размеров поверхности контакта эластичного колеса с недеформирующимся основанием и показателей деформирования шины. Принимается, что поверхность основания горизонтальна. Схема соответствует продольному вертикальному сечению колеса, проходящему через середину ширины профиля шины $B_{ш}$. Вертикальная нагрузка на ось колеса равна G_0 . Действующие на колесо силы не показаны. Контактная поверхность колеса представлена отрезком прямой B_1B , называемым линией контакта.

Нормальный прогиб шины $f = R - r_g$ складывается из значения CC_1 , равного вертикальному смещению OO_1 оси колеса, и значения h_m : $f = OO_1 + h_m$. Здесь $R = D/2$; D — наружный диаметр шины; r_g — динамический (при качении колеса) или статический (при деформировании некачящегося колеса) радиус колеса. Исследования показывают, что область контакта колеса и основания приближенно может быть представлена эллипсом с осями $a_k = BB_1$ и b_k , где a_k — длина линии контакта колеса и основания в центральном продольном сечении колеса, называемая длиной пятна контакта; b_k — протяженность линии контакта колеса и основания в центральном поперечном сечении колеса (ширина пятна контакта) [5].

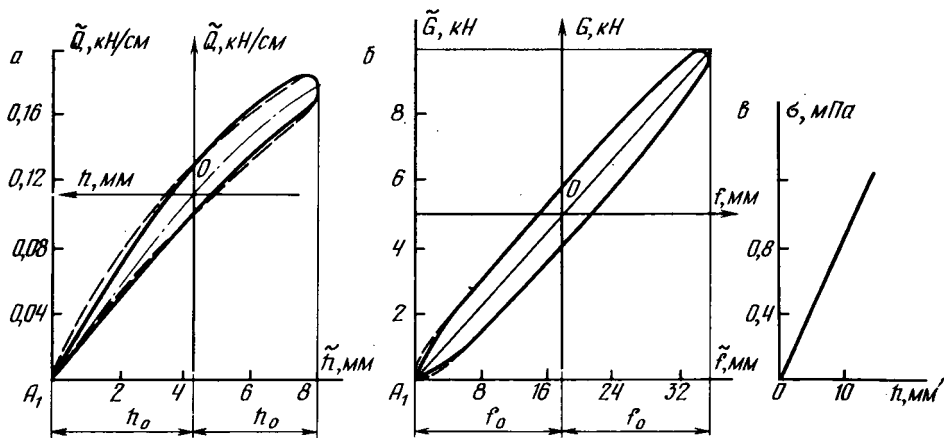


Рис. 3. Зависимости между нагрузками и деформациями эластичных колес. *a* — зависимость $Q(h)$ для автомобильного колеса с шиной 5,00-10 ($G_0=1,66$ кН, $p_w=0,13$ МПа); *б* — зависимость $G(f)$ для тракторного колеса с шиной 12,00-38 ($G_0=7,6$ кН, $p_w=0,14$ МПа); *в* — зависимость $\sigma(h)$ для тракторного колеса с шиной 11,2-20 ($G_0=7,6$ кН, $p_w=0,26$ МПа).

Петли гистерезиса возникают при всех режимах загрузки эластичных колес в результате протекания в шинах при их деформировании релаксационных процессов. Эти процессы характерны для вязкоупругих материалов [4, 6]. В то же время для некоторых тракторных и автомобильных эластичных колес при сравнительно небольших нагрузках петли гистерезиса имеют небольшую ширину — ветвь разгрузки близка к ветви нагрузки. В ряде случаев эти ветви практически совпадают, т. е. затраты энергии на гистерезис пренебрежимо малы. На рис. 3, *в* дана зависимость $\sigma(h)$ для колеса с шиной 11,2-20, соответствующая эпюре $\sigma(d)$ рис. 2, *б*. На рис. 3, *в* ветви нагрузки и разгрузки совпадают, причём зависимость $\sigma(h)$ линейная.

Наиболее общей теорией, позволяющей моделировать процессы деформирования вязкоупругих сред, является наследственная теория вязкоупругости Больцмана — Вольтерра [4, 6]. Используем аппарат интегральных уравнений и следующих из них (при соответствующем выборе функций влияния) дифференциальных уравнений для моделирования закономерностей деформирования эластичных колес во времени.

Обозначим через G и h соответственно радиальную силу и деформацию, характеризующие радиальное деформирование колеса. В целях сокращения числа обозначений сдвигающую силу и деформацию сдвига при тангенциальном деформировании также будем обозначать через G и h . (В описании закономерностей деформирования эластичных колес, выявленных при нагружении и разгрузке некатящихся колес в стендовых испытаниях, в нижеследующих уравнениях вместо величины h используется величина нормального прогиба шины f .)

Опишем закономерности деформирования эластичных колес во времени линейным интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода

$$G(t) = \Phi[h(t)] - \int_{-\infty}^t T(t-\tau) \Phi[h(\tau)] d\tau. \quad (1)$$

Решение уравнения (1) имеет вид

$$\Phi[h(t)] = Y(t) + \int_{-\infty}^t K(t-\tau) Y(\tau) d\tau. \quad (2)$$

Уравнение (1) может рассматриваться как решение уравнения (2). В этих уравнениях τ — текущее время, предшествующее моменту времени t . Зависимость $\Phi(h)$ описывает линию $G_n = \Phi(h)$, которую будем на-

зывать направляющей линией петли гистерезиса. Взаимосвязанные функции $T(t)$ и $K(t)$ — ядро и резольвента уравнения (1), называемые также функцией скорости релаксации и функцией скорости ползучести, позволяют учитывать влияние предшествующего напряженного состояния шины на ее напряженное состояние в данный момент времени.

Для достаточно точного описания уравнением (1) экспериментальных данных нужно, чтобы функции $T(t)$ и $K(t)$ удовлетворяли определенным условиям [4]. В качестве функции скорости релаксации нами принималась удовлетворяющая этим условиям функция

$$T(t) = A e^{-\beta t} t^{\alpha-1}, \quad (0 < \alpha < 1), \quad (3)$$

где A , α , β — параметры, определяемые по экспериментальным данным. Резольвента $K(t)$ уравнения (1), соответствующая ядру А. Р. Ржаницына (3), приведена в работе [4].

Функцию $\Phi(h)$ для эластичных колес можно аппроксимировать полиномом

$$\Phi(h) = q_1 h + q_2 h^2 + q_3 h^3. \quad (4)$$

Законы вязкоупругого деформирования эластичных колес делятся на линейные и нелинейные. Экспериментальные замкнутые петли гистерезиса, полученные при радиальном или тангенциальном деформировании эластичных колес, обладающих линейными свойствами, являются эллипсами [1, 2, 7] (рис. 3, б). Форма соответствующих экспериментальных петель гистерезиса эластичных колес с нелинейными свойствами отличается от эллиптической [2, 7] (рис. 3, а). В области линейности свойств эластичного колеса направляющая линия пяти гистерезиса — прямая, описываемая уравнением $\Phi(h) = q_1 h$. Линейность или нелинейность закона деформирования колеса с шиной данной конструкции зависит от амплитуды нагрузки G_0 (или амплитуды деформации h_0) и внутреннего давления воздуха в шине.

Нами показано, что уравнение (1) с функцией влияния (3) точно описывает закономерность деформирования эластичных колес в области линейности и приближенно — в области нелинейности их свойств. Разработана методика определения параметров A , α , β уравнения (1) с ядром (3) путем обработки экспериментальных замкнутых петель гистерезиса. В методике используются синус- и косинус-преобразования ядра (3) [6]. Обработка опытных данных выполняется в системе координат hOQ (рис. 3, а) или fOG (рис. 3, б). На рис. 3 показаны теоретические кривые, соответствующие моделированию вязкоупругих свойств эластичных колес интегральным уравнением (1) с ядром (3) и аппроксимации функции $\Phi(h)$ полиномом (4).

В табл. 1 приведены найденные нами вязкоупругие характеристики A , α при $\beta = 0,05$ и параметры q_1 и q_2 полинома (4) для ряда эластичных автомобильных и тракторных колес. Данные табл. 1 получены путем обработки результатов стендовых испытаний эластичных колес, приведенных в работах [1, 2, 7]; параметр q_3 для этих колес равен 0. Расчетные значения $G(t) = G_{расч}(t)$, полученные по формуле (1) с использованием найденных нами характеристик A , α , β , q_1 , q_2 вязкоупругих свойств эластичных колес, с большой степенью точности совпадают с соответствующими экспериментальными значениями $G_s(t)$.

Примем, что ядро интегрального уравнения (1) $T(t - \tau) = \rho_1 e^{-\rho_1(t-\tau)}$, где ρ_1 — некоторый параметр. Резольвента уравнения (1), соответствующая этому экспоненциальному ядру, $K(t - \tau) = \rho_1$. Примем также, что $\Phi(h) = q_1 h$. Продифференцировав при этих условиях уравнение (2) дважды по времени t , получим дифференциальное уравнение второго порядка

$$q_1 \ddot{h} = \rho_1 \dot{G} + \ddot{G}. \quad (5)$$

Если заменить в уравнении (5) усилия G сжимающими напряжениями σ , то будем иметь уравнение

$$\ddot{\sigma} + \rho_1 \dot{\sigma} = q_1 \ddot{h}. \quad (6)$$

Вязкоупругие характеристики эластичных колес:
параметры интегрального уравнения (1)

Источник экспериментальных данных	Наименование шины	Давление воздуха в шине $p_{\text{в}}$, МПа	Вид нагружения	Амплитуда деформации h_0 , см	Параметры ядра (3) при $\beta = 0.05$		Параметры уравнения (4) направляющей линии при G , кН	
					α	A	q_1 , кН/см	q_2 , кН/см ²
[1]	12,00-38 мод. Я261 (Р)	0,14	Радиальное	1,88	0,006	0,012159	2,696	0
[1]	12,00-20 мод. Я216 (Р)	0,08	»	0,64	0,015	0,030881	2,5885	0
[7]	5,00-10 мод. Б-19А	0,13	Тангенциальное при $G_1=1,66$ кН	0,23	0,010	0,020372	3,574	0
[7]	5,20-В мод. В-67Б	0,17	Тангенциальное при $G_1=2,1$ кН	0,25	0,013	0,026600	3,653	0
[2]	12,00-18	0,05	Радиальное	6,75	0,011	0,022667	0,888984	0,042140
[2]	12,00-20	0,30	»	4,40	0,006	0,012185	4,227272	0,163992
[2]	12,00-20 мод. М-93	0,25	»	4,90	0,005	0,010130	3,795991	0,094292
[7]	6,40-13 мод. М-100	0,20	Тангенциальное при $G_1=3,77$ кН	0,278	0,015	0,031202	4,400000	-1,441414

Примечание. G_1 — вертикальная нагрузка на ось колеса при его тангенциальном деформировании.

Решения уравнений (5) и (6), соответствующие установившемуся режиму деформирования по гармоническому закону, точно описывают усилия $G(t)$ и напряжения $\sigma(t)$ в случае линейности свойств эластичного колеса.

При постоянных значениях параметров p_1 и q_1 расчетные площади петель гистерезиса, соответствующие результатам расчетов, выполненных на основании уравнений (5) и (6), значительно изменяются с изменением угловой частоты ω , что противоречит экспериментальным данным. Это противоречие устраняется, если принять $q_1 = \text{const}$, $p_1 = \omega g_1$, где g_1 — безразмерный параметр.

Определим значения параметров g_1 и q_1 уравнения (6) в системе координат $\tilde{h} A_1 \sigma$, начало которой A_1 выбрано так, чтобы напряжения в начале и в конце одного цикла нагружения были равны нулю (рис. 3).

Рассмотрим метод определения параметров $g_1 = p_1/\omega$ и q_1 уравнения (6) — вязкоупругих характеристик эластичного колеса — путем обработки данных эпюр нормальных контактных напряжений, полученных при качении эластичного колеса.

Пусть ведомое эластичное колесо катится с постоянной скоростью оси v по недеформирующемуся основанию. Угловая скорость колеса ω также постоянна. Принимается, что поверхность основания горизонтальна. Вертикальная нагрузка на ось колеса равна G_0 . Текущее значение составляющей h нормального прогиба шины

$$h = R[\sin(\alpha_0 + \omega t) - \sin \alpha_0], \quad (7)$$

где $\alpha_0 = \pi/2 - \psi_b$, $0 \leq t \leq t_1$, t_1 — время контакта колеса и основания (рис. 1). Заменяя переменную t новой переменной $\psi = \psi_b - \omega t$, получим

$$h = R(\cos \psi - \cos \psi_b). \quad (8)$$

Учитывая (8) и зависимость $\psi = \psi_b - \omega t$, найдем общее решение уравнения (6):

$$\sigma(\psi) = \frac{q_1 R}{g_1^2 + 1} (C_1 + C_2 e^{-g_1(\psi_b - \psi)} + \cos \psi + g_1 \sin \psi). \quad (9)$$

Удовлетворяя крайевым условиям $\sigma(\psi_b) = 0$ и $\sigma(\psi_a) = 0$, получим систему двух уравнений для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 . Решив эту систему, найдем

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= - \left(\frac{2 g_1 \sin \psi_b}{e^{-2g_1 \psi_b} - 1} + \cos \psi_b + g_1 \sin \psi_b \right); \\ C_2 &= \frac{2 g_1 \sin \psi_b}{e^{-2g_1 \psi_b} - 1}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Параметр g_1 характеризует вязкие свойства эластичного колеса, его величина зависит от угла сдвига фаз между деформациями и напряжениями в шине. Максимум деформации $h = h_m$ достигается при $\psi = 0$. Обозначим угол, соответствующий максимуму напряжения $\sigma(\psi)$, через ψ_3 . Используя необходимое условие максимума функции (9) $\sigma'_\psi|_{\psi=\psi_3} = 0$, после исключения из найденного выражения произвольных постоянных C_1 и C_2 получим

$$\frac{2 g_1 \sin \psi_b}{e^{-2g_1 \psi_b} - 1} e^{-g_1(\psi_b - \psi_3)} - \sin \psi_3 + g_1 \cos \psi_3 = 0. \quad (11)$$

При известных значениях углов ψ_b и ψ_3 по выражению (11) можно определить характеристики вязкоупругих свойств эластичного колеса g_1 .

Параметр q_1 , являющийся коэффициентом пропорциональности в формуле (9), комплексно характеризует вязкоупругие свойства эластичного колеса. Характеристика вязкоупругих свойств эластичного колеса q_1 может быть найдена после определения величины g_1 путем обработки методом наименьших квадратов данных серии экспериментальных эпюр $\sigma(\psi)$, полученных при качении колеса в одинаковых условиях испытаний. Теоретическая линия регрессии напряжений сжатия шины описывается уравнением (9). Неизвестный параметр q_1 теоретической линии регрессии напряжений $\sigma(\psi)$ находим по формуле

$$q_1 = q_1^* = \frac{(g_1^2 + 1) \sum_{i=1}^n \sigma_s(\psi_i)}{R \sum_{i=1}^n (C_1 + C_2 e^{-g_1(\psi_b - \psi_i)} + \cos \psi_i + g_1 \sin \psi_i)}. \quad (12)$$

В выражении (12) $\sigma_s(\psi_i)$ — значения напряжения сжатия шины в i -й точке эмпирической линии регрессии эпюр $\sigma_s(\psi_i)$, n — число измерений $\sigma_s(\psi_i)$.

Были выполнены расчеты по описанной методике с использованием ряда экспериментальных данных. В результате определены вязкоупругие характеристики эластичных колес $g_1 = p_1/\omega$ и q_1 . В процессе выполнения расчетов методом хорд найдены численные решения трансцендентного уравнения (11). Погрешности определения величины q_1 не превосходят $\varepsilon_1 = 10^{-4}$.

В табл. 2 приведены некоторые значения параметров $g_1 = p_1/\omega$ и q_1 уравнения (6), найденных путем обработки экспериментальных эпюр $\sigma_s(\psi)$ с использованием формул (11) и (12). Получены расчетные значения напряжений $\sigma(\psi)$. Они не зависят от скорости качения, что согласуется с экспериментальными данными [7]. На рис. 2, а показана теоретическая линия регрессии напряжений $\sigma(d)$ (кривая 2) для колеса с шиной 5,00-10.

Проведена проверка адекватности описания напряжений $\sigma(\psi)$ уравнением (9) по критерию Фишера при 5% уровне значимости. Зна-

Вязкоупругие характеристики эластичных колес.
 Параметры дифференциального уравнения (6)

Источник экспериментальных данных	Наименование шины	Давление воздуха в шине, p_w , МПа	Вертикальная нагрузка на ось колеса G , кН	Параметры дифференциального уравнения (6)		
				g_1	q_1	
					численное значение	размерность
[3]	9,00-20 мод. М-103	0,53	18,6	9,81	18,61	МПа
[7]	5,20-13 мод. В-67В	0,17	3,12	6,74	5,31	кН/см
[7]	5,00-10	0,13	1,66	6,34	3,61	кН/см
[7]	6,40-13	0,17	3,30	7,45	8,85	кН/см

чения критерия Фишера, рассчитанные по экспериментальным данным, для всех опытов меньше табличных значений, следовательно, с соответствующей доверительной вероятностью уравнение (9) можно считать адекватным. Это подтверждает пригодность определяющего дифференциального уравнения (6) для моделирования закономерности деформирования при сжатии эластичных колес в случае нелинейности их свойств.

Пусть угол сдвига фаз между напряжениями и деформациями уменьшается и стремится к нулю. В этом случае ширина эллиптической петли гистерезиса, соответствующей уравнению (6), также стремится к нулю. На эпюре $\sigma(\psi)$ угол $\psi_3 \rightarrow 0$. Свойства эластичного колеса приближаются к упругим. При $\psi_3 = 0$ эпюра $\sigma(\psi)$ становится симметричной с максимумом, соответствующим $\psi = 0$; параметр $g_1 = 0$, эластичное колесо становится упругим. Эллиптическая петля гистерезиса вырождается в отрезок прямой, являющийся диагональю прямоугольника, в которой вписан эллипс. Направляющая прямая $\Phi(h) = q_1 h$ занимает положение диагонали этого прямоугольника, параметр q_1 принимает значение коэффициента упругости шины E_k . Для упругого эластичного колеса

$$\sigma = E_k(h). \quad (13)$$

Зависимость (13) следует также из формулы (9) при $g_1 = 0$.

Коэффициент упругости шины определяется на основании применения метода наименьших квадратов по формуле

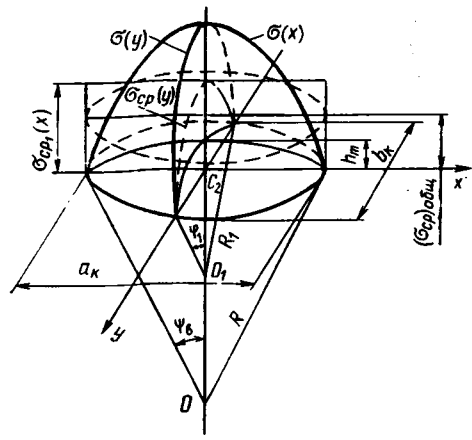
$$E_k^* = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_s(\psi_i)}{R \sum_{i=1}^n (\cos \psi_i - \cos \psi_b)} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_s(\psi_i)}{\sum_{i=1}^n h_i}, \quad (14)$$

следующей из формулы (12) при $g_1 = 0$.

Для некоторых эластичных колес в определенных областях изменения вертикальных нагрузок на ось колеса G_0 и давления воздуха в шине p_w зависимость (13) является функциональной (см. рис. 2, б и рис. 3, в). В табл. 2 приведены численные значения коэффициентов упругости тракторных шин 11,2-20 и 16,9R38, определенные путем обработки эпюр $\sigma(\psi)$, полученных при различных значениях G_0 и p_w .

Определим среднее в области контакта эластичного колеса и недеформирующегося основания напряжение сжатия шины в вертикальном направлении $(\sigma_{ср})_{общ}$. Схема для определения $(\sigma_{ср})_{общ}$ дана на рис. 4. Введем прямоугольную систему координат xS_2y , расположенную в плоскости контакта (рис. 1, 4). Центр S_2 этой системы лежит в центре симметрии эллипса, аппроксимирующего границу площади контакта, на-

Рис. 4. Схема для определения среднего напряжения сжатия шины в вертикальном направлении в области контакта эластичного колеса и недеформирующегося основания.



правление оси Ox совпадает с направлением движения оси колеса.
Среднее напряжение равно

$$(\sigma_{cp})_{общ} = \frac{G}{\nu F} = \frac{4G}{\pi a_k b_k \nu}, \quad (15)$$

где ν — коэффициент насыщенности рисунка протектора; $F = \pi a_k b_k / 4$ — контурная площадь контакта (площадь эллипса).

С другой стороны, согласно рис. 4,

$$(\sigma_{cp})_{общ} = \frac{2 \int_0^{a_k/2} \sigma(x) dx}{\gamma a_k} = \frac{\sigma_{cp_1}(x)}{\gamma}, \quad (16)$$

где γ — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения напряжений по ширине площади контакта; $\sigma_{cp}(x)$ — среднее значение сжимающего напряжения вдоль оси Ox . Так как $x = R \sin \psi$, а $\sigma(\psi)$ определяется формулой (9), то

$$I = 2 \int_0^{a_k/2} \sigma(x) dx = 2R \int_0^{\psi_b} \sigma(\psi) \cos \psi d\psi = \frac{q_1 R^2}{g_1^2 + 1} f(\psi_b), \quad (17)$$

$$\text{где } f(\psi_b) = 2C_1 \sin \psi_b + \frac{C_2}{g_1^2 + 1} \left[g_1 \cos \psi_b + \sin \psi_b - e^{-2g_1 \psi_b} (g_1 \cos \psi_b - \sin \psi_b) + \psi_b + \frac{\sin 2\psi_b}{2} \right]. \quad (18)$$

Подставим (17) в (16) и приравняем выражение (15) к (16). Из последнего равенства получим формулу для определения вязкоупругой характеристики q_1 эластичного колеса:

$$q_1 = q_1^p = \frac{4\gamma G (g_1^2 + 1)}{\pi b_k \nu R^2 f(\psi_b)}. \quad (19)$$

Приняв в уравнении (19) $g_1 = 0$, получим формулу, позволяющую найти коэффициент упругости E_k упругого эластичного колеса:

$$E_k = E_k^p = \frac{4\gamma G}{\pi b_k \nu R^2 (\psi_b - 0,5 \sin 2\psi_b)}. \quad (20)$$

Рассмотрим способ приближенного расчетного определения коэффициента γ неравномерности распределения напряжений по ширине площади контакта упругого колеса. Максимальная деформация шины, как видно из рис. 4,

$$h_m = R_1 (1 - \cos \varphi_1), \quad (21)$$

где R_1 — радиус окружности, у которой сегмент с хордой b_k имеет высоту h_m .

Исходя из выражения (21) и формулы (8) при $\Psi=0$ получим уравнение для определения R_1 :

$$R(1-\cos \Psi_b) = R_1(1-\cos \arcsin b_k/2R_1). \quad (22)$$

Принимаем, что средние напряжения сжатия шины в вертикальном направлении, распределенные по ширине площади контакта, пропорциональны деформациям $h(y)$ при коэффициенте пропорциональности E_1 :

$$\sigma_{cp}(y) = E_1 h(y) = E_1 R_1 (\cos \varphi - \cos \varphi_1), \quad (23)$$

$$\varphi_1 = \arcsin b_k/2R_1. \quad (24)$$

Определим величину $(\sigma_{cp})_2$:

$$(\sigma_{cp})_2 = \frac{2 \int_0^{b_k/2} \sigma_{cp}(y) dy}{b_k} = \frac{E_1 R^2 (\varphi_1 - 0,5 \sin 2 \varphi_1)}{b_k}. \quad (25)$$

Учитывая, что при

$\varphi = 0$ $\sigma_{cp}(y) = \sigma_{cp_1}(x) = E_1 h_m$, где $\sigma_{cp_1}(x) = \gamma (\sigma_{cp})_{общ}$, получим

$$\gamma = \frac{b_k h_m}{R_1^2 (\varphi_1 - 0,5 \sin 2 \varphi_1)}. \quad (26)$$

Нами разработана методика расчетного определения коэффициентов упругости эластичных колес. Для выполнения расчетов должны быть заданы: наружный D и посадочный d_1 диаметры шины, ширина профиля шины B_w , коэффициент насыщенности рисунка протектора ν , вертикальная нагрузка на ось колеса G_o , давление воздуха в шине p_w , статический радиус колеса $r_{ст}$. Размеры площади контакта колеса и основания при качении упругого колеса равны соответствующим размерам площади контакта при его статическом нагружении. Формулы для определения длины полуосей a_k и b_k эллипса, аппроксимирующего границу площади контакта колеса и жесткого основания при статическом нагружении колеса, получены в НАТИ [5]. Значения a_k и b_k определяются по этим формулам с учетом упругих свойств шины, характеризуемых коэффициентами ρ_o , C_1 и C_2 , предложенными В. Л. Бидерманом. Применяя формулы [5], находим a_k и b_k . Сопоставление экспериментальных значений $a_{kэ} = a_{кэ}$, полученных в наших исследованиях [8] и при статических испытаниях тракторных шин в НИИ крупногабаритных шин, с соответствующими расчетными значениями $a_k = a_{kp}$, найденными по формулам [5], показало, что $a_{кэ} = \kappa a_{kp}$ при среднем значении коэффициента пропорциональности $\kappa = 0,9524$. Поэтому в дальнейших расчетах принято $a_k = 0,9524 a_{kp}$.

Определив a_k и b_k , далее по формулам (8) при $\Psi=0$, (21), (24), (26), (20), последовательно находим h_m , R_1 , φ_1 , γ и E_k .

В табл. 3 приведены значения E_k^p , определенные по этой методике для колес с шинами 11,2-20 и 16,9R38 при различных значениях G_o и p_w . Средние относительные отклонения $\delta_{cp}(E_k)$ величин E_k^p от соответствующих значений коэффициентов упругости шин E_k^* , найденных путем обработки экспериментальных эпюр напряжений $\sigma(\Psi)$, для колес с шинами 11,2-20 и 16,9R38 соответственно равны 9,12 и 3,87 %, стандартные отклонения $\sigma(E_k)$ для этих колес — 4,52 и 2,91 %. Расхождения не превосходят погрешностей экспериментальных данных. Это показывает, что предлагаемая методика может применяться для расчетного определения коэффициентов упругости E_k колес с пневматическими шинами.

Математические модели деформирования эластичных колес с параметрами, найденными по разработанным нами методикам, могут при-

Коэффициенты упругости тракторных колес с пневматическими шинами

G_o , кН	p_w , МПа	Средние за серию опытов			E_k^* , МН/м ²	Расчетные		E_k , МН/м ² (по формуле (20))	δ (E_k), %
		$v_b = \omega R$, м/с	ψ_b , град	a_k , см		a_k , см	b_k , см		
Колесо с шиной 11,2-20									
7,6	0,26	0,51	13,13	22,37	90,82	23,77	18,64	81,78	9,95
7,6	0,18	0,57	13,83	23,55	71,46	25,34	19,82	63,26	11,47
12,6	0,26	0,42	16,47	27,93	72,24	28,41	22,00	66,56	7,86
12,6	0,18	0,42	18,30	30,93	44,66	30,53	23,67	49,59	11,04
12,6	0,10	0,45	19,59	32,03	33,08	35,26	27,04	28,00	15,36
14,3	0,26	0,32	17,38	29,43	66,96	29,56	22,96	64,05	4,34
14,3	0,18	0,38	19,28	32,52	41,4	32,04	24,75	46,28	11,78
14,3	0,10	0,30	22,94	38,38	25,26	37,14	28,36	25,56	1,19
Колесо с шиной 16,9R38									
18,9	0,17	0,58	15,08	43,83	46,35	44,07	33,17	46,32	0,06
18,9	0,08	0,60	19,10	55,14	19,80	53,96	40,05	20,53	3,69
18,0	0,26	0,39	12,83	37,42	80,87	37,93	28,76	80,48	0,48
18,0	0,17	0,42	14,92	43,38	48,13	44,10	32,48	44,96	6,59
18,0	0,08	0,36	18,77	54,21	20,81	52,76	39,23	21,53	3,46
17,6	0,26	0,37	12,73	37,12	84,07	37,57	28,49	81,76	2,74
17,6	0,17	0,37	14,26	41,52	53,70	42,66	32,17	49,10	8,57
17,6	0,08	0,32	18,33	52,99	23,14	52,21	38,86	21,89	5,40

меняться в качестве определяющих соотношений в расчетах по определению тяговых свойств тракторов и других мобильных машин, в решении задач оптимизации параметров их ходовых систем, а также при разработке методов расчета уплотняющего воздействия тракторов на почву и рекомендаций по снижению вредного влияния проходов машин на плодородие почв.

ЛИТЕРАТУРА

1. Груздев Ю. И. Оценка шин ведущих колес сельскохозяйственных тракторов с помощью безразмерных показателей. — Автореф. канд. дис. Киров, 1972. — 2.
- Капанадзе Г. Н. Исследование поглощающей способности шины при вертикальных колебаниях автомобиля. — Автореф. канд. дис. М., 1977. — 3.
- Кленников Е. В. Исследование влияния некоторых эксплуатационных факторов на распределение напряжений в контакте и износ шин. — Автореф. канд. дис. М., 1969. — 4.
- Колтунов М. А. Ползучесть и релаксация. — М.: Высшая школа, 1976. — 5.
- Ксенович И. П., Скотников В. А., Ляско М. И. Ходовая система — почва — урожай. — М.: Агропромиздат, 1985. — 6.
- Ржаницын А. Р. Теория ползучести. — М.: Стройиздат, 1968. — 7.
- Семов Д. С. Исследование силовых соотношений прямолинейно катящегося автомобильного колеса по твердой дороге. — Автореф. канд. дис. М., 1973. — 8.
- Хабатов Р. Ш., Золотаревская Д. И., Матвеев В. В., Трушин В. Г., Трушин Г. А., Лядин В. П. Закономерности деформирования тракторных колес с пневматическими шинами. — Изв. ТСХА, 1987, № 3, с. 173—180.

Статья поступила 12 апреля 1988 г.

SUMMARY

It is suggested to model regularities in temporal deformations of elastic wheels by Volterra linear integral equation of the second kind of viscoelasticity hereditary theory with A. R. Rzhаницын's nucleus. It is shown that for elastic wheels it may be substituted under some conditions of deformation by a second order trinomial differential equation which connects the first and the second derivatives by the time of compressive stresses and the second derivative of tyre compression deformation. At certain intervals of changes in vertical loads on wheel axle and air pressure in tyres, some elastic wheels are deformed as practically resilient, their properties are modelled by proportional dependence between compressive stresses and tyre compression deformations in each point of the contact of the wheel and the footing that is not deformed.