Известия ТСХА, выпуск 4, 1986 год

УДК 631.356:519.21

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОБРЕЗКИ БОТВЫ ПРИ МАШИННОЙ УБОРКЕ КОРНЕПЛОДОВ

Н. А. ФРИДЛЕНДЕР, В. Б. ПАНОВ

(Кафедра высшей математики и кафедра нормирования и охраны труда)

В статье показано, что движение рабочего органа ботвореза есть случайная стационарная функция, параметры которой зависят от рельефа поверхности почвы, скорости движения ботвореза и его конструкции. Дано линейное аналитическое выражение этой зависимости в безразмерной форме, по которому с помощью номограммы можно определить вероятность обрезки ботвы на заданную длину.

Важным условием снижения потерь корнеплодов при хранении является достаточно точная обрезка ботвы перед машинной уборкой. Точность обрезки ботвы зависит от расположения головок корнеплодов в почве, профиля ее поверхности, конструкции ботвосрезающего механизма.

В соответствии с требованиями ГОСТ 1721—67 «Морковь столовая, свежая» у корнеплодов длина черешков ботвы не должна превышать 20 мм, при этом головка моркови не должна быть повреждена.

Точность обрезки зависит от трех факторов:

— высоты расположения корнеплода относительно поверхности почвы $y_г$;

— характера поверхности (неровности) почвы y_n;

— местоположения рабочего органа $Ус$.

Пусть y_n — ордината поверхности почвы в некоторой точке x; $y_г$ — длина выступающей из почвы головки корнеплода; $y_б$ — длина черешка ботвы после среза; y_c — высота расположения ножей ботвореза над поверхностью почвы. Отсюда следует, что $y_e = y_c - y_г$.

Для решения задачи о точности обрезки ботвы необходимо найти дисперсии $D(y_г)$ и $D(y_c)$ [1]. Необходимо также знать $D(y_n)$, так как $D(y_c)$ зависит не только от конструкции ботвореза, но и от y_n.

Математическая обработка ординат расположения головок моркови над уровнем почвы y, показала, что $y_г$ можно считать нормально распределенной случайной величиной. По данным [2], математическое ожидание $M(y_г) = 2$ мм, а среднее квадратическое отклонение $\sigma(y_з) = 10{,}6$ мм. Конечно, эти данные могут варьировать в зависимости от конкретных условий. Нами были проведены замеры y, столовой моркови сорта Шантенэ 2461 в совхозе «Сож» Смоленского района Смоленской области в 1983—1984 гг. с помощью координатора. Построенная гистограмма и обработка экспериментальных данных показали, что y, является случайной величиной с $M(y_г) = 0$ и $\sigma(y_г) = 10{,}1$мм.

Фактор неровности почвы также сильно влияет на качество срезки ботвы. Замеры y_n, которые производились одновременно с замером $y_г$, показали, что уровень поверхности почвы можно рассматривать как случайную стационарную функцию $Уn(x)$, аргументом которой является расстояние x от некоторой фиксированной точки вдоль оси O_x, совпадающей с направлением движения ботвореза вдоль рядка моркови. Известно, что центрированная стационарная случайная величина полностью определяется дисперсией $\sigma^2(y_n)$ и безразмерной нормированной корреляционной функцией $r(x)$. В указанных выше замерах $\sigma(y_n) = \sigma_n = 6{,}8$ мм. По данным С. В. Кардашевского [2], корреляционная связь между ординатами y_n исчезала при расстоянии между замерами >130 мм. Однако следует заметить, что функция $y_n(x)$ зависит от многих факторов. Сравнение результатов обработки $Уn(x)$ при разных σ_n показало, что правильнее за аргумент корреляционной функции брать не x, а относительный параметр $\eta = x/\sigma_n$ (это удобно при работе с подобными случайными функциями). В данном случае за единицу измерения в уравнении профиля принимается среднеквадратическое отклонение стационарной случайной функции. Для определения корреляционной функции было сделано с помощью координатора более 300 замеров профиля почвы. Самой подходящей аппроксимирующей функцией, наиболее удобной для исследований, является функция, зависящая от двух параметров [3]:

$$r = e^{-Ax}\left[\cos\Omega x + \frac{A}{\Omega}\sin\Omega x\right],$$

или в безразмерных координатах

$$r = e^{-\alpha\eta}\left[\cos\omega\eta + \frac{\alpha}{\omega}\sin\omega\eta\right] \quad (1)$$

$$(\alpha = A\,\sigma_n;\ \omega = \Omega\,\sigma_n).$$

Уравнения в безразмерных координатах удобны для анализа, так как не за-

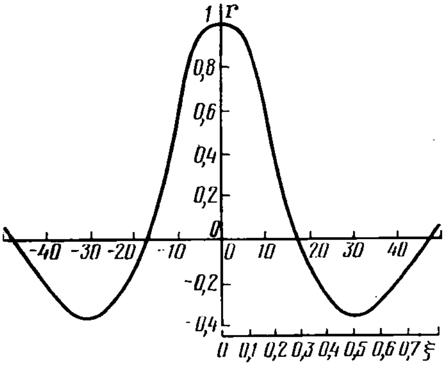

Рис. 1. График корреляционной функции для профиля поверхности почвы $r = e^{-0,0322}$ (cos 0,107η+0,3 sin 0,107η).

висят от линейных размеров и от σ_n и справедливы для различных $a\sigma_n$.

Методом наименьших квадратов были определены средние значения параметров оω = 0,107; α = 0,0322. После подстановки этих значений в (1) функция принимает вид

$$r = e^{-0,0322\eta}(\cos 0,107\eta + 0,3\sin 0,107\eta). \quad (2)$$

График этой функции показан на рис. 1. Из графика видно, что в среднем после «бугра» через 30 безразмерных единиц вероятна впадина. При увеличении л функция быстро стремится к нулю из-за наличия множителя $e^{-a\eta}$

Третий фактор, влияющий на точность обрезки ботвы, — местоположение рабочего органа, которое определяется стационарной случайной функцией $y_c(x)$, которая, как будет показано ниже, тесно связана с $y_n(x)$. Дисперсия $D(y_c)$ зависит от многих факторов: конструкции машины, скорости ее движения, траектории движения копирующего колеса и т. д.

Рассмотрим схему ботвореза, представленную на рис. *2.* Ботворез присоединен к трактору или уборочной машине в точке O_2, а в точке O_1 расположена ось копирующего колеса радиуса R. H—H — уровень срезающих дисковых ножей — отстоит от точки C, расположенной на звене O_1O_2, на расстоянии a. Если

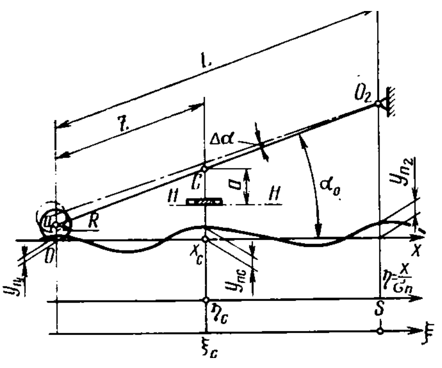

Рис. 2. Схема ботвореза.

$O_1C = Z$, а угол наклона O_1O_2 равен α_0, то

$$y_c = R + Z\sin\alpha_0 - a. \quad (3)$$

Но так как колесо катится по поверхности почвы, то, следуя профилю поверхности, оно приподнимется на высоту y_{n1} в точке O_1, отчего точка C изменит свое положение на $y_{n_1}\dfrac{L-Z}{L}$ (рис. 2). Вертикальные колебания точки O_2 обусловлены неровностью почвы, поэтому естественно принять среднеквадратическое отклонение точки O_2 пропорциональным определенному выше σ_n:

$\sigma_2 = \beta\sigma_n$, где β — коэффициент пропорциональности.

Следует также учитывать, что при работе на скоростях, превышающих критические, вследствие инерционных сил происходит кратковременный отрыв копира от поверхности почвы. При этом если точка O_1 переместится вверх по вертикали, т. е. звено O_1O_2 повернется на угол $\Delta\alpha$, то рабочий орган ботвореза получит дополнительное колебание

$$y_\alpha = (L - Z)\,\Delta\alpha\cdot\cos\alpha_0.$$

Введем еще один безразмерный параметр, пропорциональный абсциссе x:

$$\zeta = \frac{x}{L\cos\alpha_0},$$

где ξ, = 0 в точке O_1, а в точке $O2$ ξ = 1.

После введения указанных погрешностей в (3) получаем

$$y_c = R + Z\sin\alpha_0 - a + y_{n_1}(1-\zeta) + \zeta y_{n_2} + (1-\zeta)S\,\Delta\alpha - y_{n_c}, \quad (4)$$

где y_{n1} — уровень почвы под копиром; y_{n2} — то же под O_2; Yn_c — то же при $x = x_c$; $S = L\cos\alpha_0$.

Из (4) видно, что y_c является стационарной случайной функцией, зависящей линейно от стационарной случайной функции $y_n(\xi)$, для которой известны σ_n и относительная корреляционная функция (1). Линейность зависимости y_c от y_n является результатом линейной постановки задачи.

Определим далее дисперсию y_c:

$$\sigma_c^2 = \sigma_n^2\Big\{(1-\zeta)^2 + \zeta^2\beta^2 + (1-\zeta)^2 m^2 + 1 + 2\zeta(1-\zeta)\beta r_{12} + 2(1-\zeta)^2 S\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_n}r_{n_1,\alpha} - 2(1-\zeta)r_{1c} + 2\zeta(1-\zeta)Sr_{2\alpha}\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_n} - 2\zeta\beta r_{2c} - 2(1-\zeta)mr_{c\alpha}\Big\}, \quad (5)$$

где $m = \dfrac{\sigma_\alpha}{\sigma_n}L\cos\alpha$; σ_α^2 — дисперсия $\Delta\alpha$; r — корреляционные функции; $r_{n_1,\alpha}$ — для y_{n_1} и $\Delta\alpha$; r_{12} — для ординат точек поверхности почвы под O_1 и O_2; r_{1c} — для y_{n_1} и y_{n_c}; r_{2c} — для y_{n_2} и y_{n_c}; $r_{\alpha c}$ — для $\Delta\alpha$ и y_{n_c}; $r_{2\alpha}$ — для y_{n_2} и $\Delta\alpha$.

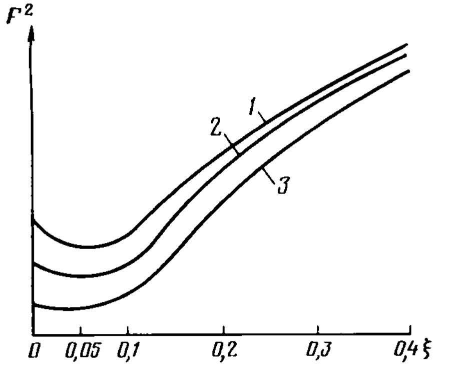

Рис. 3. Зависимость F^2 от 1 при различных значениях параметра m.
1 — $m \sim 1$; 2 — m=0.8; 3 — m=0,5.

Обозначим отношение дисперсий $\frac{D[y_c]}{D[y_n]}$ через F^2, тогда выражение (5) запишется в виде

$$F^2 = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_n^2} = (1-\zeta)^2\left[1+m^2+2mr_{n_1\alpha}\right] + 2\zeta(1-\zeta)\left[\beta r_{12} + mr_{2\alpha} - \frac{mr_{c\alpha}}{\zeta} - \frac{r_{1c}}{\zeta}\right] + \zeta^2\beta^2 + 1 - 2\zeta r_{2c}\beta.$$

Рассмотрим частный случай.

Пусть $\beta = 1$, $L = 2$ м, $\sigma_n = 0{,}01$ м; $\alpha_0 = 20$; $x_{02}/\sigma_n = 62{,}65$; $S = 1{,}879$.

Результаты расчета для различных значений параметра $m = \frac{\sigma_\alpha x_{02}}{\sigma_n}$ представлены на рис. 3. Этот параметр зависит через σ_α от радиуса колеса копира R, скорости движения и др. Коэффициенты корреляции рассчитывались по формуле (2). Из рис. 3 видно, что минимальное значение σ_c/σ_n находится вблизи точки O_1 (при $\zeta = 0{,}04 \div 0{,}07$). При идеальном копировании почвы $x_c = x_1$, т. е. рабочий орган должен быть размещен возможно ближе к копиру. Из графика на рис. 3 следует, что при $\zeta = 0{,}2 \div 0{,}3$ отношение σ_c^2/σ_n^2 значительно возрастает, фактические колебания рабочего органа в 1,2—1,3 раза больше, чем колебания вследствие неровностей почвы, что объясняется малым влиянием копирующего эффекта. Полученные результаты применимы в случаях более сложной конструкции ботвореза. Например, если ботворез имеет не одно колесо, а четыре, то каждое из колес колеблется по закону случайной функции $y_{in}(x)$ ($i = 1, 2, 3, 4$). Малое перемещение в вертикальном направлении i-го колеса вызовет соответствующее пропорциональное перемещение $\gamma_i y_{in}$ в точке C, где крепится рабочий орган. Постоянные γ_i определяются только видом конструкции. Вертикальное перемещение точки C выражается следующим образом:

$$y_c = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i y_{in}(x) + \text{const},$$

а дисперсия представляется в виде

$$\sigma_c^2 = \sigma_n^2 \sum_i \sum_j \gamma_i \gamma_j r_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3, 4).$$

Определим далее $\sigma(y_б)$.

Принимая, что $y_г$ и $y_с$— независимые случайные величины, согласно формуле $y_б = y_с - y_г$ имеем для дисперсии $y_б$

$$D[y_б] = D[y_c] + D[y_г],$$

или с учетом $F^2 = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_n^2}$ получаем

$$\sigma[y_б] = \sqrt{\sigma_г^2 + \sigma_n^2 \cdot F^2}.$$

Параметр F^2 является безразмерной величиной, зависящей только от конструкции машины и режима ее работы. Для нашего примера зависимость F^2 от ζ, m показана на рис. 3. Учитывая, что $y_б$ и y_n имеют распределения, близкие к нормальному, можно оценить вероятность того, что размер черешков не превзойдет заранее заданной величины. Расчет удобнее производить с помощью номограммы, приведенной на рис. 4, построенной на основе формулы

$$P(a < y < b) = \Phi\left(\frac{b}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a}{\sigma}\right),$$

где $\Phi(z)$ — функция Лапласа.

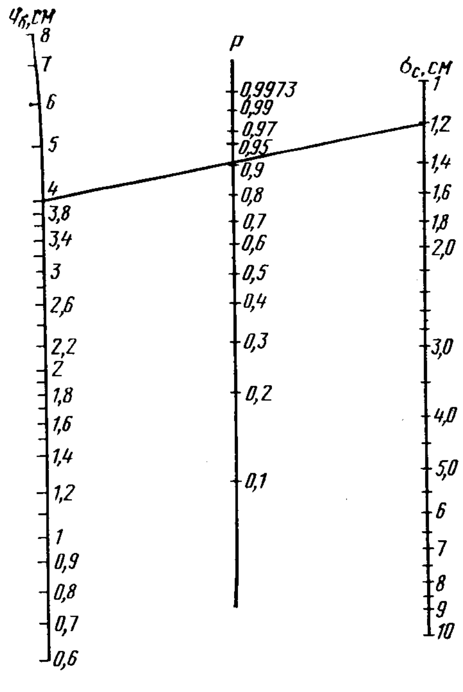

Рис. 4. Номограмма для оценки вероятности того, что размер черешков корнеплодов после срезки ботвы не превзойдет заранее заданный.

Например, если σ_c — 1,2 см, то вероятность того, что размер черешков не превысит 4 см, равна 0,9. Так как дисперсию $\sigma^2(y_г)$ уменьшить сложно, то для повышения точности обрезки необходимо улучшить выровненность поверхности почвы (уменьшение параметра F^2). Большое значение имеет правильная работа копирующего механизма и конструкция ботвореза, которые должны обеспечить достаточно малое значение параметра F^2.

Выше было приведено стандартное значение длины черешков $уб_{мах}$ = 20 мм. Очевидно, что наибольший выход правильно обрезанной моркови будет достигаться при установке рабочего органа на 10 мм выше $M(y_г)$.

Заключение

1. При создании новых сельскохозяйственных машин, рабочий орган которых действует вблизи поверхности почвы, следует учитывать, что расстояние от поверхности почвы до рабочего органа $Y_c(x)$ является стационарной случайной функцией. При этом по экспериментальным данным можно определить корреляционную функцию поверхности почвы и оценить в линейном приближении дисперсию $D(y_c)$.

Учитывая, что упругая вибрация, обусловленная конструкцией машин, ничтожно мала по сравнению с вибрацией из-за неровности почвы, исходными данными для расчета дисперсии функции $Y_c(x)$ являются только корреляционная функция профиля поверхности и дисперсия возможного отрыва колес копира от поверхности почвы.

Определяя дисперсию $D(y_c)$ в разных точках присоединения ботвореза, можно найти оптимальное расположение рабочего органа машины.

Расчеты рационально производить в безразмерных параметрах, что дает возможность применять одни и те же формулы для подобных сельскохозяйственных машин при различных неровностях почвы;

в частности, введен параметр $$F^2=\frac{\sigma_c^2}{\sigma_n^2},$$

характеризующий работу сельскохозяйственной машины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969. — **2.** Диденко Н. Ф. и др. Машины для уборки овощей. — М.: Машиностроение, 1984. — **3.** Пугачев В. С. Введение в теорию вероятностей. — М.: Наука, 1968.

Статья поступила 15 января 1986 г.

SUMMARY

The motion of haulm cutter operating member is a random stationary function, its parameters varying with soil relief, speed of haulm cutter motion and its construction. This relationship is described by a dimensionless linear analytic expression which can show by a nomogram whether haulm can be cut to a programmed length.