# ОБЩАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ПОДВЕСКИ ЗАДНЕГО НАВЕСНОГО УСТРОЙСТВА ТРАКТОРА

# П. В. Сиротин<sup>1</sup>, Н. Н. Пуляев<sup>2</sup>, М. А. Лесик<sup>3</sup>, Д. А. Федорова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

 <sup>2</sup> ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К. А. Тимирязева», г. Москва, Российская Федерация
 <sup>3</sup> ООО «КЗ «Ростсельмаш», г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Аннотация. В работе представлены результаты по разработке математической и имитационной модели гидропневматической подвески заднего навесного устройства трактора. Обоснована актуальность работы в связи с распространением гидропневматических подвесок и необходимостью повышения эффективности систем копирования рельефа поля и снижения действующих динамических нагрузок. Представлена расчетная модель гидропневматической подвески, включающей гидроцилиндры и параллельно подключенные к ним гидропневматические амортизаторы, включающие дроссели и газовые пружины. Приведена система уравнений движения поршня гидроцилиндра в зависимости от параметров гидропневматической подвески и количества подключаемых гидропневматических амортизаторов. На основе допущения составлена упрощенная схема гидропневматической подвески адаптера с противодавлением и соответствующая система уравнения для определения перемещения поршня гидроцилиндра. Модель включает изменение параметров внешнего воздействия на систему, а также параметров предварительной настройки гидропневматического аккумулятора. Для оценки работоспособности разработанной модели составлена ее имитационная модель, которая была интегрирована в известную имитационную модель движения колесной машины с жесткой подвеской. Представлены результаты моделирования движения трактора по полю с реальными геометрическими параметрами. По результатам моделирования показана осциллограмма перемещения поршня гидроцилиндра в зависимости от параметров настройки гидропневматических аккумуляторов. Представлены выводы и направления дальнейших исследования по данному направлению.

**Ключевые слова:** навесное устройство трактора; гидропневматическая подвеска; имитационная модель движения; система копирования рельефа поля.

## GENERAL MODEL OF HYDRODYNAMIC SUSPENSION OF TRACTOR REAR LINKAGE DEVICE

P. V. Sirotin<sup>a</sup>, N. N. Pulyaev<sup>b</sup>, M. A. Lesik<sup>c</sup>, D. A. Fedorova<sup>a</sup> <sup>a</sup> Don State Technical University, Rostov-on-don, Russian Federation <sup>b</sup> Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy, Moscow, Russian Federation <sup>c</sup> KZ Rostselmash LLC, Rostov-on-don, Russian Federation

Abstract. The paper presents the results of the development of a mathematical and simulation model of the hydropneumatic suspension of tractor rear linkage. The relevance of the work is substantiated in connection with the spread of hydropneumatic suspensions and the need to increase the efficiency of systems for following the field relief and reducing the existing dynamic loads. A computational model of a hydropneumatic suspension is presented, including hydraulic cylinders and hydropneumatic shock absorbers connected in parallel to them, including throttles and gas springs. A system of equations of motion of a hydraulic cylinder piston is given depending on the parameters of the hydropneumatic suspension and the number of connected hydropneumatic shock absorbers. Based on the assumption, a simplified diagram of the adapter's hydropneumatic suspension with back pressure and the corresponding equation system for determining the movement of the hydraulic cylinder piston have been compiled. The model includes changing the parameters of the external influence on the system, as well as the pre-setting parameters of the hydropneumatic accumulator. To assess the performance of the developed model, a simulation model was compiled, which was integrated into the well-known simulation model of the movement of a nonsuspension wheeled vehicle. The results of modeling the movement of a tractor across a field with real geometric parameters of evenness are presented. Based on the simulation results, an oscillogram of the movement of the hydraulic cylinder piston is shown depending on the settings of the hydropneumatic accumulators. Conclusions and directions for further research in this area are presented.

*Keywords:* tractor rear linkage; hydropneumatic suspension; motion simulation model; field relief copying system.

### введение

В современных условиях одна из основных проблем агропромышленного комплекса России заключается в повышении надежности и производительности тракторов сельскохозяйственного назначения [1, 2]. Современные модели навесных орудий трактора имеют массу, которая соответствует предельной грузоподъемности их навесных устройств. При эксплуатации таких машиннотракторных агрегатов (МТА) в результате взаимодействием колес с неровностями опорного основания, а также собственных колебаний МТА на эластичных шинах [1-3] формируются динамические нагрузка в 2...3 раза превышающие статические. Это приводит к отказам навесного устройства, повышению динамических нагрузок на корпус трактора и навесного агрегата, воздействию чрезмерных вибрации на оператора.

Внедрение гидропневматических подвесок заднего навесного устройства (ЗНУ) является достаточно распространенным техническим решением в мировом тракторостроении. При этом для разработки и внедрения данного решения на отечественных предприятиях требуется создание соответствующих теоретических основ, позволяющих воспроизвести рабочий процесс и синтезировать эффективные конструкции на ранних стадиях проектирования. Разработка таких систем требует разрешения ряда задач, сводящихся к разработке методики расчета подобных систем, что является обязательной составляющей при современных способах проектирования машин и обуславливает актуальность данной работы.

## ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

На более ранних моделях тракторов ЗНУ работало продольно (рисунок 1,а) за счет обеспечения подвижности навесного устройства относительно корпуса трактора.



Рисунок 1 – Перспективная модель колесного трактора RSM 1370 с навесным оборудованием (*a*) и его трехточечное заднее навесное устройство (б)

Кинематическая связь между навесным агрегатом и трактором обеспечивается с помощью трехточечной навески (рисунок 1,б) с гидропневматическим приводом, который обеспечивает не только подвижность навески, но сглаживание и поглощение динамических нагрузок, действующих на МТА.

Однако в настоящее время, прежде всего, из-за технологической целесообразности ЗНУ трактора работает за счет параллельного подключения гидравлического цилиндра 3 и гидропневматических амортизаторов (ГПА) 4 (рисунок 2,а), включающих дроссели 5 и газовые пружины 6 (рисунок 2). Основным элементом ЗНУ трактора является ГПА с переменной структурой. Под переменной структурой следует понимать различные конфигурации ГПА за счет изменения количества составляющих модулей их параметров. Имеющиеся управляемые дроссели 5 позволяют изменять параметры ГПА за счет изменения проходного сечения, а также давления в газовой полости ГПА.



Рисунок 2 – Расчетная схема трактора с гидропневматической подвеской ЗНУ трактора (а) и блок ГПА (б)

Таким образом, для снижения действующих динамических нагрузок и обеспечения процесса копирования рельефа местности с одной стороны требуется обеспечить высокую чувствительность и быстродействие системы, с другой, практически полное исключение гармонических колебаний после снятия нагрузки. Решение такой задачи в современном понимании требует составления соответствующих математических и имитационных моделей.

Очевидно, что для управления движением выходных звеньев в исполнительном гидропневматическом приводе можно использовать дроссельное регулирование расходов рабочей среды [3]. Для систем подвески современных ЗНУ с рабочей средой в виде жидкости формула для расчета расхода жидкости имеет вид:

$$Q = \mu \cdot f \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}},\tag{1}$$

где  $\mu$  и f – коэффициент расхода и площадь проходного сечения дросселя 5 (рисунок 2);  $\Delta p$  – перепад давления в полости гидроцилиндра 3 и полости газовой пружины 6;  $\rho$  – плотность рабочей жидкости.

При изучении и расчетах динамических характеристик рассматриваемой системы гидромеханические процессы в ней происходят с изменяющимися во времени давлениями. Расход рабочей среды, поступающий в газовую пружину 6 с объемом V и с изменяющимися во времени границами, согласно уравнению неразрывности, можно найти в виде:

$$Q = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{B} \cdot \frac{dp}{dt'},\tag{2}$$

где *p* – давление среды, содержащейся в объеме *V*, т.е. в газовой пружине; *B* – модуль объемный упругости среды.

Составим расчетную схему гидропневматической рессоры, включающей гидроцилиндр, к штоковой и поршневой полости которого подключены ГПА переменной структуры (рисунок 3), и введем следующие обозначения: *N* – количество ГПА в поршневой или штоковой полости;  $p_1$ ,  $p_2$  – давления в поршневой и штоковой полости гидроцилиндра соответственно; Г<sub>1</sub>, Г<sub>3</sub>, Г<sub>2m-1</sub> – газовые пружины, связанные с поршневой полостью гидроцилиндра; *m* = 1, 2, ... N; Г<sub>2</sub>, Г<sub>4</sub>, Г<sub>2m</sub> – газовые пружины, связанные со штоковой полостью гидроцилиндра;  $Д_1, J_3, J_{2m-1}$  – дроссели перед ГПА  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_3$ ,  $\Gamma_{2m-1}$ ; Д<sub>2</sub>, Д<sub>4</sub>, Д<sub>2m</sub> – дроссели перед ГПА  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_4$ ,  $\Gamma_{2m}$ ;  $p_1$ ,  $p_3$ ,  $p_{A 2m-1}$  – давление на выходе дросселей Д<sub>1</sub>, Д<sub>3</sub>, Д<sub>2m-1</sub>;  $p_2$ ,  $p_4$ ,  $p_{д \, 2m}$  – давление на выходе дросселя Д<sub>2</sub>, Д<sub>4</sub>, Д<sub>2m</sub>;  $p_{\Gamma 1}$ ,  $p_{\Gamma 3}$ ,  $p_{\Gamma \, 2m-1}$ - давление в газовой полости ГПА поршневого контура Г<sub>1</sub>, Г<sub>3</sub>,  $\Gamma_{2m-1}; p_{\Gamma 2}, p_{\Gamma 4}, p_{\Gamma 2m}$  – давление в газовой полости ГПА штокового контура  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_4$ ,  $\Gamma_{2m}$ ; x – перемещение поршня в гидроцилиндре;  $y_1, y_3, y_{2m-1}$  – перемещение поршня в газовой полости ГПА  $\Gamma_1, \Gamma_3,$  $\Gamma_{2m-1}$ ;  $y_2, y_4$ , ,  $y_{2m}$  – перемещение поршня в газовой полости ГПА Г<sub>2</sub>, Г<sub>4</sub>, Г<sub>2m</sub>; S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> – эффективная площадь поршня в поршневой и штоковой полости гидроцилиндра;  $S_{\Gamma 1}, S_{\Gamma 3}, S_{\Gamma 2m-1} -$ эффективная площадь поршня в газовой полости ГПА поршневого контура Г<sub>1</sub>,

 $\Gamma_3, \Gamma_{2m-1}; S_{\Gamma^2}, S_{\Gamma^4}, S_{\Gamma 2m}$  – эффективная площадь поршня в газовой полости ГПА штокового контура  $\Gamma_2, \Gamma_4, \Gamma_{2m}$ .



Рисунок 3 – Расчетная схема гидропневматической подвески ЗНУ трактора с противодавлением

Для системы гидропневматической подвески на рисунке 3 с учетом условия неразрывности выражения для расходов идеальной жидкостью (*Q*) в гидроцилиндре и полостях ГПА имеют вид:

. . .

$$Q_1 = S_1 \cdot \dot{x}; \tag{3}$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \dot{x}; \tag{4}$$

$$Q_{\mu,2m-1} = \mu_{2m-1} \cdot f_{2m-1} \operatorname{sign}(p_1 - p_{\mu,2m-1}) \cdot \sqrt{\frac{2|p_1 - p_{\mu,2m-1}|}{\rho}};$$
(5)  

$$Q_{\mu,2m} = \mu_{2m} \cdot f_{2m} \operatorname{sign}(p_2 - p_{\mu,2m}) \cdot \sqrt{\frac{2|p_2 - p_{\mu,2m}|}{\rho}};$$
(6)  

$$Q_{\mu,2m-1} = S_{2m-1} \cdot \dot{y}_{2m-1};$$
(6)

Уравнения для давлений в полостях гидроцилиндра имеют вид:

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{Q_1 - Q_{\text{A}_1} - Q_{\text{A}_3} - \dots - Q_{\text{A},2m-1}}{K_{\text{ynp}_1}} = \frac{Q_1 - \sum_{m=1}^N Q_{\text{A},2m-1}}{K_{\text{ynp}_1}};$$
(7)

$$K_{\text{ynp}_1} = \frac{V_{2m-1} + S_1 \cdot |x| \cdot \text{sign}(x)}{E_{\text{IIM}}}; \qquad (8)$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{-Q_2 + \sum_{m=1}^{N} Q_{\text{Д},2m}}{K_{\text{ynp}_2}};$$
(9)

$$K_{\text{ynp}_2} = \frac{V_{2m} + S_2 \cdot |x| \cdot \text{sign}(x)}{E_{\text{цил}}},\tag{10}$$

где  $K_{yпp_1}$  и  $K_{ynp_2}$  – коэффициент упругости поршневой и штоковой полости гидроцилиндра с жидкостью;  $E_{цил}$  – приведенный объемный модуль упругости рабочей жидкости в газовой пружине;  $V_{V_{2m-1}}$ ,  $V_{V_{2m}}$  – объем рабочей жидкости, оставшейся соответственно в поршневой и штоковой полости гидроцилиндра при нахождении поршня в крайних положениях.

Уравнения для давлений в полостях ГПА имеют вид:

$$\frac{dp_{\mu,2m-1}}{dt} = \frac{Q_{\mu,2m-1} - Q_{\mu,2m-1}}{K_{y_{\Pi}p_{\mu,2m-1}}};$$
(11)

где

$$K_{\text{ynp}_{\Gamma,2m-1}} = \frac{V_{\text{M},2m-1} + S_{\Gamma,2m-1} \cdot |y_{2m-1}| \cdot \text{sign}(y_{2m-1})}{E_{\Gamma,2m-1}};$$
(12)

$$\frac{dp_{\rm A,2m}}{dt} = \frac{Q_{\rm A,2m} - Q_{\rm F,2m}}{K_{\rm ynp_{\rm F,2m}}},$$
(13)

где

$$K_{\mathrm{ynp}_{\Gamma,2m}} = \frac{V_{\mathrm{M,2m}} + S_{\Gamma,2m} \cdot |y_{2m}| \cdot \mathrm{sign}(y_{2m})}{E_{\Gamma,2m}}; \qquad (14)$$

$$p_{\Gamma,2m-1} = p_{0_{\Gamma,2m-1}} \cdot \left( \frac{V_{0_{\Gamma,2m-1}}}{V_{0_{\Gamma,2m-1}} - y_{2m-1} \cdot S_{\Gamma,2m-1}} \right)^{n};$$
(15)

$$p_{\Gamma,2m} = p_{0_{\Gamma,2m}} \cdot \left(\frac{V_{0_{\Gamma,2m}}}{V_{0_{\Gamma,2m}} + y_{2m} \cdot S_{\Gamma,2m}}\right)^n;$$
(16)

где  $K_{\text{упр}_{r,2m-1}}$  и  $K_{\text{упр}_{r,2m}}$  – коэффициент упругости полости с жидкостью поршневого и газового контура;  $E_{r,2m-1}$  и  $E_{r,2m}$  – приведенный объемный модуль упругости рабочей жидкости в поршневом и газовом контуре;  $V_{M_1}$ ,  $V_{M,2m-1}$ ,  $V_{M,2m}$  – объем рабочей жидкости, оставшейся соответственно в газовых пружинах при нахождении их поршней в крайних положениях; n – показатель политропного процесса;  $p_{0_{r,2m-1}}$  – давление газа в момент времени t = 0 в ГПА соответственно поршневого и штокового контура.

Движение поршня гидроцилиндра совместно с адаптером описывается выражением:

$$m_n \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = -p_1 \cdot S_1 + (p_2 \cdot S_2 + F_{\rm K} - F_{\rm Tp}), \tag{17}$$

где  $m_n$  – приведенная к поршню гидроцилиндра масса подвижной части и рабочей жидкости;  $F_{\rm k}$  – внешняя нагрузка на поршень гидроцилиндра;  $F_{\rm k}$  – сила трения [4].

Движение поршней ГПА описывается уравнениями:

$$m_{n-p,2m-1} \cdot \frac{d^2 y_{2m-1}}{dt^2} = \left(p_{\mu,2m-1} - p_{\mu,2m-1}\right) \cdot S_{\mu,2m-1} - F_{\mu,2m-1};$$
(18)

$$m_{n-p,2m} \cdot \frac{d^2 y_{2m}}{dt^2} = \left(-p_{\mathrm{A},2m} + p_{\mathrm{F},2m}\right) \cdot S_{\mathrm{F},2m} - F_{\mathrm{T}p,2m},\tag{19}$$

где  $m_{n-p,2m-1}$  и  $m_{n-p,2m}$  – приведенная масса поршней разделителей ГПА соответственно в поршневом и штоковом контуре;  $F_{\text{тр},2m-1}$ ,  $F_{\text{тр},2m}$  – сила трения в соответственно в поршневом и штоковом контуре.

Таким образом, система уравнений (3-19) замкнутая – число неизвестных совпадает с числом уравнений. Система уравнений (3-19) описывает в принципе рабочие процессы, протекающие в пневмогидравлической подвеске адаптера с противодавлением. Количество уравнений и неизвестных определяется количеством модулей гидропневматической системы. К неизвестным следует отнести

$$\begin{array}{c} x, y_{2N-1}, y_{2N}, p_1, p_2, p_{d,2N-1}, p_{d,2N}, p_{\Gamma,2N-1}, p_{\Gamma,2N}, \\ Q_1, Q_2, Q_{d,2N-1}, Q_{d,2N}, Q_{\Gamma,2N-1}, Q_{\Gamma,2N}. \end{array}$$
(20)

Очевидно, что при N = 1 число уравнений равно 15, при N = 2 число неизвестных 25, при N = 3 число неизвестных 35 и т.д. Если исключить из системы уравнений вспомогательные неизвестные, а оставить только  $x, y_{2N-1}, y_{2N}$ , то получим базовую систему дифференциальных уравнений по Второму закону Ньютона: при N = 1 - 3 уравнения; при N = 2 - 5 уравнений; при N = 3 - 7 уравнений и т.д.

Система уравнений (3-19) позволяет решать для рассматриваемой гидропневматической системы вторую задачу динамики, т.е. для случая, когда определена внешняя сила  $F_{\rm K}(t)$  как функция времени и заданы начальные условия:

$$x(0), y_{2N}(0), y_{2N-1}(0), \dot{x}(0), \dot{y}_{2N}(0), \dot{y}_{2N-1}(0).$$
 (21)

Тогда решение задачи будет сведено к расчету:

$$x(t), y_{2N}(t), y_{2N-1}(t).$$
 (22)

Решение уравнений (3-19) для гидропневматической подвески адаптера с несколькими ГПА является сложной задачей, требующей значительных вычислительных ресурсов, а также учета ряда неопределенностей. С целью упрощения расчетной модели рассмотрим модель гидропневматической подвески, имеющей по одному ГПА на штоковом и поршневом контуре (рисунок 4), т.е. ГПА с противодавлением 5.



Рисунок 4 – Упрощенная расчетная схема гидропневматической подвески с противодавлением

Если исключить из расчета силы сопротивления и ограничения в виде упоров и противодавления газа уравнения расходов будут иметь вид:

$$Q_1 = S_1 \cdot \dot{x}; \tag{23}$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \dot{x}; \tag{24}$$

$$Q_1 = \mu_1 \cdot f_1 \operatorname{sign}(p_1 - p_3) \sqrt{\frac{2|p_1 - p_3|}{\rho}};$$
(25)

ИЛИ

$$p_1 = p_3 + \text{sign}(\dot{x}) \left[ \frac{S_1 \cdot \dot{x}}{\mu_1 \cdot f_1} \right]^2 \cdot \frac{\rho}{2};$$
 (26)

$$Q_2 = \mu_2 \cdot f_2 \operatorname{sign}(p_2 - p_4) \sqrt{\frac{2|p_2 - p_4|}{\rho}};$$
(27)

ИЛИ

$$p_{2} = p_{4} - \operatorname{sign}(\dot{x}) \left[ \frac{S_{2} \cdot \dot{x}}{\mu_{2} \cdot f_{2}} \right]^{2} \cdot \frac{\rho}{2};$$
(28)

$$p_{\Gamma_{1}} = p_{0\Gamma_{1}} \cdot \left[\frac{V_{0\Gamma_{1}}}{V_{0\Gamma_{1}} - y_{1} \cdot S_{\Gamma_{1}}}\right]^{n} = p_{0\Gamma_{1}} \cdot \left[\frac{V_{0\Gamma_{1}}}{V_{0\Gamma_{1}} - x \cdot S_{1}}\right]^{n}.$$
(29)

Из (29) видно, что  $y_1 \cdot S_{r_1} = x \cdot S_1$ , тогда закон сохранения расхода:

$$y_1 = \frac{x \cdot S_1}{S_{r_1}};\tag{30}$$

$$p_{\Gamma_2} = p_{0\Gamma_2} \cdot \left[ \frac{V_{0\Gamma_2}}{V_{0\Gamma_2} + y_2 \cdot S_{\Gamma_2}} \right]^n = p_{0\Gamma_2} \cdot \left[ \frac{V_{0\Gamma_2}}{V_{0\Gamma_2} + x \cdot S_2} \right]^n;$$
(31)

И

$$y_2 \cdot S_{\Gamma_2} = x \cdot S_2;$$
  

$$y_2 = -\frac{x \cdot S_2}{S_{\Gamma_2}}.$$
(32)

Видно, что при x > 0,  $y_1 > 0$ ,  $y_2 < 0$  от положения статического равновесия x = 0,  $y_1 = 0$ ,  $y_2 = 0$  при действии статической силы  $F_0$ . При приложении силы  $F_0$  на шток гидроцилиндра выполняется условие:

$$F_{0} = -p_{1} \cdot S_{1} + p_{2} \cdot S_{2}.$$
  
В этом случае  $\dot{x} = 0.$   
$$p_{\Gamma_{1}} = p_{3} = p_{0\Gamma_{1}};$$
$$p_{\Gamma_{2}} = p_{4} = p_{0\Gamma_{2}};$$
$$n_{1} = n_{1} \cdot n_{2} = n_{1} \cdot .$$

$$p_1 = p_3; \ p_2 = p_4; G = -p_{\Gamma_1} \cdot S_1 + p_{\Gamma_2} \cdot S_2.$$
(33)

Динамические уравнения следуют со Второго закона Ньютона:

$$\begin{cases} m_n \ddot{x} = p_2 \cdot S_2 + G + F_{\kappa}(t) - p_1 \cdot S_1 - F_{\tau p} - F_{y r}; \\ m_{n-p,2m-1} \cdot \ddot{y}_1 = (p_3 - p_{\Gamma_1}) \cdot S_{\Gamma_1} - F_{\tau p_1}; \\ m_{n-p,2m} \cdot \ddot{y}_2 = (p_4 - p_{\Gamma_2}) \cdot S_{\Gamma_2} - F_{\tau p_2}, \end{cases}$$

где  $F_{\rm k}(t)$  – сила, действующая на ГПА;  $F_{\rm Tp}$  – сила трения;  $F_{\rm Tp}$  – сила от ограничителей крайних положений.

Если исключить из расчета силы сопротивления трения и ограничения в виде упоров и противодавления газа уравнения расходов будут иметь вид:

$$\begin{cases} m_{n}\ddot{x} = p_{2} \cdot S_{2} + F_{0} + F_{\kappa}(t) - p_{1} \cdot S_{1}; \\ \frac{S_{1}}{S_{\Gamma_{1}}} \cdot m_{m_{n-p,2m-1}} \cdot \ddot{x}_{1} = (p_{3} - p_{\Gamma_{1}}) \cdot S_{\Gamma_{1}}; \\ -\frac{S_{2}}{S_{\Gamma_{2}}} \cdot m_{n-p,2m} \cdot \ddot{x} = (p_{4} - p_{\Gamma_{2}}) \cdot S_{\Gamma_{2}}; \\ p_{4} = p_{2} + \operatorname{sign}(\dot{x}) \left[ \frac{S_{2} \cdot \dot{x}}{\mu_{2} \cdot f_{2}} \right]^{2} \cdot \frac{\rho}{2}; \end{cases}$$
(34)

$$p_3 = p_1 - \operatorname{sign}(\dot{x}) \left[ \frac{S_1 \cdot \dot{x}}{\mu_1 \cdot f_1} \right]^2 \cdot \frac{\rho}{2};$$
 (36)

$$p_{\Gamma_1} = f_1(x); \ p_{\Gamma_2} = f_2(x).$$
 (37)

Система 3-х уравнений (34) с тремя неизвестными  $x, p_1, p_2$ , при это в ней есть известная функция времени  $F_{\kappa}(t)$ .

Систему (34) перепишем в виде:

$$m_{n}\ddot{x} = p_{2} \cdot S_{2} + G + F_{\kappa}(t) - p_{1} \cdot S_{1};$$

$$m_{n-p,2m-1} \cdot \frac{S_{1}}{S_{\Gamma_{1}}} \cdot \ddot{x} = \left\{ p_{1} - \operatorname{sign}(\dot{x}) \left[ \frac{S_{1} \cdot \dot{x}}{\mu_{1} \cdot f_{1}} \right]^{2} \cdot \frac{\rho}{2} - f_{1}(x) \right\} \cdot S_{\Gamma_{1}};$$

$$-m_{n-p,2m} \cdot \frac{S_{2}}{S_{\Gamma_{2}}} \cdot \ddot{x} = \left\{ p_{2} + \operatorname{sign}(\dot{x}) \left[ \frac{S_{2} \cdot \dot{x}}{\mu_{2} \cdot f_{2}} \right]^{2} \cdot \frac{\rho}{2} - f_{2}(x) \right\} \cdot S_{\Gamma_{2}}.$$
(38)

Исключим в этой системе неизвестные  $p_1, p_2$ . Для этого второе уравнение умножим на  $S_1$  и разделим на  $S_{\Gamma_1}$ . Третье уравнение умножим на  $S_2$  и разделим на  $S_{\Gamma_2}$ . Получим:

$$m_{n-p,2m-1} \cdot \frac{S_1^2}{S_{\Gamma_1}^2} \cdot \ddot{x} = p_1 \cdot S_1 - \operatorname{sign}(\dot{x}) \left[ \frac{S_1 \cdot \dot{x}}{\mu_1 \cdot f_1} \right]^2 \cdot S_1 \cdot \frac{\rho}{2} - f_1(x) \cdot S_1;$$
  

$$m_{n-p,2m} \cdot \frac{S_2^2}{S_{\Gamma_2}^2} \cdot \ddot{x} = -p_2 \cdot S_2 - \operatorname{sign}(\dot{x}) \left[ \frac{S_2 \cdot \dot{x}}{\mu_2 \cdot f_2} \right]^2 \cdot S_2 \cdot \frac{\rho}{2} + f_2(x) \cdot S_2.$$
(39)

Далее прибавим к первому уравнению обе части первого уравнения и обе части второго уравнения системы (39). В результате получим одно уравнение движения:

$$\ddot{x} \cdot \left[ m_n + m_{n-p,2m-1} \cdot \frac{S_1^2}{S_{\Gamma_1}^2} + m_{n-p,2m} \cdot \frac{S_2^2}{S_{\Gamma_2}^2} \right] =$$

$$= F_0 + F_{\kappa}(t) - \operatorname{sign}(\dot{x}) \left[ \frac{S_1 \cdot \dot{x}}{\mu_1 \cdot f_1} \right]^2 \cdot S_1 \cdot \frac{\rho}{2} - f_1(x) \cdot S_1 -$$

$$-\operatorname{sign}(\dot{x}) \left[ \frac{S_2 \cdot \dot{x}}{\mu_2 \cdot f_2} \right]^2 \cdot S_2 \cdot \frac{\rho}{2} + f_2(x) \cdot S_2.$$
(40)

Это уравнение можно записать в более компактном виде:

$$\ddot{x} \cdot M = F_0 + F_{\kappa}(t) - \Phi(x) - \dot{x}^2 \operatorname{sign}(\dot{x}) \cdot B, \qquad (41)$$

где

$$M = m_n + m_{n-p,2m-1} \cdot \frac{S_1^2}{S_{\Gamma_1}^2} + m_{n-p,2m} \cdot \frac{S_2^2}{S_{\Gamma_2}^2};$$
  

$$\Phi(x) = -f_2(x) \cdot S_2 + f_1(x) \cdot S_1;$$
  

$$B = \left[\frac{S_1^3}{\mu_1^2 \cdot f_1^2} + \frac{S_2^3}{\mu_2^2 \cdot f_2^2}\right] \cdot \frac{\rho}{2};$$

С учетом направления движения поршня вверх или вниз можно записать:

$$\ddot{x} + n\dot{x}|\dot{x}| + \Phi^*(x) = \frac{F_0}{M} + \frac{F_{\rm K}(t)}{M},\tag{42}$$

где  $\Phi^*(x) = \frac{\Phi(x)}{M}; n = \frac{B}{M}.$ 

Уравнение (41) необходимо решать при начальных условиях: x = 0;  $\dot{x} = 0$  при t = 0. Это, согласно изученной литературе, вторая задача динамики материальной точки, т.е. задача определения решения x = x(t).

Систему уравнений (23-41) или уравнение (41) можно решать численно или аналитически. Аналитическое решение распадается на две задачи: о затухающих свободных колебаниях, либо о вынужденных колебаниях системы.

#### ОБСУЖДЕНИЕ

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет определить перемещение подвижных частей гидропневматической подвески и в отличии от известных моделей [6-10] включает несколько модулей ГПА поршневой и штоковой полости, а также позволяет учитывать индивидуальные параметры каждого дросселя и газовой пружины.

Для оценки работоспособности разработанной модели гидропневматической подвески ЗНУ трактора проведено теоретическое исследование. Для чего система уравнений (23-41) была преобразована в имитационную модель ЗНУ трактора в среде моделирования Matlab Simulink и интегрирована в разработанную ранее имитационную модель самоходной бесподвесочной машины с колесным движителем [11, 12]. Эта модель воспроизводит основные динамические нагрузки, действующие на корпус трактора [13-15], и соответствует общепринятым в транспортном машиностроении подходам [16-18].

Моделирование проводили для случаев движения трактора по стерне озимой пшеницы со скоростью 5 км/ч. Для моделирования в соответствие с работой [19] приняты следующие геометрические параметра микропрофиля опорной поверхности: максимальная высота неровностей – 0,074169 м; минимальная высота неровностей – 0,074169 м; минимальная высота неровностей – 0,049164 м; среднеквадратическое отклонение – 0,024431 м; дисперсия – 0,000597 м<sup>2</sup>. В модели приняты геометрические и массогабаритные параметры трактора RSM 1370 [7]. Имитационная

модель гидропневматической подвески с противодавлением соответствовала расчетной на рисунке 4 и имела следующие параметры: диаметр поршня – 63 мм, диаметр штока – 90 мм. ГПА имели следующие параметры: объем – 750 см<sup>3</sup>; давление газовой полости ( $p_r$ ) – от 3 до 4 мПа.

В результате имитационного моделирования построены осциллограммы перемещений поршня гидроцилиндра для различных вариантов настройки гидропневматической подвески. Так, для случая, когда давление в газовой полости ГПА составляет 3 мПа, амплитуда перемещения поршня гидроцилиндра составляет 0,07 м. С увеличением  $p_{\rm r}$  ожидаемо уменьшается амплитуда перемещений поршня гидроцилиндра до 0,04 м (рисунок 5).



Рисунок 5 – Осциллограмма, полученная по результатам имитационного моделирования перемещений поршня гидроцилиндра для случаев, когда  $p_r$ : 1 – 3 мПа; 2 – 5 мПа

В целом полученные значения перемещений гидроцилиндра соответствуют результатам экспериментальных замеров на аналогичных колесных тракторах и других сельскохозяйственных машин с навесным рабочим органом [20].

## выводы

1. Полученная математическая модель гидропневматической подвески ЗНУ трактора обеспечивает возможность на ранних стадиях проектирования определить технический облик ГПА, оптимизировать их параметры исходя из компоновки, массогабаритных и инерциальных характеристик трактора. Предложенная математическая модель может быть использована для проектирования ЗНУ трактора, а также для систем стабилизации движения на основе принципа диссипативного динамического гашения. 2. Разработанные математическая и имитационная модели гидропневматической подвески ЗНУ трактора, могут быть интегрированы как подсистемы известных имитационных моделей самоходных транспортно-технологических машин и оборудования. Проведенная оценка работоспособности модели показывает достаточную сходимость расчетных данных и результатов моделирования. В последующих работах совершенствование модели необходимо вести в части учета сил трения между сопрягаемыми элементами системы, гидродинамических процессов в рабочей жидкости, а также изучения влияния структуры ГПА на эффективность системы.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рязанов, А. В. Адаптер системы очистки для работы зерноуборочного комбайна на склонах / А. В. Рязанов, С. Ф. Сороченко // Ползуновский альманах. – 2009. –Т. 2, № 3. – С. 65-67.

2. Бизениек, Е. Влияние наклона местности на потери зерна, собираемого комбайном, оснащенным двуплоскостным ситом / Е. Бизениек // Аграрная наука Евро-Северо-Востока. –2007. – № 10. – С. 102-105.

3. Попов, Д. Н. Гидромеханика : учебник для вузов / Д. Н. Попов, С. С. Панаиотти, М. В. Рябини. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 384 с.

4. Крагельский, И. В. Основы расчетов на трение и износ / И. В. Крагельский, М. Н. Добычин, В. С. Комбалов. – М. : Машиностроение, 1977. – 526 с.

5. Жилейкин, М. М. Методика расчета характеристик пневмогидравлической управляемой подвески с двухуровневым демпфированием / М. М. Жилейкин // Электронное научно-техническое издание «Наука и образование». – 2012. – № 2.

6. Demyanov, D. N. Clearance control of vehicle with hydropneumatic suspension and the wheel formula 8 × 8 / D. N. Demyanov, V. S. Karabtsev, A. I. Malinov // IOP Conf. Series : Materials Science and Engineering 489 (2019) 012053. – DOI 10.1088/1757-899X/489/1/012053.

7. An improved rollover index based on BR neural for hudropneumatic suspension / X.T. Dong, Y. Jiang, Z. Zhong [et al.] // Mathematical problems in engineering. – 2018. – 7859521. – DOI 10.1155/2018/7859521.

8. Konieczny, L. Analysis of structural and material aspects of selected elements of a hydropneumatic suspension system in a passenger car / L. Konieczny, R. Burdzik, T. Wegrzyn // Arhives of metallurgy and materials. – 2016. – No. 61 (1). – P. 79–83. – DOI 10.1515/amm-2016-0018.

9. Hierarchical control strategy for active hydropneumatic suspension vehicles based of genetic algorithms / J. Z. Feng, C. Matthews, S. L. Zheng [et al.] // Advances in mechanical engineering. – 2015. – No. 7 (2), 951050. – DOI 10.1155/2014/951050.

10. Hydropneumatic suspension efficiency in terms of the teleoperated unmanned ground vehicle tests / A. Dabrowska, M. Przybysz, A. Rubiec, K. Spadlo // Intelligent technologies in logistics and mechatronics systems – ITELMS 2015. – P. 110-116.

11. Zhileykin, M. Increasing the smoothness of the course of the forage harvester by optimizing the mass-dimensional and inertial parameters of its body / M. Zhileykin, P. Sirotin // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 820, Design Technologies for Wheeled and Tracked Vehicles (MMBC) 2019, 1-2 October 2019, Moscow, Russian Federation. – DOI: 10.1088/1757-899X/820/1/012023.

12. Жилейкин, М. М. Исследование динамики движения зерно- и кормоуборочных комбайнов методами математического и имитационного моделирования / М. М. Жилейкин, П. В. Сиротин // Тракторы и сельхозмашины. – 2019 г. – № 1. – С. 53-59.

13. The experimental research of combine harvesters / L. Špokas, V. Adamčuk, V. Bulgakov, L. Nozdrovický // Res. Agr. Eng. – 2016. – No. 62. – P. 106-112. – DOI: 10.17221/16/2015-RAE.

14. Sirotin, P. V. Experimental studies of ride quality of self-propelled combine harvester / P. V. Sirotin, A. G. Sapegin, S. V. Zlenko // XIV International Scientific-Technical Conference «Dynamic of Technical Systems» (DTS-2018). September 12-14, 2018. – Rostov-on-Don, Russian Federation. – MATEC Web of Conferences. – 2018. – Vol. 226.

15. Experimental study on driver seat vibration characteristics of crawler-type combine harvester / L. Xu, X. Chai, Z. Gao, Y. Li, Y. Wang // International Journal of Agricultural and Biological Engineering. – 2019. – No. 12. – Pp. 90-97. – DOI: 10.25165/j.ijabe.20191202.3657.

16. Laceklis-Bertmanis, J. Mathematical model of tractor aggregate / J. Laceklis-Bertmanis, Eriks Kronbergs // Engineering for rural development. – 2013 – P. 43-48.

17. Research of simulation on the effect of suspension damping on vehicle ride / S. XueMei, V. Yaxu, F. Jiuchen, Y. Qiuxiao // Energy Procedia 17. – 2012. – Pp. 145-151.

18. Adaptive and Robust Active Vibration Control / I. D. Landau et al. // Springer International Publishing Switzerland 2017 Advances in Industrial Control. – DOI: 10.1007/978-3-319-41450-8 2.

19. Меликов, И. М. Разработка методов и средств улучшения условий функционирования рабочих органов зерноуборочного комбайна оптимизацией динамических свойств пневматических шин : специальность 05.20.01 «Технологии и средства механизации сельского хозяйства» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Меликов Иззет Мелукович. – Зерноград, 2001. – 175 с.

20. Сиротин, П. В. Экспериментальная оценка плавности хода самоходного кормоуборочного комбайна / П. В. Сиротин, А. Г. Сапегин, С. В. Зленко // Труды НАМИ. – 2017. – № 4 (271). – С. 67-74.

#### Об авторах:

Сиротин Павел Владимирович, заместитель директора по научнообразовательной работе Института перспективного машиностроения «Ростсельмаш» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, Российская Федерация, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина 1), доктор технических наук.

Пуляев Николай Николаевич, доцент кафедры тракторов и автомобилей ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К. А. Тимирязева» (127434, Российская Федерация, Москва, ул. Тимирязевская, д. 49), кандидат технических наук, доцент, inpo.msau@gmail.com.

Лесик Максим Алексеевич, главный конструктор тракторов ООО «КЗ «Ростсельмаш» (344065, Российская Федерация, Ростов-на-Дону, ул. Менжинского, 2).

Федорова Дарья Александровна, магистр Института перспективного машиностроения «Ростсельмаш» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, Российская Федерация, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина 1).

#### About the authors:

**Pavel V. Sirotin,** Deputy Director for Scientific and Educational Work, Institute of Advanced Mechanical Engineering «Rostselmash», Don State Technical University (344003, Russian Federation, Rostov-on-Don, Gagarina Square 1), D.Sc. (Engineering).

**Nikolay N. Pulyaev,** associate professor, Department of Tractors and Automobiles, Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy (127434, Russian Federation, Moscow, Timiryazevskaya St., 49), Cand.Sc. (Engineering), associate professor, inpo.msau@gmail.com.

**Maksim A. Lesik**, chief tractor designer, KZ Rostselmash LLC (344065, Russian Federation, Rostov-on-Don, Menzhinskogo street, 2).

**Dar'ya A. Fedorova,** master's degree, Institute of Advanced Mechanical Engineering «Rostselmash», Don State Technical University (344003, Russian Federation, Rostov-on-Don, Gagarina Square 1).