

**В. В. ШАБЯНОВ**



**БИОКЛИМАТИЧЕСКОЕ  
ОБОСНОВАНИЕ  
МЕЛИОРАЦИЙ**



**ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ • 1973**

В. В. Шабанов

# БИОКЛИМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МЕЛИОРАЦИЙ



ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ . ЛЕНИНГРАД .

1973

Ответственный редактор  
академик ВАСХНИЛ

**С. Ф. АВЕРЬЯНОВ**

Рассматривается математическая теория биоклиматического обоснования мелиораций. В рамках теории созданы оригинальные математические модели системы растение-среда и использованы статистические модели формирования гидротермического режима сельскохозяйственных угодий. Практическое применение метода расчета показано на примере обоснования мелиораций для картофеля, произрастающего на Европейской территории Советского Союза.

Книга рассчитана на широкий круг специалистов в области сельскохозяйственных мелиораций, водного хозяйства, агрометеорологии, метеорологии, физиологии растений.

The present book treats mathematical theory of bioclimatic grounds of land reclamation. In the scope of the theory original mathematical models of plant—environment system have been developed, and statistical models of the formation of hydrothermal regime of agricultural conditions have been used.

Practical application of the calculation method is demonstrated by hydrothermal reclamation measures applied to potato grown in the European part of the Soviet Union.

The book is intended for a wide circle of specialists engaged in practical work and research in the field of land reclamation water economy, agrometeorology, meteorology, plant physiology.

*Моему учителю  
Сергею Федоровичу  
Аверьянову  
посвящаю*

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Задача обоснования степени потребности мелиорации или ее необходимости рассматривается в книге в связи с интенсификацией сельскохозяйственного производства. Впервые эта задача была поставлена академиком А. Н. Костяковым еще в 1925 г. Наибольшую значимость она приобрела при обосновании потребности в водных мелиорациях — осушении и орошении.

В настоящей работе рассматривается обоснование необходимости мелиорации не только по водному, но и по тепловому фактору, а также по фактору питания растений. Показана принципиальная возможность решения такой задачи для любого количества факторов, обосновывается необходимость гидротермических мелиораций и определяются нужные для создания оптимального режима водные и тепловые воздействия.

Несомненно, эта работа не решает полностью задачу, но она освещает часть ее аспектов, а именно биоклиматическое обоснование потребности в мелиорации, которое можно разделить на микроклиматическое и мезоклиматическое.

Теория, развитая в книге, пригодна как для микроклиматического, так и для мезоклиматического обоснования, конкретные примеры, рассмотренные здесь, относятся к мезоклиматическому обоснованию. Микроклиматическое обоснование необходимости мелиорации подлежит дальнейшей разработке.

Стремление сделать настоящую работу более полной, показать ее связь с другими мелиоративными проблемами, привело к необходимости осветить некоторые вопросы общего плана. Поэтому в гл. 1 приводится общая схема исследований мелиораций — водных, тепловых и пищевых.

Большую идейную помощь в выполнении настоящей работы автор получил от академика ВАСХНИЛ С. Ф. Аверьянова.

Помощь в расчетах и оформлении рукописи оказывали В. А. Клюева, Е. А. Мазаева, А. С. Чайнова, Е. Т. Болоненкова, Н. С. Романенко и другие товарищи. Всем им автор приносит искреннюю благодарность.

Автор выражает свою признательность рецензенту С. И. Харченко за ряд ценных замечаний по рукописи.

## ГЛАВА 1. ОБЩАЯ СХЕМА ИССЛЕДОВАНИЙ ПО СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫМ МЕЛИОРАЦИЯМ

Исследование комплексных проблем приобретает в настоящее время все большее значение во всех областях знаний. Постановка и решение таких проблем стали возможны благодаря установлению количественных закономерностей по частным вопросам и проникновению кибернетических идей в различные области знаний. Они позволяют схематизировать многие природные процессы и использовать математический аппарат и теорию, разработанную для одних областей знаний, в других областях.

Комплексность исследований всегда отличала мелиорацию от многих наук. В настоящее время благодаря значительному росту производственных сил и развитию теории комплексные исследования в мелиорации нужно ставить значительно шире и глубже. Объективной необходимостью такой постановки является то, что с каждым новым увеличением урожаев все труднее будет получать следующее увеличение, основываясь на неполных сведениях о растении и окружающей его среде. Таким образом, задачи мелиорации расширились.

До недавнего времени под мелиорацией понимали в основном коренное улучшение водного режима, т. е. создание оптимальных водных условий для растений. Мелиорации светового, теплового и питательного режимов не рассматривались самостоятельно, и независимое регулирование этих режимов не пречполагалось.

Основываясь на таких фундаментальных законах биологии, как незаменимость и равнозначность действия факторов внешней среды на растение, можно полагать, что создание оптимального светового, питательного и теплового режимов так же необходимо, как и создание оптимального водного режима.

Растение, как и любая устойчивая биологическая система, обладает способностью саморегулироваться. Однако диапазон саморегулирования растением водного, питательного и теплового

режимов бывает значительно уже, чем диапазон изменения тех же режимов в условиях внешней среды.

Исходя из этого, можно наметить два пути приведения в соответствие требований растений и условий внешней среды. Первый путь — это направленная селекция для получения растений с широким диапазоном саморегулирования. Однако следует иметь в виду, что растения с узким диапазоном саморегулирования более продуктивны, чем растения с широким диапазоном. Второй путь — создание искусственных оптимальных условий внешней среды по всем факторам, важным для растения, т. е. сельскохозяйственная мелиорация.

Таким образом, определение задач мелиорации становится несколько иным. В настоящее время мелиорацию можно рассматривать как науку о коренном улучшении (оптимизации) всех жизненно важных для растения факторов внешней среды. В техническом отношении мелиорация — это комплекс мероприятий, позволяющих существенно увеличивать продуктивность растений посредством воздействий на окружающую их среду, воздействий, оптимизирующих условия внешней среды с точки зрения требований растений [1].

Задача регулирования всех факторов внешней среды пока технически невыполнима, но задача оптимального регулирования водного, питательного и теплового режимов может быть не только поставлена, но и в значительной мере решена в ближайшие годы, если будут разработаны соответствующие методы регулирования.

Несмотря на то что современное сельское хозяйство и мелиорация достигли значительных успехов, можно полагать, что существуют еще резервы в увеличении продуктивности сельскохозяйственных культур посредством мелиораций. Это предположение основано на том, что максимальные урожаи, полученные в полностью регулируемых условиях, во много раз превосходят урожаи на мелиорируемых землях. Следовательно, современные методы регулирования, используемые мелиорацией, лишь частично удовлетворяют требованиям растений. В связи с этим возникает необходимость поисков эффективных методов регулирования внешних условий. Попутно должно быть выяснено, каков будет максимальный урожай при различных методах мелиорации.

Как уже было сказано, задача мелиорации сводится к изменению условий внешней среды таким образом, чтобы сельскохозяйственные культуры давали возможно больший урожай. Для решения поставленной задачи необходимо иметь количественные выражения требований растений и условий внешней среды.

В дальнейшем, зная, насколько условия среды соответствуют требованиям растений, можно найти необходимые мелиоративные воздействия, после проведения которых разница между требованиями растений и условиями среды будет наименьшей. После вычисления необходимых мелиоративных воздействий выполняется расчет исполнительных устройств по каждому регулируемому

му фактору. И наконец, осуществляется синтез устройств, регулирующих водный, тепловой и питательный режимы в единую оптимальную систему.

Этапы исследований методов мелиоративного регулирования можно представить в виде схемы (рис. 1).

**На первом этапе** должны исследоваться требования растений к условиям внешней среды: водному и тепловому режимам, режиму минерального питания, газового питания и солнечной радиации. Под требованиями растений в данном случае понимается количественное соотношение, показывающее изменение продуктивности растений в зависимости от условий окружающей среды. Для целей регулирования необходимо, чтобы требования растений были выражены количественной зависимостью, отражающей оптимальность тех или иных внешних условий для растения.

Эмпирические кривые требований растений в большинстве случаев имеют максимум на оптимальном значении внешних условий и понижаются при внешних условиях, отклоняющихся в ту или другую сторону.

Поскольку эти кривые эмпирические, затруднительно использовать их в условиях, отличных от тех, при которых они получены. Поэтому основной задачей первого этапа можно считать создание теоретической модели взаимодействия растения и среды.

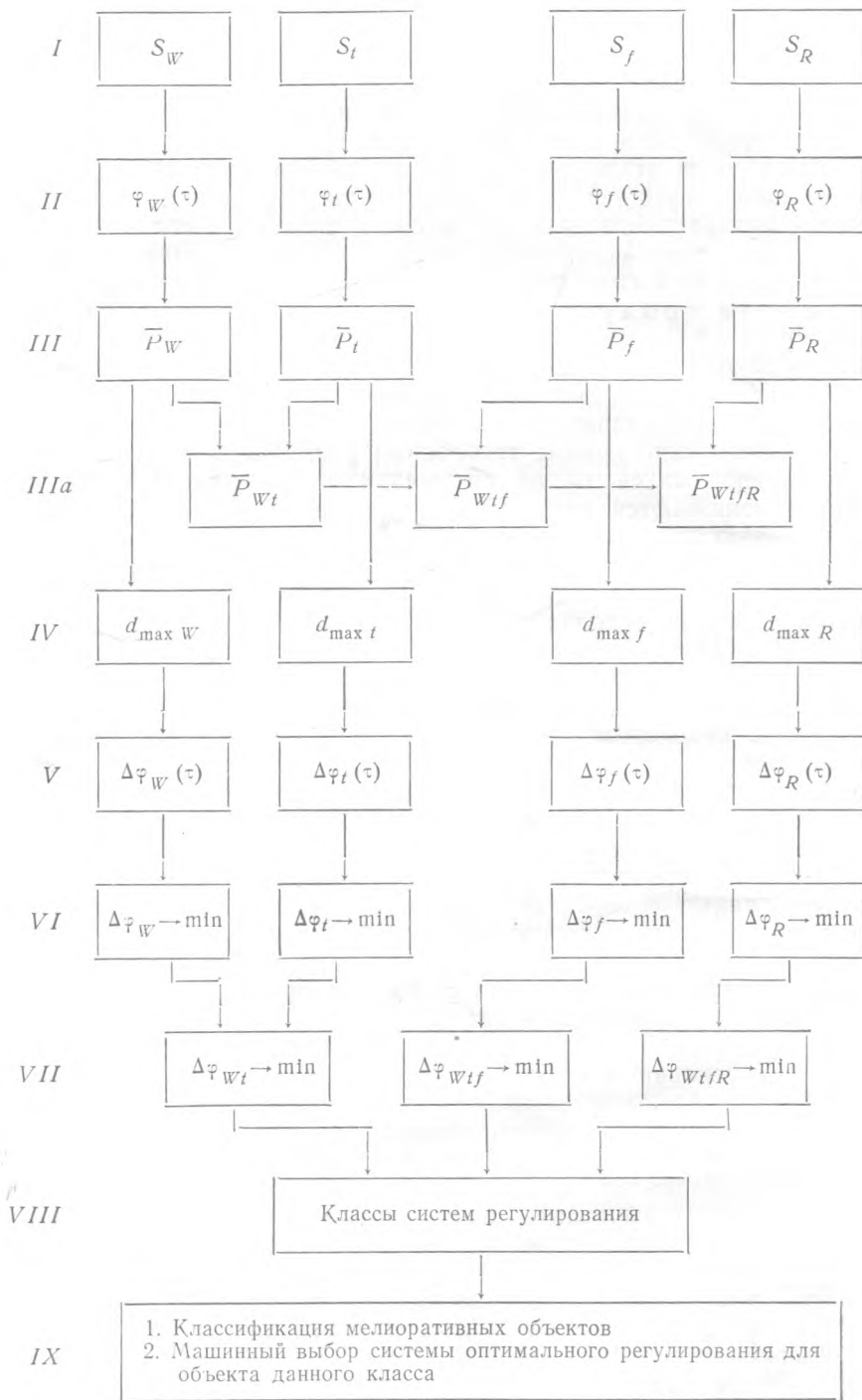
**Второй этап** — изучение закономерностей формирования условий внешней среды и количественное выражение этих условий.

Здесь необходимо решить вопрос о форме математического описания условий внешней среды. Форма такого описания должна наилучшим образом отражать сущность и природу описываемой величины. Только в этом случае описание будет наиболее адекватным, экономичным и информативным.

По сущности процессы описания можно разделить на детерминированные и вероятностные. Известно, что метеорологические условия, в которых развиваются растения, определяются солнечной радиацией. Этот фактор относится к числу случайных. Случайность накладывает отпечаток на метеорологические поля земной атмосферы, которые в конечном счете определяют осадки, температуру, ветер и другие внешние условия. Поэтому при описании внешних условий адекватным будет вероятностное описание. Из множества внешних факторов представляется целесообразным выбрать некоторые наиболее важные: водный фактор, фактор питания — минерального и газового, тепловой и радиационный.

Исследования на первых двух этапах позволяют сделать обобщение, т. е. вычислить показатель потребности мелиорации. В этом показателе отражается та информация, которая содержалась в требованиях растений и условиях внешней среды, т. е. вероятность оптимальных или неоптимальных условий для растения в данном географическом районе, который характеризуется определенными условиями внешней среды. В этом смысле показатель потребности мелиорации можно назвать биоклиматическим.





Вычисление вероятности оптимальных или неоптимальных условий является содержанием третьего этапа исследований (рис. 1). Следует отметить, что обоснование потребности в мелиорациях может быть как однофакторным (этап III), так и многофакторным (этап IIIa). В первом случае вычисляется вероятность неоптимальных водно-тепловых условий, во втором — неоптимальность совместных водных, тепловых и радиационных условий.

На четвертом этапе исследований определяется максимальный диапазон регулирования внешних условий, т. е. тот диапазон, в котором заключены все возможные (при заданной обеспеченности регулирования) отклонения внешних природных условий от оптимальных для растения. Максимальный диапазон регулирования определяет экстремальную способность регулирующей системы и может быть использован при ее проектировании.

В оперативном регулировании особую роль играет управляющее воздействие, вычисление которого является содержанием пятого этапа. Это вычисление должно производиться с некоторым опережением времени, т. е. непрерывно должна рассчитываться разность между требованиями растений и прогнозируемой величиной внешних факторов. Поэтому основной задачей исследований на этом этапе является разработка методов прогноза управляемых величин и расчет управляющего воздействия для каждого фактора с учетом их взаимовлияния.

Исследования на шестом этапе должны решить ряд вопросов, связанных с технической реализацией управления водным, тепловым и пищевым режимами. Расчет регулирующих систем может быть осуществлен только в случае знания закономерностей движения воды, пищи и тепла от исполнительного элемента к

Рис. 1. Этапы исследований методов хмелиоративного регулирования.

- Первый этап (I)—изучение требований растений к условиям внешней среды:  $S_w$  — к водному фактору,  $S_t$  — к тепловому фактору,  $S_p$  — к фактору питания,  $S_r$  — к световому фактору.
- Второй этап (II) — изучение условий внешней среды и их изменения во время вегетации:  $\Phi_w(t)$  — водный фактор,  $\text{ср}(T)$  — тепловой,  $\Phi_p(t)$  — фактор питания,  $\Phi_r(t)$  — световой.
- Третий этап (III) — однофакторное биоклиматическое обоснование необходимости мелиораций:  $\bar{P}_w$  — водных,  $\bar{P}_t$  — тепловых,  $\bar{P}_p$  — пищевых,  $\bar{P}_r$  — световых; этап IIIa — многофакторное биоклиматическое обоснование необходимости мелиораций:  $\bar{P}_{wt}$  — гидротермических,  $\bar{P}_{wtp}$  — гидротермических и пищевых,  $\bar{P}_{wtpr}$  — гидротермических, пищевых и световых.
- Четвертый этап (IV)—определение максимального диапазона регулирования:  $\Delta_{max} w$  — водного фактора,  $d_{max} t$  — теплового фактора,  $d_{max} p$  — фактора питания,  $d_{max} r$  — светового фактора.
- Пятый этап (V)—вычисление необходимого для создания оптимальных условий прогнозируемого управляющего воздействия по факторам:  $\Delta\phi_w(t)$  — водному,  $\Delta\phi_t(t)$  — тепловому,  $\Delta\phi_p(t)$  — пищевому,  $\Delta\phi_r(t)$  — световому.
- Шестой этап (VI)—расчет регулирующих систем, минимизирующих управляющие воздействия за время  $\sigma_{sp}$  с точностью  $\pm\sigma\phi$ .
- Седьмой этап (VII)—разработка системы оптимального регулирования по одному, двум, трем и более факторам.
- Восьмой этап (VIII) — количественная классификация мелиоративных объектов и систем регулирования.
- Девятый этап (IX)—разработка методов машинного проектирования мелиоративных объектов.

растению. Поскольку среда, в которой происходит это движение, имеет сложную стохастическую геометрию, закономерности движения воды, тепла и пищи во многом еще не разработаны. Поэтому основной задачей исследований на шестом этапе является изучение закономерностей движения воды, тепла и пищи от исполнительного устройства к растению.

На этой основе нужно решить, какой может быть инерционность различных типов регулирующих устройств и методов и, как следствие, каково должно быть размещение регуляторов на мелиорируемом поле.

Регулирование одного фактора может быть осуществлено многими путями, однако далеко не все они оптимальны. Поэтому на следующем, **седьмом этапе** должна быть решена задача оптимизации регуляторов как однофакторных, так и многофакторных.

На этом этапе в зависимости от поставленных перед регулированием задач в первую очередь должны быть определены критерии оптимальности. Далее предстоит выбрать наиболее удобные для решения данных задач математические методы оптимизации. Однако следует учесть, что оптимальные однофакторные системы могут быть не оптимальными при работе в комплексе факторов, поэтому следует искать и многопараметрические критерии оптимальности. Значит, многие из критериев оптимальности будут иметь экономическую структуру. Это обстоятельство делает необходимым изучение некоторых технико-экономических показателей и экономических связей.

Таким образом, расчет мелиоративной регулирующей системы можно считать оконченным с разработкой седьмого этапа. Однако было бы расточительно не использовать информацию, полученную на одном объекте, для аналогичных разработок на других объектах. Перенесение результатов в этом случае невозможно до тех пор, пока нет уверенности в идентичности основных свойств рассматриваемых объектов. Уверенность же можно приобрести только на основании количественной оценки сходства объектов. Такая оценка может быть выражена в виде количественной многопараметрической классификации мелиоративных объектов.

Эти вопросы исследуются на **восьмом** этапе. Здесь встретится ряд задач, решение которых для целей мелиорации только начинается [50]: задача свертывания многопараметрической информации и представление ее в виде, удобном для расчетов; задача определения классовых эталонов; задача выбора критериев принадлежности к классу и ряд других. Кроме того, весьма важными на этом этапе будут программно-вычислительные задачи, так как некоторые алгоритмы классификации по многим параметрам целесообразнее осуществлять на ЭВМ.

И, наконец, заключительный этап исследований состоит в разработке методов машинного проектирования, которое может быть осуществлено, например, путем поиска оптимального варианта регулирования для объекта данного класса.

Рассмотрим более подробно этапы исследований, на которых решается задача биоклиматического обоснования мелиораций (этапы III и IIIa). Как было установлено, результатом исследований на этих этапах должно явиться определение вероятностного показателя, который характеризует потребность в мелиорациях.

В зависимости от того, какие исходные материалы использовались для характеристики внешней среды, этот показатель будет отражать или общие географические закономерности, если он вычислен на основе макро- и мезоклиматических данных, или микроклиматические закономерности, характеризующие осушаемое болото, орошаемый участок или другой вид мелиорируемых земель, имеющих свои микроклиматические особенности.

Климатический показатель потребности мелиорации используется для определения направленности мелиорации на большой территории. Он может быть использован для планирования размещения зон мелиорации и оценки энергетических затрат на создание оптимального режима, которые вычисляются на основании необходимых управляющих воздействий.

Микроклиматический показатель потребности мелиорации используется для планирования мелиоративных воздействий на конкретном массиве. Необходимые управляющие воздействия в этом случае используются для непосредственного расчета регулирующей системы.

Рассмотрим процедуру вычисления статистического показателя потребности мелиорации. Математически эта задача формулируется следующим образом: определить вероятность наступления неоптимальных внешних условий для растения, если известны требования растения к условиям внешней среды и сами условия внешней среды, выраженные в виде законов распределения случайных величин или случайных функций факторов внешней среды.

Законы распределения могут быть получены при решении стохастических дифференциальных уравнений или определены на основании многолетних наблюдений. Решение поставленной задачи получается в виде вероятности необходимости (потребности) в мелиорациях.

Вероятность в период вегетации вычисляется многократно, например 1 раз в декаду. Это позволяет говорить о вероятности потребности в мелиоративных воздействиях в каждую декаду вегетационного периода. Если вероятность неоптимальных условий велика, необходимо предусматривать мелиоративные воздействия, вероятность которых будет равна вероятности неоптимальных условий.

Таким образом, обоснование потребности в мелиорациях, в указанном виде свертывает информацию о требованиях растений и условиях внешней среды в один показатель.

Каким же требованиям должен отвечать показатель потребности мелиорации?

1. Показатель должен полностью отражать требования растений к факторам внешней среды.

2. Наиболее полно отражать условия внешней среды, т. е. прежде всего должен описывать стохастическую природу факторов среды.

3. Должен быть построен на тех факторах внешней среды, которые могут регулироваться (мелиорироваться). Например, если температурный фактор представлен в виде суммы температур за какой-то период, то даже если установить, что мелиорация необходима, будет весьма затруднительно построить систему, регулирующую сумму температур. То же можно сказать о водном факторе, выраженном в виде коэффициента увлажнения или воднобалансового коэффициента. Напротив, если водный фактор выражен в виде влагозапасов в определенном слое почвы, то несложно рассчитать систему, поддерживающую эти влагозапасы в оптимальном диапазоне.

4. Расчетный период, на который вычисляется показатель потребности мелиорации, должен быть достаточно коротким для того, чтобы можно было судить об изменении показателя в течение всего периода вегетации. Это позволяет выделять критические периоды, в которые определенному виду мелиораций следует уделять большее внимание.

5. Показатели потребности мелиорации для одного, двух и т. д. факторов должны быть выведены таким образом, чтобы однофакторный показатель явился частным случаем двухфакторного показателя, а последний — частным случаем трехфакторного и т. д.

6. Показатель потребности мелиорации должен иметь ясный физический смысл. Например, должен позволять определять, как часто необходим тот или иной вид мелиорации на данном объекте.

7. Расчет показателя потребности мелиорации должен быть доведен до инженерного вида и по возможности механизирован.

В предисловии говорилось, что задача обоснования потребности в многофакторных мелиорациях до недавнего времени не решалась в полном объеме, так как в этом не было объективной необходимости. Поэтому в литературе по мелиорации этот вопрос освещен недостаточно.

Первой попыткой обосновать потребности в водных мелиорациях (хотя там это так не называется) можно считать работы П. И. Броунова в 1913 г. Результатом этих работ явились схематические карты вероятности наступления засушливых декад в Европейской России [6]. Засушливой Броунов считал декаду, за которую выпало менее 5 мм осадков. На основании этих кйрт можно было сделать вывод о вероятности наступления неоптимальных водных условий и о необходимости мелиораций (орошения) в эти декады.

Другой попыткой обосновать потребность в мелиорациях следует считать районирование воднобалансового коэффициента на Европейской территории Советского Союза, сделанное А. Н. Костяковым в 1925 г. [20]. Эта работа была связана с планированием мелиораций, т. е. с начальным этапом мелиоративных работ. В основу теории обоснования необходимости мелиораций Костяков по-

дожил фундаментальный тезис, определяющий сущность мелиорации: «Сущность сельскохозяйственных мелиораций состоит в надлежашем с сельскохозяйственной точки зрения регулировании соотношения между наличным, естественным состоянием и режимом одного из факторов земледелия, находящегося в минимуме в данном районе, и потребным для сельского хозяйства (оптимальным) состоянием и режимом этого фактора» [21]. В настоящей работе развиваются идеи, выдвинутые А. Н. Костиковым еще в 1925 г.

В дальнейшем, в связи с развитием агрометеорологии, появилось значительное количество работ, в которых рассматриваются вопросы оптимальности внешних условий для роста и развития сельскохозяйственных культур. Было выведено большое количество показателей, характеризующих условия внешней среды. Однако эти работы не дают прямого ответа на вопрос о необходимости тех или иных мелиораций в данном географическом районе для данной сельскохозяйственной культуры. Это и не удивительно, так как задача обоснования мелиорации в них и не ставилась. Однако эти показатели с определенными оговорками применяются при разработке вопросов мелиорации. Стало быть, актуальность задачи расчета показателя необходимости мелиорации осталась прежней.

## ГЛАВА 2. ТРЕБОВАНИЯ РАСТЕНИЙ К ВОДНЫМ, ТЕПЛОВЫМ И ДРУГИМ УСЛОВИЯМ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ

### 2.1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ И РАСТЕНИЙ

В гл. 1 было показано, что для решения задачи обоснования потребности в мелиорациях необходимо в первую очередь иметь сведения о требованиях растения к условиям внешней среды по водному  $W$ , тепловому  $t$ , пищевому  $f$  и другим факторам в зависимости от времени  $\tau$ , т. е. иметь функцию

$$S [W; t; f; \dots; \tau].$$

Эта задача, важная с теоретической и практической точек зрения, для мелиорации имеет особый смысл, так как «требования растений к водному, пищевому и тепловому режимам не имеют четкой формулировки и количественного выражения. Обширными эмпирическими данными в зональном разрезе наука располагает по так называемым «нормам осушения» — одному из составляющих показателей водного режима, а также по допускаемым срокам поверхностного затопления. Проведено много опытов по срокам и нормам внесения удобрений на мелиорированных землях. По тепловому режиму осушенных почв эксперименты стали проводить совсем недавно. Однако этот обширный материал никогда не рассматривался во взаимосвязи всех факторов жизни растений с количественной характеристикой взаимовлияния, да и методическая основа экспериментов в ряде случаев не допускает их установления. Поэтому наряду с использованием имеющихся данных следует поставить опыты по выяснению оптимальных условий роста и развития растений по всему комплексу влияющих на них факторов с последующим математическим описанием процессов» [2].

Для получения большей информации о требованиях растений рассмотрим сначала биологические законы, которые раскрывают взаимоотношение между внешней средой и растением [13].

Закон незаменимости факторов внешней среды обязывает доставлять растению для нормального роста и развития все факторы в необходимых соотношениях и количествах. Это условие было бы весьма трудно выполнимо, если бы не способность почвы акку-

мулировать необходимые вещества, а растения — расходовать их в некоторых интервалах по мере необходимости (пища, вода). В этом проявляется способность системы почва — растения к саморегулированию. При искусственном регулировании внешних условий эту способность, несомненно, следует иметь в виду и использовать.

Закон минимума фактора весьма важен в мелиорации. Его можно описать следующим образом: развитие растения ограничивается тем фактором, который находится в наименьших, относительно оптимальных количествах. Этот закон указывает, какой фактор необходимо регулировать в данный момент для создания оптимальных условий.

Закон оптимума имеет особое значение для мелиорации. Его можно понимать так: каждый фактор имеет оптимум, т. е. понижение или повышение величины фактора вызывает ослабление жизненных процессов и при некотором удалении от оптимальной зоны значение фактора становится губительным для растения. Этот закон дает право полагать, что его можно представить в виде кривых, имеющих максимум в диапазоне оптимальных условий.

Ввиду того что мелиорация должна поддерживать условия внешней среды в оптимальном диапазоне, крайне необходимо знать его величину.

## 2.2. ОБЩИЙ ВИД КРИВЫХ ТРЕБОВАНИЙ РАСТЕНИЙ К УСЛОВИЯМ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ

Многолетние исследования требований растений к совершенно различным условиям внешней среды, проведенные разными авторами, дают практически один и тот же вид кривой. Несомненно, это не случайное совпадение. В литературе не всегда приводится вся кривая, в большинстве случаев дается лишь часть ее, но общий характер сохраняется и в этом случае. Координатные оси, в которых строятся такие кривые, следующие: ось абсцисс — величина фактора внешней среды ( $W, t, f...$ ), ось ординат — дифференциальная характеристика роста и развития растения (интенсивность прироста урожая или интенсивность обменных процессов, интенсивность накопления какого-либо химического вещества и т. д.). Построенные в таких координатах кривые имеют колоколообразный вид практически для всех факторов внешней среды. В общем случае кривые могут быть и несимметричны. В этом можно легко убедиться, проанализировав данные, полученные различными учеными за длительный период времени (например, С. А. Вериге и Л. А. Разумовой, А. А. Власовым, А. Г. Дояренко, О. М. Поповской, Л. С. Кельчевской, К. В. Кириличевой, Н. К. Кондрашовым, Н. А. Максимовым, Д. Торном и Х. Петерсоном, Е. С. Улановой, С. Фортге и Бланеом, Л. Т. Пирсом и Р. Р. Вудом, В. Кэнноном, Х. О. Вернером, Д. Р. Хоглендом, П. Д. Крамером, П. Р. Уайтом, Р. А. Леенбауером, Л. Б. Джонсом, К. В. Борни, Е. А. Цубербиллер,



Г. К. Самохваловым, А. Р. Константиновым и многими другими [8, 9, 13, 14, 15, 17, 18, 22, 33, 39, 40, 42, 44]).

Если на оси ординат отложить какой-либо интегральный показатель жизнедеятельности растения, например нарастающие суммы приростов массы или длины, то получим S-образную кривую. Дифференцируя ее, можно получить кривую интенсивности приростов, т. е. колоколообразную кривую, о которой говорилось выше.

Таким же образом можно построить и многомерные кривые требований растения к внешним условиям. Функция  $S/W, t$ ] имеет вид колоколообразной фигуры, которая построена в следующих координатах: аппликата — показатель интенсивности роста и развития растений, абсцисса — температурный фактор, ордината — водный фактор.

Принципиально можно говорить и о четырехмерной пространственной кривой требований растения, например  $S [W, t, f, j]$ . Эта функция графически не представима, но аналитическое выражение ее можно использовать для расчетов. То же относится и к многомерной пространственной кривой. Следует заметить, что при рассмотрении одномерных, двумерных и других функций предполагается постоянство факторов среды, которые не вошли в эти функции. Кроме того, чтобы иметь представление о сопоставимости данных интенсивностей развития растения, необходимо знать, на каком уровне находились остальные факторы, не вошедшие в исследуемую функцию. Это обстоятельство не позволяет делать обобщающие выводы по эмпирическим кривым.

Однако если масштаб аппликаты выражать в безразмерных величинах, т. е. нормировать ее на оптимальное значение интенсивности, можно сделать определенные обобщения и по эмпирическим кривым. При такой нормировке значение интенсивности будет изменяться от 0 до 1,0 и любые кривые будут сравнимы между собой при условии, что остальные параметры, которые отражены в данной функции в неявном виде, имеют оптимальное значение. Однако и этого ограничения можно избежать, если нормировать величины факторов, например на среднюю или оптимальную величину или какую-либо часть от них.

Для закрепления кривой на ненормированной оси факторов могут быть использованы так называемые кардинальные точки. Обычно таких точек три: минимум, с которого процесс начинается, оптимум, при котором процесс идет наиболее интенсивно, и максимум, выше которого процесс останавливается [22].

Можно условиться и рассматривать не оптимальную точку, а оптимальный диапазон. В нем интенсивность процесса будет не максимальной, но достаточно высокой. Такое допущение будет соответствовать требованиям регулирования внешних условий, так как регулировать фактор, поддерживая его точно на каком-либо единственном значении, невозможно. Поддержание условий в определенном диапазоне — более реальная задача.

Мелиоративную систему можно рассматривать как систему автоматического регулирования факторов окружающей среды, так

как все элементы, присущие системам автоматического регулирования, присущи и мелиоративным системам. По аналогии с автоматическими системами для проектирования и эксплуатации мелиоративных систем необходимы закономерности, отображающие диапазоны регулирования по воде, теплу и другим факторам для каждого растения. Эти диапазоны могут быть определены из общих количественных закономерностей, связывающих требования растений  $S(w, t, l, \dots)$  с условиями внешней среды. Эти требования необходимо знать, поскольку строительство мелиоративных систем с широким диапазоном регулирования (например, водно-теплого режима) — таким, чтобы можно было создать оптимальные условия для любого растения, — экономически вряд ли целесообразно, так как это делает систему регулирования очень громоздкой. В то же время строительство мелиоративных систем с очень узким диапазоном регулирования (при малых допустимых отклонениях от этого диапазона) делает систему настолько жесткой, что приходится задумываться над возможностью ее практического осуществления.

Следует отметить и такой возможный вариант, когда поддержание оптимальных условий будет экономически менее выгодным, чем поддержание условий, которые составляют 80—90% оптимальных, но осуществляемых более простыми техническими средствами. Поэтому необходимо иметь не дискретные значения, а непрерывную кривую, описывающую изменение условий жизни растения при изменении фактора внешней среды.

### 2.3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ ПОЛУЧЕНИЯ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ТРЕБОВАНИЯМИ РАСТЕНИЙ И УСЛОВИЯМИ СРЕДЫ

Подходов к решению этого вопроса может быть несколько.

1. Эмпирический подход. Находится зависимость урожая (прироста) от одного или двух внешних факторов, как это было сделано О. М. Поповской и Е. А. Цубербиллер [14, 44]. В этом случае нужны многолетние наблюдения в существенно различных условиях.

2. Подбор параметров кривых, соединяющих кардинальные точки графика. На основании анализа многочисленных экспериментов по физиологии растений проводится выбор эмпирического уравнения кривой

$$S [ W, f].$$

3. Теоретический подход. На основании представлений о механизме явления составляется его математическая модель, которая проверяется на экспериментальном материале.

Попытки объяснить качественно процессы, происходящие в растении, делались неоднократно рядом ученых. Для примера рассмотрим объяснение колоколообразности кривой требований растения, данное Блэкманом [22], который анализировал зависимость ассимиляции от температуры.

Интенсивность обменных процессов, происходящих в организме, тесным образом связана с интенсивностью химических реакций. По правилу Вант-Гоффа, скорость химической реакции при повышении температуры на каждые  $10^{\circ}\text{C}$  возрастает в 2—4 раза [41]. Ассимиляция углекислоты и другие жизненные процессы подчиняются правилу Вант-Гоффа только в пределах от 0 до  $30\text{—}35^{\circ}\text{C}$ . При дальнейшем повышении температуры ускорение процесса задерживается, затем происходит чрезвычайно быстрое падение и при  $40\text{—}50^{\circ}\text{C}$  процесс совершенно прекращается.

Перелом кривой Блэкман объяснил тем, что параллельно происходят по крайней мере два взаимно-обратных процесса, каждый из которых ускоряется с ростом температуры. Они и вызывают в растениях противоположные эффекты. В случае ассимиляции один из процессов — разложение углекислоты, а другой процесс — повреждение хлоропластов. Блэкман не распространял эту гипотезу на действие других факторов внешней среды. По-видимому, подобные взаимно-обратные процессы происходят при действии любых факторов внешней среды, так как для всех факторов внешней среды кривые имеют единственный максимум, а начиная с определенного значения фактора процесс диссимиляции становится более интенсивным.

Количественные, теоретические подходы стали разрабатываться сравнительно недавно, однако, несмотря на это, достигнуты значительные успехи в области общей постановки задач и формулирования основных принципов математической биологии.

По Н. Рашевскому [35], в биологии в настоящее время сформулированы следующие принципы.

Первый принцип — соответствие; конструкция организма соответствует внешней среде.

Второй принцип — максимальная простота; для устойчивых организмов конструкция его является простейшей для выполнения данных функций.

Третий принцип — оптимальность; конструкция органа оптимальна по затратам материала на его построение и по энергии его работы.

Четвертый принцип — адекватность изменения; конструкция организма изменяется адекватно со средой.

Пятый принцип биологического эпиморфизма гласит: различные организмы много-однозначно отображаются друг на друга. При этом основные соотношения, характеризующие организм как целое, сохраняются. Другими словами, пятый принцип можно выразить так: «отношения между различными «биологическими свойствами» организма, такими, как ощущение, поглощение пищи, выделение, ассимиляция и т. д., характеризуют организм как целое. Эти соотношения... остаются одними и теми же, т. е. инвариантными, для всех организмов, как бы последние ни различались между собой по своей физико-химической конструкции» [35].

Основываясь на этих принципах, можно наметить некоторые основные черты математических моделей растения.

*Первый принцип* — соответствие организма среде, сформировавшей его, — позволяет предполагать, что условия внешней среды в месте происхождения данного растения являются оптимальными. Таким образом, для первоначального вида (сорта) требования могут быть получены при изучении условий внешней среды места происхождения. Дальнейшая генетическая деформация сорта происходила в каких-то определенных условиях, и для генетически устойчивых новых сортов требования могут быть получены на основании анализа факторов внешней среды нового места происхождения. Для сортов генетически неустойчивых может произойти восстановление требований к условиям внешней среды, которые были у далеких предков. Поэтому основным методом для получения сведений о требованиях растений к условиям внешней среды (мы обозначим эту величину через  $S(\varphi)$ ) будет изучение многолетних режимов факторов  $\langle r$  в месте происхождения сорта.

*Второй принцип* — простейшей конструкции — подразумевает, что одна и та же функция организма может быть выполнена различными по конструкции органами, но в организмах, прошедших естественный отбор, эта функция выполняется простейшим по конструкции органом. Несомненно, что при этом не должны нарушаться другие функции. Из этого принципа следует, что организм может быть описан множеством математических моделей, но лишь простейшая из них является истинной.

*Третий принцип* — оптимальность затрат вещества на построение органа и затрат энергии на его работу — дает возможность полагать, что существует некоторая величина внешних условий (количество вещества и энергии, поступающих из внешней среды), при которой функции требований растений  $S(\varphi)$  имеет максимум. Этот принцип переключается с законом оптимума.

*Четвертый принцип* важен при рассмотрении организмов, свойства которых были сформированы в среде, отличной от среды обитания предков, т. е. новых сортов. В этом случае оптимальными будут условия места происхождения нового сорта. Это положение широко используется при районировании сортов, когда сорт размещается в областях с условиями, возможно близкими к его требованиям.

Основываясь на четвертом и первом принципах, можно полагать, что организмы, формирующиеся в одном месте обитания, имеют близкие требования к условиям внешней среды и могут быть описаны близкими моделями.

*Пятый принцип* наиболее важен для построения математической модели организма, так как дает возможность подойти к математическому описанию сходства между организмами. По Н. Рашевскому, «каждому организму соответствует некоторый топологический комплекс или топологическое пространство. Высшим организмам соответствуют комплексы или пространства более сложной структуры. Топологические комплексы или пространства, соответствующие различным организмам, получают друг от друга при помощи универсального правила геометрического преобразования

и могут быть отображены друг на друга много-однозначным способом с сохранением некоторых основных соотношений» [35].

По всей вероятности, если мы имеем дело с организмами одной эволюционной ступени, то преобразования будут взаимно однозначными.

Таким образом, основываясь на пятом принципе, можно полагать, что преобразование, приводящее функции требований разных растений к одному виду, будет единым для всех растений и всех факторов внешней среды. Задача теперь заключается в том, чтобы найти такое преобразование. Кроме того, если преобразование координат фазового пространства факторов окажется линейным для всего множества факторов и организмов, то можно считать, что требования растений к условиям внешней среды подчиняются одному закону. Следовательно, найдя такое универсальное геометрическое преобразование, можно применить его к имеющемуся опытному материалу и непосредственно проверить правильность высказанных выше предположений.

#### 2.4. ТРЕБОВАНИЯ К МОДЕЛЯМ И ОСНОВНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ФАКТЫ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ

Рассмотрим теперь требования, которым должны отвечать математические модели системы растение — среда. Эти требования следующие: 1) внутренняя непротиворечивость; 2) полнота; 3) логическая простота построения; 4) возможность построения вычислительного алгоритма; 5) возможность экспериментальной проверки модели.

Первое требование заключается в том, что в основе модели (теории) нет двух противоречащих друг другу положений. Например, известно, что для растения все факторы равнозначны и ни один из них не может быть замен другим. С другой стороны, существуют данные экспериментов, из которых видно, что увеличение фосфорного питания растения сказывается на водном режиме, т. е. растение легче переносит недостаток воды. Если эти положения вводить в модель в таком виде, возникнет противоречие, поэтому следует искать новые факты и механизмы, позволяющие объяснить эти явления в условиях одной модели.

Второе требование — полнота модели — обусловлено необходимостью объяснения всех известных проявлений данного явления.

Третье требование — логическая простота модели — вытекает непосредственно из второго принципа и сводится к тому, что из множества возможных моделей, отвечающих всем требованиям, выбирают наиболее простую.

Четвертое и пятое требования в определенной степени связаны между собой и обязывают нас составлять модель на языке, который может быть просто реализован в виде вычислительного алгоритма; лишь при выполнении этого требования возможна экспериментальная проверка модели. Однако и в этом случае следует

иметь в виду, что экспериментальная проверка однозначно осуществляется при использовании в модели признаков, которые могут быть непосредственно измерены.

Теперь рассмотрим некоторые допущения, на основании которых можно построить модель системы растение — среда.

Согласно закону незаменимости факторов и первому принципу (п. 2.3), для нормального роста и развития растению важны все факторы внешней среды, которые присутствовали в процессе эволюционного создания данного растения. Очевидно, для культурных растений таковыми являются солнечная радиация, минеральное и газовое питание, водный и тепловой режимы, космическое излучение, магнитные поля, присутствие в почве физиологически активных веществ и ряд других менее известных факторов. Будем рассматривать лишь некоторые из них — воду, тепло и пищу, считая, что световой режим оптимальный.

Допустим, что влияние всех факторов описывается сходными моделями. Некоторые основания для такого заключения дает принцип биологического эпиморфизма (п. 2.3).

При воздействии ряда неоптимальных факторов наибольшее отрицательное влияние окажет фактор, являющийся минимальным относительно остальных (масштабы всех факторов должны быть приведены к сопоставимым величинам). Это положение следует из закона минимума фактора. Следовательно, во всякий момент времени растение нуждается в регулировании только одного минимального фактора. Как только появляется минимум по другому фактору, «внимание» растения переключается на него. Одновременное регулирование ряда факторов в значительной мере усложнило бы информационно-регулирующую систему растения, а это противоречило бы принципу простоты конструкции организма.

Таким образом, можно допустить, что в каждый отдельный момент лишь минимальный фактор определяет состояние растения и может быть рассмотрен без связи с остальными. Правда, существует возможность некоторой компенсации неоптимальных условий по одному фактору посредством химических или других воздействий на растение, что связано с влиянием на некоторые физиологические механизмы, временно компенсирующие неоптимальные условия. Однако представляется, что подобные компенсации не являются нормой.

Влияние неоптимальных условий в различные периоды вегетации зависит не только от величины отклонения фактора от оптимального уровня, но и от длительности действия этого фактора. Так, например, если неоптимальные условия не позволяют растению пройти ту или иную фазу развития, то растение, по-видимому не дает урожая. Однако внутри фазы возможны на некоторое время отклонения от оптимального режима.

Изложенные выше рассуждения применим в качестве основных допущений при составлении модели формирования урожая во время вегетации.

## 2.5. НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ РАСТЕНИЕ—СРЕДА

Симметричная модель. Для каждого момента периода вегетации требования растений к условиям среды будут меняться, т. е. для  $i$ -того момента времени будем иметь  $\gamma$ -тую величину оптимального значения фактора  $\varphi_{\text{opt}}^i$ . Таким образом, оптимальное значение фактора— функция времени. Построим модель для  $i$ -того момента времени.

Ее можно представить в виде

$$dU/d\varphi = kS(\varphi_{\text{opt}} - \varphi), \quad (2.1)$$

учитывая, что  $U = U_{\text{max}}S$ , получим

$$U_{\text{max}} dS/d\varphi = kS(\varphi_{\text{opt}} - \varphi), \quad (2.2)$$

где  $k$ — коэффициент пропорциональности, приводящий в соответствие размерности правой и левой частей.

Разделяя переменные в уравнении (2.2) и интегрируя, получаем

$$\ln S = -\frac{k}{2U_{\text{max}}} \varphi^2 + \frac{k\varphi_{\text{opt}}}{U_{\text{max}}} \varphi + \frac{C}{U_{\text{max}}}. \quad (2.3)$$

Определим постоянную интегрирования  $C$  из условия

$$S = 1 \text{ при } \varphi = \varphi_{\text{opt}}. \quad (2.4)$$

Получаем

$$\frac{k}{2U_{\text{max}}} \varphi_{\text{opt}}^2 - \frac{k\varphi_{\text{opt}}^2}{U_{\text{max}}} \varphi_{\text{opt}} - \frac{C}{U_{\text{max}}} = 0, \quad (2.5)$$

откуда

$$C = -\frac{k\varphi_{\text{opt}}^2}{2}. \quad (2.6)$$

Учитывая полученное в (2.6), запишем выражение (2.3) в виде

$$\ln S = -\frac{k}{2U_{\text{max}}} \varphi^2 + \frac{k\varphi_{\text{opt}}}{U_{\text{max}}} \varphi - \frac{k\varphi_{\text{opt}}^2}{2U_{\text{max}}} = -\frac{k}{2U_{\text{max}}} (\varphi - \varphi_{\text{opt}})^2. \quad (2.7)$$

Зависимость (2.7) будет иметь вид

$$S = \exp \left[ -\frac{1}{2\nu} (\varphi - \varphi_{\text{opt}})^2 \right], \quad (2.8)$$

где  $\nu = U_{\text{max}}/k$ .

Иметим, что размерность  $\nu = [t/c\varphi^2]$ ;  $\nu = [c\varphi^2]$ . Величина  $\nu$  является мерой саморегулирования растения. Чем больше  $\nu$ , тем шире диапазон внешних условий, в котором растение может нормально расти и развиваться.

Как было сказано выше, модель (2.8) построена для  $\gamma$ -того момента времени вегетации. Величина  $\varphi_{\text{opt}}$  является функцией вре-

мени т. Поэтому для использования выражения (2.8) необходимо иметь оптимальные значения фактора для каждого момента вегетации. Построив кривые  $S(\varphi)$ , получим в каждый момент вегетации, семейство симметричных кривых, максимумы которых будут находиться в некотором диапазоне  $d' - d''$  (рис. 2).

Недостаток кривой (2.8) состоит в том, что при  $\varphi = \varphi_{\text{т}}$  и при  $\varphi = \varphi_{\text{мах}}$   $S \neq 0$ . Кроме того, в процессе экспериментальных исследований требований растений неоднократно получали зависимости  $S(\varphi)$ , имеющие левую или правую асимметрию. Чтобы учесть эти обстоятельства, необходимо в модель (2.1) внести дополнения.

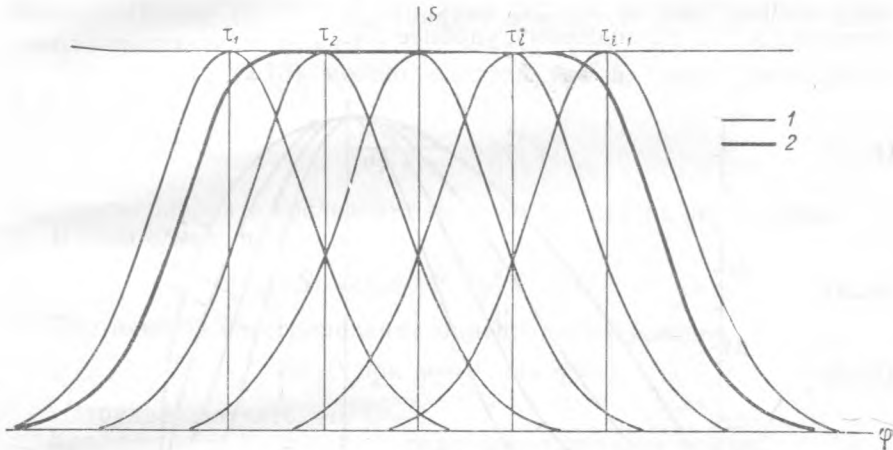


Рис. 2. Реализация модели  $S = \exp\left[-\frac{1}{2\gamma_i}(\varphi - \varphi_{\text{opt}}^i)^2\right]$  (1) и приближенная кривая  $S(\varphi)$  (2).

Асимметричная модель. Считая, что жизнедеятельность растений протекает в конечном диапазоне какого-либо фактора  $\varphi_{\text{min}} \leq \varphi \leq \varphi_{\text{мах}}$  и достигает оптимального значения при  $\varphi = \varphi_{\text{opt}}$  ( $\varphi_{\text{min}} < \varphi_{\text{opt}} \leq \varphi_{\text{мах}}$ ), одной наиболее общей зависимостью  $S(\varphi)$  может служить кривая распределения Пирсона 1-го типа, которую для рассматриваемого случая запишем в виде

$$S = \left(\frac{\varphi}{\varphi_{\text{opt}}}\right)^{\gamma \varphi_{\text{opt}}} \left(\frac{\varphi_{\text{мах}} - \varphi}{\varphi_{\text{мах}} - \varphi_{\text{opt}}}\right)^{\gamma (\varphi_{\text{мах}} - \varphi_{\text{opt}})}, \quad (2.9)$$

где  $S = U/U_{\text{мах}}$   $\gamma$  — параметр, имеющий размерность (1/ср), начало координат принято в точке  $\varphi = \varphi_{\text{min}} = 0$ ,  $S = 0$ . Уравнение (9) удовлетворяет условиям: 1)  $S = 0$  при  $\varphi = \varphi_{\text{min}} = 0$  и При  $\varphi = \varphi_{\text{мах}}$ ; 2)  $S = 1$  при  $\varphi = \varphi_{\text{opt}}$ .

Производная  $S' = 0$  при  $\varphi = \varphi_{\text{opt}}$ , в точках  $\varphi = 0$  при условии  $\gamma \varphi_{\text{opt}} \geq 1$  и в точке  $\varphi = \varphi_{\text{мах}}$  При  $\gamma (\varphi_{\text{мах}} - \varphi_{\text{opt}}) \geq 1$ . Точки перегиба кривой имеются на левой ветви при  $\gamma \varphi_{\text{opt}} \geq 1$  и на правой при  $\gamma (\varphi_{\text{мах}} - \varphi_{\text{opt}}) \geq 1$ . Координата точек перегиба



определяется формулой

$$\varphi_0 = \varphi_{\text{opt}} \pm \sqrt{\frac{\varphi_{\text{opt}} (\varphi_{\text{max}} - \varphi_{\text{opt}})}{\gamma \varphi_{\text{max}} - 1}}. \quad (2.10)$$

На рис. 3 показаны кривые, построенные по уравнению (2.9) при  $\varphi_{\text{opt}} = 2$ ,  $\varphi_{\text{max}} = 3$  и  $\gamma$ , равных 0,5; 1; 2; 4. Характер кривых говорит о довольно разнообразном действии факторов внешней среды на жизнедеятельность растений.

Из многочисленных экспериментов обычно известны точки  $\varphi_{\text{min}}$ ,  $\varphi_{\text{opt}}$  и  $\varphi_{\text{max}}$  для различных факторов (влага, тепло и т. д.); в дальнейшем представляет интерес выяснить биологический смысл коэффициента  $\gamma$  или, по-видимому, удобнее  $1/\gamma$ .

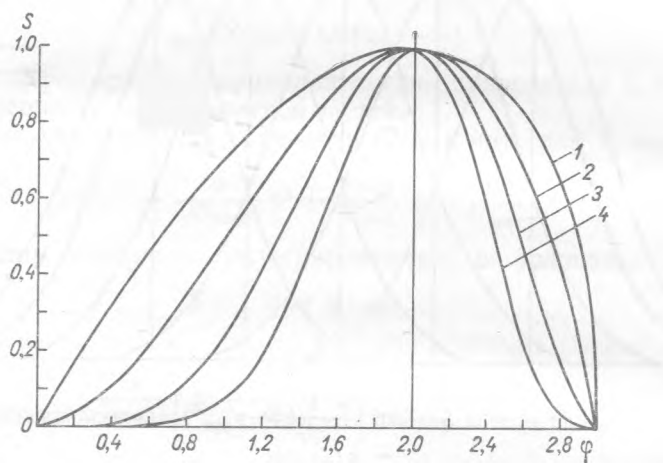


Рис. 3. Реализация модели  $S = B\varphi^{m_1}(1 - \varphi)^{m_2}$ .  
1 —  $\gamma = 0,5$ ; 2 —  $\gamma = 1,0$ ; 3 —  $\gamma = 2,0$ ; 4 —  $\gamma = 4,0$ .

Для практических расчетов, по-видимому, можно пользоваться как симметричной (2.8), так и асимметричной (2.9) моделями в зависимости от поставленных задач и наличия той или иной вычислительной техники. Дело в том, что в окрестностях  $\varphi_{\text{opt}}$  эти модели совпадают и различие наблюдается лишь при удалении от оптимальной точки.

Интересно отметить, что результат, приведенный в (2.9), можно получить из более общих соображений.

Как говорилось в п. 2.3, жизнедеятельность является функцией двух взаимно-обратных процессов: ассимиляции ( $A$ ) и диссимиляции ( $D$ ), т. е.  $S = S(A, D)$ . Положим, что ассимиляция зависит от условий внешней среды. Тогда

$$A = k_A \varphi_1^{n_1}, \quad (2.11)$$

где  $k_A$  и  $n_1$  — параметры,  $\varphi_1$  — фактор внешней среды, от которого зависит  $A$

Аналогично зависимость диссимилиации от условий среды можно записать в виде

$$D = k_D \varphi_2^{n_2}, \quad (2.12)$$

где  $k_D$  и  $n_2$  — параметры,  $\varphi_2$  — фактор внешней среды, от которого зависит  $D$ .

Заметим, что организм может существовать в диапазоне  $\varphi_{\min} < \varphi < \varphi_{\max}$ . Примем  $\varphi_{\min} = 0$ , а  $\varphi_{\max} = 1$ .

Таким образом,

$$S = S(k_A \varphi_1^{n_1}; k_D \varphi_2^{n_2}), \quad (2.13)$$

т. е. выражение (2.13) представляет некоторую поверхность, зависящую от координат  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Зависимость (2.13) можно сделать явной, если записать ее в виде

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \varphi_1 \partial \varphi_2} = k \varphi_1^{n_1} \varphi_2^{n_2} \quad (2.14)$$

и проинтегрировать последовательно по каждой из переменных.

В этом случае получим

$$S = k n_1 n_2 \varphi_1^{n_1-1} \varphi_2^{n_2-1} + C. \quad (2.15)$$

Постоянную интегрирования определим из условия

$$S = 0 \text{ при } \varphi = 0 \text{ или } \varphi = 1. \quad (2.16)$$

Нетрудно получить, что  $C = 0$ .

Коэффициент  $k = k_A \cdot k_D$  можно определить из условия

$$S = 1 \text{ при } \varphi = \varphi_{\text{opt}} \quad (2.17)$$

учитывая, что  $n_1 - 1 = m_1$ , а  $n_2 - 1 = m_2$ .

В этом случае получим

$$k = \frac{1}{(m_1 + 1) \varphi_{\text{opt}}^{m_1} (m_2 + 1) (1 - \varphi_{\text{opt}})^{m_2}}. \quad (2.18)$$

Подставляя значения  $k$  в выражение (2.15), запишем

$$S = \frac{1}{\varphi_{\text{opt}}^{m_1} \varphi_{\text{opt}}^{m_2}} \varphi_1^{m_1} \varphi_2^{m_2}. \quad (2.19)$$

исходя из гипотезы Бэкмана [22] (см. п. 1.6) и распространения ее на все факторы внешней среды, отметим, что переменные  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  можно совместить на одной оси. При изменении первой переменной  $\varphi_1$  от минимального значения фактора до оптимального ассимиляция будет превалировать. При изменении второй переменной от максимума этого же фактора до оптимума будет превалировать диссимилиация.

Поскольку было принято  $\varphi_{\min} = 0$ , а  $\varphi_{\max} = 1$ , можно записать

$$0 \leq \varphi_1 \leq \varphi_{\text{opt}} \text{ и } \varphi_{\text{opt}} \leq \varphi_2 \leq 1 \text{ или } \varphi_2 = 1 - \varphi_1. \quad (2.20)$$

Подставив выражение (2.20) в (2.19), получим

$$S = \frac{1}{\varphi_{\text{opt}}^{m_1} \varphi_{\text{opt}}^{m_2}} \varphi^{m_1} (1 - \varphi)^{m_2}. \quad (2.21)$$

Нетрудно заметить, что это выражение по характеру аналогично выражению (2.9).

## 2.6. ИЗМЕНЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ ФАКТОРА ВО ВРЕМЯ ВЕГЕТАЦИИ

В предыдущих параграфах было отмечено, что в разные периоды вегетации для создания максимального урожая необходимы различные условия внешней среды. Математические модели растение — среда, построенные в п. 2.5, действительны только для  $k$ -того момента вегетации.

В связи с этим возникает задача определения изменений  $\varphi_{\text{opt}}$  во время вегетации, т. е. функции  $\varphi_{\text{opt}}(\tau)$ .

Один из возможных путей получения этой функции можно наметить, исходя из первого и четвертого принципов Рашевского (см. п. 2.3), которые можно модифицировать следующим образом: для любого сорта растений наиболее часто повторяющиеся (модальные) условия внешней среды являются оптимальными в том случае, если сорт создан в этих условиях.

Положение оптимального диапазона  $\varphi'_{\text{opt}} - \varphi''_{\text{opt}}$  на оси фактора генетически закрепляется. Отклонение в ту или иную сторону приводит к уменьшению урожая при

$$\varphi < \varphi' - \varphi'' < \varphi; \quad U(\varphi_{\text{opt}}) > U(\varphi_1). \quad (2.22)$$

В связи с этим оптимальным диапазоном внешних условий в данный момент вегетации будем называть диапазон, при создании которого в многолетнем разрезе средний урожай будет максимальным. Исходя из этого можно допустить, что частота появления оптимальных условий в данную декаду вегетации прямо пропорциональна среднему многолетнему урожаю.

На основании принятых допущений запишем: если диапазон  $\varphi_i - \varphi_{i+1}$  является оптимальным для данной декады, то некоторая нелинейная интегральная функция от частоты появления этого диапазона за  $n$  лет  $\int g(\varphi) d\varphi$  статистически связана с конечным урожаем  $U$  и теснота этой связи максимальна.

Предположим противное — при диапазоне  $\varphi_i - \varphi_{i+1}$  связь между урожаем и интегральной частотой оптимального диапазона не максимальна, т. е.

$$r_i \left( U \rightarrow \int g(\varphi) d\varphi \right) < r_{\text{max}}, \quad (2.23)$$

но тогда диапазон  $\varphi_i - \varphi_{i+1}$  не будет оптимальным, так как лишь при  $r_{\text{max}}$  однозначно соблюдается положение: увеличение частоты оптимальных условий соответствует увеличению урожая.

В вычислительном отношении определение функции  $\varphi_{\text{отр}}(\tau)$  сводится к расчету коэффициента корреляции  $r_4$  для каждого момента или отрезка (например, декады) времени вегетации между средней величиной урожайности за  $n$  лет в данном географическом пункте и вероятностью попадания фактора внешней среды в выбранный диапазон  $\varphi_i - \varphi_{i+1}$ . Последовательно передвигая диапазон  $\varphi_i - \varphi_{i+1}$  по оси фактора, определяем вероятность попадания в него  $P$ :

$$P_i = \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} g(\varphi) d\varphi, \quad (2.24)$$

где  $g(\varphi)$  — функция распределения фактора в данной географической точке.

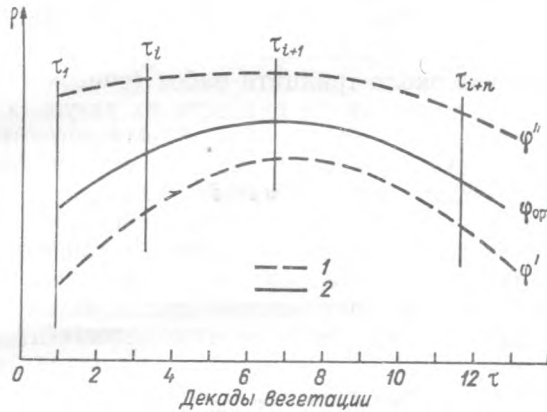


Рис. 4. Изменение требований растений во время вегетации.

1 — границы оптимального диапазона, 2 — изменение оптимального значения фактора во времени.

На практике наиболее часто закон распределения фактора можно считать нормальным:

$$g(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\varphi^2}{2\sigma^2}\right). \quad (2.25)$$

Коэффициент корреляции рассчитывается по известной формуле

$$r_i = \frac{\sum (U_j - \bar{U})(P_j^i - \bar{P})}{\sqrt{\sum (U_j - \bar{U})^2 (P_j^i - \bar{P})^2}} \quad (2.26)$$

где  $U_j$  — урожай в  $j$ -том географическом пункте,  $\bar{U} = \sum U_j/n$  — средний урожай в  $j$  пунктах,  $P_j^i$  — вероятность попадания в  $i$ -тый диапазон для  $j$ -того пункта,  $\bar{P} = \sum P_j^i/n$  — средняя вероятность,  $n$  — количество пунктов.

Вычисляя ряд значений  $r$ , для различных диапазонов внешних условий, получаем возможность построить функцию  $r_i$  ( $\varphi_i$  —  $\varphi_{i+1}$ ) для каждой декады вегетации. Максимальное значение  $r_i$  будет соответствовать оптимальному диапазону фактора.

Результаты расчета можно представить в виде графика изменения оптимальных диапазонов в каждый момент времени вегетации (рис. 4).

Следует отметить, что подобный расчет может быть проделан для любого фактора.

Значение  $\varphi_{\text{опт}}$ , соответствующее  $r_{\text{max}}$ , используется в математических моделях, приведенных в п. 2.5.

## 2.7. ОБОБЩЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО ТРЕБОВАНИЯМ РАСТЕНИЙ К УСЛОВИЯМ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ

Проанализировав около тридцати работ (список авторов приводится в п. 2.2), мы попробовали привести их результаты в единую систему. Анализу подверглись различные экспериментальные данные, полученные с 1914 г. по настоящее время. Особое внимание уделялось результатам опытов, которые были представлены в графической или табличной форме и содержали приросты урожая, урожаи, скорости роста, интенсивности накопления питательных веществ, транспирацию, рост надземных и подземных частей растения в зависимости от факторов внешней среды, таких, как температура почвы и воздуха, влагозапасы и коэффициент увлажнения и другие.

Все экспериментальные данные однообразно обрабатывались следующим образом. Величины, которые откладывались по оси ординат (урожаи, приросты и т. д.), нормировались на максимальное для данной кривой значение урожаев  $S = U/U_{\text{max}}$ , таким образом, все значения выражались в долях единицы и изменялись от 0 до 1.

Вид нормировки величин по оси фактора зависит от выбранной математической модели. В случае использования симметричной модели нормировка проводится таким образом, чтобы оптимальное значение фактора совпадало с началом координат, минимальное имело значение  $-3$ , а максимальное  $+3$ . Такая нормировка дает возможность пользоваться таблицами функции типа  $S = A \times \exp(-\varphi^2/2)$ . При использовании асимметричной модели нормировка по оси факторов должна быть сделана таким образом, чтобы минимальное значение было в нулевой точке, оптимальное в точке  $\varphi = 0,5$ , а максимальное в точке  $\varphi = 1,0$ . Принципиально любая нормировка такого типа является линейным преобразованием оси фактора и не меняет вида функции  $S(\varphi)$ .

Для обобщения экспериментальных данных нами была использована симметричная модель и соответствующая ей нормировка. Были определены безразмерные величины фактора внешней среды  $\varphi$  и безразмерные величины урожаев, которые назовем степенью оптимальности условий (5).

Для вычисления безразмерного водного фактора использовались следующие формулы:

$$\varphi_w = \frac{W_i - W_{cp}}{\nu_w}, \quad (2.27)$$

где  $W_i$  — текущее значение водного фактора,  $W_{cp}$  — среднее значение  $W$ ,  $\nu_w$  — нормирующий множитель;

$$W_{cp} = \frac{W_{max} + W_{min}}{2}, \quad (2.28)$$

здесь  $W_{max}$  — максимальное значение водного фактора,  $W_{min}$  — минимальное значение водного фактора;

$$\nu_w = \frac{W_{max} - W_{min}}{6}. \quad (2.29)$$

Следует отметить, что здесь центрирование оси фактора проводилось не на оптимальное его значение в данную декаду, а на некоторое среднее из оптимальных значений за весь вегетационный период (2.28).

Таким же образом преобразовывались и другие факторы внешней среды.

В табл. 1 приведены сведения, полученные при анализе литературных данных. Заметим, что крайние точки (min, max) иногда рассчитывались путем экстраполяции. Кроме того, учитывалось кардинальное значение данного фактора, взятое из литературы по физиологии растений.

Преобразование координат позволило свести на один график совершенно различные опыты для разных факторов внешней среды и разных культур. Полученные точки наносились на график (рис. 5). Опытные точки имели некоторый разброс, но в среднем они тяготели к некоторой колоколообразной кривой. Разброс точек может быть обусловлен не только тем, что нормировка проводилась на среднюю за вегетацию величину оптимума фактора, но и рядом других причин. Во-первых, тем, что на этой кривой собраны воедино многие растения и многие факторы внешней среды. Во-вторых, на кривой представлены результаты опытов, сделанных в течение 50 лет различными учеными разных стран. Несомненно, что методика опытов и точность наблюдений в каждом эксперименте различны.

И все же, несмотря на некоторый разброс опытных точек, можно полагать, что кучность, с которой точки легли вокруг колоколообразной кривой, удовлетворительна.

По-видимому, если на рис. 5 нанести серию куполообразных кривых, оптимальные точки которых  $\varphi_{opt}$  будут изменяться в период вегетации, то вершины этих кривых очертят некоторый диапазон на уровне  $S = 1,0$ .

Кардинальные точки для различных культур и факторов внешней среды

Номер точки	Зависимости	Краткая запись	Единица измерений фактора	Культура	Кардинальные точки			Средняя $\varphi_{cp}$	Нормирующий множитель $\gamma$
					min	opt	max		
1	Зависимость ассимиляции от температуры [42]	$C(t)$	$^{\circ}C$	Листья картофеля	3	30	47	25	7,4
2	Зависимость относительного урожая от температуры почвы [44]	$S(t_n)$	$^{\circ}C$	Картофель	0	16	34	17	5,7
3	Зависимость относительного прироста урожая от продуктивных влагозапасов в слое 0—20 см [44]	$S[W]$	мм	„	—	34	80	~35	15
4	Зависимость урожайности яровой пшеницы от влагообеспеченности в зоне избыточного увлажнения [51]	$S[W]$	%	Яровая пшеница	~120	~120	380	120	90
5	Связь урожая с коэффициентом увлажненности [51]	$S[W]$	безразмерная $^{\circ}C$	Сахарная свекла	0	3,0	9,0	мода 3,0	1,0
6	Связь урожая с суммой температур [51]	$S[\Sigma t]$	$^{\circ}C$	Сахарная свекла	0	4000	8000	4000	1340
7	Влияние запаса воды на урожай люцерны по данным четырех районов [39]	$S[W]$	$^{\circ}C$	Люцерна	0	80	160	80	26,7
8	Влияние температуры почвы на глубине 20 см на ежегодный приrost сахарной свеклы [42]	$S(t_n)$	$^{\circ}C$	Сахарная свекла	0	26,7	49	24,5	8,2
9	Зависимость скорости роста корней хлопчатника от температуры [42]	$S(t_n)$	$^{\circ}C$	Хлопчатник	10	27	40	25	5,0

Номер точки	Зависимости	Краткая запись	Единица измерений фактора	Культура	Кардинальные точки			Средняя $\varphi_{cp}$	Нормирующий множитель $\gamma$
					min	opt	max		
10	Зависимость урожая картофеля от количества доступной влаги [42]	S [W]	см	Картофель	9	26	40	25	5
11	Зависимость урожая яровой пшеницы от запасов продуктивной влаги [33]	S [W]	мм	Яровая пшеница	0	115	230	115	38,5
12	Влияние температуры на наклонение солей К изолированных корней [42]	S [T <sub>t</sub> ]	°C	Ячмень	0	30	60	30	10
13	Влияние температуры на наклонение солей NO <sub>3</sub> [42]	S [T <sub>t</sub> ]	°C	Ячмень	0	30	60	30	10
14	Влияние температуры на наклонение солей Cl [42]	S [T <sub>t</sub> ]	°C	Ячмень	0	30	60	30	10
15	Влияние температуры на транспирацию [42]	S [t]	°C	Хлопчатник	0	25	50	25	8,3
16	Влияние t раствора на рост корней томатов в питательном растворе [42]	S [t]	°C	Арбуз	0	25	50	25	8,3
17		S [t]	°C	Капуста	0	25	50	25	8,3
18		S [Tt]	°C	Томаты	10	30	40	25	5,0
19	Рост надземных частей проростков кукурузы при различных температурах [42]	S [t]	°C	Кукуруза	10	31	46	28	6
20	Влияние температуры почвы на развите клубней картофеля [18]	S [t <sub>п</sub> ]	°C	Картофель	5	20	34	20	5
21	Влияние температуры почвы на рост корней проростков сосны [42]	S [t <sub>п</sub> ]	°C	Сосна	5	25	35	20	5



Номер точки	Зависимости	Краткая запись	Единица измерений фактора	Культура	Кардинальные точки			Средняя $\bar{y}$	Нормирующий множитель $y$
					min	opt	max		
22	Зависимость урожая картофеля от продуктивности влагозапасов в слое 0—50 см на черноземных почвах [44]	$S [W]$	мм	Картофель	—	55	100	55	18,3
23	Зависимость урожая картофеля от температуры почвы на черноземных почвах [44]	$S [t_n]$	°C	Картофель	0	16	34	17	5,7
24	Зависимость урожая картофеля от температуры почвы на лёссовидных суглинках [44]	$S [t_n]$	°C	Картофель	0	17	34	17	5,7
25	Зависимость урожая от температуры почвы на лёссовидных суглинках (летняя посадка с орошением, Ташкент) [44]	$S [t_n]$	°C	Картофель	0	17	34	17	5,7
26	Зависимость урожая от температуры песчаной почвы [44]	$S [t_n]$	°C	Картофель	0	17	34	17	5,7
27	Зависимость урожая от температуры черноземных почв [44]	$S [t_n]$	°C	Картофель	0	17	34	17	5,7
28	Зависимость урожая от продуктивных влагозапасов в слое 0—50 см (супеси и суглинки Центральные области) [44]	$S [W]$	м	Картофель	0	65	130	60	21,6
29	Зависимость урожая от температуры почвы в слое 0—50 см (Центральные области) [44]	$S [t_n]$	°C	Картофель	0	16	34	17	5,7

Для упрощения расчетов можно аппроксимировать экспериментальные точки кривой вида

$$S = A_1 \exp\left(-\frac{\varphi^2}{2}\right) \quad (2.30)$$

(где  $A_1$  — некоторый цифровой коэффициент), которая является модификацией кривой (2.9), однако эта кривая зависит лишь от одного параметра.

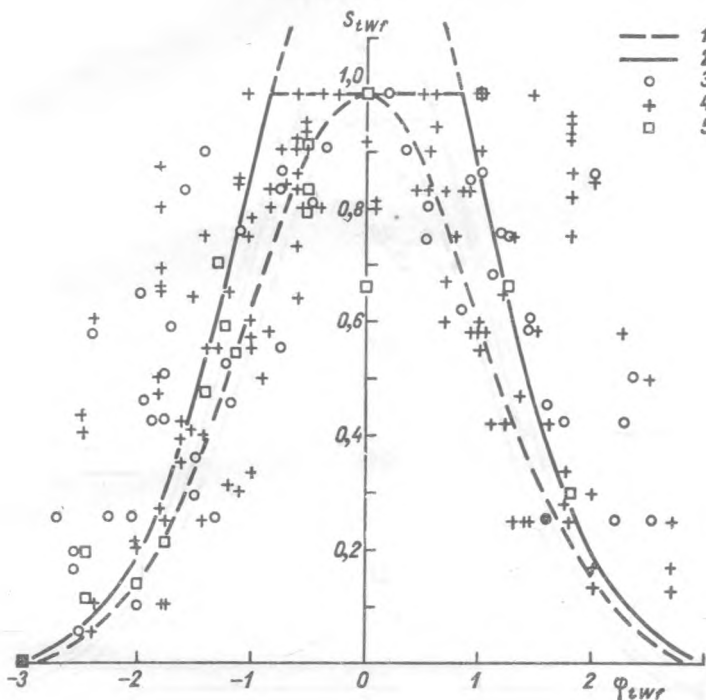


Рис. 5. Зависимость жизнедеятельности растений  $S$  от факторов внешней среды (водного  $\varphi_{\epsilon}$ , теплового  $\varphi_{\epsilon}$  и фактора питания  $\varphi_{\epsilon}$ ).  
 1 —  $S=1,0 \exp(-\varphi^2/2)$ , 2 —  $S_{\epsilon WR} = 1,38 \exp(-\varphi^2/2)$ , 3 — вода, 4 — температура, 5 — питание.

Для описания экспериментальных данных (рис. 5) недостаточно кривой (2.30), так как она существует лишь до уровня  $S = 1,0$ . Ка уровне  $S = 1,0$  существует прямая в области  $\varphi' - \varphi''$ , задаваемой следующими неравенствами:

$$\left. \begin{aligned} -3 < \varphi < \varphi' \\ \varphi'' < \varphi < 3 \end{aligned} \right\}$$

Таким образом, в области  $\varphi' - \varphi''$   $S = 1,0$  при любом  $\varphi$ .

На рис. 5 нанесены обе линии

$$\left. \begin{aligned} S &= 1,38 \exp\left(-\frac{\varphi^2}{2}\right) \text{ при } -3 < \varphi < \varphi'; \quad \varphi'' < \varphi < 3 \\ S &= 1,0 \text{ при } \varphi' < \varphi < \varphi'' \end{aligned} \right\} (2.31)$$

Для того чтобы легче было анализировать опытные данные, мы нашли средние для каждой группы (скопления точек при  $S_{\text{opt}} = \text{const}$ ) и нанесли эти точки на график (рис. 6). Осреднение про-

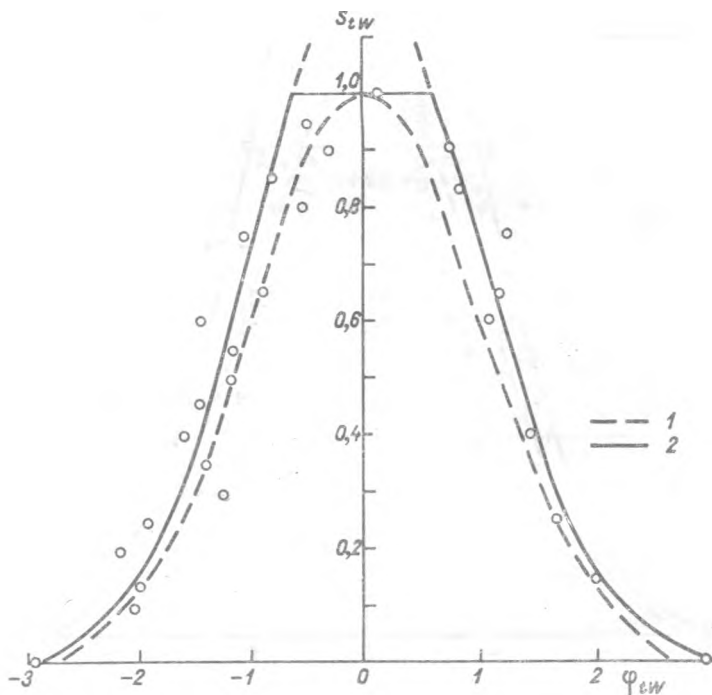


Рис. 6. Зависимость между требованиями растений  $S$  и факторами внешней среды, построенная по осредненным точкам.

$$1 - S = 1,0 \exp(-\varphi^2/2), \quad 2 - S_w = 1,23 \exp(-\varphi^2/2).$$

водилось в горизонтальном направлении графически, с учетом весов точек. Осредненные точки весьма близки к кривой вида

$$S = 1,23 \exp\left(-\frac{\varphi^2}{2}\right).$$

Поэтому в первом приближении можно считать, что симметричная математическая модель системы растение — среда (2.2) не противоречит опытным данным.

## 2.8. ТРЕБОВАНИЯ РАСТЕНИЙ К ТЕПЛОВОМУ ФАКТОРУ

Для того чтобы проанализировать влияние каждого фактора на рассеянность точек на графике (см. рис. 5), построим отдельно кривые зависимости относительных урожаев  $S$  от температурного  $\varphi_t$ , водного  $\varphi_w$  и пищевого факторов. Для температурного фактора такая кривая показана на рис. 7. На этой кривой  $S$  — относительные урожаи. Как видно из графика, точки довольно плотно ло-

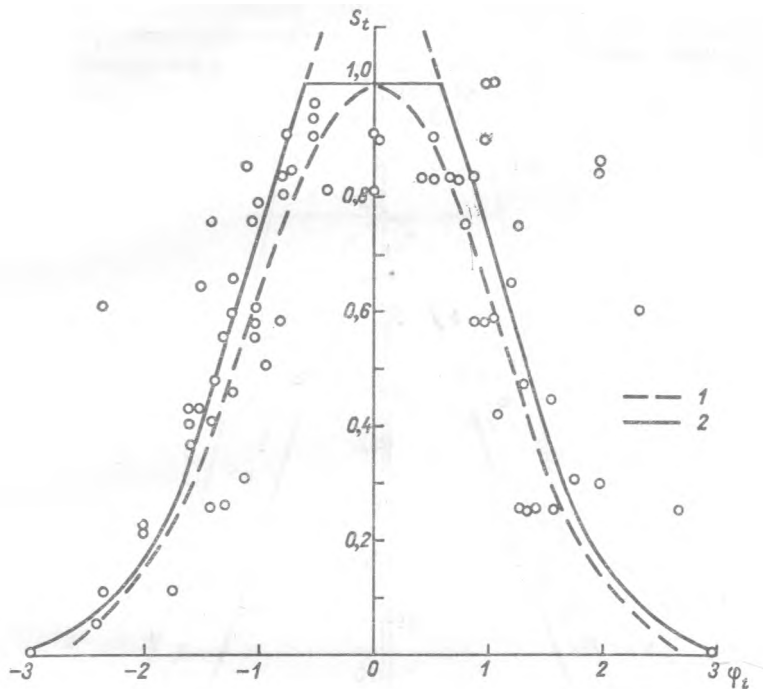


Рис. 7. Зависимость требований растений  $S$  от теплового фактора  $\varphi_t$ .  
 1 —  $s=1,0 \exp(-\varphi_t^2/2)$ , 2 —  $s_t=1,20 \exp(-\varphi_t^2/2)$ .

жаты на кривую вида (2.30). Наибольшее отклонение наблюдается на уровне  $S = 0,9$  в точке 20, которое равно здесь 0,5 (номера точек см. в табл. 1).

Вычислим абсолютное значение этого отклонения. Для этого по табл. 1 найдем нормирующий множитель  $v$ ; он равен  $5^\circ \text{C}$ . Таким образом, максимальное отклонение от кривой вида (2.30) равно  $2,5^\circ \text{C}$ . Подсчитаем среднее отклонение:

$$\Delta_{\text{ср}} = \frac{\sum |\Delta_i| v}{n},$$

где  $|\Delta_i|$  — абсолютная величина отклонения от кривой  $S = 1,0 \exp(-\varphi_t^2/2)$ ,  $v$  — нормирующий множитель для картофеля

(температурный фактор в этом случае выражен в виде температуры почвы).

В табл. 2 представлены средние отклонения  $A_{\text{ср}}$  экспериментальных данных от кривой вида  $S_t = 1,01 \exp(-\varphi^2/2)$  (рис. 8) в опытах с картофелем.

Таблица 2

Средние отклонения экспериментальных данных от кривой вида  $S_t = 1,01 \exp(-\varphi^2/2)$

Номер зависимости . . . . .	2	20	23	24	25	26	27	29
Нормирующий множитель $\nu$ . . . . .	5,7	5,0	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7
Количество точек . . . . .	12	7	5	4	4	6	6	7
$\Delta_{\text{ср}} \text{ } ^\circ\text{C}$ . . . . .	0,7	1,3	0,8	0,6	1,0	1,0	0,8	1,0
$\varepsilon = \frac{\Delta_{\text{ср}}}{\varphi_{\text{ср}}} \text{ } \%$ . . . . .	4,1	6,5	4,7	3,5	5,9	5,9	4,7	5,9

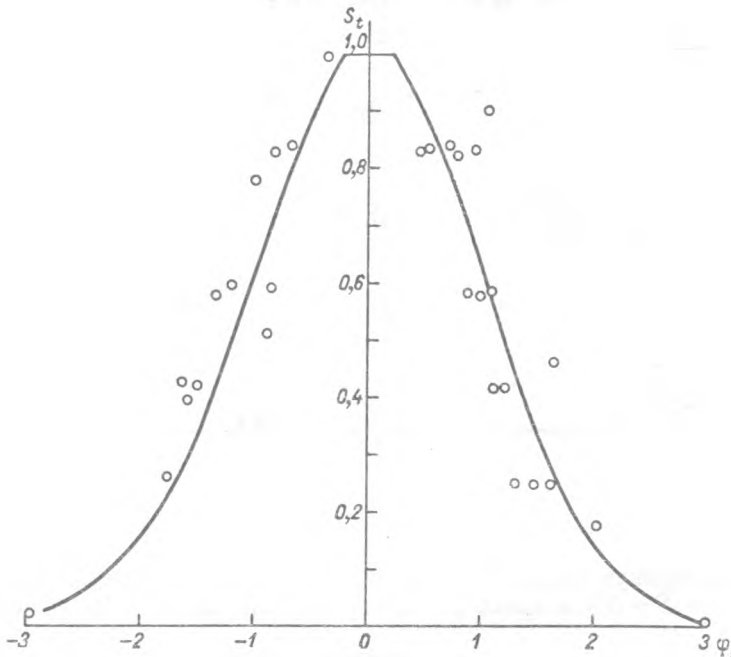


Рис. 8. Зависимость урожая картофеля от температуры.

$$S_t = 1,01 \exp(-\varphi^2/2).$$

Минимальное отклонение от кривой, равное  $0,7^\circ \text{C}$ , наблюдается у зависимости 2 (см. табл. 1), а максимальное ( $1,3^\circ \text{C}$ ) — у зависимости 20. Среднее из средних отклонений равно  $0,9^\circ \text{C}$ . Средняя ошибка в этом случае не будет превышать  $1,0^\circ \text{C}$ . Относительная ошибка  $\varepsilon$  колеблется в пределах 4—6%. Такая точность вполне

приемлема для расчетов показателя необходимости мелиораций, так как она равна точности измерений температуры. Поэтому будем считать, что кривая требований растения к условиям внешней среды по температурному фактору согласуется с симметричной моделью при  $A = 1,0$ . Определение  $A$  по методу наименьших квадратов дало значение 1,01.

## 2.9. ТРЕБОВАНИЯ РАСТЕНИЙ К ВОДНОМУ ФАКТОРУ

Рассмотрим требования растений к водному фактору. На график (рис. 9) нанесены точки, для которых величины  $S$  являются относительным урожаем. На этом же графике показана кривая  $S = A_1 \exp(-\phi^2_w/2)$  при  $A_1 = 1$  и кривая  $S = 1,70 \exp(-\phi^2_w/2)$ .

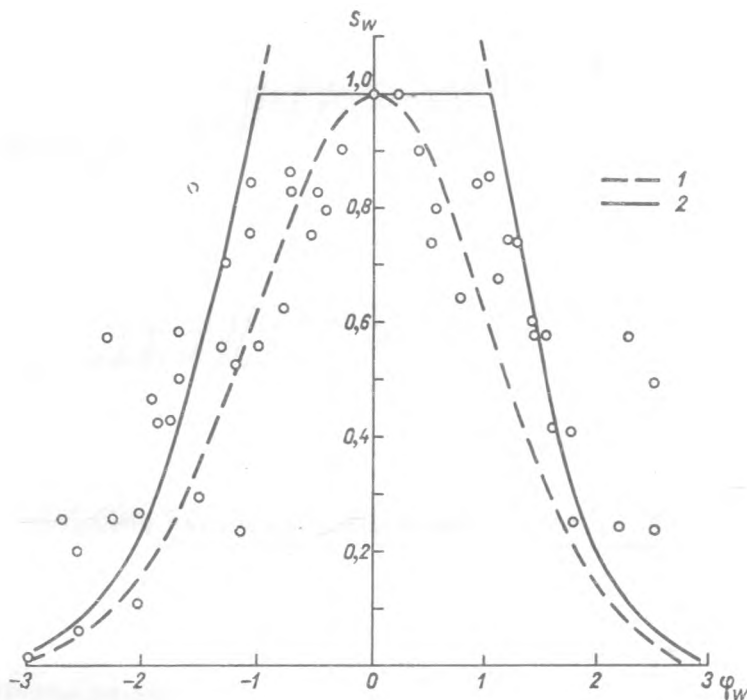


Рис. 9. Зависимость требований растений от влагозапасов почвы для различных культур.

1 —  $S = 1,0 \exp(-\phi^2_w/2)$ ; 2 —  $S = 1,70 \exp(-\phi^2_w/2)$ .

Подсчитаем, насколько кривая при  $A_1 = 1$  соответствует опытному материалу. Для этого, как и в предыдущем случае, найдем абсолютные величины отклонений опытных точек от кривой и подсчитаем среднее абсолютное отклонение для каждой точки. Затем найдем относительное отклонение, которое будет равно частному от деления абсолютного отклонения  $\Delta$ , на среднюю величину  $\phi[W_{cp}]$ . Эта

величина будет характеризовать максимальную ошибку, с которой будут вычислены требования растений к водному фактору, если воспользоваться кривой при  $A_1 = 1,0$ .

В расчете использованы только опыты, в которых урожаи или приросты урожаев связывались с продуктивными влагозапасами. Это наиболее важный случай, поэтому ему уделяется большее внимание. Анализ величины  $\epsilon$  показал, что при использовании кривой

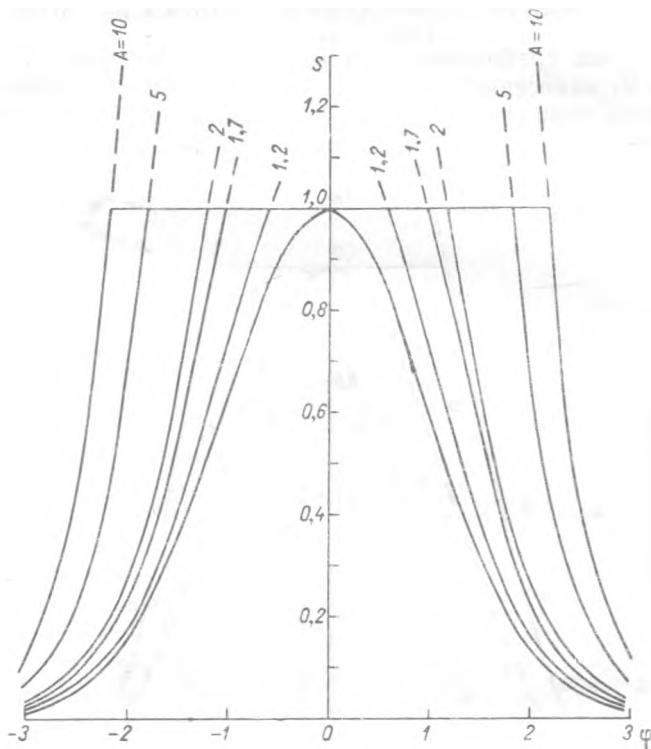


Рис. 10. Зависимости  $S=A_1 \exp(-\phi^2/2)$  при разных значениях

вида  $S = 1,0 \exp(-\phi^2/2)$  ошибки могут доходить до 25%, хотя некоторые данные весьма хорошо описываются и этой кривой.

Для уточнения зависимости  $S(\phi)$  методом наименьших квадратов был определен параметр  $A_1$  в уравнении  $S=A_1 \exp(-\phi^2/2)$ . В рассматриваемом случае  $A_1 = 1,70$ . Кривая 2 на рис. 9 имеет меньшее отклонение от экспериментальных точек, чем кривая 1.

Для облегчения подбора  $A_1$  по эмпирическим данным приведем график зависимости  $S=A_1 \exp(-\phi^2/2)$  для различных значений параметра  $A_1$  (рис. 10).

В заключение анализа экспериментальных данных приведем результаты расчетов коэффициентов  $A_1$  для различных культур и факторов внешней среды (табл. 3).

**Вид расчетных зависимостей требований растений для различных культур  
и факторов внешней среды**

Фактор внешней среды	$A_i$	Вид расчетной зависимости
Требования растений к температуре . . . . .	1,2	$S_t = 1,20 \exp(-\varphi_t^2/2)$
Требования картофеля к температуре . . . . .	1,01	$S_t = 1,01 \exp(-\varphi_t^2/2)$
Зависимость между интенсивностью накопления солей калия, азота и хлора от температуры . . . . .	1,07	$S_f = 1,07 \exp(-\varphi_f^2/2)$
Зависимость между продуктивным фотосинтезом картофеля и температурой . . . . .	2,14	$S_t = 2,14 \exp(-\varphi_t^2/2)$
Влияние температуры на энергию фотосинтеза и дыхания льна-долгунца и овса . . . . .	1,90	$S_t = 1,90 \exp(-\varphi_t^2/2)$
Влияние температуры воздуха на активность ферментов кукурузы и овса . . . . .	1,95	$S_t = 1,95 \exp(-\varphi_t^2/2)$
Требования растений к водному и тепловому факторам (осредненные данные) . . . . .	1,23	$S_{tW} = 1,23 \exp(-\varphi_{tW}^2/2)$
Требования растений к водному фактору . . . . .	1,70	$S_W = 1,70 \exp(-\varphi_W^2/2)$
Требования картофеля к водному фактору . . . . .	1,95	$S_W = 1,95 \exp(-\varphi_W^2/2)$

### 2.10. ТРЕБОВАНИЯ РАСТЕНИЙ К ВОДНОМУ И ТЕПЛОМУ ФАКТОРАМ. ИЗООПТИМАЛЬНЫЕ ОБЛАСТИ

Выше были получены теоретически и проверены экспериментально однофакторные зависимости требований растений к условиям внешней среды. Принципиально они в значительной мере подобны для разных факторов среды. Это положение подтверждается анализом эмпирического материала. Теперь рассмотрим зависимости, которые связывают продуктивность растения со многими факторами внешней среды. Графически представимыми являются только двухфакторные зависимости. Выражения, связывающие три фактора и более с требованиями растений, представить графически нельзя.

Рассмотрим требования растений к водному и тепловому факторам совместно. Эту зависимость можно представить в виде колоколообразной фигуры (рис. 11), о которой говорилось выше (см. рис. 3). Она построена на следующих осях: аппликата — степень



оптимальности, в данном случае выраженная через относительный урожай; абсцисса — водный фактор, в данном случае продуктив-

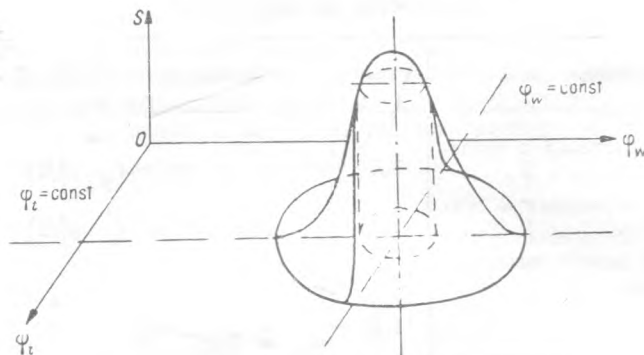


Рис. 11. Требование растений  $S$  к водному  $\varphi_w$  и тепловому  $\varphi_t$  факторам.

ные влагозапасы в почве; ордината — тепловой фактор, в данном случае температура почвы.

В сечении поверхности  $S_{\varphi_w} = S(\varphi_t, \varphi_w)$ , показанной на рис. 11 плоскостями, параллельными оси  $S_t w$ , получают кривые, подобные кривым, изображенным на рис. 6—9.

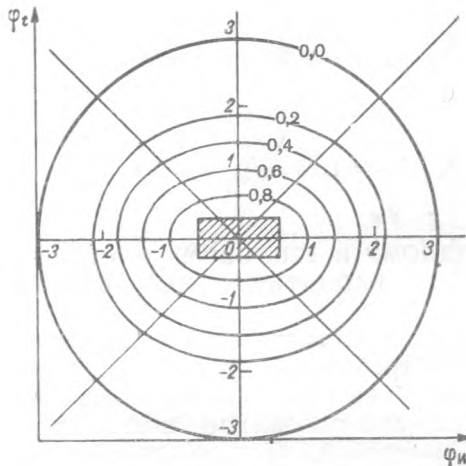


Рис. 12. Эллиптические изооптимальные области, получаемые сечением фигуры рис. 11 плоскостями  $S = 0,0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$ .

В сечении поверхности требований растений  $S(\varphi_t, \varphi_w)$  плоскостями, параллельными плоскости  $\varphi_w O \varphi_t$ , получают эллипсы. Осями симметрии эллипсов является  $\varphi_w$  — большая ось симметрии и  $\varphi_t$  — малая ось симметрии. Поскольку было принято, что предельные значения водного и теплового факторов одинаковы, соотношения между осями по мере приближения к плоскости  $\varphi_w O \varphi_t$  стремятся к единице, поэтому эллипс в плоскости  $\varphi_w O \varphi_t$  вырождается в круг (рис. 12).

Оси симметрии эллипса на рис. 12 параллельны координатным осям, однако в общем

случае они могут составлять с осями координат некоторый угол. Поскольку в литературе по физиологии растений этот вопрос не обсуждался, а экспериментальный материал, используемый нами, не может дать ответа на этот вопрос, примем, что оси симметрии

эллипсов расположены параллельно координатным осям. Вообще говоря, можно избежать этого допущения, если описать экспериментальный материал по водному и тепловому факторам одинаковыми кривыми. Например, пойти на увеличение ошибки по тепловому фактору и описать этот материал такой же кривой, какой описан водный фактор. В этом случае эллипсы превратятся в окружности и ориентация осей симметрии не будет уже играть никакой роли и не повлияет на результаты дальнейших расчетов.

Запишем уравнение проекций эллипса на плоскость:

$$\left(\frac{W - W_0}{\nu_w}\right)^2 - \frac{2r(W - W_0)(t - t_0)}{\nu_w \nu_t} + \left(\frac{t - t_0}{\nu_t}\right)^2 = \text{const}, \quad (2.32)$$

где  $W$  и  $W_0$  — текущие и средние влагозапасы,  $\nu_w$  — нормирующий множитель влагозапасов,  $t$  и  $t_0$  — текущие и средние температуры,  $\nu_t$  — нормирующий множитель температур,  $\tau$  — величина, связанная с углом поворота осей симметрии эллипсов.

Если угол поворота осей симметрии будет равен нулю, т. е. оси симметрии будут параллельны осям координат, то  $\tau = 0$ . Тогда второй член формулы (2.32) выпадает и она может быть записана в следующем виде:

$$\left(\frac{W - W_0}{\nu_w}\right)^2 + \left(\frac{t - t_0}{\nu_t}\right)^2 = \text{const}, \quad (2.33)$$

или, переходя к безразмерным величинам  $\varphi_w$  и  $\varphi_t^*$ , можно записать:

$$\varphi_w^2 + \varphi_t^2 = \text{const}. \quad (2.33a)$$

Для практических расчетов удобнее представить области одинаковой оптимальности условий, которые до этого представлялись эллипсами или окружностями в виде прямоугольников с соответственно разными площадями. Известно, что площадь эллипсов выражается формулой

$$F_0 = \pi \frac{t_s}{2} \frac{W_s}{2} = \pi \frac{\varphi_t \varphi_w}{4}, \quad (2.34)$$

где  $t_s$  — малая ось эллипса, или диапазон температурных условий заданной степени оптимальности  $S$ ,  $W_s$  — большая ось эллипса, или диапазон водных условий (влагозапасов) заданной степени оптимальности.

Площадь прямоугольника запишем в виде

$$F_0 = t'_s W'_s = \varphi'_t \varphi'_w, \quad (2.35)$$

где  $t'_s$  и  $W'_s$  — стороны равновеликого прямоугольника. Дополнительным условием возьмем равенство отношений осей эллипса к сторонам прямоугольника. В безразмерных координатах это можно записать следующим образом:

$$\varphi'_t / \varphi_t = \varphi'_w / \varphi_w. \quad (2.36)$$

Помня, что эллипсы и прямоугольники равновелики, решаем совместно (2.34), (2.35) и (2.36) и получаем:

$$W'_S = \frac{\sqrt{\pi}}{2} W_S, \text{ или } \varphi'_W = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \varphi_W; \quad (2.37)$$

$$t'_S = \frac{\sqrt{\pi}}{2} t_S, \text{ или } \varphi'_t = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \varphi_t. \quad (2.38)$$

Соотношения (2.37) и (2.38) могут быть использованы для построения равновеликих прямоугольников, которые приблизительно будут изображать области равной степени оптимальности, или одинаковых относительных урожаев (рис. 13).

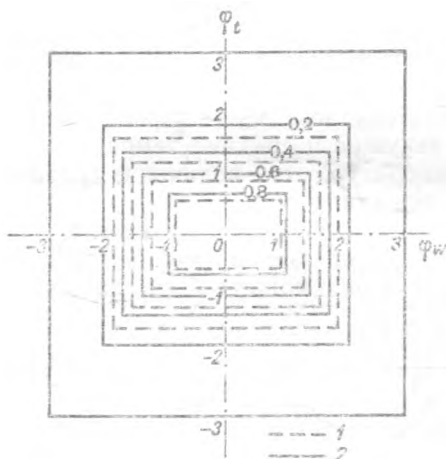


Рис. 13. Прямоугольные изооптимальные области.

Прямоугольники: 1 — равные по площади эллипсам, 2 — их стороны равны осям симметрии эллипсов.

виоптимальной линии от положения, показанного на рис. 12, равна 10%.

Выбирая величину ошибки, следует иметь в виду, что эта ошибка для разных факторов различна. Для температуры она может составлять примерно  $\pm 5\%$ , для влагозапасов — доходить до 20%. Естественно, что ошибки имеют два знака и отклонения от эквиоптимальной линии происходят как во внутреннюю, так и во внешнюю сторону. В дальнейшем нас будут интересовать отклонения ошибок во внутреннюю сторону оптимальной области.

Чем это вызвано? Дело в том, что, рассматривая ошибки, которые уменьшают размеры эквиоптимальной области, мы ставим более жесткие условия к внешней среде. При выполнении этих условий мы можем надеяться на урожай, который будет соответствовать данной или более высокой степени оптимальности. Таким образом, взяв отрицательную ошибку для температур ( $-5\%$ ) и для влагозапасов ( $-10\%$ ), можно получить заданный урожай или выше.

## 2.11. ОШИБКИ ПОСТРОЕНИЯ ИЗООПТИМАЛЬНЫХ ОБЛАСТЕЙ

Рассмотрим вопрос о возможных ошибках, с которыми построены изооптимальные области. Независимо от того, какой замкнутой линией ограничены эти области, можно полагать, что в любом случае эти линии построены с некоторой ошибкой. Она может быть обусловлена многими причинами, но прежде всего это будут ошибки измерений фактора и ошибки измерений урожаев. Допустим, что суммарная относительная ошибка отклонений эк-

Наличие ошибки обуславливает существование минимальной эквиоптимальной области. Очевидно, что размеры этой области должны быть больше удвоенной ошибки. По кривым рис. 6—9 можно определить, с какой степени оптимальности область может считаться значимой. Легко видеть, что минимальная область  $\pm 0,15$  ф находится на уровне  $\bar{S} = 0,95$  opt для кривых, у которых параметр  $A_1$  близок к единице. Значимой областью можно считать ту, в которой укладываются четыре ошибки и более. Эта величина укладывается начиная с уровня  $0,8$  opt ( $A_1 = 1$ ).

Нетрудно видеть (см. рис. 10), что значимость эквиоптимальной области для кривых с различными параметрами  $A_i$  начинается с различных уровней  $\bar{S}$ . Поэтому в дальнейшем уровень  $\bar{S}$ , на котором проводятся расчеты, будет оговариваться особо. Вообще он зависит не только от минимально значимых диапазонов, но и от экономических причин.

## 2.12. ОПТИМАЛЬНЫЕ ДИАПАЗОНЫ

Как говорилось выше (гл. 1), для регулирования внешних условий необходимо знать требования растений к этим условиям в виде зависимостей, связывающих степень оптимальности условий (продуктивность растений) с факторами внешней среды. Такие зависимости получены теоретически и проверены на экспериментальном материале, однообразно обработанном и представленном в безразмерных координатах.

Для практического использования таких зависимостей В. А. Ключевой были рассчитаны обобщенные диапазоны, в которых необходимо поддерживать внешние условия для получения определенной доли максимального урожая (табл. 4).

Данные табл. 4 дают возможность определить диапазоны разной степени оптимальности.

При нахождении внешних условий в пределах выбранного диапазона урожай можно подсчитать по формуле

$$U \geq U_{\max} S,$$

где  $S$  — степень оптимальности.

Обращает на себя внимание следующее обстоятельство. За пределами диапазона  $S = 1,0$  opt малые отклонения фактора дают значительные величины потери урожая. Так, например, для картофеля отклонение продуктивных влагозапасов на 10 мм в слое 0—50 см для суглинистых и супесчаных почв вызывает падение степени оптимальности на 0,45. Для той же культуры соответствующее отклонение температуры от оптимальной (при  $S = 0,9$  opt) на  $1^\circ\text{C}$  вызывает падение степени оптимальности на 0,15. Это обстоятельство подчеркивает важность весьма точного соблюдения оптимальных условий для получения максимальных урожаев.

Таким образом, в настоящей главе получены данные о требованиях растений, необходимые для решения задачи биоклиматического обоснования мелиораций.

Диапазоны регулирования по воде и температуре для различных культур

Культура	Степень оптимальности									
	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Продуктивные влагозапасы (мм)										
Урожай картофеля	18—52	16—54	15—55	14—56	12—58	10—60	8—62	6—64	3—64	2—72
слой 0—20 см . . . . .										
слой 0—50 см черно-	34—76	32—78	31—74	29—81	27—83	25—85	22—88	20—90	16—94	10—100
зем . . . . .										
слой 0—50 см супеси	35—85	33—87	31—89	29—90	27—93	24—96	22—98	18—102	14—106	7—113
и суглинок . . . . .										
Урожай яровой пше-	88—142	82—148	77—153	72—158	67—163	62—168	56—174	49—181	41—189	28—202
ницы . . . . .										
Урожай люцерны . . . . .	58—102	55—105	52—108	48—112	45—115	42—118	38—122	38—127	27—133	19—141
Температура (°C)										
Сахарная свекла (еже-										
дневной прирост) . . . . .										
Урожай картофеля . . . . .	15—16	13—18	12—19	11—20	10—20	15—34	14—36	12—39	10—39	7—42
Ассимиляция листьев	17—33	16—34	16—34	15—35	14—36	9—21	8—22	7—23	6—25	4—26
Арбуз (транспирация)	22—28	20—30	19—31	18—32	16—34	13—37	12—38	11—39	10—40	7—43
Кукуруза (рост пророст-										
ков) . . . . .										
Кукуруза (рост пророст-	24—32	23—33	22—34	21—35	21—35	20—36	19—37	18—38	16—40	14—42
ков) . . . . .										
Сосна (прирост корней)	15—25	15—25	14—26	14—26	13—27	12—28	12—28	11—29	10—30	8—32
Хлопчатник										
рост корней . . . . .										
транспирация . . . . .	23—30	19—31	19—31	18—32	18—32	17—33	17—33	16—34	15—35	13—37
Лен (фотосинтез и ды-	17—33	16—34	15—35	14—36	13—37	12—38	11—39	10—40	8—42	5—45
ханье) . . . . .										
Овес (фотосинтез и ды-	20—32	19—33	18—34	18—34	17—35	17—35	16—36	15—37	14—38	12—40
ханье) . . . . .										
Овес и кукуруза (ак-	22—37	22—37	21—38	20—39	20—39	19—40	18—41	17—42	16—43	14—45
тивность ферментов)										
Капуста (транспирация)	15—35	15—35	14—36	13—37	12—38	11—39	10—40	9—41	7—43	5—45
	15—35	14—36	14—36	13—37	12—38	11—39	10—40	9—41	7—43	5—45

## ГЛАВА 3. УСЛОВИЯ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ

### 3.1. ФАКТОРЫ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ - СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

В гл. 1 говорилось, что вторым этапом разработок является изучение факторов внешней среды, таких, как водный, тепловой, фактор питания и ряд других. В гл. 2, наряду с информацией о требованиях растений, использовалась информация об условиях внешней среды. Однако там не рассматривался вопрос, являются ли эти условия детерминированными или стохастическими величинами и как можно характеризовать их. Этот вопрос рассмотрим в настоящей главе.

Известно, что все физические величины, участвующие в природных процессах, можно разделить на детерминированные и стохастические. Стохастическими величинами считаются те, которые в результате опыта могут принять то или иное значение, причем заранее неизвестно, какое [7]. Другими словами, одинаковые опыты могут привести к определенному разбросу результатов.

Существует ряд противоречивых мнений о том, какая же величина, детерминированная или стохастическая, является частным случаем другой. Вообще говоря, можно принять, что стохастическая величина является более общим случаем, а детерминированная может быть получена из стохастической при определенных условиях [9, 32].

В любом исследовании, когда имеют дело с процессом, в котором на результирующую функцию влияют многие аргументы, а вклад каждого из них незначителен, можно считать, что процесс подчиняется случайным законам. Если для описания линейной детерминированной величины достаточно одного параметра, то для описания стохастической величины этого недостаточно.

Рассмотрим более подробно вопрос об описании стохастических величин. Для этого следует уяснить ряд основных положений теории вероятностей.

С первого взгляда кажется странным, как можно оперировать величиной, значение которой нельзя предсказать. Оказывается, и в этом случае существуют законы, позволяющие прогнозировать значение такой величины. Только характер этого прогноза

совершенно отличен от прогноза детерминированного. Например, для детерминированной величины, заданной какой-то функцией, можно предсказать любое значение функции при любом значении аргумента. В случае стохастической величины предсказание носит несколько иной характер. Здесь уже нельзя утверждать, что при заданном значении аргумента получится именно это значение функции, но можно утверждать, что оно появится с данной вероятностью.

Для того чтобы полностью описать случайную величину, необходимо знать законы ее распределения. Какова же основа законов распределения случайной величины? Основой является фундаментальное свойство случайных явлений — свойство устойчивости частот повторения явления при многократном повторении опыта. При увеличении числа наблюдений над случайной величиной частота события все более теряет свой случайный характер, а случайные влияния на каждое отдельное наблюдение взаимно погашаются и «частота проявляет тенденцию стабилизироваться, приближаясь с незначительными отклонениями к средней постоянной величине» [7].

Это фундаментальное свойство случайных величин сформулировано в теореме Бернулли, в которой показано, что при увеличении числа опытов частота события будет сколь угодно мало отличаться от его вероятности в отдельном опыте.

Если для всех наблюдений найти вероятности, с которыми они появляются, можно построить закон распределения случайной величины. «Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями» [23].

Наиболее разработанным с математической точки зрения является нормальный закон распределения вероятностей. Если случайная величина подчиняется нормальному закону распределения, то для ее характеристики достаточно двух параметров: среднего арифметического и среднего квадратического отклонения. Если случайная величина подчиняется не нормальному закону распределения и не закону Пуассона, то для ее характеристики требуется более двух параметров.

Применение вероятностных методов должно быть основано на твердой уверенности, что исследуемое явление относится к категории массовых, для которых выполняется условие устойчивости частот.

Величины, которые обусловлены условиями внешней среды, — суть метеорологические, т. е. они обусловлены деятельностью солнца. К ним относятся солнечная радиация, ветер, осадки, температура и т. п. Кроме этих величин, существуют еще и другие, являющиеся функциями от них, например температура почвы, влагозапасы, тепловые потоки в почву и т. п.

Вопрос о том, являются ли метеорологические величины случайными, рассматривается во многих работах [10, 12, 26, 27, 29,

37, 38]. Для многих из них найдены законы распределения, что указывает на случайность метеорологических величин.

Если рассматривать метеорологические величины во времени, можно заметить, что и здесь они меняются случайным образом. Поэтому более точно было бы говорить не о случайных величинах, а о случайных функциях. Такой подход все шире используется при исследовании внешних условий.

Таким образом, для описания внешних условий необходимо иметь законы распределения величин, характеризующих эти внешние условия и изменение их во времени, т. е. случайные функции. Но прежде чем рассматривать законы распределения, остановимся на выборе величин, характеризующих внешние условия.

### 3.2. ВЫБОР ФАКТОРОВ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ

В гл. 1 показано, что внешние условия должны быть выбраны таким образом, чтобы для них имелись соответствующие требования растений. Здесь следует указать еще на один принцип выбора характеристик внешних условий. Для мелиорации необходимо изучать те внешние условия, которые можно будет регулировать. Поэтому в дальнейшем целесообразно рассматривать влагозапасы доступной влаги в слое почвы 50 см и средние декадные температуры почвы на глубине 10 см.

Чем обусловлен выбор этих величин? Слой, в котором определяются влагозапасы, должен быть выбран таким образом, чтобы большая часть корневой системы растения находилась в нем. Например, для культуры картофеля можно принять, что расходование влаги происходит в основном из слоя 0—50 см. Кроме этого, в табл. 4 приведены данные о требованиях картофеля к водному фактору в виде влагозапасов в слое 0—50 см.

Глубина измерения температуры выбрана из следующих соображений:

во-первых, на глубине 10 см достаточно четко проявляется влияние хода температуры на поверхности почвы и, следовательно, хорошо отражаются внешние условия;

во-вторых, приблизительно на этой глубине находятся клубни картофеля, и, следовательно, температура на глубине 10 см отражает условия, в которых они находятся;

в-третьих, требования картофеля к тепловому фактору выражены через температуры почвы на глубине 10 см (см. табл. 4).

Вообще же переход от температур на одной глубине к температурам на другой осуществляется легко, так как они связаны друг с другом.

### 3.3. ПЕРИОДЫ ОСРЕДНЕНИЯ ФАКТОРОВ И ИХ ВЫБОР

Рассмотрим вопрос о периоде осреднения факторов внешней среды, принятых за расчетные.



Брать ли средние влагозапасы и температуры за каждый час или за месяц? На каком периоде осреднения остановиться? Какие принципы должны быть положены в основу этого выбора?

Выше говорилось, что прежде всего необходимо знать, для каких периодов осреднения определены требования растений. Предположим, что осредняются температуры и влагозапасы за один день; естественно, что за тот же период имеются требования растений. Хотя в этом случае средние суточные значения будут оптимальны, возможно и неоптимальное значение показателя, которое будет держаться определенное время.

При осреднении большого периода значительное отклонение условий от оптимальных может остаться незамеченным, т. е. не отразится на значении осредненного показателя.

С другой стороны, если требования растений выражены в осреднением показателе, то экстремальные значения показателя в определенной мере учитываются. Например, в табл. 1 (зависимость 22) максимальная температура  $34^{\circ}\text{C}$ , хотя в гл. 2 говорилось, что свертывание белка происходит при температуре около  $40\text{--}50^{\circ}\text{C}$ . Таким образом, в требованиях растений в какой-то мере уже учитывается период осреднения. Несмотря на это, нужно иметь в виду возможные экстремальные значения условий за период осреднения и, если они действуют на растение необратимо, учитывать это действие для подбора такого периода осреднения, в который эти экстремальные значения проявлялись бы в явном виде. Только в этом случае можно предпринять эффективные меры для борьбы с неблагоприятными условиями.

В п. 3.1 было отмечено, что метеорологические величины можно рассматривать как случайные функции во времени. Исходя из этого, метеорологический принцип осреднения можно сформулировать следующим образом: определить периоды осреднения случайных функций  $W(\tau)$  и  $t(\tau)$  для того, чтобы описать случайную функцию с заданной точностью. Можно несколько видоизменить эту задачу и решать ее не относительно случайной функции, а относительно ее математического ожидания, которое является уже не случайной функцией [47]. Рассмотрим более подробно решение ее для поставленной задачи.

Если соединять отрезками прямых середины интервалов осреднения, то, чем меньше интервалы осреднения, тем точнее ломаная линия описывает непрерывную функцию  $\varphi(\tau)$ . Однако можно найти период осреднения, который в определенном смысле будет оптимальным. Вообще говоря, эту задачу можно свести к задаче линейной аппроксимации функции  $\varphi(\tau)$ . Для этого период осреднения должен быть выбран такой, чтобы производные функции в точках двух последовательных середин периодов имели одинаковый знак. Выполнение такого условия дает возможность отметить максимум или минимум этой функции.

Для линейной аппроксимации функции можно воспользоваться интерполяционной формулой Ньютона:

на участке

$$\tau_i \leq \tau \leq \tau_{i+1}, \quad (3.39)$$

$$\varphi(\tau) = \varphi_i + k_i(\tau - \tau_i), \quad (3.40)$$

при этом

$$k_i = \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{\tau_{i+1} - \tau_i}, \quad (3.41)$$

где  $\varphi(\tau)$  — значение функции в интервале  $\tau_i$  —  $\tau_{i+1}$ ,  $\varphi_i$  — значение функции в момент  $\tau_{i+1}$  — значение функции в момент  $\tau_{i+1}$ .

Абсолютную ошибку при линейной аппроксимации непрерывного процесса можно принять равной абсолютной ошибке линейной интерполяции, которая, как известно [43], не превосходит  $1/8$  абсолютной величины второй разности.

Это выражение записывается так:

$$\Delta\varphi \leq |\varphi'' \Delta\tau^2|/8, \quad (3.42)$$

где  $\Delta\varphi$  — абсолютная ошибка аппроксимации,  $\varphi''$  — значение второй производной на участке,  $\Delta\tau$  — время между серединами двух последовательных периодов осреднения; при равных периодах оно равно периоду осреднения.

Формулу (3.42) можно переписать в следующем виде:

$$\Delta\tau = \sqrt{\frac{8\Delta\varphi}{|\varphi''|}}, \quad (3.43)$$

а частота осреднения равна

$$\omega = \sqrt{\frac{\varphi''}{8\Delta\varphi}}. \quad (3.44)$$

Очевидно, что, задавая  $\varphi$ , можно получить величину  $\omega$ . В формулу (3.44) входит значение второй производной  $\varphi''$  на участке  $\tau_{i+1}$  —  $\tau_i$ . Для вычисления  $\varphi''$  необходимо знать характер функции  $\varphi(\tau)$ , которая должна иметь непрерывную вторую производную.

Однако эти условия не делают нахождение частоты ненужным или невозможным, так как в большинстве случаев известен закон изменения математического ожидания метеорологического элемента во времени. Если процесс изучается впервые и закон, который его описывает, неизвестен, необходимо провести пробный эксперимент, чтобы иметь представление о виде функции  $\varphi(\tau)$ .

Итак, подсчитав частоту осреднений по формуле (3.44), можно получить количество осреднений на интервале  $\tau_{i+1}$  —  $\tau_i = \delta$ ; оно будет равно

$$n = \delta/\Delta\tau = \delta\omega. \quad (3.45)$$

Для получения минимального периода осреднений следует найти  $n$  и распространить его значение на все время процессов, однако это дает завышенное количество осреднений. Для получения оптимального числа осреднений следует находить значение производных на отдельных участках.

Рассмотрим один частный случай  $\varphi_w(\tau)$ , когда математическое ожидание изменения влагозапасов во времени описывается выражением

$$W = W_0 e^{-\frac{\tau}{T}}, \quad (3.46)$$

где  $W$  — влагозапасы,  $W_0$  — начальные влагозапасы в момент  $\tau = 0$ ,  $\tau$  — время,  $T$  — время, через которое отношение  $W/W_0 = e^{-1} = 0,37$ .

За это время происходит около  $2/3$  изменения процесса, а дальнейшие изменения происходят весьма медленно. Это время обычно называется «временем стабилизации» [19]. Определим интервал между осреднениями и количество осреднений для математического ожидания (3.46). Вычислив вторую производную  $\varphi''$  и подставив это выражение в (3.44), получим частоту осреднения:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{8\varepsilon e^\tau}}, \quad (3.47)$$

где  $\varepsilon = \Delta W/W_0$  — относительная ошибка осреднения. Далее, помня, что интервал времени, через которое нужно производить осреднение, равен  $\Delta\tau = 1/\omega$ , получим

$$\Delta\tau = \sqrt{8\varepsilon e^\tau}. \quad (3.48)$$

Подставляя (3.48) в (3.45), получаем расчетную формулу для числа осреднений на любом интервале  $\tau_{i+1} - \tau_i$ ; она будет иметь следующий вид:

$$n = \frac{\tau_{i+1} - \tau_i}{\sqrt{8\varepsilon e^\tau}} = \frac{\delta}{\Delta\tau}. \quad (3.49)$$

Задав теперь значения  $\varepsilon$ , получим  $\Delta\tau$  и  $n$  на различных интервалах вегетации. Вычисления сводим в табл. 5. В этой таблице  $\tau$  — текущее время,  $\delta/T$  — относительный интервал, в котором необходимо провести  $n$  осреднений. Точность осреднения следует выбирать на порядок выше, чем точность измерений, для того, чтобы можно было пренебречь ошибкой осреднения.

Выбрав, исходя из этого, определенную точность осреднения, можно найти  $\Delta\tau$  и  $n$  для разных интервалов времени. При дробных значениях следует округлять до целого числа. Общее количество осреднений будет равно

$$N = \sum n + k + 1, \quad (3.50)$$

где  $k$  — количество интервалов  $\delta/T$ .

По табл. 5 можно определить необходимый интервал осреднения для того, чтобы математическое ожидание случайной функции было описано с заданной точностью. Покажем, как это можно сделать.

*Пример.* Рассмотрим период вегетации май—сентябрь. В этом периоде около 150 сут. Найдем количество дней, за которое можно проводить осреднения.

**Необходимое количество измерений  $n$  при различной относительной ошибке осреднения  $\varepsilon$**

$\tau$	$\varepsilon = 0,01\%$			$\varepsilon = 0,1\%$			$\varepsilon = 0,5\%$			$\varepsilon = 1,0\%$		
	$\frac{\delta}{T}$	$\frac{\Delta\tau}{T}$	$n$	$\frac{\delta}{T}$	$\frac{\Delta\tau}{T}$	$n$	$\frac{\delta}{T}$	$\frac{\Delta\tau}{T}$	$n$	$\frac{\delta}{T}$	$\frac{\Delta\tau}{T}$	$n$
0,1	0,1	0,029	3,5									
0,2	0,1	0,031	3,2	0,2	0,098	2						
0,3	0,1	0,032	3,1									
0,4	0,1	0,034	2,9	0,2	0,109	1,8	0,4	0,24	1,7			
0,5	0,1	0,036	2,8							0,5	0,36	1,4
0,6	0,1	0,038	2,6	0,2	0,120	1,7						
0,7	0,1	0,040	2,5									
0,8	0,1	0,042	2,4	0,2	0,132	1,5	0,4	0,30	1,3			
0,9	0,1	0,044	2,3									
1,0	0,1	0,046	2,2	0,2	0,147	1,4				0,5	0,46	1,1
1,1	0,1	0,048	2,1									
1,2	0,1	0,050	2,0	0,2	0,159	1,3	0,40	0,36	1,1			
1,3	0,1	0,054	1,9									
1,4	0,1	0,056	1,8	0,2	0,18	1,1						
1,5	0,1	0,059	1,7							0,5	0,59	0,8
2,0	0,5	0,076	6,5	0,6	0,24	2,5	0,8	0,54	1,5			
2,5	0,5	0,097	5,3									
3,0	0,5	0,197	4,0	1,0	0,4	2,5						
3,5	0,5	0,163	3,0									
4,0	0,5	0,208	2,5	1,0	0,66	1,5	2,0	1,5	1,3			
4,5	0,5	0,268	2,0									
5,0	0,5	0,347	1,0	1,0	1,09	0,9				5,0	3,5	1,4

В табл. 5 в первой графе дано безразмерное время  $\tau$ ; переводим его в натуральные координаты:

$$\tau = \frac{150}{5} = 30 \text{ сут.}; \quad 0,1\tau = 3 \text{ сут.}$$

Задаемся точностью, с которой желательно описать кривую. Учитывая, что точность измерения влагозапасов в среднем 5—10%, точность описания принимаем равной 0,5%.

В табл. 5 в графе  $\varepsilon=0,5\%$  находим, что за период  $\tau = 0,4$ , или  $\tau = 12$  сут., нужно провести не менее  $n = 1,7$  осреднений. Одно осред-

нение нужно провести через  $\frac{\tau}{n} = \frac{12}{1,7} \approx 7$  дн. За период  $(0,5 \div 0,8)\tau$ ,

или от 12 до 24 сут., количество осреднений должно быть  $n = 1,3$ ,

т. е. одно осреднение через  $\frac{12}{1,3} \approx 9$  сут.; за период от 24 до 36 сут. —

через  $\frac{12}{1,1} \approx 11$  сут.; от 36 до 60 сут. — через  $\frac{24}{1,5} \approx 16$  сут.; от 60 до 120 сут. — через  $\frac{60}{1,9} \approx 46$  сут.

Ввиду того что наиболее частые измерения нужно проводить первые 12 сут. (через 7 сут.), а дальше этот период увеличивается, можно принять период осреднения равным 10 сут. Это даст меньшую точность в начале периода (первые 12 сут.) и высокую точность в дальнейшем.

Для случайной функции изменения средних температур во времени  $t$  ( $\tau$ ), которые описываются гармоническими функциями, например синусоидой, можно проделать то же самое и получить необходимый период осреднения. Минимальный интервал осреднения может составлять примерно 7 сут. для точности 0,5% [43]. Значит, если период осреднения 10 сут., то точность описания кривой  $t(\tau)$  вполне удовлетворительная. В дальнейшем за основной период осреднения мы будем принимать декаду.

Поскольку в настоящей работе рассматриваются в основном гидротермические мелиорации, большее внимание будет уделено водному и тепловому факторам. Водный фактор будем характеризовать средними декадными продуктивными влагозапасами почвы, тепловой фактор — средними декадными температурами почвы.

Факторы внешней среды — влагозапасы и температуры — следует рассматривать как случайные функции времени (п. 3.1). Для фиксированных же моментов времени, т. е. для отдельных декад, их можно рассматривать как случайные величины. Напомним, что случайная величина полностью характеризуется законом распределения вероятностей, поэтому задачей последующего изложения будет рассмотрение законов распределения влагозапасов и температур почвы.

#### 3.4. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР ВОЗДУХА И ПОЧВЫ

Для того чтобы рассчитать необходимость термических мелиораций или вероятность оптимальных температурных условий, требуется знать закон распределения температур воздуха и почвы. Информация о законах распределения необходима и для расчетов коррелятивных связей при определении закона распределения испарения и влагозапасов, при определении минимальной численности многолетнего температурного ряда и т. д.

Исходя из соображений, что изменение температуры обусловлено многочисленными аддитивными причинами, вклад каждой из которых мал, принималось, что температуры распределены по нормальному закону [12, 27].

В теории вероятностей существует несколько способов подтверждения гипотезы о нормальности закона распределения случайной величины. Эти способы основаны на расчете вероятности того, что расхождения между теоретическим и эмпирическим распределением не превышают заданного значения [7, 37, 46].

В качестве основного нами был выбран способ, основанный на расчете критерия  $\chi^2$ . Этот критерий не только достаточно мощный (т. е. вероятность принятия по этому критерию гипотезы, когда она не верна, очень мала), но и позволяет учесть отсутствие информации о числовых характеристиках распределения путем уменьшения степеней свободы. Однако критерий  ${}^2\chi^2$  имеет ряд недостатков. Во-первых, расчеты этого критерия проводятся по группированным данным, поэтому часть информации о ряде распределения случайной величины теряется при группировке; во-вторых, значение критерия зависит от интервалов, на которые разбит вариационный ряд.

Из-за недостатков этого критерия гипотеза может быть отвергнута даже в том случае, если она верна. Поэтому в качестве дополнительного критерия нами был выбран критерий  $\sigma^2$ . Расчеты этого критерия ведутся по всему статистическому ряду и сводятся к определению разницы между теоретической вероятностью и эмпирической частотой. Этот критерий нами используется в том случае, когда критерий  $\chi^2$  отвергает гипотезу о нормальности распределения.

Прежде всего мы проанализировали ряды декадных температур воздуха, так как эти ряды содержат 40—50 членов и более, т. е. минимальное количество, по которому можно проверять гипотезу о законе распределения статистического ряда. В качестве примера приведем расчеты, сделанные для двух пунктов ЕТС — Ростов (Ярославской области) и Муром (табл. 6). Все показатели таблицы рассчитаны за период с первой декады апреля по третью декаду сентября.

Таблица 6

Месяц и декада	$\chi^2$	$\sigma_{t_B}$	$P_{\chi^2}$	$n$	$t_B$	$\sigma_{t_B}$	$P_{\chi^2}$	$n$
	Р о с т о в				М у р о м			
IV <sub>1</sub>	-0,2	2,5	0,02	51	0,9	2,9	0,79	45
IV <sub>2</sub>	3,3	2,4	0,58	51	4,4	3,1	0,49	45
iv <sub>3</sub>	6,9	3,1	0,62	51	8,1	3,2	0,85	45
V <sub>1</sub>	9,4	3,4	0,40	51	10,1	3,1	0,88	44
V <sub>2</sub>	12,3	3,1	0,50	50	—	—	—	—
V <sub>3</sub>	13,7	2,9	0,51	50	14,9	3,3	0,40	44
VII <sub>1</sub>	17,8	2,5	0,20	50	18,8	2,8	0,32	44
VII <sub>2</sub>	18,8	2,3	0,80	50	20,1	2,0	0,38	43
VII <sub>3</sub>	18,8	2,4	0,37	51	19,9	2,4	0,08	43
VIII <sub>1</sub>	17,7	2,4	0,82	51	18,3	3,0	0,08	44
VIII <sub>2</sub>	17,1	2,2	0,40	51	17,7	2,6	0,08	44
VIII <sub>3</sub>	15,3	2,4	0,51	51	16,1	3,1	0,001	44
IX <sub>1</sub>	12,4	2,4	0,48	50	13,4	2,7	0,15	44
IX <sub>2</sub>	10,3	2,2	0,20	51	10,9	2,5	0,18	44
IX <sub>3</sub>	8,7	2,2	0,05	51	8,9	2,7	0,10	43

Из таблицы видно, что средняя температура в период вегетации плавно увеличивается до июля, а затем так же плавно уменьшается. Средние квадратические отклонения практически не изменяются за период вегетации.

Значения вероятности расхождения  $P_x^2$  от декады к декаде изменяются, иногда весьма значительно. Несмотря на это, почти все они выше критического 1%-ного предела. Колебания величины  $P_x^2$  могут быть вызваны либо несовершенством расчетного метода, либо неустойчивостью закона распределения температур.

В табл. 6 (Муром) в третьей декаде августа  $P_x^2 = 0,001$ , т. е. значительно ниже критического значения. В этом случае целесообразно провести дополнительную проверку нормальности распределения по критерию  $\omega^2$ .

Расчеты показали, что вероятность расхождения  $P_{\omega}^2$  за счет случайных причин равна 5—10%, следовательно, и в данном случае гипотеза о нормальности закона распределения температур не противоречит экспериментальным данным.

Таким образом, расчеты показали, что закон распределения температур воздуха можно принять нормальным. Запишем закон распределения температур воздуха в виде

$$g(t_B) = \frac{1}{\sigma_{t_B} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ - \frac{(t_B - t_0)^2}{2\sigma_{t_B}^2} \right], \quad (3.51)$$

где  $g(t_B)$  — плотность распределения (плотность вероятности),  $\sigma_{t_B}$  — среднее квадратическое отклонение,  $t_B$  — температура воздуха на высоте 2 м, средняя за декаду,  $t_0$  — средняя арифметическая из декадных температур.

Не менее важно бывает знать закон распределения температур почвы. Непосредственный расчет критерия согласия  $\chi^2$  или  $\omega^2$  для температур почвы сделать невозможно, так как ряды температур почвы значительно короче рядов температур воздуха. Однако методы теории вероятностей позволяют определить закон распределения температур почвы, зная закон распределения температур воздуха и связь между ними.

### 3.5. СВЯЗЬ МЕЖДУ ТЕМПЕРАТУРАМИ ПОЧВЫ И ВОЗДУХА

Для получения надежных статистических характеристик рядов температур почвы необходимо иметь достаточно длинные ряды наблюдений. Регулярные наблюдения за температурами почвы проводятся только последние 10—15 лет. Такого количества наблюдений недостаточно для некоторых расчетов. С другой стороны, ряды температур воздуха имеются за 50—70 лет. Следовательно, если установить связь между температурой воздуха и почвы, то ряды температур почвы удлинятся.

Рассмотрим конкретный случай связи между средними декадными температурами почвы на глубине 10 см и средними декадными температурами воздуха на высоте 2 м. Связь эта линейно-

коррелятивная (что было установлено графически), т. е. для получения температур почвы необходимо линейно преобразовать температуры воздуха.

Из теории вероятностей известно [7], что при линейном преобразовании аргумента закон распределения функции будет таким же, как и закон распределения аргумента. Такое положение дает основание сделать вывод, что закон распределения температур почвы будет нормальным.

Закон распределения температур почвы можно записать в следующем виде:

$$g(t_n) = \frac{1}{|R|\sigma_B\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{[t_n - (Rm_B + B)]^2}{2|R|^2\sigma_B^2}\right], \quad (3.52)$$

где  $g(t_n)$  — плотность распределения температур почвы,  $t_u$  — средняя декадная температура почвы на глубине 10 см,  $t_B$  — средняя декадная температура воздуха на высоте 2 м,  $B$  — неслучайная величина,  $R=Rt_n/t_B$  — коэффициент регрессии температур почвы на

температуру воздуха,  $\sigma_B$  — среднее квадратическое отклонение температур воздуха,  $m_B$  — центр рассеивания температур воздуха,  $m_n=Rm_B + B$  — центр рассеивания температур почвы,  $\sigma_n=|R|\sigma_B$  — среднее квадратическое отклонение температур почвы.

Таблица 7

Уравнения связи между температурами почвы  $t_n$  и воздуха  $t_B$  для  $n$ -парных значений и коэффициенты корреляции  $r$

Пункт	Количество пар $n$	Коэффициент корреляции $r$	Уравнение связи
Ростов . . . . .	413	0,95±0,00	$t_n = (1,0t_B + 0,9) \pm 1,38$
Сыктывкар . . . . .	114	0,97±0,01	$t_n = (1,00t_B + 1,4) \pm 0,95$
Василевичи . . . . .	132	0,98±0,00	$t_n = (1,11t_B + 0,61) \pm 1,01$
Череповец . . . . .	172	0,92±0,01	$t_n = (0,91t_B + 1,6) \pm 1,5$
Порецкое . . . . .	108	0,94±0,01	$t_n = (1,02t_B + 1,4) \pm 1,43$
Каменная Степь . . . . .	167	0,95±0,01	$t_n = (t_B + 1,2) \pm 1,33$
Ртищево . . . . .	73	0,83±0,02	$t_n = (0,90t_B + 2,5) \pm 1,61$
Рославль . . . . .	266	0,92±0,01	$t_n = (0,97t_B + 1,1) \pm 1,49$
Муром . . . . .	241	0,96±0,01	$t_n = (1,02t_B + 1,1) \pm 1,37$
Омутнинск . . . . .	208	0,95±0,01	$t_n = (0,98t_B + 2,1) \pm 1,24$
Курск . . . . .	169	0,95±0,03	$t_n = 1,1t_B \pm 1,5$
Торопец . . . . .	229	0,95±0,05	$t_n = (1,05t_B + 1,1) \pm 1,20$
Тотьма . . . . .	83	0,89±0,02	$t_n = (0,72t_B + 4,1) \pm 1,60$
Волоколамск . . . . .	238	0,83±0,02	$t_n = (0,88t_B + 2,7) \pm 2,23$
Троицко-Печорск . . . . .	175	0,93±0,01	$t_n = (0,91t_B + 1,7) \pm 1,69$
Венденга . . . . .	201	0,96±0,01	$t_n = (t_B + 1,6) \pm 1,30$
Вытегра . . . . .	124	0,95±0,01	$t_n = (0,89t_B + 1,8) \pm 1,10$
Волово . . . . .	254	0,95±0,01	$t_n = (1,01t_B + 0,9) \pm 1,38$
Нартас . . . . .	26	0,96±0,01	$t_n = (0,92t_B + 2,1) \pm 1,08$
Марьяна Горка . . . . .	119	0,97±0,01	$t_n = (1,09t_B + 0,1) \pm 1,10$
Шенкурск . . . . .	195	0,96±0,01	$t_n = (0,92t_B + 2,1) \pm 1,17$
Никольск . . . . .	199	0,96±0,01	$t_n = (1,01t_B + 2,2) \pm 1,26$



Были рассчитаны характеристики уравнений регрессии для 22 пунктов Европейской территории СССР (табл. 7). В качестве пар для корреляции брались все парные измерения температур почвы и воздуха. Это дало возможность в отдельных случаях набрать большое количество пар.

Из табл. 7 видно, что связь между температурами почвы и воздуха весьма тесная. Ошибки расчетов температур почвы колеблются около  $\pm 1,5^\circ \text{C}$ . Ошибки коэффициентов корреляции малы.

Таким образом, используя приведенные зависимости, можно удлинять ряды температур почвы в 2—3 раза.

Следует отметить, что такая связь наблюдается на всей территории ЕТС. Расчеты, сделанные для Якутска, также показали наличие плотной коррелятивной связи между температурами почвы и воздуха.

Для того чтобы определить среднюю многолетнюю температуру почвы, не обязательно считать температуру почвы за каждый год. Можно рассчитать среднюю многолетнюю температуру воздуха  $t_{\text{в}}$ , а среднюю многолетнюю температуру почвы вычислить по формуле

$$m_{\text{п}} = R m_{\text{в}} + B. \quad (3.53)$$

Среднее квадратическое отклонение температуры почвы можно подсчитать по следующей формуле:

$$\sigma_{\text{п}} = |R| \sigma_{\text{в}}. \quad (3.54)$$

Как уже отмечалось, условия внешней среды и требования растений должны быть однообразными, т. е. если требования растений выражены средними пятидневными температурами, измеренными в 13 ч [44], то и внешние условия должны характеризоваться этими же температурами. Однако иногда удобнее трансформировать ось фактора требований растения, в данном случае температуры, так, чтобы она соответствовала внешним условиям, которые более удобно измерить или получить из литературных источников.

К примеру, можно связать, средние температуры, измеренные в 13 ч, со средними суточными температурами. Эту связь можно построить в виде уравнения регрессии

$$t_{\text{ср}} = a t_{13} + b. \quad (3.55)$$

Коэффициенты  $a$  и  $b$  для разных пунктов ЕТС приведены в табл. 8.

Коэффициенты корреляции  $r$  достаточно высоки, что показывает наличие практически функциональной прямолинейной связи между этими двумя температурами. Вообще по нашим расчетам и по литературным данным можно утверждать, что температуры воздуха и почвы на рассматриваемой глубине в разные периоды осреднения жестко коррелятивно связаны между собой.

Общим выводом из данных табл. 8 будет осредненное уравнение связи между декадной средней суточной температурой и средней температурой, измеренной в 13 ч. Приблизительно (с точностью до десятых долей градуса) эта связь может быть выражена в виде

$$t_{\text{ср. сут}} = 0,9 t_{13}. \quad (3.56)$$

Параметры связи средних суточных температур и температур, измеренных в 13 ч

Пункт	n	$t_{cp}$	$\sigma_{t_{cp}}$	$t_{13}$	$\sigma_{13}$	r	a	b
Холмогоры . . .	38	13,6	3,82	14,5	3,98	0,97	0,93	+0,1
Венденга . . . . .	2 9	13,5	4,96	15,0	5,40	0,96	0,88	+0,3
Троицко-Печорск	35	14,1	5,09	15,5	5,43	0,97	0,91	+0,0
Шенкурск . . .	34	14,1	4,00	15,9	4,45	0,96	0,86	+0,4
Тотьма . . . . .	40	13,6	3,5	15,3	3,74	0,97	0,91	—0,3
Никольск . . . . .	4 2	15,6	4,55	18,0	5,00	0,96	0,88	—0,2
Череповец . . .	32	14,0	3,48	15,6	3,72	0,96	0,90	+0,0
Вытегра . . . . .	33	14,3	3,51	15,8	3,80	0,96	0,89	+0,2
Ленинград . . .	41	16,1	3,98	17,8	4,26	0,97	0,91	+0,1
Марьяна Горка	39	16,7	4,16	19,8	4,87	0,94	0,82	+0,5
Василевичи . . .	45	18,5	4,09	21,3	4,34	0,97	0,92	—0,1
Рославль . . . . .	4 5	15,4	3,85	17,0	3,94	0,92	0,90	+0,1
Торопец . . . . .	3 6	14,8	3,45	16,4	3,67	0,95	0,89	+0,2
Волоколамск . .	45	14,4	3,78	15,9	3,98	0,97	0,92	—0,2
Ростов . . . . .	45	15,1	4,00	16,8	4,32	0,97	0,90	+0,0
Муром . . . . .	27	16,1	3,82	19,1	4,24	0,94	0,85	—0,1
Волово . . . . .	29	17,6	4,47	19,1	4,73	0,96	0,92	+0,0
Курск . . . . .	42	17,8	3,96	19,7	4,35	0,99	0,90	+0,1
Каменная Степь	42	18,4	3,94	19,4	4,28	0,96	0,88	+1,3
Порецкое . . . .	3 4	17,4	4,21	18,8	4,45	0,95	0,90	+0,5
Наргас . . . . .	43	16,0	4,24	18,3	4,66	0,96	0,87	+0,1
Омутнинск . . .	43	14,1	4,12	15,2	4,49	0,98	0,90	+0,4

$$t_{cp} \cong 0,9t_{13} + 0,2$$

### 3.6. РАСЧЕТ ВЛАГОЗАПАСОВ

Получив тем или иным способом многолетние ряды температур и определив их параметры, можно считать, что внешние условия по тепловому фактору количественно описаны. Теперь таким же образом надо описать водный фактор, т. е. влагозапасы в слое почвы 0—50 см.

Влагозапасы, как случайные величины, необходимо характеризовать законами распределения. Получить эти ряды можно разными способами.

Теоретический способ — решение дифференциального уравнения со случайными параметрами. Такое решение получается в виде распределения случайной величины влагозапасов. Однако составление и решение таких уравнений слабо разработано с математической стороны. На данном этапе разрешить эту проблему можно с помощью опытных статистических рядов влагозапасов, которые надо рассматривать как реализацию теоретического распределения для данных сложившихся условий сельского хозяйства и мелиорации. Таким образом, если численность многолетних рядов влагозапасов достаточна для определения закона распределения, то этот путь отнюдь не менее правомерен, чем теоретический подход.

Дело осложняется лишь тем, что не на всех станциях Гидрометслужбы имеются многолетние измерения влагозапасов в почве. Для того же, чтобы иметь право использовать короткий статистический ряд, нужно знать закон распределения случайной величины. Для этого нужно иметь возможность подсчитать влагозапасы, например по осадкам и температурам воздуха. Осадки и температуры воздуха измеряются в течение многих лет на всех станциях. Если восстановить ряд влагозапасов по осадкам и температурам, можно определить и закон распределения этого ряда.

Естественно, что наиболее приемлемой формой, в которой следует искать решение поставленной задачи, является уравнение водного баланса. Изменение влагозапасов в каком-либо слое  $\Delta W$  будет складываться из изменения влагозапасов за счет суммарного испарения  $at$ , изменения влагозапасов за счет осадков  $bk$ , изменения влагозапасов, обусловленного оттоком в грунтовые воды или подтоком из них  $dq$ . Кроме того, изменение влагозапасов будет зависеть от начальных влагозапасов  $cW_u$ . Это можно выразить в виде следующего уравнения (если не учитывать боковые притоки и оттоки, напорное подпитывание и ряд других составляющих водного баланса):

$$\Delta W = at + bk + cW_u + dq + I, \quad (3.57)$$

где  $t$  — температура воздуха за период осреднения ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $k$  — количество осадков за период осреднения (мм),  $W_u$  — влагозапасы на начало периода (мм),  $q$  — изменение влагозапасов, обусловленное грунтовыми водами (мм),  $a, b, c, d, I$  — коэффициенты, значение которых изменяется с фазами развития растения;  $I$  — учитывает невязки баланса, обусловленные недоучетом некоторых составляющих водного баланса.

Уравнения такого типа, но без члена, отражающего влияние грунтовых вод, широко используются агрометеорологами для прогноза водного режима под различными культурами. Эти уравнения составлены для зерновых, картофеля, сахарной свеклы, люцерны, подсолнечника и ряда других культур [8, 23, 24, 31]. Они отличаются друг от друга коэффициентами. Проверка этих расчетов, т. е. сопоставление их с измеренными величинами, проводилась на всей территории СССР. Результаты проверки влагозапасов в разные фазы развития опубликованы [31]. Для центральных областей не менее 73—84% всех случаев имеют отклонения, не превышающие  $\pm 20\%$ . Для слоя 0—20 см это около 7 мм продуктивных влагозапасов, а для слоя 0—50 см — около 15 мм. В табл. 9 даны значения коэффициентов уравнения для разных фаз развития картофеля. В этой таблице не приведены значения  $d$ . Агрометеорологи не вводят этот член, т. е. рассматривают изменение влагозапасов при глубоком стоянии грунтовых вод.

Расчет влагозапасов по этим формулам состоит из следующих этапов.

1. По агроклиматическим справочникам для разных областей ЕТС определяются средние многолетние сроки наступления раз-

Значения коэффициентов в формулах расчета влагозапасов (слой 0—50 см)

Фаза развития картофеля	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>C</i>	<i>d</i>	<i>l</i>
Формирование всходов	0,21	0,34	—0,29		+ 14,6
Формирование боковых побегов .....	—0,45	+0,45	—0,21		+5,6
Образование соцветий	—0,26	+ 0,75	—0,24		—2,3
Цветение (до увядания ботвы) .....	—0,85	+0,54	—0,24		+ 14,3

личных фаз развития сельскохозяйственных культур. Затем объединяются области с одинаковыми сроками наступления отдельных фаз. Результаты приводятся в табл. 10. В агроклиматических справочниках нет сроков наступления фазы образования боковых побегов картофеля, но можно считать, что этот период развития картофеля наступает через 10 дней после формирования всходов. После этого для каждого конкретного пункта расписывается, когда, какие параметры уравнения (3.57) использовать.

2. Влагозапасы рассчитываются последовательно, начиная с первой декады вегетации. Начальные влагозапасы  $W_n$  для первой декады вегетации можно получить с карт средних многолетних влагозапасов продуктивной влаги в метровом слое почвы по зяби на ЕТС в момент перехода средней суточной температуры воздуха через  $5^\circ \text{C}$  весной. Далее, зная температуру воздуха и осадки в эту декаду, рассчитывают изменение влагозапасов в первую декаду вегетации. В зависимости от знака изменения прибавляют или отнимают его от начальных влагозапасов. Полученное значение и будет влагозапасом в почве в первую декаду, рассчитанным за первый год многолетнего статистического ряда. Для второй декады вегетации начальным влагозапасом будет влагозапас, полученный на конец первой декады. Повторяя расчет, получают влагозапасы на конец второй декады. Цепочка таких расчетов приводит к последней декаде вегетации.

Такой расчет продельвают за все годы статистического ряда. В конце концов образуется многолетний ряд влагозапасов за каждую декаду вегетации. Этот ряд обрабатывают, т. е. находят его среднюю величину и среднее квадратическое отклонение (в случае нормального распределения влагозапасов этих характеристик достаточно). На этом обработку влагозапасов и получение информации о водном факторе можно считать законченной.

Даже при первом знакомстве с методом расчета нетрудно убедиться в том, что он очень громоздкий. Поэтому расчет целесообразно проводить на ЭВМ. Однако его можно упростить на основании известных из теории вероятностей положений о линейных преобразованиях случайных величин.

## Сроки наступления фаз развития картофеля по областям ЕТС

Область или АССР	Фаза развития картофеля	Срок наступления фазы (месяц, декада)
Витебская, Молодечненская, Тульская, Московская, Калужская	Посадка	V <sub>2</sub>
	Всходы	VI <sub>2</sub> <sup>2</sup>
	Образование соцветий	VII <sub>2</sub> <sup>2</sup>
	Цветение	VII <sub>2</sub> <sup>3</sup>
	Увядание ботвы	IX <sub>1</sub> <sup>3</sup>
Минская	Посадка	V <sub>1</sub>
	Всходы	VI <sub>1</sub> <sup>2</sup>
	Образование соцветий	VII <sub>1</sub> <sup>2</sup>
	Цветение	VIII <sub>1</sub> <sup>2</sup>
	Увядание ботвы	IX <sub>1</sub> <sup>2</sup>
Архангельская, Коми АССР	Посадка	VI <sub>1</sub>
	Всходы	VII <sub>1</sub>
	Образование соцветий	VII <sub>1</sub> <sup>3</sup>
	Цветение	VIII <sub>1</sub> <sup>3</sup>
	Увядание ботвы	IX <sub>1</sub> <sup>3</sup>
Куйбышевская, Белгородская, Брестская, Гомельская	Посадка	V <sub>1</sub>
	Всходы	VI <sub>1</sub>
	Цветение	VII <sub>2</sub>
	Увядание ботвы	VIII <sub>3</sub>
Воронежская	Посадка	V <sub>1</sub>
	Всходы	VI <sub>1</sub>
	Образование соцветий	VII <sub>1</sub> <sup>3</sup>
	Цветение	VII <sub>1</sub> <sup>3</sup>
	Увядание ботвы	VIII <sub>3</sub>
Гродненская	Посадка	V <sub>1</sub>
	Всходы	VI <sub>2</sub>
	Образование соцветий	VII <sub>1</sub>
	Цветение	VII <sub>3</sub>
	Увядание ботвы	VIII <sub>3</sub>
Рязанская, Владимирская, Орловская	Посадка	V <sub>2</sub>
	Всходы	VI <sub>2</sub>
	Образование соцветий	VII <sub>1</sub> <sup>2</sup>
	Цветение	VII <sub>3</sub>
	Увядание ботвы	IX <sub>1</sub>
Саратовская, Липецкая, Ульяновская	Посадка	V <sub>2</sub>
	Всходы	VI <sub>1</sub>
	Образование соцветий	VII <sub>1</sub>
	Цветение	VII <sub>2</sub>
	Увядание ботвы	VIII <sub>3</sub>
Брянская, Курская	Посадка	V <sub>2</sub>
	Всходы	VI <sub>2</sub>
	Образование соцветий	VII <sub>1</sub>
	Цветение	VII <sub>2</sub>
	Увядание ботвы	VIII <sub>3</sub>

Область или АССР	Фаза развития картофеля	Срок наступления фазы (месяц, декада)
Мордовская АССР, Пензенская	Посадка Всходы Образование соцветий Цветение Увядание ботвы	V <sub>2</sub> VI <sub>2</sub> VI I <sub>1</sub> VII <sub>2</sub> IX <sub>1</sub>
Могилевская	Посадка Всходы Образование соцветий Цветение Увядание ботвы	V <sub>2</sub> VI <sub>3</sub> VI I <sub>2</sub> VII <sub>3</sub> IX <sub>1</sub>
Чувашская АССР, Татарская АССР, Удмуртская АССР, Горьковская	Посадка Всходы Цветение Увядание ботвы	V <sub>3</sub> VI <sub>2</sub> VII <sub>3</sub> IX <sub>1</sub>
Ивановская, Новгородская, Кировская, Ленинградская, Вологодская, Калининская	Посадка Всходы Образование соцветий Цветение Увядание ботвы	V <sub>3</sub> VI <sub>3</sub> VII <sub>2</sub> VII <sub>3</sub> IX <sub>1</sub>
Ярославская, Смоленская, Костромская	Посадка Всходы Образование соцветий Цветение Увядание ботвы	V <sub>3</sub> VI <sub>3</sub> VII <sub>2</sub> VIII <sub>1</sub> IX <sub>1</sub>
Псковская	Посадка Всходы Образование соцветий Цветение Увядание ботвы	V <sub>3</sub> VI <sub>3</sub> VII <sub>3</sub> VIII <sub>1</sub> IX <sub>2</sub>

Запишем уравнение (3.57) в виде

$$W_K = W_U \pm AW = at + bk + cW_H + dq + l + W_B, \quad (3.58)$$

или

$$W_K = W_H \pm LW = at - bk + (c+1)W_V + dq + l, \quad (3.59)$$

где  $W_K$  и  $W_U$  — соответственно конечные и начальные влагозапасы.

Конечные влагозапасы в уравнении (3.59) представлены суммой ряда случайных величин. Каждая из этих величин имеет свое математическое ожидание (статистическую среднюю) и среднее квадратическое отклонение. Для того чтобы определить конечные влагозапасы как случайную величину, нужно найти параметры закона ее распределения, т. е. статистическую среднюю и среднее квадратическое отклонение. Известно [7], что математическое ожидание (статистическая средняя) суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий случайных величин, а дисперсия

суммы некоррелированных случайных величин равна сумме дисперсий слагаемых.

Для линейных функций типа (3.59) эти правила видоизменяются следующим образом. Математическое ожидание линейной функции равно той же линейной функции от математических ожиданий аргументов

$$M \left[ \sum_{i=1}^n a_i x_i + b \right] = \sum_{i=1}^n a_i M [x_i] + b, \quad (3.60)$$

где  $M$  — знак операции математического ожидания.

Дисперсия линейной функции некоррелированных случайных величин равна сумме произведений квадратов коэффициентов на дисперсии соответствующих аргументов

$$D \left[ \sum_{i=1}^n a_i x_i + b_i \right] = \sum_{i=1}^n a_i^2 D [x_i], \quad (3.61)$$

где  $D$  — операция дисперсии.

Прежде чем записать расчетные формулы, обратим внимание на то обстоятельство, что для расчета дисперсии случайные величины должны быть некоррелированы, т. е. линейно независимы, зависимость другого типа не ограничивает применение формулы (3.61). Основные переменные в уравнении (3.59) — осадки и температуры воздуха — практически некоррелированные величины, начальные влагозапасы не коррелируются ни при каких условиях с последующими температурами воздуха и осадками. Величина грунтового подпитывания скорее всего не коррелирована с последующими осадками и температурами, но может в некоторой степени зависеть от начальных влагозапасов.

Таким образом, все величины в уравнении (3.59), кроме грунтового подпитывания, можно считать некоррелированными. С учетом коррелированности формула (3.61) может быть записана в следующем виде:

$$D \left[ \sum_{i=1}^n a_i x_i + b_i \right] = \sum_{i=1}^n a_i^2 D [x_i] + 2 \sum_{i < j} a_i a_j K_{ij}, \quad (3.62)$$

где  $K_{ij}$  — корреляционный момент величин  $X_i$  и  $x_j$ .

Коэффициент корреляции связан с корреляционным моментом следующим соотношением:

$$r_{ij} = \frac{K_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (3.63)$$

Таким образом, для нашего случая формулу для расчета средней многолетней величины влагозапасов можно записать в следующем виде:

$$\bar{W}_K = a\bar{a} + b\bar{m} + (c+1)\bar{W}_H + d\bar{q} + l, \quad (3.64)$$

где  $\bar{W}_K = \sum_{i=1}^n W_i / n$  — средняя в течение  $n$  лет величина влагозапасов

за декаду,  $t = \sum_{i=1}^n t_i/n$  — средняя многолетняя температура воздуха

за декаду,  $m = \sum_{i=1}^n m_i/n$  — средняя многолетняя величина осадков

за декаду,  $\overline{W}_H$  — средняя многолетняя величина начальных влагозапасов,  $q$  — средняя многолетняя величина подпитывания грунтовыми водами,  $n$  — количество лет наблюдений.

Для определения среднего квадратического отклонения суммы некоррелированных величин расчетная формула примет следующий вид:

$$\sigma_W = \sqrt{a^2\sigma_t^2 + b^2\sigma_m^2 + c^2\sigma_{W_0}^2 + d^2\sigma_q^2}. \quad (3.65)$$

Для суммы коррелированных величин формула (3.65) преобразуется так:

$$\begin{aligned} \sigma_{tmWq}^2 = & a^2\sigma_t^2 + b^2\sigma_m^2 + c^2\sigma_W^2 + d^2\sigma_q^2 + 2abr_{tm}\sigma_t\sigma_m + 2acr_{tW}\sigma_t\sigma_W + \\ & + 2adr_{tq}\sigma_t\sigma_q + 2bcr_{mW}\sigma_m\sigma_W + 2cdr_{Wq}\sigma_W\sigma_q. \end{aligned} \quad (3.66)$$

Для того чтобы подсчитать характеристики статистических рядов влагозапасов по формулам (3.64) и (3.65), необходимо знать средние многолетние величины осадков, температур, влагозапасов на начало вегетации, подпитывания грунтовыми водами и их средние квадратические отклонения. Эти величины могут быть легко подсчитаны на ЭВМ любого типа. Расчет по формулам (3.64) и (3.65) может быть сделан вручную. Для рядов продолжительностью 20 лет затраты времени на расчет уменьшаются в 5—7 раз по сравнению с расчетом влагозапасов за каждый год.

В заключение следует отметить, что материалов по многолетним величинам подпитывания для участков с высоким стоянием грунтовых вод не существует, поэтому построить статистический ряд и найти его характеристики пока не представляется возможным. Среднюю многолетнюю величину можно было бы подсчитать, имея средние многолетние уровни грунтовых вод и зная свойства грунтов. Если к тому же еще знать законы передвижения влаги при неполном насыщении, то можно было бы считать, что задача решена.

Без учета члена  $dq$  в уравнении (3.59) результаты расчетов можно распространять только на земли с глубоким стоянием грунтовых вод, преимущественно атмосферного питания.

Приняв во внимание все эти замечания, можно считать, что вопрос определения характеристик статистического ряда влагозапасов решен. Остается решить вопрос о достаточности средней величины ряда и среднего квадратического отклонения для характеристики влагозапасов как случайной величины.

Если закон распределения влагозапасов нормальный или близок к нему, то этих характеристик достаточно, если же закон



распределения существенно отличается от нормального, то этих двух характеристик недостаточно. Следовательно, для полного решения поставленной задачи следует определить закон распределения влагозапасов.

### 3.7. О ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЛАГОЗАПАСОВ

В п. 3.4 проверка гипотезы о законе распределения температур была осуществлена с помощью критериев  $\chi^2$  и  $\omega^2$ . Для определения закона распределения влагозапасов можно поступить аналогично. Так, например, значения  $P_a^2$  для многолетних влагозапасов в Марьиной Горке показывают, что расхождения между экспериментальным распределением и теоретическим нормальным распределением случайны, несущественны, так как вероятность  $P_n^2$  для всех декад превышает критический уровень.

Можно пытаться решить эту задачу в общем виде. Напомним, что влагозапасы складываются из ряда слагаемых. Поэтому задачу определения закона распределения влагозапасов можно рассматривать как задачу определения закона распределения суммы позаконном распределения отдельных слагаемых. Для этого необходимо иметь законы распределения отдельных слагаемых.

Закон распределения температур — нормальный. Закон распределения осадков отличается от нормального и приближается к логарифмически нормальному закону распределения. Закон распределения величины грунтового подпитывания можно принять нормальным, считая, что колебания грунтовых вод подчиняются нормальному закону. Закон распределения начальных влагозапасов может быть принят таким же, как и закон распределения конечных влагозапасов. Поскольку не все законы распределения известны, мы не можем аналитически решить эту задачу. Однако ее можно решить приближенно, исходя из других соображений.

Ранее упоминалось о центральной предельной теореме, на основании которой можно утверждать, что закон распределения суммы при любых законах распределения слагаемых приближается к нормальному. На практике для получения закона распределения, который приближенно можно принять за нормальный, достаточно 5—10 слагаемых [7] (в нашем случае их 6). Кроме того, закон распределения температуры нормальный.

Эти положения дают основание предполагать, что в первом приближении закон распределения влагозапасов является нормальным. Кроме того, существуют экспериментальные данные, которые позволяют считать, что закон распределения влагозапасов в лесостепной зоне симметричен относительно математического ожидания и по виду близок к нормальному [34].

Получив закон распределения влагозапасов, можно считать, что влагозапасы математически описаны. Символически это можно выразить следующим образом:

$$g(W) = \frac{1}{\sigma_W \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(W - \bar{W})^2}{2\sigma_W^2} \right]. \quad (3.67)$$

### 38. СВЯЗЬ МЕЖДУ ВЛАГОЗАПАСАМИ И ТЕМПЕРАТУРАМИ. СОВМЕСТНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Поскольку величины влагозапасов и температур в некоторых расчетах мы будем рассматривать вместе, необходимо знать статистическую связь между ними и совместный закон их распределения  $g(W, t)$ .

Рассмотрим вопрос о статистической связи между температурами почвы и ее влагозапасами. Степень этой связи можно выразить в виде коэффициента корреляции между рассматриваемыми величинами. Вычисления коэффициентов корреляции для многих пунктов СССР показали, что между этими двумя величинами существует слабая отрицательная связь. Коэффициенты корреляции в большинстве случаев незначимы, т. е. менее критического значения.

Результаты расчетов для некоторых пунктов приводятся в табл. 11. Коэффициенты корреляции показывают незначительную отрицательную коррелированность. Однако обычно интересно выяснить не коррелированность, а зависимость или независимость между случайными величинами. Коэффициент же корреляции не всегда указывает на зависимость или независимость случайных величин. Лишь при нормальном распределении случайных величин коэффициент корреляции указывает на линейную независимость случайных величин. Если это обстоятельство не учитывать, можно допустить серьезные ошибки. В нашем случае равенство нулю коэффициентов корреляции означает линейную независимость случайных величин, так как распределение случайных величин нормальное.

В последней графе табл. 11 приведены значимые коэффициенты корреляции. Судя по ним, можно считать, что лишь при значениях  $r_{tw} > r_{3нач}$  полученный коэффициент отличен от нуля (см. табл. XXVII в [41]). В табл. 11 из 294 значений  $r_{tw}$  лишь 11 больше критических.

Таким образом, при данных коэффициентах корреляции величины влагозапасов и температур воздуха практически независимы. Для более точных расчетов можно учитывать коэффициенты корреляции и вводить их в расчеты.

Кроме этого, существует общий метод преобразования координат, который позволяет перейти к независимым случайным величинам и оперировать ими, а затем сделать обратное преобразование [7].

Рассмотрим проявление влияния статистической связи случайных величин. Наиболее полно оно обнаруживается в основной характеристике случайной величины — законе распределения. Однако это закон распределения не одной, а двух случайных величин. В нем отражается влияние каждой из случайных величин и взаимосвязи между ними на вероятность явлений, в которых одновременно проявляются обе случайные величины.

Коэффициент корреляции между среднедекадными

Пункт	Апрель		Май			Июнь		
	2	3	1	2	3	1	2	3
Сыктывкар			0,25	-0,07	0,20	-0,01	-0,23	-0,21
Никольск			0,02	-0,29	0,06	-0,17	-0,57	-0,23
Тотьма		0,17	0,06	-0,13	-0,16	-0,07	-0,23	-0,50
Череповец		-0,20	0,02	-0,03	-0,23	-0,06	-0,24	-0,41
Венденга		0,44	0,12	0,17	0,17	-0,04	-0,29	-0,05
Вытегра			0,36	0,15	-0,04	-0,18	-0,09	-0,31
Троицко-Печорск				0,06	0,03	0,32	-0,34	0,00
Шенкурск		0,20	0,24	-0,19	0,25	-0,20	-0,33	0,08
Ртишево	0,26	-0,14	-0,26	-0,48	-0,18	-0,09	-0,25	-0,06
Волоколамск		0,06	-0,12	-0,20	0,27	-0,15	-0,30	-0,38
Рославль	-0,25	0,25	-0,36	-0,20	-0,29	0,03	0,06	-0,28
Муром		-0,05	-0,46	-0,50	-0,47	-0,22	-0,29	-0,48
Волово		-0,19	-0,43	-0,43	-0,38	-0,12	-0,57	-0,49
Торопец		0,31	-0,34	0,12	-0,17	-0,26	-0,21	-0,07
Каменная Степь	0,21	-0,23	-0,40	-0,31	-0,10	-0,11	-0,56	-0,39
Курск	-0,19	-0,17	-0,19	-0,21	-0,44	0,00	-0,08	-0,67
Марьина Горка		0,12	-0,05	-0,23	0,02	-0,29	-0,10	0,51
Василевичи		0,22	0,05	-0,15	-0,34	-0,03	-0,15	-0,44
Омутнинск			-0,03	0,08	-0,35	-0,03	0,03	-0,17
Нартас			-0,10	-0,10	-0,02	0,04	0,15	-0,13
Порецкое			-0,12	-0,03	-0,42	-0,03	-0,28	-0,34

Строить законы распределения двух и более независимых случайных величин можно на основании законов распределения двух одномерных законов.

В общем виде с учетом статистической зависимости между величинами влагозапасов и температур его можно записать следующим образом:

$$g(W, t) = \frac{1}{2\pi\sigma_W\sigma_t\sqrt{1-r_{tW}^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-r_{tW}^2)} \left[ \frac{(W-\bar{W})^2}{\sigma_W^2} - \frac{2r_{tW}(W-\bar{W})(t-\bar{t})}{\sigma_W\sigma_t} + \frac{(t-\bar{t})^2}{\sigma_t^2} \right] \right\}. \quad (3.68)$$

Обозначения в выражении (3.68) прежние.

Легко заметить, что при коэффициенте корреляции между температурами и влагозапасами  $r = 0$  выражение (3.68) превращается в

$$g(W, t) = \frac{1}{2\pi\sigma_W\sigma_t} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{(W-\bar{W})^2}{\sigma_W^2} + \frac{(t-\bar{t})^2}{\sigma_t^2} \right] \right\}. \quad (3.69)$$

Получив выражения (3.68) и (3.69), можно считать, что случайные величины влагозапасов и температур определены, и задача описания внешних условий решена. Теперь остается лишь определить параметры законов распределения на основании экспериментального материала.

температурами почвы и декадными влагозапасами

Июль			Август			Сентябрь	Количество пар <i>n</i>	Значимые коэффициенты <i>r, w</i> при <i>P</i> = 99 %
1	2	3	1	2	3	1		
-0,23	-0,27	-0,20	-0,37	-0,05	-0,36	0,05	17	>0,60
-0,47	-0,08	0,08	-0,07	-0,40	-0,12	-0,15	20	>0,56
-0,44	0,28	-0,17	-0,33	-0,11	-0,19	-0,20	19	>0,58
-0,22	-0,02	-0,39	-0,11	-0,20	-0,11	-0,43	20	>0,56
-0,21	-0,05	-0,25	-0,26	-0,47	-0,06	-0,31	19	>0,58
-0,24	0,43	-0,14	-0,04	-0,37	-0,23	-0,64	19	>0,58
-0,03	-0,46	-0,15	-0,50	-0,50	0,22	-0,21	17	>0,60
-0,37	-0,25	-0,04	-0,32	0,40	-0,35	-0,57	17	>0,60
-0,28	-0,34	-0,27	-0,38	-0,58	-0,43	-0,56	20	>0,56
0,10	-0,34	-0,44	-0,28	-0,03	-0,27	-0,47	20	>0,56
-0,17	-0,38	-0,37	-0,46	-0,18	-0,36	-0,54	21	>0,55
0,11	-0,22	-0,15	0,10	-0,36	-0,70	-0,47	20	>0,56
-0,42	-0,70	-0,89	-0,68	-0,32	-0,30	-0,34	20	>0,56
-0,18	-0,24	-0,30	-0,62	-0,19	-0,29	-0,46	20	>0,56
-0,51	-0,49	-0,37	-0,38	-0,03	-0,39		20	>0,56
0,41	-0,72	-0,49	-0,53	-0,48	-0,17		20	>0,56
-0,38	-0,53	-0,20	-0,54	-0,24	-0,62	-0,48	20	>0,56
-0,48	-0,65	-0,52	-0,59	-0,44	-0,05		18	>0,59
-0,22	-0,45	-0,62	-0,06	-0,21	-0,43	-0,30	20	>0,56
-0,32	-0,28	-0,59	-0,20	-0,49	-0,55	-0,43	19	>0,58
-0,27	-0,15	0,12	-0,36	-0,38	-0,55	-0,51	20	>0,56

### 3.9. ТОЧНОСТЬ РАСЧЕТОВ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН ВЛАГОЗАПАСОВ И ТЕМПЕРАТУР

Для того чтобы в дальнейшем иметь возможность оценить ошибки расчетов вероятности необходимости мелиорации, нужно знать ошибки входящих в этот расчет величин — средних многолетних влагозапасов и температур почвы.

Вопросы расчетов ошибок средних величин рассматриваются многими авторами, особенно в последнее время. В нашем случае закон распределения случайных величин — влагозапасов и температур — нормальный. Это дает право предполагать, что и закон распределения ошибок тоже нормальный, поэтому мы можем использовать формулы, выведенные для нормального закона [7, 37,48].

Выше на основании литературных данных [31] было показано, что относительная ошибка отдельного вычисления влагозапаса с достаточно высокой достоверностью может быть принята равной 20% его значения. Относительная ошибка средней величины может быть подсчитана по формуле

$$\varepsilon_{\text{ср}} = \sum_{\text{един}} / \sqrt{n}, \quad (3.70)$$

где  $\sum_{\text{един}}$  — относительная ошибка единичного измерения,  $n$  — количество измерений или число членов ряда.

Имея в виду, что ряды влагозапасов и температур колеблются от 17 до 20 лет, а относительная ошибка  $\Sigma_{\text{един}} = 0,2$ , можно подсчитать относительную ошибку средней величины  $\Sigma_{\text{ср}} = 0,04-1-0,05$ . Учитывая, что относительная ошибка равна отношению абсолютной ошибки к средней величине, можно вычислить, что абсолютная ошибка средних многолетних влагозапасов равна  $\Delta W_{\text{ср}} = (0,04 \div \div 0,05) W_{\text{ср}}$ .

Абсолютная ошибка единичного измерения (вычисления) температуры почвы не превышает  $2^{\circ} \text{C}$ . Следовательно, абсолютная ошибка средней многолетней температуры будет  $\Delta t_{\text{ср}} = 0,45 + \div 0,49^{\circ} \text{C} - 0,5^{\circ} \text{C}$ .

Можно поставить и обратную задачу — определить необходимое количество членов ряда для получения заданной ошибки. Она решается по формуле

$$n = (t_{\beta} \sigma / \Delta)^2, \quad (3.71)$$

где  $n$  — необходимое количество членов,  $\sigma$  — предполагаемое среднее квадратическое отклонение случайной величины,  $t_{\beta}$  — множитель, зависящий от достоверности, с которой желательно получить искомым результат,  $\Delta$  — точность, которую необходимо получить, — абсолютная ошибка расчета.

В заключение обсудим вопрос о возможности применения полученных результатов. Прежде всего необходимо знать условия, в которых можно применять полученные зависимости. Эти условия зависят от того, какой экспериментальный материал использовался для определения параметров законов распределения.

Для характеристики больших территорий можно пользоваться данными наблюдений метеорологических станций. Это будет мезоклиматическое описание факторов внешней среды.

При использовании экспериментального материала, полученного на малых участках, условия на которых принципиально отличаются от условий на метеорологических станциях, можно говорить о микроклиматическом описании. В этом случае дело осложняется тем, что ряды наблюдений на отдельных аномальных участках (болотах, оазисах и т. п.) чрезвычайно малы. По ним нельзя вычислить параметры законов распределения, так как ошибки будут значительны. Поэтому приходится прибегать к моделированию или удлинению рядов на основе связей одноименных элементов на метеорологической площадке и аномальном участке.

Идеальным было бы теоретическое решение задачи, полученное на основе дифференциального уравнения, которое бы связало параметры, входящие в законы распределения факторов внешней среды на всей площади на аномальном участке.

При расчете примеров, приводимых в настоящей работе, для вычисления параметров законов распределения температур и влагозапасов использовались ряды наблюдений, полученные на метеорологических станциях, поэтому они характеризуют мезоклиматы.

## ГЛАВА 4. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПОТРЕБНОСТИ В МЕЛИОРАЦИИ

### 4.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В первых трех главах мы рассматривали важные, но вспомогательные вопросы обоснования потребности в мелиорациях. Рассмотрим основной вопрос.

Обосновать мелиорацию — это значит найти количественный показатель потребности в ней в данном районе; т. е. найти связь между требованиями культурных растений (гл. 2) и существующими в данной зоне условиями внешней среды (гл. 3).

Если внешние условия неблагоприятны для произрастания растения, следует запроектировать такую систему регулирования этих условий, при которой они были бы доведены до оптимальных, т. е. таких условий, когда растение максимально развивается, растет и плодоносит. Несомненно, что в таком сложном и дорогостоящем деле, как проектирование и строительство гидромелиоративных систем, желательно иметь объективный количественный показатель необходимости мелиорации, показатель, отражающий многообразную связь между растением и внешней средой. Имея такой показатель, можно улучшить научное планирование мелиорации.

В зависимости от требования растения, экономических условий и технических средств обоснование мелиораций можно вести исходя из учета одного, двух, трех и т. д. факторов внешней среды.

До настоящего времени обоснование мелиорации проводилось исходя из необходимости создания оптимального водного и питательного режимов, т. е. на основании двух факторов. Однако в нашей стране существует много районов, в которых создание оптимального температурного режима играет не меньшую роль, чем создание оптимального водного режима.

В этой главе мы изложим метод учета суммарных воздействий водного, теплового и питательного режимов. Кроме того, попытаемся распространить статистический метод обоснования мелиора-

ции и на случай необходимости совместных мелиораций — водных, тепловых и пищевых.

Поскольку внешние условия являются случайными величинами, показатель необходимости мелиорации должен быть вероятностным. В самом деле, если бы внешние условия были выражены неслучайной величиной, т. е. было бы известно, что в данный момент  $W = \text{const}$  и  $t = \text{const}$ , тогда можно было бы совершенно определенно сказать, какие в эту декаду требуются мелиоративные воздействия, которые устранили бы разницу между внешними условиями и требованиями растений. Приведем следующий пример.

Нужно определить необходимость мелиоративных воздействий, если известно, что оптимальный диапазон ( $S = 0,8 \text{ opt}$ ) температур  $(dt)_{0,8} = 12 \div 19^\circ\text{C}$ , а оптимальный диапазон влагозапасов  $(d_w)_{0,8} = 31 \div 89 \text{ мм}$ . Внешние гидротермические условия декады характеризуются следующими величинами:  $t = 22^\circ\text{C}$ , а  $W = 30 \text{ мм}$ .

В этом примере ни в коем случае внешние условия не могут быть другими, поэтому следует проектировать систему, способную

понижать температуру на  $\Delta t = \frac{12+19}{2} - 22 = -6,5^\circ\text{C}$  и увеличи-

вать влагозапасы на  $\Delta W = \frac{31+89}{2} - 30 = 30 \text{ мм}$ .

Запроектировав такую систему, можно с уверенностью сказать, что условия оптимальности водного и теплового режимов будут соблюдены. На вопрос о необходимости мелиорации в данном случае можно ответить положительно: да, мелиорация необходима всегда. Если, по условию примера, выбрать внешние условия таким образом, чтобы они были заключены внутри оптимального диапазона, то также с полной определенностью можно сказать: мелиорация в данном случае не нужна.

Таким образом, если внешние условия представлены в виде неслучайных величин, то задача о необходимости мелиорации не дает существенной информации. Совершенно иначе обстоит дело, когда внешние условия представлены в виде случайных величин или случайных функций. При этом нельзя быть уверенным, что средняя многолетняя температура  $t=22^\circ$  и средние многолетние влагозапасы  $W = 30 \text{ мм}$  будут ежегодно повторяться. Напротив, можно утверждать, что не каждый год будут иметь место эти величины, и, более того, может быть несколько лет подряд, когда  $W$  и  $t$  будут существенно отличаться от оптимальных. В этом и проявляется случайность факторов внешней среды.

Как же в этом случае проектировать мелиоративную систему? На какие мелиоративные воздействия ее рассчитывать? Перед тем как ответить на эти вопросы, остановимся на некоторых понятиях, определение которых необходимо для дальнейшего изложения.

Вероятность оптимальных условий — это вероятность того, что в рассматриваемый период внешние условия будут находиться в оптимальном диапазоне требований растения.

Чем выше эта вероятность, тем чаще из года в год условия будут оптимальными. При вероятности, равной единице, т. е.  $P_{\text{opt}}=1,0$ , каждый год внешние условия будут оптимальными. При  $P_{\text{opt}} = 0$  не будет таких лет, когда условия для растения в данном месте будут оптимальными. Легко заметить, что в этих экстремальных случаях вероятностная задача превращается в задачу с детерминированными внешними условиями; в этом смысле можно считать, что вероятностная задача — более общая.

Рассмотрим понятие вероятность потребности в мелиорации

$\bar{P}_M$ . Эту вероятность и вероятность оптимальных условий можно рассматривать как полную группу несовместных события или как события противоположные, т. е. если одно из них случится, то другое произойти не может. В самом деле, не может же одновременно мелиорация быть и нужна и не нужна. Известно, что сумма вероятностей противоположных событий равна единице:

$$P_{\text{opt}} + \bar{P}_M = 1. \quad (4.72)$$

Тогда вероятность потребности в мелиорации можно рассматривать как

$$\bar{P}_M = 1 - P_{\text{opt}}. \quad (4.73)$$

Следовательно, вероятность потребности в мелиорации равна вероятности неоптимальных условий, что и соответствует смыслу задачи.

Таким образом, если внешние условия — случайные величины или случайные функции, то перед тем как определить необходимые мелиоративные воздействия, нужно определить вероятность потребности в мелиорации в данном районе. Эту задачу можно решить, если знать требования растений, выраженные количественно (гл. 2), и законы распределения факторов внешней среды (гл. 3).

Задачу определения вероятности оптимальных и неоптимальных условий можно свести к задаче определения вероятности попадания или непадания точки со случайными координатами в некоторую изооптимальную область. Действительно, если случайное значение влагозапасов попадает в оптимальный диапазон, то условия оптимальны, если не попадает, то неоптимальны.

Отношение количества попаданий в оптимальную область к общему количеству членов ряда влагозапасов при неограниченном увеличении их стремится к вероятности попадания в оптимальную область, или к вероятности оптимальных условий.

Отношение количества непадания в оптимальную область к общему количеству членов ряда при неограниченном увеличении их стремится к вероятности неоптимальных условий, или к вероятности потребности в мелиорации.



#### 4.2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБОСНОВАНИЯ МЕЛИОРАЦИЙ. РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ ОПТИМАЛЬНЫХ И НЕОПТИМАЛЬНЫХ УСЛОВИИ

Задача определения вероятности оптимальных условий непосредственно связана с задачей обоснования мелиораций, поэтому рассмотрим ее в первую очередь.

Сформулируем задачу следующим образом: определить вероятность  $P$  появления заданной степени оптимальности условий  $S(\varphi)$  по  $\varphi$ -тому фактору в  $i$ -той декаде. Другими словами, определить вероятность того, что условия внешней среды в данной географической точке попадают в изооптимальную зону  $R^N$  требований данного растения.

Кратко для  $N$ -факторов внешней среды это записывается так:

$$P_{\text{opt}} = P[\varphi^N \subset R_S^N] = \int \dots \int_{R^N} g(\varphi^N) d\varphi_1 \dots d\varphi_N, \quad (4.74)$$

где  $R^N$  — изооптимальная  $N$ -мерная область заданной степени оптимальности  $S = 0,9; 0,8; 0,7; \dots; 0,10$  опт.

Для всех значений  $S = 0$ -И будет  $P_{\text{opt}} = P_{\text{max}} \div 0$ , т. е. в результате расчетов по формуле (4.74) при  $P(0 < S < 1)$  получаем функции  $P_{\text{opt}}(S)$ .

Дополнением функции  $P_{\text{opt}}(S)$  до единицы будет функция вероятности мелиораций по  $N$ -факторам, записанная аналогично выражениям (4.72) и (4.73):

$$P_{\text{opt}}(S) + \bar{P}(S) = 1 \quad (4.75)$$

$$\bar{P}(S) = 1 - P_{\text{opt}}(S). \quad (4.76)$$

По-видимому, функции  $\bar{P}_{\text{opt}}(S)$  и  $P_{\text{opt}}(S)$  будут иметь некоторую общую точку 2 при  $P = 0,5$ . Абсциссы этой точки  $(0,5; S)$  для различных кривых  $P(S)$  будут характеризовать условия оптимальности или неоптимальности произрастания рассматриваемой культуры в данном районе. При  $z(0,5; S > 0,5)$  вероятность оптимальных условий высокая и, следовательно, мелиорации в данном районе для рассматриваемой культуры не нужны. При  $z(0,5; S < 0,5)$  вероятность неоптимальных условий высокая и, следовательно, без мелиоративных воздействий не обойтись.

Рассчитав для заданной величины  $S \rightarrow 1$  вероятность оптимальных условий в каждой декаде  $P_j$ , необходимо свернуть эти величины в одну, характеризующую весь вегетационный период.

#### Расчет вероятности оптимальных условий и вероятности мелиораций за вегетационный период

Решение задачи, рассматриваемой в настоящем разделе, интересно с той точки зрения, что анализ вероятности оптимальных или неоптимальных условий по каждой декаде вегетационного периода

громоздок при картировании этого показателя, так как количество карт равно числу декад (или других элементарных отрезков времени) вегетационного периода.

Расчет  $P_{\text{вег}}$  как средней арифметической величины, т. е.

$$P_{\text{вег}} = \sum P_j / m, \quad (4.77)$$

где  $P_j$  — вероятность оптимальных условий в  $j$ -тую декаду,  $m$  — число декад, приводит к парадоксу: при  $P_m \neq 0$ , а  $P_1 \dots P_{m-1} = 0$ ,  $P_{\text{вег}} \neq 0$ , т. е. достаточно одной декады оптимальных условий, чтобы  $P_{\text{вег}}$  было отлично от нуля; следовательно, с этой вероятностью можно получить урожай, соответствующий заданной степени оптимальности. Практика показывает, что таких случаев не бывает.

Другой моделью обобщения  $P_j$  может быть модель, основанная на теореме о вероятности осуществления группы событий, т. е.

$$P_{\text{вег}} = P_1 P_2 \dots P_n = \prod_{j=1}^m P_j. \quad (4.78)$$

Эта модель также приводит к парадоксу, так как при любом  $P_j = 0$   $P_{\text{вег}} = 0$ , т. е. неоптимальные условия в одной декаде приводят к неоптимальности всего вегетационного периода. По-видимому, должна существовать некоторая промежуточная модель, которая не приводила бы к указанным парадоксам.

Попробуем составить такую модель, используя аппарат математической логики. Введем следующие обозначения:  $P_{i,k,i}$  — вероятность оптимальных условий по  $i$ -тому фактору в  $k$ -той фазе развития растения для  $i$ -ного географического пункта;  $P_j$  — вероятность оптимальных условий в  $j$ -тую декаду вегетационного периода;

$\overline{P}_{i,l}$  — вероятность мелиораций за вегетационный период;  $l = 1, 2, 3, \dots, N$ ;  $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ;  $k = 1, 2, 3, \dots, q$ ;  $j = 1, 2, 3, \dots, L$ .

В качестве основополагающих для создаваемой модели выберем два принципа:

- 1) принцип однозначности фаз развития растения;
- 2) принцип взаимозаменяемости декад (пентад и т. д.) внутри каждой фазы.

Более подробно первый принцип означает, что во время развития растения каждая фаза должна быть пройдена при достаточно оптимальных условиях. Если этого не случается, то вероятность оптимальных условий по данному фактору будет равна нулю, так как урожая в этих условиях не получится.

Второй принцип означает, что внутри фазы развития растения в отдельные моменты времени возможны неоптимальные условия; и если в фазе хотя бы в один элементарный отрезок времени условия были оптимальны, фаза проходит с определенной вероятностью, отличной от нуля. Элементарный отрезок времени, достаточный для прохождения данной фазы, может изменяться не только в зависимости от вида растения, но и от номера фазы.

Коротко эти положения можно записать в следующем виде:

$$1\text{-й принцип. Если } P_{i, k, l} = 0, \text{ то } P_{i, l} = 0; \quad (4.79)$$

$$2\text{-й принцип. Если } P_{j, l} = 0, \text{ то } P_{j, l} \neq 0. \quad (4.80)$$

Условию (4.79) удовлетворяет следующая математическая модель:

$$P_{i, k, l} = P_{i, 1, l} \wedge P_{i, 2, l} \wedge P_{i, 3, l} \dots \wedge P_{i, j, l} \quad (4.81)$$

где  $\wedge$  — оператор логического умножения.

Условию (4.80) удовлетворяет математическая модель вида

$$P_{i, k, l} = P_{i, 1, l} \vee P_{i, 2, l} \vee P_{i, 3, l} \dots \vee P_{i, j, l} \quad (4.82)$$

где  $\vee$  — оператор логического сложения.

Соединив модели (4.81) и (4.82) в одну, можно записать:

$$P_{i, l} = \bigwedge (\bigvee P_{i, j, l}). \quad (4.83)$$

Учитывая, что  $P_{i, j, l}$  — вероятность оптимальных условий по  $g$ -тому фактору  $j$ -тую декаду в  $l$ -ном географическом пункте, а  $P_{i, l}$  — вероятность оптимальных условий за вегетационный период, можно записать расчетную формулу, соответствующую модели (4.83):

$$P_{i, l} = \prod_{k=1}^q \left[ 1 - \prod_{j=1}^m (1 - P_j) \right]. \quad (4.84)$$

Учитывая (4.76) для вероятности мелиораций за вегетационный период, будем иметь

$$\bar{P}_{i, j, l} = 1 - \prod_{k=1}^q \left[ 1 - \prod_{j=1}^m (1 - P_j) \right]. \quad (4.85)$$

Такую же процедуру можно проделать и для многофакторных показателей. В этом случае  $P_{i, j, l}^{(N)}$  вычисляется по формуле (4.74),

а значения подставляются в (4.84).

Вероятности  $P_{i, j, l}^{(N)}$  легко картировать. Соединив нанесенные на карту рассчитанные величины, получим изолинии вероятностей условий различной степени оптимальности на данной территории.

#### 4.3. ОДНОМЕРНАЯ ЗАДАЧА — ВОДНЫЕ МЕЛИОРАЦИИ

Рассмотрим одномерную задачу обоснования потребности в мелиорациях. В качестве переменной выберем водный фактор, представленный влагозапасами.

В случае одной переменной случайная точка может двигаться только по прямой, а область равной оптимальности превращается в диапазон оптимальных условий заданной степени оптимальности. Следовательно, одномерная задача биоклиматического обоснования необходимости мелиораций превращается в задачу о вероятности непопадания случайно блуждающей по прямой точки в ин-

тервал определенной степени оптимальности, или в задачу о вероятности непопадания случайного значения средних многолетних влагозапасов почвы в интервал оптимальности ( $S = 0,8 \text{ орт}$ ) требований растения.

Выбор  $S = 0,8 \text{ орт}$  достаточно произволен в данном случае. Степень оптимальности и, следовательно, диапазон регулирования должны быть выбраны на основании экономических соображений в результате оптимизации какого-либо экономического критерия. Для рассматриваемых задач выбор  $S = 0,8 \text{ орт}$  обусловлен следующим соображением: диапазон регулирования при этой степени оптимальности находится в пределе от влажности разрыва капилляров до наименьшей полевой влагоемкости.

Запишем поставленную задачу следующим образом:

$$\bar{P}_W = 1 - P_{\text{орт}}(W'_{0,8} < W < W''_{0,8}), \quad (4.86)$$

здесь  $\bar{P}_W$  — вероятность водных мелиораций, — наименьший оптимальный влагозапас,  $W''_a$  — наибольший оптимальный влагозапас,  $P(W''_{0,8} < W < W'_{0,8})$  — вероятность попадания случайного значения влагозапасов в диапазон оптимальных влагозапасов, или вероятность появления благоприятных условий для произрастания растения.

Если известно, что влагозапасы распределены по нормальному закону (см. гл. 3), то вероятность необходимости водных мелиораций вычисляется просто:

$$\bar{P}_W = 1 - \left[ \Phi^* \left( \frac{W'' - \bar{W}}{\sigma_W} \right) - \Phi^* \left( \frac{W' - \bar{W}}{\sigma_W} \right) \right], \quad (4.87)$$

$$\Phi^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^w e^{-\frac{u^2}{2}} du, \quad (4.88)$$

$$u = \frac{W - \bar{W}}{\sigma_W}, \quad (4.89)$$

где  $\Phi^*$  — интегральная функция распределения,  $\bar{W}$  — центр рассеивания влагозапасов, или средние многолетние влагозапасы,  $\sigma_W$  — среднее квадратическое отклонение влагозапасов.

Функция  $\Phi^*$  табулирована, поэтому не составляет никакого труда найти ее значение при разных аргументах  $u$ . Если закон распределения влагозапасов неизвестен, можно использовать графический метод расчета, нанося на интегральную кривую распределения диапазон оптимальных влагозапасов; однако этот метод иногда дает малую точность, особенно при значительном удалении  $W''$  и  $W'$  от центра рассеивания.

Вероятность появления оптимальных условий можно вычислить по следующей формуле:

$$P_W = \left[ \Phi^* \left( \frac{W'' - \bar{W}}{\sigma_W} \right) - \Phi^* \left( \frac{W' - \bar{W}}{\sigma_W} \right) \right]. \quad (4.90)$$

Вероятность потребности в водных мелиорациях состоит из двух слагаемых: вероятности потребности в понижении влагозапасов  $\bar{P}_{\downarrow W}$  и вероятности потребности в повышении влагозапасов  $P_{\uparrow W}$ . Вероятность осушения можно вычислить по формуле

$$\bar{P}_{\downarrow W} = 1 - \Phi^* \left( \frac{W'' - \bar{W}}{\sigma_W} \right). \quad (4.91)$$

Вероятность необходимости повышения влагозапасов, т. е. орошения, вычисляется по формуле

$$\bar{P}_{\uparrow W} = \Phi^* \left( \frac{W' - \bar{W}}{\sigma_W} \right). \quad (4.92)$$

Вероятности рассчитываются для каждого пункта территории и для каждой декады вегетационного периода. Полученные данные можно наносить на карту. Число карт равно числу декад вегетационного периода. Такие карты можно использовать при планировании размещения мелиоративных объектов, а карты вероятности оптимальных условий можно использовать для районирования сельскохозяйственной культуры.

Для того чтобы наглядно показать, как проводится расчет необходимости водных мелиораций, приведем пример.

Предположим, нужно обосновать потребности в водных мелиорациях для района, характеризуемого климатическими данными пункта Василевичи (БССР).

Исходные данные. Многолетние ряды влагозапасов в почве под картофелем за каждую декаду вегетационного периода. Слой почвы 0—50 см. Статистические характеристики даны в табл. 12.

Таблица 12

#### Статистические характеристики влагозапасов (Василевичи)

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Средние многолетние влагозапасы (мм).....	62	67	72	77	67	61	54	31	48	46	48	50
Среднее квадратическое отклонение .....	5,2	7,8	5,1	6,7	12,7	18,2	24,6	26,0	25,2	23,4	25,7	26,5

Определим оптимальный диапазон продуктивных влагозапасов по табл. 4 (гл. 2). Например, для культуры картофеля на сугли-

нистых почвах (расчетный слой 0—50 см) диапазон продуктивных влагозапасов при степени оптимальности  $S = 0,8$  опт равен  $\bar{W}'_{0,8} \div \bar{W}''_{0,8} = 31 \text{ мм} \div 89 \text{ мм}$ .

Далее, используя формулы (4.87) — (4.92), рассчитаем вероятность необходимости повышения влагозапасов  $P\uparrow w$ , вероятность необходимости понижения влагозапасов  $P\downarrow w$ , вероятность оптимальных условий  $P_{\text{opt}}$  и вероятность необходимости водных мелиораций  $\bar{P}_w$ . Для удобства все вычисления сводим в таблицу. Форма показана в табл. 13.

В верхней строке этой таблицы приводится расчет аргументов

$u' = \frac{W' - \bar{W}}{\sigma}$  интеграла вероятности, характеризующего вероятность необходимости повышения влагозапасов. По этим аргументам находим значения интеграла вероятности, которые заносим в следующую строку. (Нами использованы таблицы значений интеграла вероятности, приведенные в книге Е. С. Вентцель [7].)

Затем рассчитываем аргумент  $u'' = \frac{W'' - \bar{W}}{\sigma}$  и находим соответствующие значения интеграла. После этого определяем вероятность необходимости понижения влагозапасов [формула (4.91)] и вероятность появления оптимальных условий [формула (4.90)], значения которых заносим в следующие строки. И, наконец, определяем вероятность необходимости водных мелиораций, которая подсчитывается как разность между полной вероятностью и вероятностью оптимальных условий. Нетрудно видеть, что вероятность необходимости мелиораций равна сумме вероятностей необходимости понижения и повышения влагозапасов.

Для большей наглядности соответствующие вероятности можно интерпретировать как частоты появления этих событий. Например, при вероятности, равной единице, можно утверждать, что соответствующие условия в эту декаду будут повторяться каждый год. При вероятности необходимости мелиораций 0,5 можно считать, что в многолетнем разрезе в данную декаду 1 раз в 2 года будут необходимы водные мелиорации. Можно детальнее рассмотреть этот вопрос и выяснить, какой вид мелиораций более вероятен, т. е. больше ли вероятность необходимости понижения влагозапасов или повышения.

Не вдаваясь в подробный анализ табл. 13, заметим, что в некоторых декадах необходимо как понижение, так и повышение влагозапасов. Это обстоятельство может служить доказательством того, что мелиоративная система должна осуществлять не только осушение во «влажный» год, но и орошение в «сухую» декаду года, т. е. необходимо двустороннее регулирование водного режима.

В гл. 5 будут приведены подобные расчеты для 22 пунктов ЕТС. Анализ вероятностей необходимости повышения и понижения влагозапасов показывает, что и здесь во многих случаях необходимо двустороннее регулирование водного режима.

Расчет вероятностных характеристик необходимости водных мелиораций (Василевичи)

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	$u' = \frac{W' - \bar{W}}{\sigma}$	$\frac{31-62}{5,2}$	$\frac{31-67}{7,8}$	$\frac{31-72}{5,1}$	$\frac{31-77}{6,7}$	$\frac{31-67}{12,7}$	$\frac{31-61}{18,2}$	$\frac{31-54}{24,6}$	$\frac{31-51}{26,0}$	$\frac{31-48}{25,2}$	$\frac{31-46}{23,4}$	$\frac{31-48}{25,7}$
$P_{\downarrow W} = \Phi^*(u)$	0	0	0	0	0	0,05	0,18	0,21	0,24	0,27	0,24	0,24
$u'' = \frac{W'' - \bar{W}}{\sigma}$	$\frac{89-62}{5,2}$	$\frac{89-67}{7,8}$	$\frac{89-72}{5,1}$	$\frac{89-77}{6,7}$	$\frac{89-67}{12,7}$	$\frac{89-61}{18,2}$	$\frac{89-54}{24,6}$	$\frac{89-51}{26,0}$	$\frac{89-48}{25,2}$	$\frac{89-46}{23,4}$	$\frac{89-48}{25,7}$	$\frac{89-50}{26,25}$
$u''$	5,2	2,80	3,30	1,80	1,70	1,50	1,40	1,50	1,60	1,80	1,60	1,50
$\Phi_2^*$	1,00	1,00	1,00	0,96	0,96	0,93	0,92	0,93	0,94	0,96	0,94	0,93
$P_{\downarrow W} = 1 - \Phi_2^*(u'')$	0,00	0,00	0,00	0,04	0,04	0,07	0,08	0,07	0,06	0,04	0,06	0,07
$P_{\text{opt}} = \Phi_2^* - \Phi_1^*$	1,00	1,00	1,00	0,96	0,96	0,88	0,64	0,72	0,70	0,69	0,70	0,69
$P_W = 1 - P_{\text{opt}}$	0,00	0,00	0,00	0,04	0,04	0,22	0,36	0,28	0,30	0,31	0,30	0,31

#### 4.4. ВЕРОЯТНОСТЬ ПОТРЕБНОСТИ В ТЕПЛОВЫХ МЕЛИОРАЦИЯХ

Обратимся теперь к расчету необходимости тепловых мелиораций. Поскольку этому виду мелиораций уделялось мало внимания, рассмотрим его несколько подробнее.

Самое широкое распространение в практике получили водные мелиорации, тепловым же мелиорациям придают второстепенное значение. Однако на основании биологических законов — незаменимости факторов внешней среды (гл. 2) в жизни растения — можно вполне определенно сказать, что такая концепция неверна. Создание оптимального теплового режима для растений так же важно, как и создание оптимального водного. Это положение особенно очевидно для таких культур, как картофель, например, в районах распространения вечной мерзлоты. Однако не только в этих районах необходимо регулирование теплового режима для максимального роста и развития растения. Как показали предварительные расчеты, во многих районах средней полосы также необходимо регулирование теплового режима для некоторых культур.

Выше были получены данные, нужные для построения количественной характеристики необходимости тепловых мелиораций: требования растений к температурам корнеобитаемого слоя (гл. 2) и условия внешней среды (гл. 3).

Структура количественной характеристики необходимости тепловых мелиораций должна быть вероятностная, только в этом случае она может полно описать соответствие или несоответствие требований растения стохастическим внешним условиям.

Математически задачу об определении необходимости тепловых мелиораций можно сформулировать следующим образом: определить вероятность непопадания случайного значения температур почвы в интервалы температур, оптимальность которых  $\geq 0,8$  опт. Попутно с этой задачей решается задача о вероятности благоприятных метеорологических условий (температур почвы) для произрастания растения.

В самом деле, если температура почвы в данную декаду попадает в диапазон оптимальных температур, значит, условия в данную декаду благоприятные и растение будет расти и развиваться нормально. Если температура почвы не попадает в диапазон оптимальных температур, значит, в эту декаду растение будет угнетено и в конечном счете это скажется на урожае. Однако поскольку температура почвы является величиной случайной, нельзя говорить о точном попадании ее в диапазон оптимальных температур, а можно лишь говорить о вероятности такого попадания.

Символически поставленную задачу можно записать следующим образом:

$$\bar{P}_t = 1 - P(t'_{0,8} < t < t''_{0,8}), \quad (4.93)$$

где  $\bar{P}_t$  — вероятность необходимости термических мелиораций;  
 $t'_{0,8}$  — минимальная температура при  $S=6,8$ ;  $t''_{0,8}$  — максимальная



температура при  $S = 0,8$ ;  $P(t'_{0,8} < t < t''_{0,8})$  — вероятность попадания случайной температуры в диапазон  $t'_{0,8} — t''_{0,8}$ , или вероятность появления благоприятных температур для произрастания растения.

Известно [7], что вероятность попадания случайной величины на заданный участок равна приращению интегральной функции распределения на этом участке. Поэтому

$$P(t'_{0,8} < t < t''_{0,8}) = F(t'') - F(t'), \quad (4.94)$$

где  $F(t)$  — интегральная функция распределения.

Для вероятности необходимости термических мелиораций можно записать

$$\bar{P}_t = 1 - [F(t'') - F(t')]. \quad (4.95)$$

Если известен закон распределения случайной величины, например известно, что закон распределения нормальный (см. п. 2.3), то формулу (4.95) можно записать несколько иначе:

$$\bar{P}_t = 1 - \left[ \Phi^* \left( \frac{t'' - \bar{t}}{\sigma_t} \right) - \Phi^* \left( \frac{t' - \bar{t}}{\sigma_t} \right) \right]; \quad (4.96)$$

здесь

$$\Phi^*(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^w e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (4.97)$$

— интегральная функция распределения, где

$$u = \frac{t - \bar{t}}{\sigma_t}. \quad (4.98)$$

Функция  $\Phi^*(t)$  табулирована, поэтому не составляет никакого труда найти ее при разных значениях аргумента  $u$ . Таким образом, если известно, что закон распределения случайной величины нормальный, то расчет вероятности необходимости тепловых мелиораций можно выполнить аналитически.

Если же закон распределения неизвестен, можно использовать графический метод подсчета вероятности необходимости мелиораций. Для этого строят интегральную кривую распределения (рис. 14) для каждой декады. На интегральную кривую наносят диапазон оптимальных температур. От точек пересечения концов этого

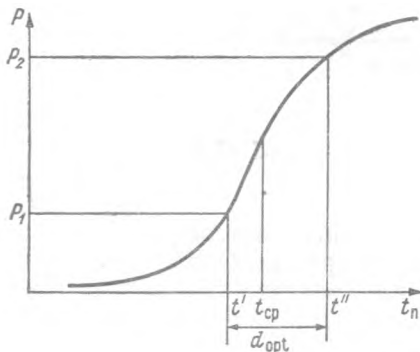


Рис. 14. Интегральная кривая распределения температур (к графическому расчету необходимости мелиораций).

диапазона с кривой распределения проводят прямые и получают точки  $P_1$  и  $P_2$ . Этот график дает все сведения, необходимые для подсчета вероятности благоприятных условий роста и развития растения. Вероятность  $P_1$  является вероятностью необходимости

увеличения температур. Вероятность  $P_2 - P_1$  — это вероятность появления оптимальных температур. Вероятность, равная  $1,0 - P_2$ , является вероятностью необходимости уменьшения температур почвы в данную декаду.

Сумма вероятностей  $P_1 + (1,0 - P_2) = \bar{P}_t$  равна вероятности необходимости термических мелиораций. Для связи с аналитическим расчетом при нормальном распределении можно показать, что

$$P_1 = \Phi^* \left( \frac{t' - \bar{t}}{\sigma_t} \right), \text{ а } P_2 = \Phi^* \left( \frac{t'' - t'}{\sigma_t} \right).$$

Проведя такие расчеты для каждой декады вегетационного периода, можно определить, как меняется вероятность необходимости мелиораций за вегетацию. Однако следует заметить, что эмпирическая интегральная кривая распределения может иметь значительные ошибки в районе больших и малых значений вероятности, поэтому графический метод определения  $\bar{P}_t$  имеет меньшую точность, чем аналитический.

Для примера приводим аналитические расчеты, сделанные для определения необходимости тепловых мелиораций для картофеля в пункте Василевичи (БССР). Все вычисления сведены в табл. 14. В этой таблице приняты следующие обозначения:  $P_{opt} = \Phi_2^* - \Phi_1^*$  — вероятность появления оптимальных условий;  $\bar{P}_{\downarrow t} = 1 - \Phi_2^*$  — вероятность необходимости (потребности) понижения температур;  $P_{\uparrow t} = \Phi_1^*$  — вероятность необходимости (потребности) повышения

температур;  $\bar{P}_t = \bar{P}_{\downarrow t} + \bar{P}_{\uparrow t} = 1 - P_{opt}$  — вероятность необходимости (потребности) тепловых мелиораций.

Из табл. 14 видно, в какие декады вегетационного периода можно ожидать благоприятные условия для роста и развития картофеля. Например, во вторую декаду мая вероятность оптимальных условий  $P_{opt} = 0,8$ , т. е. приблизительно в восьми годах из десяти условия этой декады будут благоприятными. В двух годах из десяти условия будут неблагоприятными, т. е. температуры почвы будут ниже или выше оптимальных. Для достижения оптимальных условий необходимы мелиоративные мероприятия, повышающие или понижающие средние температуры декады. Вероятность необходимости таких мероприятий 0,2.

Во вторую декаду июля вероятность оптимальных условий равна 0,12, т. е. лишь один-два года из десяти будут благоприятными, в остальные годы необходимы тепловые мелиорации. Однако в эту декаду требуется проведение таких мероприятий, которые позволили бы снизить средние суточные температуры почвы, так как вероятность необходимости повышения температур  $P_{\uparrow t} = 0$ .

Анализ табл. 14 показывает, что вероятностная характеристика необходимости тепловых мелиораций может быть разложена на составляющие: вероятность необходимости снижения средних декадных температур и вероятность

Расчет вероятностных характеристик необходимости тепловых мелиораций (Василевич)

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	$u' = \frac{t' - \bar{t}}{\sigma}$	12-14,6 3,1	12-15,7 2,7	12-17,5 3,6	12-19,6 2,8	12-20,0 2,2	12-20,3 2,5	12-20,3 2,3	12-22,0 2,5	12-21,3 2,3	12-21,0 2,3	12-20,6 2,1
$u'$	-0,80	-1,40	-1,50	-2,70	-3,60	-3,30	-3,60	-4,00	-4,00	-3,90	-4,10	-2,00
$P_{1/n} = \Phi_1^*(u')$	0,21	0,08	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02
$u'' = \frac{t'' - \bar{t}}{\sigma}$	19-14,6 3,1	19-15,7 2,7	19-17,5 3,6	19-19,6 2,8	19-20,0 2,2	19-20,3 2,5	19-20,3 2,3	19-22,0 2,5	19-21,3 2,3	19-21,0 2,3	19-20,6 2,1	19-17,8 2,9
$u''$	1,40	1,20	0,40	-0,20	-0,50	-0,50	-0,60	-1,20	-1,00	-0,90	-0,84	-0,40
$\Phi_2^*$	0,92	0,88	0,66	0,42	0,31	0,31	0,27	0,12	0,16	0,18	0,21	0,66
$P_{1/n} = 1 - \Phi_2^*$	0,08	0,12	0,24	0,58	0,69	0,69	0,73	0,88	0,84	0,82	0,79	0,34
$P_{opt} = \Phi_2^* - \Phi_1^*$	0,71	0,80	0,59	0,42	0,31	0,31	0,27	0,12	0,16	0,18	0,21	0,64
$\bar{P}_t = 1 - P_{opt}$	0,29	0,20	0,41	0,58	0,69	0,69	0,73	0,88	0,84	0,82	0,79	0,36

необходимости повышения их. Это обстоятельство дает возможность наметить общую тенденцию мелиораций и показать, необходимость каких мероприятий наиболее вероятна.

Из приведенного примера видно, что в районе Василевичей необходимо проектировать мелиоративные мероприятия, которые позволят в основном снизить температуру почвы. Проектируя такую систему, можно определить вероятность ее загрузки, которая будет равна вероятности необходимости понижения температуры. Из табл. 14 видно, что наиболее полно система будет загружена с 1-й декады июня до 2-й декады августа. Из этого следует, что необходимость работы таких систем почти ежегодная, по-видимому, они оправдают свое существование, и поэтому строить их целесообразно.

Несомненно, что показатель необходимости мелиорации отнюдь не заменяет экономического расчета выгоды мелиорации в этом районе, он только может дополнить расчет, являясь характеристикой, объективно отражающей связь между требованиями растений и условиями внешней среды в данной географической точке.

#### 4.5. ДВУМЕРНАЯ ЗАДАЧА. ВЕРОЯТНОСТЬ ПОТРЕБНОСТИ В ГИДРОТЕРМИЧЕСКИХ МЕЛИОРАЦИЯХ

Определив вероятность потребности в водных и тепловых мелиорациях, можно переходить к вычислению комплексного показателя, который будет содержать в себе вероятность необходимости гидротермических мелиораций. В природных условиях бывает очень трудно разграничить воздействие температуры и влажности на растение, поэтому вычисление комплексного показателя поможет более полно рассмотреть в синтезе требования растения и условия внешней среды.

Схема решения двумерной задачи аналогична схемам решения одномерных задач. Прежде всего необходимо определить требования растений. В рассматриваемом случае требования растений будут выражены в виде замкнутой области в координатах влагозапасов  $W$  и температур почвы  $t$ . Области такого вида рассматривались нами выше (см. рис. 12 и 13). Напомним, что на рис. 13 эллиптическая изооптимальная область заменена равной по площади прямоугольной областью.

Гидротермические условия внешней среды можно полностью описать совместным законом распределения влагозапасов и температур почвы. В гл. 3 было показано, что закон распределения температур почвы и влагозапасов можно считать нормальным. В этом случае совместный закон распределения (плотность вероятности) при коэффициенте корреляции между влагозапасами и температурами почвы  $r_{tw} \neq 0$  выражается формулой

$$g(t, W) = \frac{1}{2\pi\sigma_t\sigma_W\sqrt{1-r_{tw}^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-r_{tw}^2)}\left[\frac{(t-\bar{t})^2}{\sigma_t^2} + \frac{(W-\bar{W})^2}{\sigma_W^2} - \frac{2r_{tw}(t-\bar{t})(W-\bar{W})}{\sigma_t\sigma_W}\right]\right\}, \quad (3.68)$$

Легко видеть, что при  $r_{tw} = 0$  эта формула значительно упрощается:

$$g(t, W) = \frac{1}{2\pi\sigma_t\sigma_W} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{t - \bar{t}}{\sigma_t} \right)^2 + \left( \frac{W - \bar{W}}{\sigma_W} \right)^2 \right] \right\}. \quad (3.69)$$

Следует отметить, что в ряде случаев, когда связь не слишком тесная, т. е.  $r_{tw} < r_{mm}$ , и маловероятна, можно считать, что величины  $t$  и  $W$  независимы.

В табл. 11 были приведены значения  $r_{tw}$  для многих пунктов ЕТС за каждую декаду вегетационного периода. Из данных этой таблицы видно, что лишь в редких случаях  $r > r_{знач}$ . Поэтому в массовых расчетах влагозапасы и температуры можно считать независимыми величинами и принять в первом приближении  $r_{tw} = 0$ . В таких случаях величину  $g(W, t)$  можно рассчитывать по формуле (3.69).

Для того чтобы подсчитать интегральную вероятность (обеспеченность) попадания случайной точки в произвольную область  $S_{opt} = \text{const}$ , нужно проинтегрировать выражение (3.68) или (3.69):

$$P[(t, W) \in S_{opt}] = \int_S \int g(t, W) dt dW. \quad (4.99)$$

В отдельных случаях, например когда область  $S$  ограничена прямоугольником со сторонами, параллельными главным осям рассеивания, или когда эта область представляет эллипс рассеивания и  $r_{tw} = 0$ , этот интеграл может быть выражен через известные функции, т. е. задача решается аналитически. В общем же случае этот интеграл через известные функции не выражается.

#### 4.6. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ. УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА

Для того чтобы подсчитать вероятность необходимости гидротермических мелиораций, необходимо вычислить, какова вероятность появления оптимальных гидротермических условий.

Эту вероятность можно рассматривать как вероятность совместного наступления оптимальных водных и тепловых условий.

Если события независимы, т. е. влагозапасы не зависят от температур почвы, то для отыскания вероятности совместного наступления этих событий можно использовать теорему умножения вероятностей. Исходя из этого, можно записать

$$P_{Wt} = P_W P_t. \quad (4.100)$$

Таким же образом можно записать

$$P_{opt}(tW) = P_{opt}(t) P_{opt}(W), \quad (4.101)$$

а для вероятности необходимости гидротермических мелиораций

$$\bar{P}_{Wt} = \bar{P}_W \bar{P}_t + \bar{P}_W P_t + P_W \bar{P}_t. \quad (4.102)$$

Таким образом, если величины вероятностей необходимости водных и тепловых мелиораций найдены, то вероятность необходимости гидротермических мелиораций легко определить по формуле (4.102). Если таких вычислений не сделано, то расчетная формула может быть иной:

$$\bar{P}_{Wt} = \bar{P}_{гтм} = 1 - P_{opt} = 1 - \left\{ \left[ \Phi^* \left( \frac{W'' - \bar{W}}{\sigma_W} \right) - \Phi^* \left( \frac{W' - \bar{W}}{\sigma_W} \right) \right] \times \right. \\ \left. \times \left[ \Phi^* \left( \frac{t'' - \bar{t}}{\sigma_t} \right) - \Phi^* \left( \frac{t' - \bar{t}}{\sigma_t} \right) \right] \right\}. \quad (4.103)$$

Обозначения в этой формуле следующие:  $\bar{P}_{гтм}$  — вероятность необходимости гидротермических мелиораций,  $P_{opt}$  — вероятность оптимальных гидротермических условий,  $W''$  — верхний предел оптимального диапазона влагозапасов,  $W'$  — нижний предел оптимального диапазона влагозапасов,  $\bar{W}$  — средняя многолетняя величина декадных влагозапасов,  $t''$  — верхний предел оптимального диапазона температур почвы,  $t'$  — нижний предел оптимального диапазона температур почвы,  $\bar{t}$  — средняя многолетняя декадная температура почвы (средняя суточная),  $\Phi^*(и)$  — интеграл вероятности.

Расчет по формуле (4.103) может быть выполнен только тогда, когда случайные величины независимы и распределены по нормальному закону.

Для случайных величин, существенно отклоняющихся от нормального закона, необходимо найти распределение, которому они подчиняются, определить аналитический вид их совместного распределения и провести двойное интегрирование [формула (4.99)] по области  $S$ , которая является изооптимальной. Так как совместный закон распределения температур и влагозапасов приближенно можно считать нормальным (п. 3.8), расчеты вероятности потребности в гидротермических мелиорациях можно проводить по формуле (4.103). Однако и в этом случае на ее применение накладывается некоторое ограничение. Не для всех видов изооптимальных областей пригодна эта формула. Ее можно использовать в том случае, когда изооптимальная область представлена в виде прямоугольника (см. рис. 13), оси симметрии которого параллельны осям координат.

В теории вероятностей существуют формулы, позволяющие подсчитать вероятность попадания (непопадания) случайной точки в области, имеющие форму эллипса и круга. Несмотря на кажущееся ограничение применений формулы (4.103), значение ее и возможность применения гораздо шире, чем это может показаться на первый взгляд.

В самом деле, изооптимальную область любой формы всегда можно разбить на ряд прямоугольников, стороны которых параллельны координатным осям. Затем определить вероятность попадания случайной точки в каждый из прямоугольников и, просуммировав эти вероятности, получить вероятность попадания случайной

точки с координатами  $W$  и  $t$  в изооптимальную область. Таким образом можно определить вероятность наступления оптимальных гидротермических условий.

Формула (4.101) для этого случая может быть записана в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^n P_i [(t, W) \subset S_{\text{opt}}] = \sum_{i=1}^n \left[ \Phi_i^* \left( \frac{W_2 - \bar{W}}{\sigma_W} \right) - \Phi_i^* \left( \frac{W_1 - \bar{W}}{\sigma_W} \right) \right] \times \\ \times \left[ \Phi_i^* \left( \frac{t_2 - \bar{t}}{\sigma_t} \right) - \Phi_i^* \left( \frac{t_1 - \bar{t}}{\sigma_t} \right) \right], \quad (4.104)$$

где  $W_1 < W$  и  $t_1 < t_2$  — координаты вершин углов отдельных прямоугольников,  $\Phi_t^*$  — интеграл вероятностей.

Вычислив по формуле (4.104) вероятность наилучших (оптимальных), хороших, средних и плохих условий, получим соответственно:

$$\left. \begin{aligned} &P(t_{0,9 \text{ opt}}; W_{0,9 \text{ opt}}); \quad P(t_{0,8 \text{ opt}}; W_{0,8 \text{ opt}}) \\ &P(t_{0,6 \text{ opt}}; W_{0,6 \text{ opt}}); \quad P(t_{0,4 \text{ opt}}; W_{0,4 \text{ opt}}) \end{aligned} \right\}. \quad (4.105)$$

Исходя из формулы (4.105), можно определить, насколько вероятны оптимальные условия или насколько часто оптимальные условия будут создаваться в этом географическом районе для данной культуры. Естественно, что, чем более вероятны оптимальные условия в данном районе, тем менее вероятна необходимость гидротермических мелиораций. Показатель необходимости гидротермических мелиораций при этом будет равен разности между вероятностью, равной единице, и вероятностью оптимальных условий:

$$P_{\text{ГТМ}} = 1 - \sum_{i=1}^n P_i [(t, W) \subset S_{\text{opt}}], \quad (4.106)$$

Кроме этого случая, формула типа (4.106) может быть использована, если изооптимальная область представлена в виде прямоугольника.

В более детальных расчетах следует пользоваться формулой (4.102). В эту формулу входит ряд слагаемых, которые отражают различные сочетания условий: член  $\bar{P}_W \bar{P}_t$  равен вероятности совместного появления неоптимальных условий и по влагозапасам и по температурам; член  $\bar{P}_W P_t$  равен вероятности совместного появления неоптимальных водных и оптимальных тепловых условий; член  $P_W \bar{P}_t$  равен вероятности совместного появления оптимальных влагозапасов и неоптимальных температур почвы. Сумма вероятности возможных сочетаний неоптимальных условий равна вероятности необходимости гидротермических мелиораций.

При решении конкретных задач имеет смысл анализировать не только величину вероятности необходимости гидротермических ме-

лиораций, но и отдельные компоненты, составляющие эту вероятность. Такой анализ даст возможность более правильно определить не только необходимость мелиораций, но и их направленность.

Для того чтобы связать характеристики, полученные раньше, — вероятность необходимости водных и тепловых мелиораций — с компонентами вероятности гидротермических мелиораций, нужно представить их в следующем виде:

$$\bar{P}_W = \bar{P}_W \bar{P}_t + \bar{P}_W P_t \quad (4.107)$$

и

$$\bar{P}_t = \bar{P}_W \bar{P}_t + P_W \bar{P}_t. \quad (4.108)$$

Приведем пример расчета вероятности необходимости гидротермических мелиораций. Используем для этого результаты вычислений из параграфов 4.3 и 4.4.

Надо определить вероятность необходимости гидротермических мелиораций  $\bar{P}_{ГТМ}$ , вероятность оптимальных гидротермических условий  $P_{opt}$  и отдельные компоненты, составляющие вероятность необходимости гидротермических мелиораций:  $\bar{P}_W \bar{P}_t$ ;  $\bar{P}_W P_t$ ;  $P_W \bar{P}_t$ .

Исходными данными здесь будут результаты расчетов, проведенных в параграфах 4.3 и 4.4. Выписываем их в первые четыре строки табл. 15. Расчет остальных данных не составляет труда.

Проанализируем результаты наших вычислений. Во-первых, вероятность оптимальных гидротермических условий имеет большие значения в начальный (1, 2 и 3-я декады мая) и конечный (3-я декада августа) периоды вегетации. Однако ни в одной декаде вегетационного периода вероятность оптимальных условий не равна единице, т. е. практически не будет лет, когда гидротермические мелиорации не будут нужны. Это положение более наглядно проявляется в показателе необходимости гидротермических мелиораций  $\bar{P}_{ГТМ}$ .

Во-вторых, вероятность гидротермических мелиораций  $\bar{P}_{ГТМ}$  закономерно увеличивается с момента посадки (1-я декада мая) почти до середины вегетационного периода и лишь в самом конце вегетации несколько снижается.

Рассмотрим отдельные компоненты, составляющие вероятность необходимости гидротермических мелиораций.

1. *Вероятность совпадения неоптимальных водных и тепловых условий*  $\bar{P}_W \bar{P}_t$  весьма мала в начале вегетационного периода и лишь в конце несколько увеличивается. Из этого можно сделать вывод, что совместное регулирование одновременно водных и тепловых условий в начальный период не понадобится, но один раз в 4 года оно будет необходимо со 2-й декады июля по 2-ю декаду августа. Следовательно, загрузку регулирующей — мелиоративной системы на совместное регулирование и температуры и влаготасов можно ожидать лишь в конце вегетационного периода.

2. *Вероятность сочетания неоптимальных водных и оптимальных тепловых условий*  $\bar{P}_W P_t$  весьма мала на протяжении всего вегета-



ционного периода. Поэтому можно полагать, что при оптимальном тепловом режиме не потребуется регулирования водного режима.

3. *Вероятность сочетания неоптимальных тепловых условий с оптимальными водными*  $P_w \bar{P}_t$  значительна на всем протяжении вегетационного периода. Практически не реже одного раза в 2 года необходимо регулирование теплового режима, хотя водный режим будет оптимальным. Кроме того, следует отметить, что член  $P_w \bar{P}_t$  вносит существенный вклад (50% и более) в величину вероятности необходимости гидротермических мелиораций.

Таким образом, эти данные наглядно показывают, что регулирование теплового режима также, а в отдельных случаях и более необходимо, чем регулирование водного режима.

Можно сделать и второй интересный вывод из приведенных расчетов: даже при оптимальных водных условиях весьма вероятно появление неоптимальных тепловых условий. Система, регулирующая тепловой режим, будет работать с большей нагрузкой, чем система, регулирующая водный режим.

В последних строках табл. 15 приведены вероятностные показатели гидротермических мелиораций, дифференцированные не только по факторам, но и по направленности воздействий. Анализ этих показателей дает информацию о необходимости совместного или раздельного регулирования водных и тепловых условий.

Вероятность необходимости орошения и утепления ( $P\uparrow_w P\uparrow_t$ ) и осушения и утепления ( $P\downarrow_w P\uparrow_t$ ) на всем протяжении вегетации равна нулю, т. е. такие совместные мероприятия можно не предусматривать.

Вероятность одновременного орошения и понижения температур  $P\downarrow_w P\downarrow_t$  хотя и отлична от нуля в конце вегетации, но по абсолютной величине мала.

Вероятность совместного осушения и понижения температур  $P\downarrow_w P_u\downarrow$  такова, что эти мероприятия могут понадобиться один раз в пять лет со 2-й декады июля по 2-ю декаду августа.

Вероятность необходимости орошения при оптимальных температурах  $P\uparrow_w P\downarrow_r$  так же как и вероятность осушения при оптимальных температурах  $P\downarrow_w P_t$ , мала в течение всей вегетации. Пренебрежимо мала и вероятность  $P\downarrow_r P_w$  повышения температур на фоне оптимального водного режима.

Совсем другой вывод напрашивается при анализе вероятности понижения температур при оптимальных водных условиях ( $P\downarrow_t P_w$ ). Здесь на протяжении почти всей вегетации величины вероятности значительны ( $P\downarrow_t P_w > 0,5$ ). Поэтому следует ожидать, что примерно через год будут создаваться условия, когда на фоне оптимального водного режима будет происходить перегрев растений. Следовательно, основные мелиоративные мероприятия в данном районе для рассматриваемой культуры должны быть направлены на понижение температур почвы.

Расчет вероятностных характеристик необходимости гидротермических мелиораций (Василевич)

Характеристика	Май			Июль			Июль			Август			P <sub>ср</sub>
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
$\bar{P}_w$	0,00	0,00	0,00	0,04	0,04	0,12	0,26	0,28	0,30	0,31	0,30	0,31	0,31
$P_w$	1,00	1,00	1,00	0,96	0,96	0,88	0,74	0,72	0,70	0,69	0,70	0,69	0,69
$P_t$	0,71	0,80	0,59	0,42	0,31	0,31	0,27	0,12	0,16	0,18	0,21	0,21	0,64
$\bar{P}_t$	0,29	0,20	0,41	0,58	0,69	0,69	0,73	0,88	0,84	0,82	0,79	0,79	0,36
$P_{opt} = P_w P_t$	0,71	0,80	0,59	0,40	0,30	0,27	0,20	0,09	0,11	0,12	0,15	0,15	0,44
$\bar{P}_w \bar{P}_t$	0,00	0,00	0,00	0,02	0,03	0,08	0,20	0,25	0,25	0,25	0,24	0,24	0,11
$\bar{P}_w P_t$	0,00	0,00	0,00	0,02	0,01	0,04	0,07	0,03	0,05	0,06	0,06	0,06	0,20
$P_w \bar{P}_t$	0,29	0,20	0,41	0,56	0,66	0,61	0,54	0,63	0,59	0,57	0,55	0,57	0,25
$\bar{P}_{гтм} = 1 - P_{opt}$	0,29	0,20	0,41	0,60	0,70	0,73	0,80	0,91	0,89	0,88	0,85	0,88	0,56
$P_{\downarrow w} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow w} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow w} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0,02	0,03	0,05	0,06	0,06	0,05	0,03	0,05	0,03	0,02
$P_{\uparrow w} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0,03	0,13	0,18	0,20	0,22	0,19	0,22	0,08
$P_{\downarrow w} P_t$	0	0	0	0	0	0,02	0,05	0,03	0,04	0,05	0,05	0,05	0,15
$P_{\uparrow w} P_t$	0	0	0	0,02	0,01	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,04
$P_{\downarrow t} P_w$	0,21	0,08	0,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,01
$P_{\uparrow t} P_w$	0,08	0,12	0,34	0,56	0,66	0,61	0,54	0,63	0,59	0,57	0,55	0,57	0,23

#### 4.7. ГРАФО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НЕОБХОДИМОСТИ ГИДРОТЕРМИЧЕСКИХ МЕЛИОРАЦИЙ МЕТОД ПОТАПОВА

Итак, были рассмотрены случаи, когда задача решалась аналитически. Однако поставленная задача может быть решена и графо-аналитически. Этот метод снимает многие ограничения, которые накладывались при применении аналитического метода.

Рассмотрим метод расчета вероятности оптимальных гидротермических условий, который является модифицированным методом Потапова [30]. Более подробно этот метод разработан для расчета максимальных расходов [4, 5] и широко используется в гидрологических расчетах. В мелиорации он применялся для выбора расчетного расхода регулируемых рек с учетом зависимости урожая и его стоимости от числа дней затопления [3]. В метеорологии этот метод использовался для вычисления максимальных температур [28]. Кроме того, графо-аналитический метод использовался для решения части поставленной нами задачи — вычисления вероятности оптимальных гидротермических условий [36, 46].

Рассмотрим подробнее случай применения графо-аналитического метода, когда законы распределения влагозапасов и температур несколько отличаются от нормального закона распределения, а влагозапасы и температуры почвы статистически независимы.

Один из способов этого метода заключается в следующем. Задаемся значением степени оптимальности  $S_{opt} = const$ , например  $S_{opt} = 0,8$ , интегральную вероятность которой необходимо определить, и значением  $t$  с обеспеченностью  $P_j$ . Из уравнения  $S_{opt} = f(t, W)$  или по графику изооптимальной области находим соответствующую величину и ее вероятность  $P_w$  по кривой обеспеченности. Получаем точку с координатами  $(P_t, P_w)$ . Эту точку наносим в квадрат со сторонами  $P_t = 1$  и  $P_w = 1$ . Задаваясь различными значениями  $t$  или  $W$ , находим ряд точек, по которым проводим кривую. Площадь внутри этой кривой в долях единицы дает обеспеченность величины  $S_{0,8 opt}$ , т. е. величину  $P[(t, W) \leq S_{0,8 opt}]$ . Эту же операцию можно повторить для разных степеней оптимальности условий  $S_{0,7 opt}$ ,  $S_{0,6 opt}$  и т. д.

В качестве иллюстрации этого метода приведем пример расчета для картофеля, возделываемого в районе Якутска [49]. Построение проводим следующим образом. С кривых  $S_{opt} = f(W, t)$  (см. рис. 12) равномерно снимаем координаты точек. Каждая точка имеет свои координаты  $W$  и  $t$  и расположение на вполне определенной кривой  $S_{opt} = const$ . По эмпирическим кривым обеспеченности температур и влагозапасов (рис. 15 и 16) для каждой точки находим обеспеченность запасов влаги и температуры почвы по декадам за весь вегетационный период (июнь—август). По этим точкам строим графики обеспеченности различной степени оптимальности внешних условий.

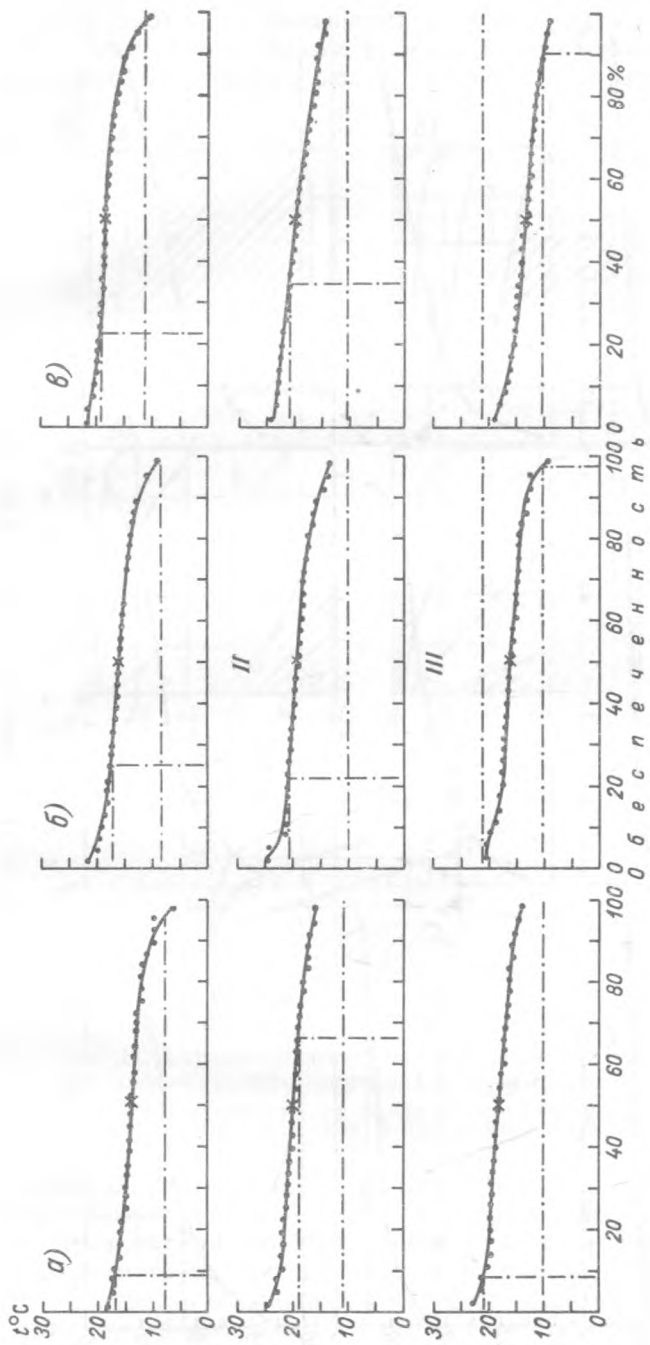


Рис. 15. Обеспеченности температур почвы.  
 I — июль, II — август, III — август, а — 1-я декада, б — 2-я декада, в — 3-я декада.

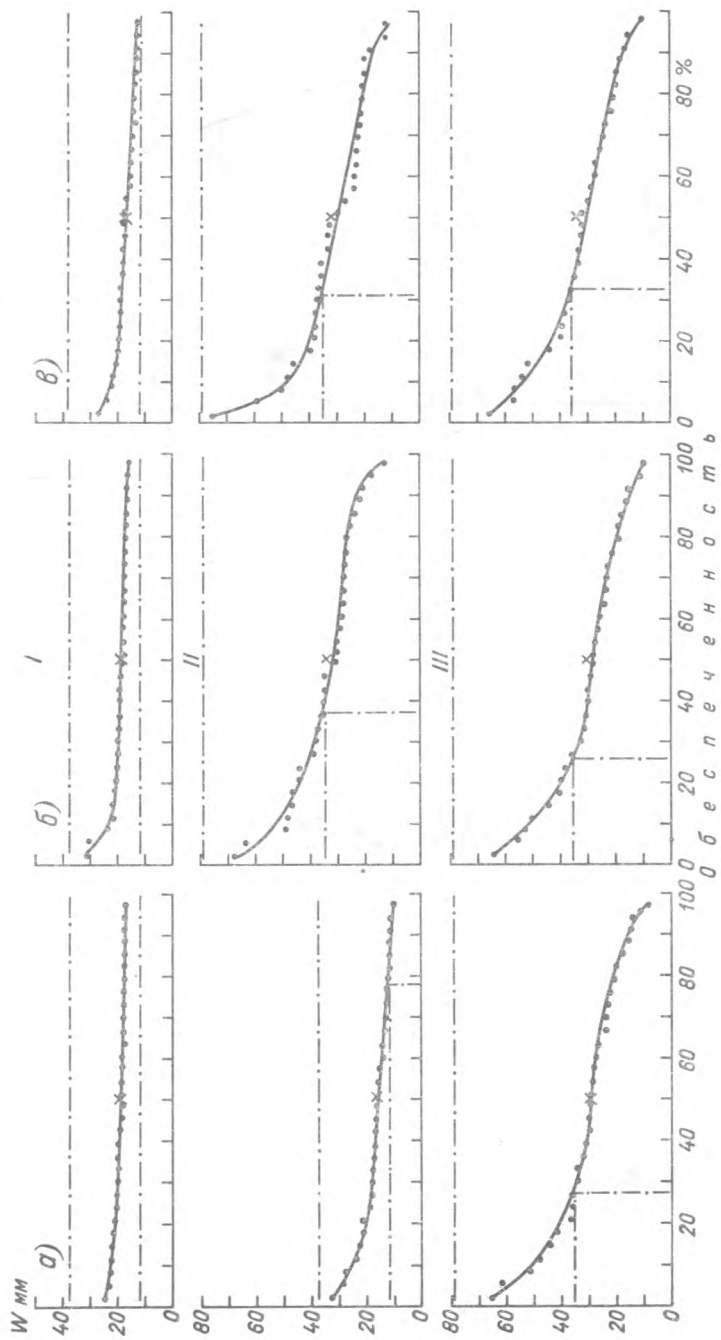


Рис. 16. Обеспеченности влагозапасов почвы.  
Усл. обозначения см. рис. 15.

По оси абсцисс откладываем обеспеченность температур почвы  $P_t$ , а по оси ординат — обеспеченность запасов продуктивной влаги в почве  $P_w$  (рис. 17). Графики на рис. 17 представляют собой замкнутые контуры. Каждый контур соответствует определенной

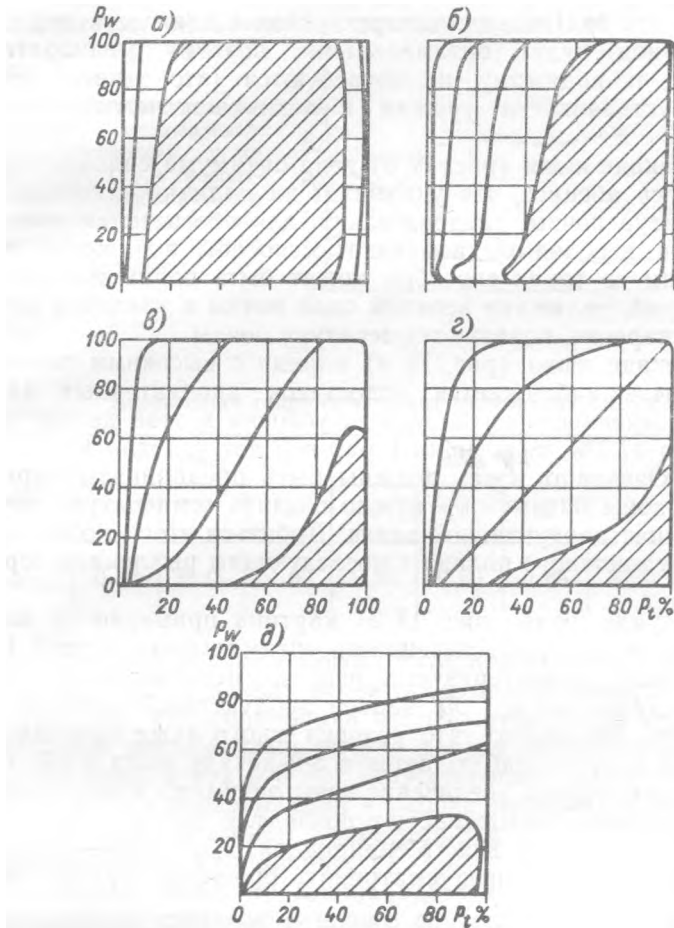


Рис. 17. К графоаналитическому методу расчета вероятности гидротермических условий  $P_{opt}$

*a* — 1-я декада июня, *б* — 2-я декада июня, *в* — 3-я декада июня, *г* — 1-я декада июля, *д* — 2-я декада августа.

степени оптимальности внешних условий. Площадь каждого контура характеризует обеспеченность (интегральную вероятность) данной степени оптимальности внешних условий. Определив эту площадь планиметром, относим ее к площади всего квадрата и получаем вероятность оптимальных гидротермических условий.

Рассматривая график для 1-й декады июня (рис. 17 *a*), видим, что зона оптимальных агрометеорологических условий имеет

распространение по всей оси абсцисс. Это говорит о том, что запасы продуктивной влаги в почве достаточны для получения оптимальных условий прорастания всходов картофеля.

Температуры почвы также обеспечивают оптимальные условия. Обеспеченность оптимума для 1-й декады июня составляет 75,6%. Это значит, что три года из четырех условия для роста картофеля в этот период будут оптимальными, поэтому мелиоративные воздействия, по-видимому, не потребуются (это зависит от требований к устойчивости урожая и технико-экономических расчетов).

Во 2-й декаде июня (рис. 17 б) зона оптимума сильно сдвинута вправо по оси абсцисс, что указывает на наличие слишком высоких температур почвы; следовательно, для обеспечения оптимальных условий необходимо изыскивать способы понижения температур. Одним из таких способов может быть полив малыми нормами, который, увлажнив верхний слой почвы и увеличив затраты тепла на испарение, понизит температуру почвы.

В 3-й декаде июня (рис. 17 в) наряду с высокими температурами в почве наблюдается недостаток продуктивных запасов влаги. Обеспеченность оптимальных условий в этой декаде снизилась уже до 17,2%, т. е. лишь 1 раз в 6 лет условия будут оптимальными. Очевидно, здесь должны быть предприняты меры для увеличения зоны оптимума — нужно снизить температуру почвы и повысить запас продуктивной влаги. Добиться этого можно проведением вегетационного полива с последующим рыхлением верхнего слоя почвы.

В 1-й декаде июля (рис. 17 г) картина примерно та же, что и в 3-й декаде июня, обеспеченность оптимальных условий 16,9%.

2-я декада июля характеризуется резким уменьшением влагозапасов почвы. Даже для 0,3 орт запаса продуктивной влаги в почве недостаточно. Это значит, что условия много хуже средних. Примерно та же картина наблюдается в 3-й декаде июля и 1-й декаде августа. В этот период увеличение зоны оптимума можно получить за счет увеличения влагозапасов в почве, т. е. путем поливов, атак как оптимальные условия в природной обстановке создаются только 1 раз в 5 лет, предусматривать орошение крайне необходимо.

Во 2-й декаде августа (рис. 17 д) происходит некоторое увеличение зоны оптимума за счет снижения температур в почве. Обеспеченность равна 25,4%.

Обеспеченность оптимума в 3-й декаде августа равна 30,1%. В этот период зона оптимума сильно сдвинута влево за счет пониженных температур в почве. Наблюдается также некоторое увеличение влагозапасов.

Из сказанного выше видно, что графо-аналитический метод расчета  $P[(t, W) \subset S_{opt}]$  имеет большую наглядность и дает дополнительную информацию, помогающую определить и направление, в котором следует проводить мелиорацию, и время, когда ее надо проводить.

Результаты расчета  $P[(t, W) \subset S_{\text{opt}}]$  по декадам вегетационного периода можно представить графически (рис. 18). Окончательным этапом расчета будет вычисление показателя необходимости гидротермических мелиораций  $\bar{P}_{\text{ГТМ}}$  по формуле  $\bar{P}_{\text{ГТМ}} = 1 - P_{\text{opt}}$ . Распределение вероятностей гидротермических мелиораций по декадам за вегетационный период показано в табл. 16.

Рис. 18. Изменение вероятности оптимальных гидротермических условий  $P_{\text{opt}}$  (1) и вероятности необходимости гидротермических мелиораций  $P_{\text{ГТМ}}$  (2) в период вегетации.

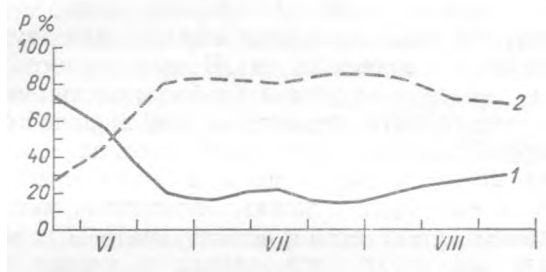


Таблица 16

Вероятности гидротермических мелиораций (Якутск)

	Июнь			Июль			Август		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$\bar{P}_{\text{ГТМ}}$	0,24	0,48	0,83	0,83	0,80	0,86	0,82	0,75	0,70

Данные этой таблицы можно интерпретировать следующим образом: если в 1-ю декаду вероятность необходимости мелиорации 0,24 означает, что мелиорации потребуются 1 раз в 5 лет, то начиная с 3-й декады июня по 1-ю декаду августа  $P_{\text{ГТМ}} \geq 0,8$  означает, что лишь 1 раз в 5 лет искусственные воздействия не понадобятся. Таким образом, если в районе Якутска необходимо получить высокий урожай картофеля, следует предусматривать гидротермические мелиорации.

По данным табл. 16 можно судить о степени загруженности мелиоративной системы. В нашем случае только 1 раз в 5 лет мелиоративная система не будет работать большую часть вегетационного периода. Вывод о загруженности системы интересен с точки зрения ее технической эксплуатации.

#### 4.8. ТРЕХМЕРНАЯ ЗАДАЧА. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕОБХОДИМОСТИ СОВМЕСТНЫХ ВОДНЫХ, ТЕПЛОВЫХ И ПИЩЕВЫХ МЕЛИОРАЦИИ

Решение задачи о необходимости водных, тепловых и пищевых мелиораций более полно раскроет проблему создания оптимальных условий для максимального роста и развития растения. Вода, тепло и питание растения являются, пожалуй, наиболее важными



факторами внешней среды, определяющими урожай сельскохозяйственных культур.

Общая схема решения этой задачи остается прежней. Во-первых, необходимо иметь требования растения к пищевому режиму в зависимости от влажности и температур. Нам представляется, что для изооптимальной области (например,  $5 = 0,8 \text{ opt}$ ) эту фигуру можно показать в виде эллипсоида в следующих координатах:  $W$  — водный фактор,  $t$  — фактор тепла,  $f$  — фактор питания (напомним, что изооптимальная область для двух переменных была представлена в виде эллипса). Во вторых, в соответствии с общей схемой, для решения задачи о необходимости мелиораций, нужно иметь количественную характеристику внешней среды. В случае же трехмерной задачи, кроме статистических рядов влагозапасов и температур почвы, необходимо еще иметь и многолетние статистические ряды количеств основных элементов питания ( $N$ ,  $P$ ,  $K$ ). Следует отметить, что если рассматривать все элементы, то задача значительно усложнится, однако ее можно разбить на отдельные задачи, в каждой из которых будет участвовать лишь один элемент питания.

Настоящую задачу можно рассматривать с двух сторон. С одной стороны, когда количество питательных веществ пополняется в основном за счет разложившихся растительных остатков. Такое положение наблюдается в естественных растительных ассоциациях (леса, луга и т. п.). На осушенных болотах питательные вещества ежегодно пополняются от разложения органического вещества торфа (низинные болота). Можно считать, что разложение органического вещества здесь существенно зависит от водного и теплового режимов, которые в свою очередь определяются метеорологическими условиями. Поэтому изменение количества питательных веществ будет случайным во времени.

Количество питательных веществ пополняется также за счет поступления минеральных солей с грунтовыми водами. Можно считать, что колебания грунтовых вод от года к году подчиняются стохастическим законам, поэтому и эта статья баланса питательных веществ имеет свое распределение.

Некоторое количество минеральных солей поступает с атмосферными осадками; это поступление также является случайным во времени. Таким образом, можно утверждать, что конечное изменение запасов питательных веществ происходит случайно, и, следовательно, речь идет о случайной функции, которая описывает этот процесс.

С другой стороны, мы рассматриваем вопрос об определении потребности пищевых мелиораций в искусственных растительных ассоциациях, т. е. при выращивании сельскохозяйственных культур, когда часть растительной массы убирается вместе с урожаем и не попадает в почву для последующего разложения. Таким образом, происходит ежегодное уменьшение количества питательных веществ. Задача имеет стохастическую структуру, так как находится в прямо пропорциональной зависимости от количества уро-

жая, который в свою очередь зависит от случайных метеорологических условий. Следовательно, и в этом варианте можно говорить о законе распределения случайной величины выноса питательных веществ с урожаем.

В данном случае определенное количество питательных веществ может быть внесено с удобрениями. Эту составляющую баланса питательных веществ можно в первом приближении рассматривать как неслучайную величину; она не изменит общего закона распределения, а лишь сдвинет его математическое ожидание на соответствующую величину. Строго говоря, и интенсивность усвоения внесенных удобрений случайна во времени, однако в первом приближении ее можно считать неслучайной величиной.

Таким образом, для решения поставленной задачи необходимо знать законы распределения запасов усвояемых питательных веществ и определить их числовые характеристики на основании экспериментального материала. Первым шагом в этом направлении должно быть определение закона распределения  $g(f)$  запасов питательных веществ при оптимальных влажностях и температурах. Следующим шагом должен явиться вывод совместного закона распределения  $g(W, t, f)$  влаги, тепла и минерального питания.

В общем виде задачу об определении необходимости гидротермических и пищевых мелиораций можно сформулировать следующим образом: определить вероятность непопадания случайной точки с координатами  $(W, t, f)$  в изоптимальный эллипсоид, т. е.

$$\bar{P}_{\text{гтп. м}} = 1 - P_{\text{гтп. м}} = 1 - \int \int \int_S g(W, t, f) dW dt df. \quad (4.109)$$

Можно полагать, что запасы питательных веществ будут существенным образом зависеть от влагозапасов и температур, т. е. между этими величинами будет тесная статистическая связь. Это обстоятельство несколько усложнит математический аппарат, но не вызовет принципиальных затруднений.

По аналогии с (4.107) и (4.108) можно записать формулы для определения вероятности необходимости пищевых мелиораций  $\bar{P}_f$ :

$$\bar{P}_f = \bar{P}_W \bar{P}_t \bar{P}_f + P_W \bar{P}_t \bar{P}_f + P_W \bar{P}_t P_f + \bar{P}_W P_t \bar{P}_f. \quad (4.110)$$

Вероятность оптимальных пищевых условий

$$P_f = \bar{P}_W \bar{P}_t P_f + \bar{P}_W P_t P_f + P_W \bar{P}_t P_f + P_W P_t P_f. \quad (4.111)$$

В заключение отметим, что нетрудно поставить и задачу определения вероятности оптимальных световых условий, т. е. ввести еще одну переменную. Общая схема задачи при этом сохранится. Основная сложность будет заключаться лишь в определении требований растений ко многим факторам и законов распределения этих факторов.

#### 4.9. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВОЗМОЖНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ДАЛЬНЕЙШЕГО РАЗВИТИЯ МЕТОДА РАСЧЕТА НЕОБХОДИМОСТИ МЕЛИОРАЦИИ

Итак, сделав ряд расчетов по разработанной выше методике, мы получили вероятность потребности в мелиорациях данного района.

Как и в каких случаях наиболее эффективно можно использовать этот показатель?

Прежде всего отметим, что настоящий расчет является одной из разновидностей стохастического прогноза. В самом деле, на основании изучения многолетних распределений мы прогнозируем, с какой вероятностью могут появиться те или иные условия. Как любой стохастический прогноз, предлагаемый метод расчета не указывает, в какие конкретные годы будут нужны те или иные мелиорации, но в многолетнем разрезе можно утверждать, что в данном месте мелиорации более вероятны, чем в другом. Поэтому показатель необходимости мелиораций создан для широкого многолетнего планирования мелиораций на больших территориях.

Определение необходимости мелиораций должно предшествовать разработке проектов мелиоративных систем.

Немаловажным обстоятельством является возможность разложить вероятность необходимости мелиораций на составляющие. В этом плане можно проанализировать наиболее вероятную направленность регулирующей мелиоративной системы.

Разногласия по поводу проектирования и строительства систем двустороннего регулирования можно ликвидировать на основании анализа показателей необходимости повышения и понижения влагозапасов. Если вероятности необходимости повышения и понижения влагозапасов достаточно велики, можно положительно решить вопрос о строительстве системы двустороннего регулирования. Таким образом, в частном случае предлагаемый метод расчета становится методом обоснования необходимости двустороннего регулирования условий внешней среды.

Рассчитав обоснование тепловых мелиораций, можно определенным образом ответить на ряд вопросов, которые стоят перед мелиоративной наукой и сельскохозяйственным производством.

Наиболее важным из них является вопрос о тепловых мелиорациях в умеренных широтах нашей страны, так как принято считать, что температурный режим для всех сельскохозяйственных культур здесь оптимальный и менять его нет необходимости. Забегая несколько вперед, скажем, что такое мнение ошибочно. Регулирование теплового режима для такой традиционной культуры, как картофель, также (а иногда и более) необходимо, как и регулирование водного режима. Доказательства этого положения будут приведены ниже.

Теперь остановимся на некоторых направлениях, по которым надо совершенствовать метод расчета вероятности потребности в мелиорациях и вероятности оптимальных условий.

В первую очередь необходимо совершенствовать математическое описание требований растений к условиям внешней среды. Подлежат более полному решению задачи о природе математических зависимостей  $S = S(t, W, /...)$ .

Необходимо еще глубже разработать вопрос об изменении требований растений в связи с их ростом и развитием и решить вопрос о связи между требованиями растений в разные промежутки времени. Например, как связаны требования растения к декадным влагозапасам и температурам с требованиями, выраженными в виде суточных или месячных влагозапасов и температур почвы.

Дальнейшей разработке подлежит вопрос о связи между потерями урожая и временным ухудшением внешних условий. Решение его даст возможность экономически оптимально регулировать внешние условия на мелиорируемых землях.

Поставленные задачи должны решаться совместно биологами, математиками и инженерами.

В области совершенствования математического описания условий внешней среды также предстоит решить ряд задач.

Во-первых, предстоит еще раз рассмотреть пути получения статистических рядов — факторов внешней среды. Представляется, что наиболее перспективным в этом направлении может быть теоретический подход, заключающийся в составлении и решении стохастических дифференциальных уравнений. Решения этих уравнений получаются в виде законов распределения соответствующих элементов. Этот путь позволит легко переходить от климатических к микроклиматическим обоснованиям необходимости мелиораций. Однако теоретический подход не исключает изучения экспериментальных многолетних рядов метеорологических элементов. Экспериментальные законы распределения позволят проверить правильность составления исходного уравнения.

Во-вторых, факторы внешней среды следует рассматривать не как случайные величины, а как случайные функции. Это даст возможность получить непрерывную функцию вероятности необходимости мелиораций во времени.

Решение этих задач поможет получить более полную и более точную информацию о степени необходимости мелиораций.

#### 4.10. ТОЧНОСТЬ РАСЧЕТОВ ВЕРОЯТНОСТИ ПОТРЕБНОСТИ МЕЛИОРАЦИИ

Метод расчета можно считать полным, если оценены ошибки расчета. Рассмотрим вопрос об ошибках расчета вероятности необходимости мелиораций и вероятности оптимальных условий.

Значения интеграла вероятности затабулированы, и это дает возможность построить график зависимости ошибок определения

интеграла вероятности от ошибок величин, входящих в значение аргумента этого интеграл;  $\left(u = \frac{\Psi - \Psi_{\text{ср}}}{\sigma}\right)$ .

Если ошибки аргумента выразить в долях от среднего квадратического отклонения, то можно построить график (рис. 19). На оси ординат отложим вероятности, ошибки которых следует определить, на оси абсцисс — ошибки аргумента интеграла вероятности, выраженные в долях от среднего квадратического отклонения  $\Delta u = \Delta \varphi / \sigma$ .

Пользоваться этим графиком нужно следующим образом. По известным абсолютным ошибкам факторов Лер определяют ошибку

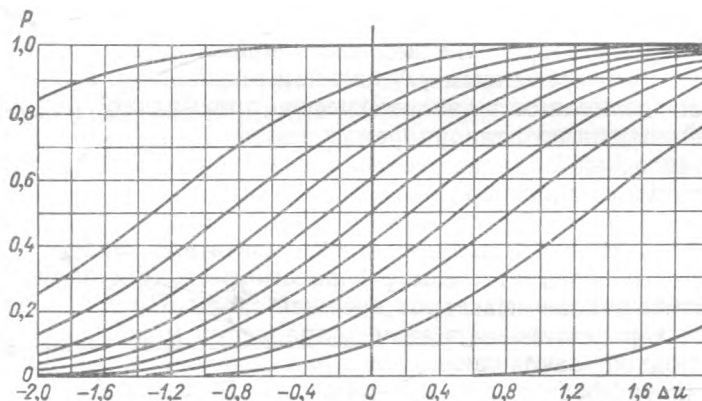


Рис. 19. Зависимость величин вероятности от ошибок аргумента  $\Delta u$ .

$\Delta u$  и находят значение вероятности. Самые большие ошибки получаются при вероятности 0,5, так как в этом случае кривая, по которой распределяются отклонения от расчетной вероятности, имеет наибольший наклон.

В п. 3.9 были определены ошибки расчетов влагозапасов и температур почвы. Напомним, что  $\Delta W_{\text{ср}} = (0,04 \div 0,05) W_{\text{ср}}$ ;  $\Delta t_{\text{ср}} = 0,5^\circ \text{C}$ .

Определим ошибки расчетов для примеров, приведенных выше.

Сначала определим ошибки  $\bar{P}_{\uparrow w}$ ,  $\bar{P}_{\downarrow w}$ ,  $P_{\text{opt}}$ . Наибольшие из них будут при больших средних значениях и при меньших средних квадратических отклонениях  $\sigma$ . В табл. 12 показано, что меньшие значения  $\sigma_w$  приходятся на начальный период вегетации. В конце вегетации они значительно повышаются, следовательно, ошибки понижаются. Кроме того, на начальный период приходятся большие значения средних влагозапасов. Все это дает основание утверждать, что максимальные ошибки аргумента будут в начальный период вегетации. Так, в первой декаде мая значения  $\Delta u \approx$

$$\approx \frac{0,5 \cdot 62}{5,2} = \pm 0,6 \text{ (Василевичи)}. \text{ Если бы вероятности } \bar{P}_{\downarrow w} \text{ и } \bar{P}_{\uparrow w}$$

были отличны от 0 или 1, то ошибки могли бы доходить до 30% вероятности, но в начальные периоды эти вероятности мало отличаются от 0 и 1, поэтому ошибка вероятности  $P$  даже при  $\Delta i = \pm 1$  не превосходит 3%.

Рассмотрим ошибку наибольшей вероятности  $P \downarrow ж = 0,45$  (1-я декада августа, Василевичи):  $\Delta u = \frac{0,05 \cdot 46}{23,4} = \pm 0,1$ , ошибку вероятности снимаем с рис. 19, она не превышает 4% -

В случае расчета вероятности необходимости тепловых мелиораций максимальная ошибка появляется при минимальном среднем квадратическом отклонении. На основе анализа изменения средних квадратических отклонений по многим пунктам ЕТС можно сказать, что оно меняется в пределах 2,0—4,0° С. Рассмотрим слу-

чай меньшего отклонения. Тогда  $\Delta u = \frac{0,5}{2,0} = 0,25$ . Это и будет максимальная ошибка аргумента интеграла вероятности, максимальная ошибка вероятности  $\pm 10\%$  будет при  $P = 0,5$ . В рассматриваемом примере эта ошибка не превышает нескольких процентов.

Так, для Василевичей в 3-ю декаду августа  $Pг = 0,44$ ,  $\Delta u = \frac{0,5}{2,9} = 0,17$ ,  $\Delta i \approx \pm 5\%$  вероятности.

В дальнейшем за максимальную ошибку расчетов будем принимать  $\pm 10\%$  вероятности необходимости водных и тепловых мелиораций. Ошибка вероятности оптимальных условий будет такой же.

Рассмотрим вопрос об ошибках вычисления вероятности необходимости совместных мелиораций  $P_{wt}$ , помня, что  $P_{tw} = P_w P_t$ . Формулу для расчета ошибки  $\Delta P_{wt}$  можно записать в следующем виде:

$$\Delta P_{wt} = \pm (P_w \Delta P_t + P_t \Delta P_w). \quad (4.112)$$

Ввиду того что максимальная ошибка  $\Delta P_w = \Delta P_t = 0,1$  бывает только при вероятностях, близких к 0,5, подсчитаем значение  $\Delta P_{wt} = \pm (0,5 \cdot 0,1 + 0,5 \cdot 0,1) = \pm 0,1$ . Таким образом, и в этом случае абсолютная ошибка расчета вероятности не превышает 10%.

#### 4.11. ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕОБХОДИМЫХ МЕЛИОРАТИВНЫХ ВОЗДЕЙСТВИИ

Для того чтобы определить мощность мелиоративной системы, а следовательно, и капиталовложения в нее, необходимо знать, на какую величину регулирующая система должна изменять внешние условия, чтобы они были оптимальными, т. е. нужно рассчитать необходимые мелиоративные воздействия  $\Delta \varphi$ .

Поскольку при обосновании мелиораций мы имеем дело со случайными величинами, величина необходимого мелиоративного воздействия, кроме числового значения, должна иметь и значение вероятности, с которой ее можно ожидать  $P(\varphi) = a$ .

Таким образом, задача может быть сформулирована в следующем виде: определить направление и величину при

данном законе распределения, на которую необходимо сдвинуть значение влагозапасов или температур, вероятность которых равна  $a$  и  $1 - a$ , для того, чтобы это значение попало в оптимальный интервал требований растений. Записать его можно так:

$$\Delta\varphi = \varphi_{\text{opt}} - [\varphi_{\text{cp}} + \arg F(u) \sigma_{\varphi}], \quad (4.113)$$

где  $\Delta\varphi$  — необходимое мелиоративное воздействие, вероятность которого равна  $F(u) = a$ ,  $\varphi_{\text{opt}}$  — координата середины оптимального диапазона,  $\varphi_{\text{cp}}$  — средняя многолетняя величина фактора,  $F(u)$  — значение интегральной функции распределения,  $\arg F(u)$  — аргумент  $F(u)$ ,  $\sigma_{\varphi}$  — среднее квадратическое отклонение фактора.

Если закон распределения фактора нормальный, то функция  $F(u)$  представляется в виде интеграла вероятности  $\Phi^*(u)$ , и для двух вероятностей  $a$  и  $1 - a$  — аргумент этой функции имеет одинаковое численное значение и отличается лишь знаком. В этом случае равенство (4.113), например для водного фактора, можно записать в следующем виде:

$$\Delta W_{a; 1-a} = W_{\text{opt}} - |\bar{W} \pm u_a \sigma_W|. \quad (4.114)$$

Для теплового и других факторов запись будет аналогичная.

Обсудим некоторые вопросы, связанные с использованием выражения (4.114). В это выражение входит вероятность  $a$ , т. е. вероятность, с которой появится необходимость в воздействиях, равных или меньших  $\Delta W$ . Выбор уровня этой вероятности не рассматривается в настоящей работе, так как это самостоятельная задача, основным стержнем которой является экономическое обоснование, но из практических соображений можно выбрать уровень вероятности  $a = 0,10$ . Это значит, что если мелиоративная система будет запроектирована на необходимое воздействие  $\Delta W_{a=0,1}$ , то она сможет оптимально регулировать водный режим в такой «сухой» год, вероятность которого не менее 0,1. Расчет необходимых мелиоративных воздействий при вероятности  $1 - a$  позволит сказать, какие воздействия нужны для того, чтобы система оптимально регулировала водный режим во «влажный» год, вероятность которого не более 0,9.

Отметим, что здесь принято считать меньшую вероятность соответствующей меньшему значению фактора, а большую вероятность — большему значению фактора. Это не только более естественно, но, самое главное, позволяет непосредственно использовать вероятностные таблицы, что намного облегчает работу и устраняет путаницу в расчетах.

При использовании выражений (4.112) — (4.114) возникает второй вопрос: в какую точку оптимального диапазона должна быть сдвинута координата внешних условий?

В выражениях (4.113) и (4.114) за эту точку принята середина оптимального диапазона  $W_{\text{opt}}$ . Такая постановка предъявляет несколько повышенные требования к мощности регулирующей системы, но величина необходимого мелиоративного воздействия в этом случае является максимальной при данной вероятности.

В этом случае мы получаем крайние пределы регулирования, и система, запроектированная на них, с гарантией обеспечит оптимальный режим. В дальнейшем искомую точку оптимального диапазона следует выбирать исходя из знания точности регулирования фактора, точности определения координаты внешних условий заданной вероятности и экономических соображений.

При расчете может встретиться два случая:  $\Delta W > 0$  и  $\Delta W < 0$ . Естественно, что в первом случае необходимо увеличение, а во втором — уменьшение влагозапасов. Может появиться и еще один момент, который вызовет вопросы. До сих пор все расчеты проводились для каждой декады вегетационного периода. Вероятность  $\alpha$  выбирается одинаковой для всех декад вегетации. Можно сразу же возразить и показать, что вероятность того, что все декады конкретного года будут иметь одинаковую вероятность, крайне мала. Практически такого года в природе не существует. Однако вероятность того, что хотя бы одна декада вегетационного периода будет иметь вероятность, равную  $\alpha$ , будет намного отличаться от нуля. Значит, в многолетнем разрезе все декады вегетации хотя бы один раз будут иметь такие влагозапасы или температуры, вероятности которых равна  $\alpha$ . Для того чтобы гарантировать себя от промахов, ставим более жесткие условия — равенство вероятности на протяжении всего вегетационного периода. Однако эту задачу можно решить и более экономно. Для этого следует найти наиболее вероятное расположение вероятностей внешних условий различных декад. Эта задача отнюдь не простая, но принципиально решить ее можно.

Приведем пример расчета  $\Delta \varphi$  для Василевичей.

Расчет необходимых водных и тепловых воздействий делаем по формуле (4.114); результаты сводим в табл. 17. Данные, необходимые для вычислений по культуре картофеля, используем следующие:  $t_{\text{opt}} = 14^\circ\text{C}$ ,  $W_{\text{opt}} = 65$  мм; средние декадные влагозапасы и температуры и их средние квадратические отклонения берем на графиках изменения средних влагозапасов и средних квадратических отклонений.

В этой таблице, кроме необходимых управляющих воздействий во «влажный» и «сухой», «теплый» и «холодный» годы, приведены наиболее вероятные мелиоративные воздействия, т. е.  $\Delta T_{50\%}$  и  $\Delta t_{50\%}$ . Величины таких воздействий будут повторяться почти ежегодно.

Из табл. 17 в первую очередь можно определить максимальные диапазоны регулирования влагозапасов и температур на картофеле. Для Василевичей  $d_{\text{max}}$  изменяется от  $-26$  до  $43$  мм и от  $-10$  до  $5^\circ\text{C}$ ; диапазон вероятных воздействий  $dw_{50\%}$  меняется от  $-17$  до  $14$  мм и от  $1$  до  $-6^\circ\text{C}$ .

Более интересным, на наш взгляд, является то, что, судя по данным табл. 17, необходимо как понижение, так и повышение влагозапасов для оптимального роста картофеля. Таким образом, для поддержания оптимального водного режима необходимо



Необходимые мелиоративные воздействия по водному и тепловому режимам  
(Василевичи)

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$\Delta W_{10\%}$ мм	5	3	-5	-8	10	23	38	43	45	44	45	44
$\Delta W_{50\%}$ мм	-2	-7	-12	-17	-7	-1	6	9	12	14	12	10
$\Delta W_{90\%}$ мм	-9	-17	-19	-26	-24	-25	-26	-25	-21	-16	-21	-24
$\Delta t_{10\%}$ °С	5	3	3	0	-2	-2	-2	-3	-3	-3	-2	1
$\Delta t_{50\%}$ °С	1	0	-2	-4	-4	-5	-5	-6	-6	-5	-5	-2
$\Delta t_{90\%}$ °С	-3	-4	-7	-8	-7	-8	-8	-10	-9	-8	-8	-6

строительство системы двустороннего регулирования. Даже в средние по влагозапасам годы в некоторые декады нужно понижение, а в некоторые — повышение влагозапасов.

Интересным также является вывод о необходимости понижения или повышения декадных температур почвы. Даже в средние по теплообеспеченности годы необходимо значительное понижение температур. Этот вывод для мелиорации новый и в определенной степени неожиданный. До сих пор существовало мнение, что температурный режим следует регулировать в районах многолетне-, мерзлых грунтов и в районах Средней Азии. Наши данные показывают, что для картофеля это мнение ошибочно. Регулирование температур, особенно их понижение, необходимо даже в более северных районах ЕТС.

Несколько слов следует сказать о том, какие величины воздействий являются существенными, а какие — нет. Не вдаваясь в подробности, заметим, что повышение или понижение влагозапасов на  $\pm 10$  мм и менее можно считать несущественным, так как эта величина составляет ошибку расчетов. Для температур существенным является необходимость изменения более чем на  $\pm(1-2)^\circ$  С. Это обусловлено не только тем, что упомянутые значения равны ошибкам расчета, но и тем обстоятельством, что понижение средних декадных температур на  $1^\circ$  повлечет за собой необходимость снижения максимальных температур на несколько градусов.

В связи с этим следует отметить большие трудности, которые стоят на пути решения вопроса о регулировании температур почвы. До сих пор принципиально не решен вопрос о возможности регулирования температур в необходимых пределах, хотя влияние мульчирования, рыхления, поливов и других мероприятий изучается в настоящее время. Решению этого вопроса принадлежит будущее.

В дальнейшем, найдя связь между максимальным диапазоном регулирования влагозапасов и температур и энергозатратами на обеспечение этого диапазона, можно подсчитать необходимые капиталовложения в данный мелиоративный объект и районировать значения капиталовложений по территории всей страны.

## ГЛАВА 5. БИОКЛИМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ГИДРОТЕРМИЧЕСКИХ МЕЛИОРАЦИЙ ДЛЯ КАРТОФЕЛЯ НА ЕВРОПЕЙСКОЙ ТЕРРИТОРИИ СССР

### 5.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ. ОПТИМАЛЬНЫЕ ДИАПАЗОНЫ. УСЛОВИЯ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ

Рассмотрим результаты расчетов обоснования гидротермических мелиораций на большей части Европейской территории Советского Союза (за исключением районов южнее Курска, Заволжья и Прибалтики).

В качестве культуры был выбран картофель. Этот выбор основан на том, что картофель является традиционной культурой в северной и центральной частях ЕТС, и поэтому получение высоких урожаев имеет здесь немалое значение. С другой стороны, картофель весьма чувствителен к повышению или понижению температур по сравнению с оптимальными, и, следовательно, тепловые мелиорации могут дать значительный эффект там, где они будут необходимы.

В качестве оптимальных были выбраны следующие диапазоны влагозапасов и температур почвы:  $W' \div W'' = 31 \wedge 89$  мм продуктивной влаги в слое 0—50 см супеси и суглинков;  $t' + t'' = 12 \div 19^\circ\text{C}$  — средние суточные температуры за декаду на глубине 10 см. Нетрудно заметить, что эти диапазоны соответствуют 0,8 opt (см. табл. 4).

Если принять, что при степени оптимальности  $S=1,0$  урожай картофеля в рассматриваемом районе составляет 500 ц/га, то при  $S_{\text{rw}} = 0,8$  и оптимальном режиме питания он составит 400 ц/га. Поэтому дальнейшие вычисления проводились в расчете на регулирование водного и теплового режимов в целях получения указанного урожая.

Строго говоря, вопрос выбора величины оптимального диапазона регулирования должен решаться на основе технико-экономических расчетов. Ввиду того что методика и техника таких расчетов не входит в тематику книги, этот вопрос здесь не обсуждается, а диапазоны выбраны из соображений получения достаточно высокого урожая.

Внешние условия характеризовались продуктивными влагозапасами в слое 0—50 см, вычисленными на каждую декаду,

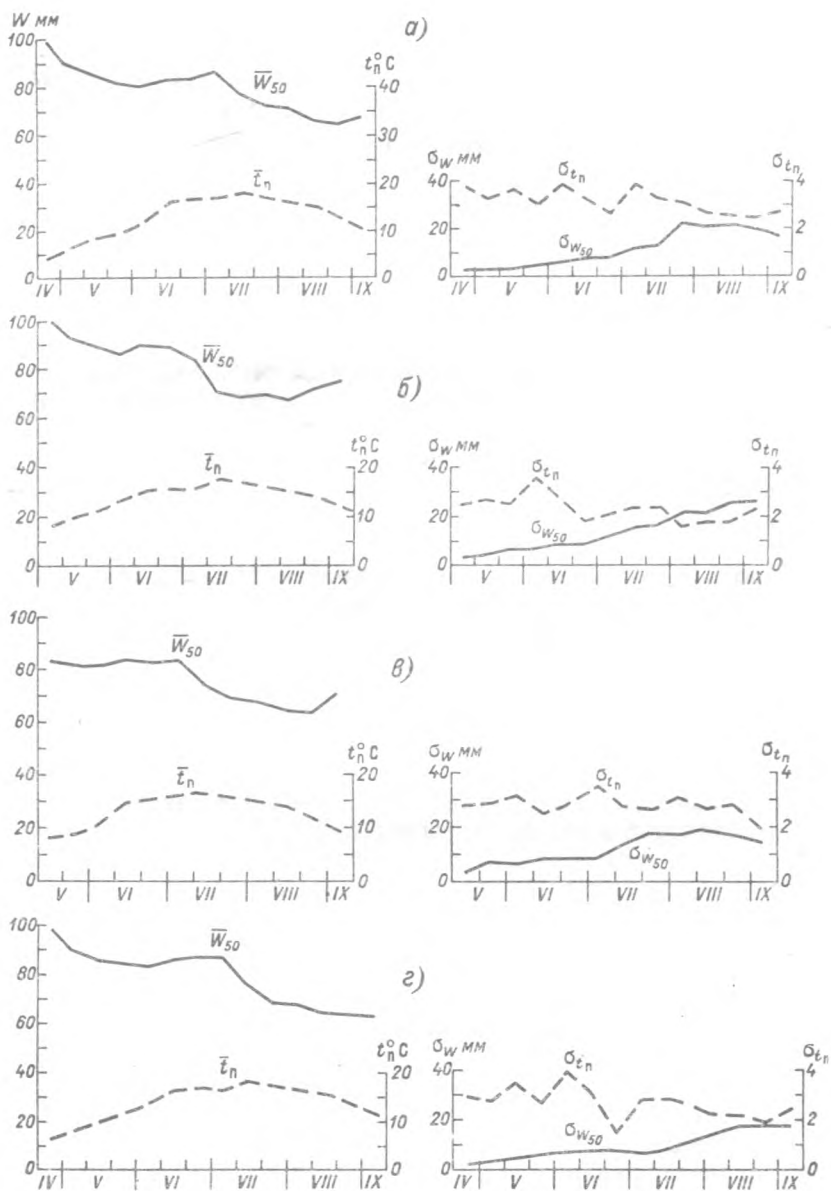
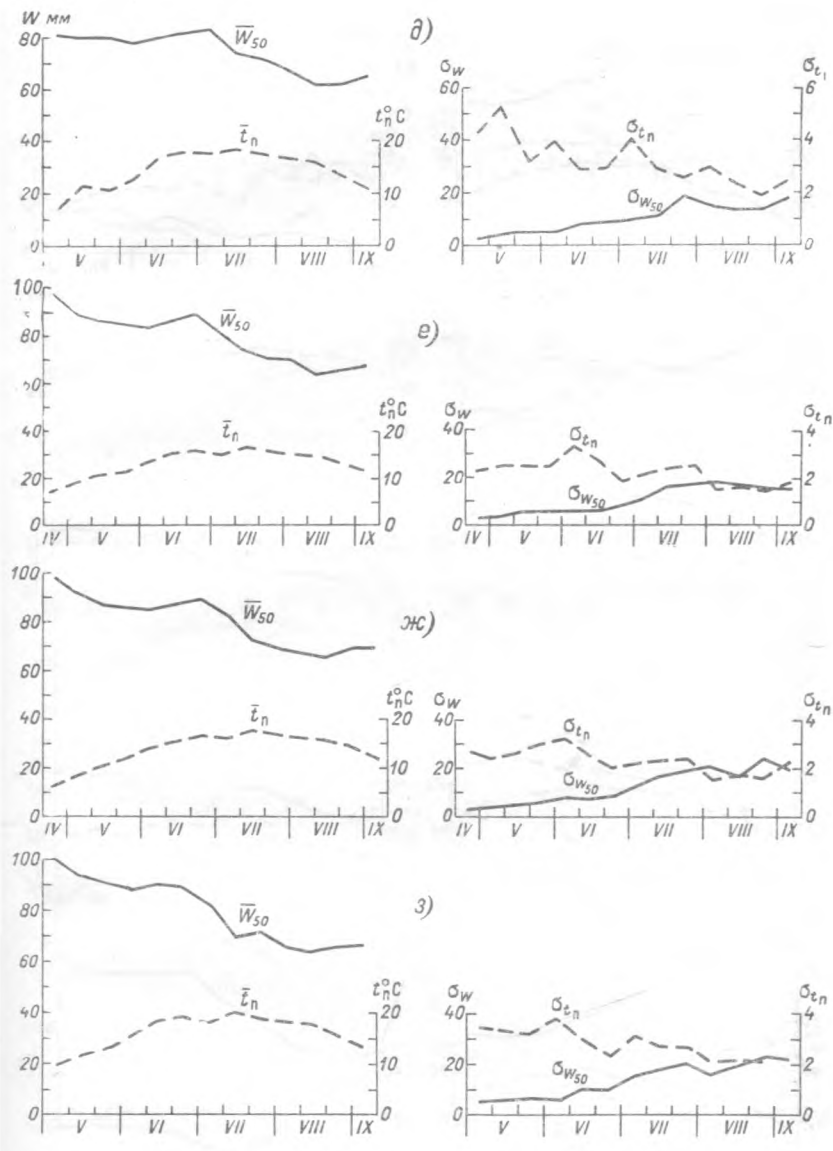


Рис. 20 а—з. Изменение средних влагозапасов  $\overline{W}_{50}$ , температур  $\overline{t}_n$  и  
а — Венденга,  $n=19$ ; б — Вытегра,  $n=19$ ; в — Троицко-Печорск,  $n=17$ ; г — Шен — Никольск,



средних квадратических отклонений  $\sigma_w$  и  $\sigma_{t_n}$  за время вегетации.

курс,  $n = 17$ ; л — Сыктывкар,  $n=17$ ; е — Тотьма,  $n = 19$ ; ж — Череповец,  $n=20$ ;  $n=20$ .

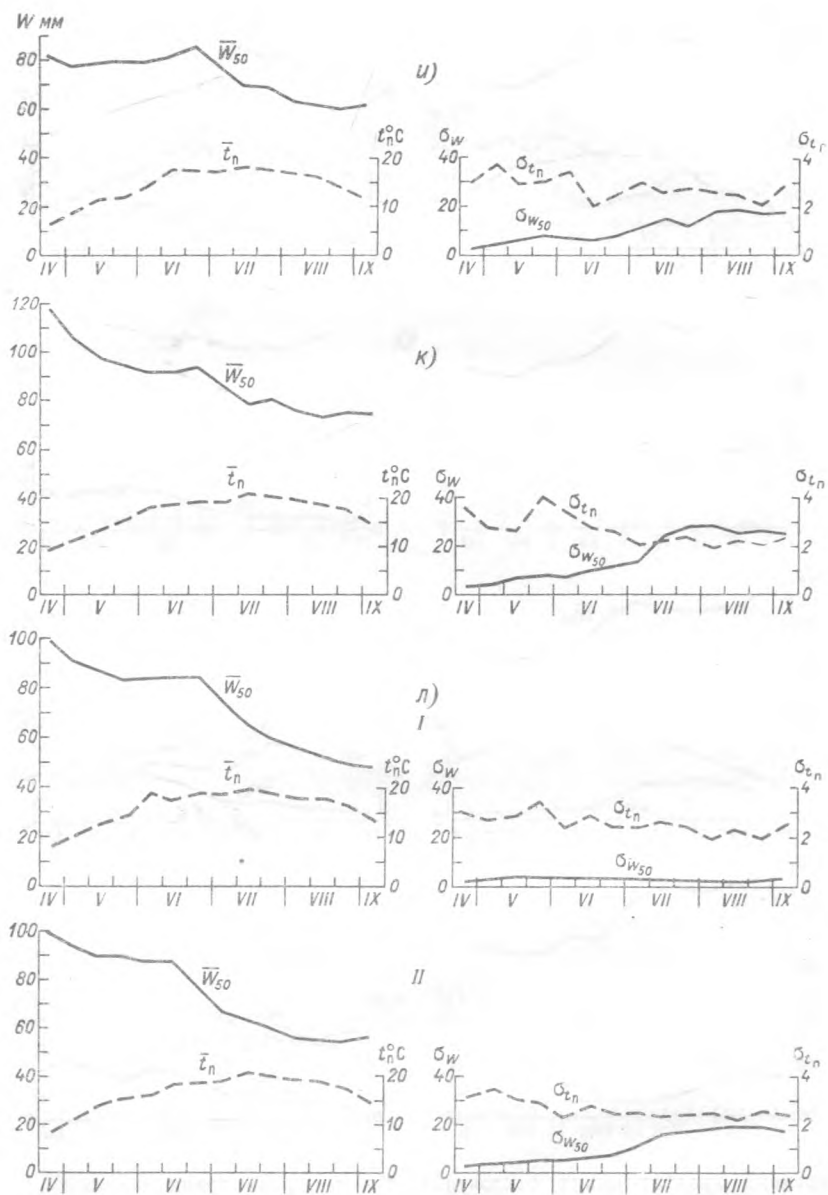
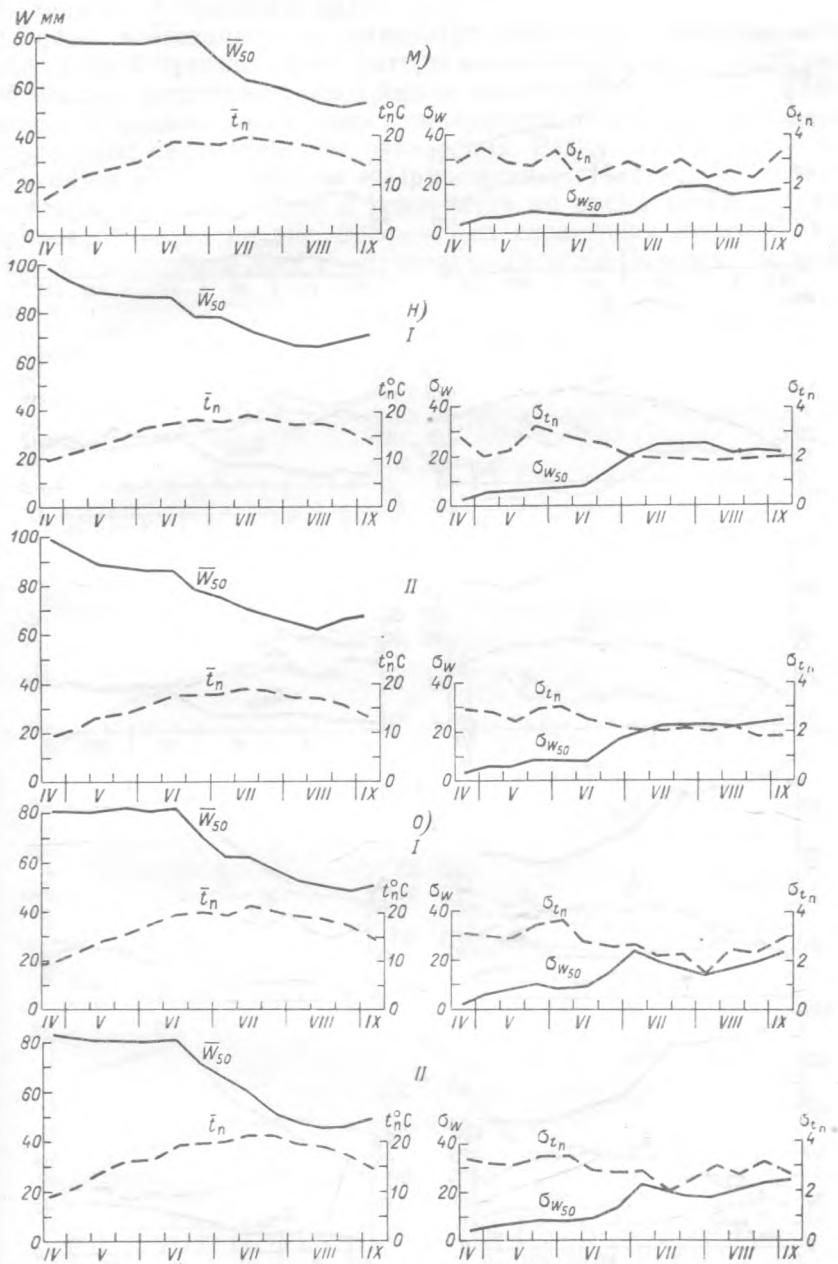


Рис. 20 *u—o*. Изменение средних влагозапасов  $\bar{W}_{50}$ , температур  $\bar{t}_n$  и  
*u* — Омутнинск,  $n=20$ ; *k* — Торопец,  $k=20$ ; *л* — Ростов (Ярославской области);  
*o* — Муром.



средних квадратических отклонений  $a_w$  и  $a_m$  за время вегетации.

I)  $n=19$ , II)  $n=49$ ; *м* — Наргас,  $n=20$ ; *н* — Волоколамск:  
I)  $n=20$ , II)  $n=44$ .

I)  $n=20$ , II)  $n=30$ ;

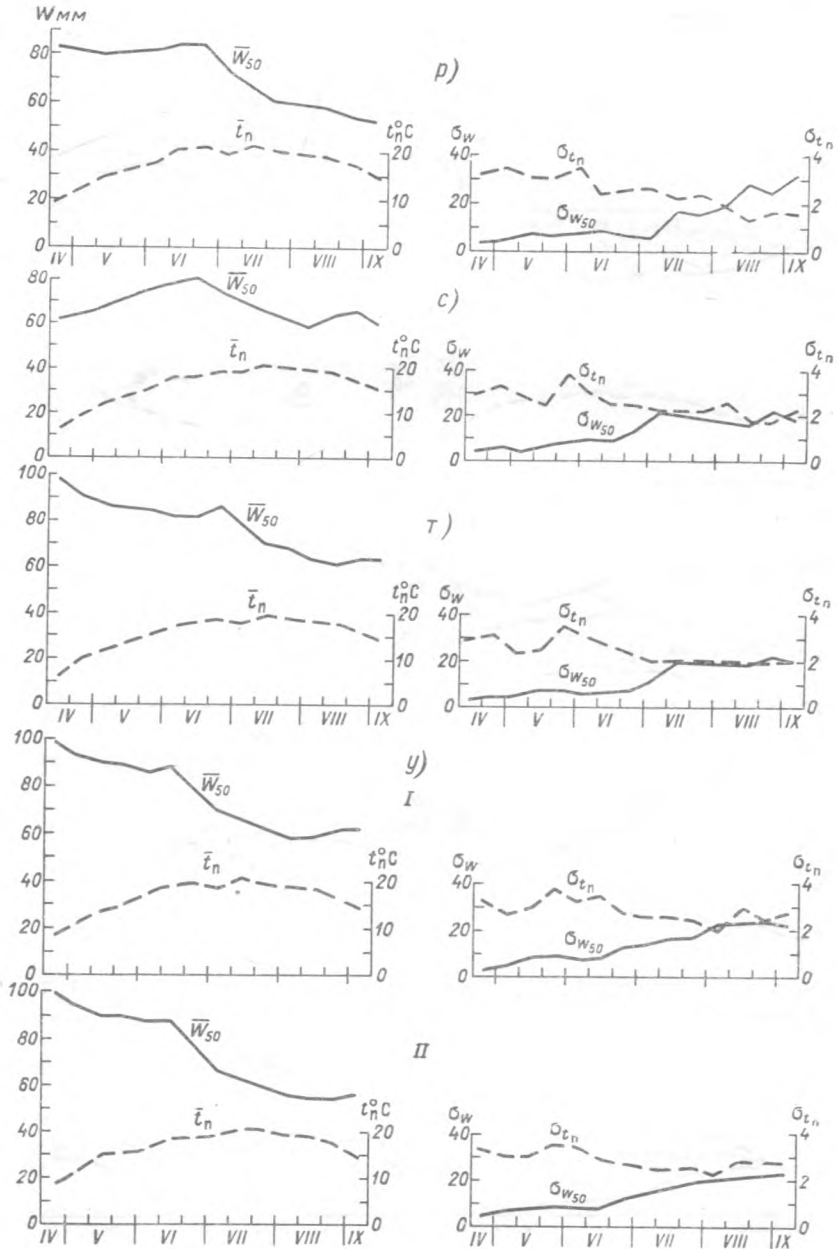
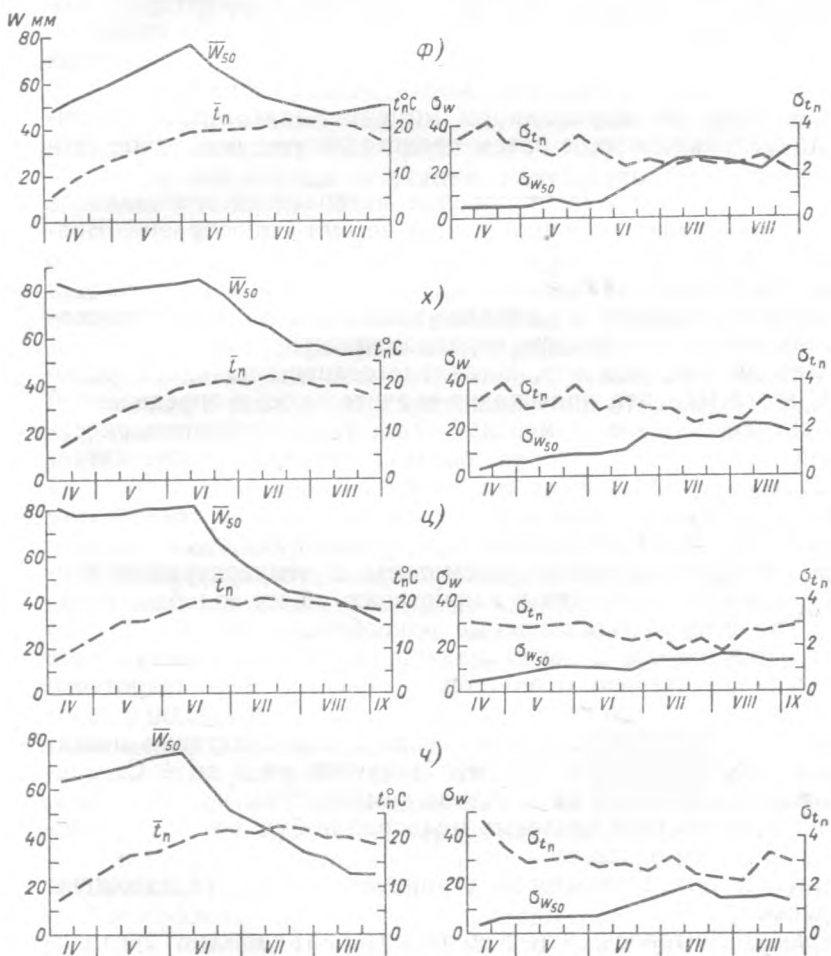


Рис. 20 *p—ч.* Изменение средних влаготпасов  $\bar{W}$ , температур  $\bar{t}_n$  и  $\sigma_{W_{50}}$ ,  $\sigma_{t_n}$   
*p* — Порцкое,  $n=20$ ; *c* — Марына Горка,  $n=20$ ;  $\tau$  — Рославль,  $n=21$ ; *y* — Волово;  
*ч* — Каменная

и средними суточными температурами почвы на глубине 10 см, подсчитанными за каждую декаду.

Расчет влагозапасов и температур начинался с момента перехода средней суточной температуры воздуха через  $10^{\circ}\text{C}$ . Для каждой декады подсчитывались средние многолетние величины влагозапасов и средние многолетние температуры почвы и соответствующие средние квадратические отклонения. Результаты расчетов для 22 пунктов ЕТС приведены в Приложении. Изменение средних многолетних влагозапасов и температур во время вегетационного периода показано на рис. 20 а—г для следующих пунктов Европейской территории СССР: Венденга, Троицко-Печорск, Вытегра,



средних квадратических отклонений  $\sigma_W$  и за время вегетации.

I)  $n=20$ , II)  $n=37$ ;  $\phi$  — Василевичи,  $x=18$ ;  $x$  — Курск,  $n=20$ ;  $y$  — Ртищево,  $n=20$ ; Степь,  $n=20$ .



Шенкурск, Сыктывкар, Тотьма, Череповец, Никольск, Омутнинск, Торопец, Ростов (Ярославской области), Нартас, Волоколамск, Муром, Порецкое, Марьино Горка, Рославль, Волово, Василевичи, Курск, Ртищево, Каменная Степь.

Анализируя эти рисунки, можно отметить ряд общих закономерностей, свойственных средним многолетним влагозапасам и температурам почвы и их средним квадратическим отклонениям.

Так, например, влагозапасы в районах ЕТС в начале вегетационного периода (середина июня — начало июля) остаются на одном уровне (Венденга, Вытегра, Сыктывкар, Троицко-Печорск, Тотьма, Омутнинск, Муром, Нартас, Порецкое, Курск). С некоторого момента влагозапасы начинают падать с уменьшающейся интенсивностью, а в конце незначительно повышаются. Однако в западных районах (Василевичи и Марьино Горка) ход влагозапасов резко отличается. Там до переломного момента влагозапасы повышаются до максимальных, а затем происходит уже описанное снижение.

Средние квадратические отклонения многолетних влагозапасов изменяются в период вегетации также весьма однообразно. В начале значения  $\sigma_w$  невелики — порядка нескольких миллиметров. Это обстоятельство указывает на стабильность увлажнения в многолетнем разрезе в начале вегетации. Далее происходит незначительное увеличение неравномерности увлажнения приблизительно до того момента, когда влагозапасы начинают резко падать. С этого момента происходит значительное, в определенной степени скачкообразное изменение  $\sigma_w$ , т. е. неравномерности увлажнения в период уменьшения влагозапасов практически удваивается. Этот интересный факт в случае дальнейшего подтверждения может привести к мысли, что наибольшая частота мелиоративных воздействий будет необходима при возрастании  $\sigma_w$ .

Таким же образом можно рассмотреть и температурные кривые. Весьма нетрудно прийти к заключению об их подобии. В самом деле, во всех пунктах кривые однообразно повышаются до некоторого максимума, а затем плавно снижаются. Наступление максимума незначительно колеблется в зависимости от широтного расположения пункта, но везде приходится на июль. Средние квадратические отклонения температур  $\sigma_t$  во время вегетации незначительно колеблются около среднего значения от 2 до 4° С. Следовательно, если средние многолетние температуры неоптимальны для растения, то частоты тепловых мелиораций будут весьма устойчивы в многолетнем разрезе.

Рассмотрим теперь некоторые ограничения, которые положены в наши расчеты.

Во-первых, считалось, что вся территория сложена суглинками и супесчаными по механическому составу почвами, хотя это ограничение и не является очень жестким, так как почва большей части ЕТС (кроме южных районов) по механическому составу можно отнести к суглинистым и супесчаным [11].

Второе ограничение — тип водного питания. (Вероятность необходимости мелиораций, которая будет рассчитана дальше, вычислялась также при этом ограничении.) В расчетах влагозапасов не было учтено подпитывание за счет высокого стояния грунтовых вод или за счет напорного питания. Сделанные расчеты можно использовать в основном на землях с глубоким уровнем грунтовых вод, преимущественно атмосферного питания. Для болот, расположенных в тех же районах, вероятность водных мелиораций будет отличаться от приведенных.

## 5.2. ВЕРОЯТНОСТЬ ОПТИМАЛЬНЫХ ВОДНЫХ, ТЕПЛОВЫХ И ГИДРОТЕРМИЧЕСКИХ УСЛОВИИ ДЛЯ ПРОИЗРАСТАНИЯ КАРТОФЕЛЯ НА ЕТС

Согласно методике, изложенной в гл. 4, были получены вероятности оптимальных водных  $P_w$ , тепловых  $P_t$  [формула (4.90)] и гидротермических  $P_{opt}$  [формула (4.101)] условий для каждого пункта во все декады вегетации. Результаты этих расчетов представлены в табл. 18—20.

Интересно отметить, что вероятность оптимальных водных условий  $P_w$  (табл. 18) на всей территории ЕТС в отдельные декады вегетационного периода весьма высока. Следовательно, можно считать, что водный режим не ограничивает возможности роста и развития картофеля в этих районах.

Декадные вероятности оптимальных тепловых условий  $P_t$ , представленные в табл. 19, показывают, что, в отличие от водных условий, тепловые, особенно на юге, редко бывают оптимальными (вероятность оптимальных условий мала). Наибольшее уменьшение вероятностей приходится на конец июля — начало августа; по-видимому, это связано с наступлением периода максимальных за вегетацию температур.

К сожалению, отдельно вероятность оптимальных водных и оптимальных тепловых условий не удастся связать с урожаем, как продуктом одновременного их воздействия. Поэтому оба показателя свернуты в комплексный показатель вероятности оптимальных гидротермических условий  $P_{opt}$ . Его значения представлены в табл. 20. Здесь уже в большую часть декад вероятности составляют менее 0,5, что означает неоптимальность гидротермических условий один раз в 2 года. В южных районах эти вероятности доходят до 0,1, т. е. лишь один раз в 10 лет условия будут оптимальны для произрастания картофеля. Наиболее примечательно то, что ухудшение условий приходится в большинстве случаев на декады, когда растение проходит фазу цветения и начальный период клубнеобразования, т. е. когда закладывается основа урожая.

Выше (см. гл. 4) говорилось, что фазы для растения равнозначны, а декады равнозначны только внутри фазы. Неоптимальная декада в период цветения делает неоптимальной всю фазу цветения, так как эта фаза по времени равна приблизительно декаде.

Вероятность оптимальных водных условий  $P_w$ 

Пункт	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь	$P_{ср} W$
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	
Венденга				0,96	0,79	0,79	0,62	0,82	0,78	0,75	0,82	0,86	0,88	0,64
Троицко-Печорск				0,84	0,73	0,76	0,69	0,84	0,74	0,78	0,84	0,90	0,92	0,61
Вытегра		0,50		0,66	0,46	0,50	0,66	0,88	0,87	0,78	0,79	0,71	0,65	0,55
Шенкурск				0,79	0,66	0,58	0,62	0,96	0,98	0,92	0,89	0,89	0,89	0,93
Сыктывкар				0,99	0,86	0,79	0,76	0,92	0,81	0,91	0,97	0,97	0,87	0,74
Тотьма		0,76		0,84	0,69	0,50	0,76	0,81	0,85	0,84	0,93	0,91	0,91	0,61
Череповец		0,69		0,69	0,62	0,50	0,66	0,81	0,81	0,82	0,90	0,74	0,81	0,52
Никольск		0,42		0,66	0,50	0,54	0,66	0,84	0,80	0,91	0,85	0,77	0,79	0,52
Омутнинск		0,88		0,90	0,90	0,69	0,84	0,89	0,96	0,88	0,85	0,90	0,99	0,75
Торозец		0,24		0,38	0,42	0,34	0,62	0,63	0,58	0,64	0,69	0,64	0,69	0,38
Ростов		0,76		0,66	0,62	0,66	0,82	0,82	0,84	0,91	0,90	0,92	0,91	0,66
Нартас		0,90		0,96	0,93	0,93	0,99	0,94	0,90	0,88	0,91	0,87	0,88	0,93
Волоколамск		0,58		0,66	0,66	0,79	0,68	0,69	0,74	0,74	0,81	0,78	0,75	0,53
Муром		0,82		0,82	0,76	0,88	0,76	0,87	0,89	0,93	0,85	0,77	0,74	0,67
Порецкое		0,92		0,86	0,76	0,82	1,00	0,90	0,94	0,88	0,97	0,91	0,89	0,90
Марьяна Горка	1,00			0,86	0,84	0,86	0,78	0,83	0,88	0,89	0,93	0,77	0,88	0,67
Рославль		0,73		0,90	0,86	0,62	0,79	0,79	0,83	0,88	0,88	0,81	0,83	0,62
Волово		0,50		0,72	0,62	0,84	0,93	0,92	0,92	0,81	0,80	0,78	0,82	0,76
Василевичи	1,00			0,96	0,96	0,88	0,74	0,72	0,70	0,69	0,70	0,69	0,70	0,70
Курск		0,54		0,79	0,69	0,72	0,92	0,92	0,93	0,82	0,80	0,85	0,85	0,66
Ртищево		0,88		0,79	0,76	0,62	0,55	0,54	0,46	0,38	0,35	0,35	0,33	0,33
Каменная Стель	1,00			0,98	1,00	0,93	0,82	0,68	0,58	0,50	0,34	0,34	0,32	0,93

Вероятность оптимальных тепловых условий  $P_t$ 

Пункт	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь			$P_{ср t}$
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	3		
Венденга				0,44	0,70	0,75	0,61	0,58	0,69	0,79	0,82	0,78	0,31	0,39		
Троицко-Печорск				0,37	0,78	0,76	0,64	0,75	0,80	0,72	0,72	0,46	0,08	0,57		
Вытегра			0,34	0,61	0,78	0,94	0,91	0,77	0,80	0,96	0,95	0,86	0,50	0,70		
Шенкурск				0,58	0,72	0,90	0,74	0,60	0,76	0,84	0,89	0,82	0,46	0,46		
Сыктывкар				0,55	0,72	0,60	0,55	0,57	0,71	0,71	0,84	0,76	0,34	0,39		
Тотьма				0,64	0,78	0,94	0,89	0,82	0,83	0,98	0,96	0,79	0,42	0,73		
Череповец				0,49	0,84	0,87	0,87	0,72	0,80	0,97	0,94	0,92	0,50	0,62		
Никольск				0,56	0,64	0,50	0,60	0,38	0,53	0,66	0,75	0,89	0,64	0,22		
Омутнинск				0,49	0,66	0,74	0,69	0,61	0,74	0,57	0,56	0,50	0,50	0,41		
Торпец				0,63	0,58	0,50	0,54	0,21	0,38	0,50	0,58	0,84	0,85	0,11		
Ростов				0,75	0,58	0,58	0,58	0,38	0,42	0,58	0,66	0,82	0,68	0,22		
Наргас				0,74	0,70	0,54	0,57	0,88	0,53	0,66	0,72	0,88	0,64	0,22		
Волоколамск		0,66		0,66	0,74	0,68	0,79	0,54	0,69	0,86	0,88	0,93	0,79	0,54		
Муром		0,72		0,68	0,46	0,38	0,46	0,18	0,18	0,50	0,58	0,78	0,75	0,17		
Поречкое				0,72	0,61	0,27	0,46	0,18	0,34	0,42	0,50	0,72	0,72	0,07		
Марьяна Горка	0,49	0,75		0,60	0,61	0,48	0,54	0,24	0,34	0,42	0,50	0,86	0,87	0,29		
Рославль				0,67	0,65	0,54	0,69	0,38	0,54	0,66	0,58	0,91	0,87	0,26		
Волово		0,69		0,65	0,53	0,21	0,58	0,31	0,42	0,58	0,57	0,82	0,78	0,12		
Василевичи	0,71			0,42	0,31	0,31	0,27	0,12	0,16	0,18	0,21	0,64	0,20	0,08		
Курск		0,76		0,46	0,34	0,34	0,27	0,08	0,16	0,42	0,41	0,60	0,08	0,08		
Ргищено		0,78		0,60	0,34	0,31	0,42	0,14	0,27	0,31	0,42	0,57	0,12	0,12		
Каменная Степь	0,69	0,75		0,49	0,27	0,18	0,31	0,08	0,12	0,31	0,37	0,53	0,76	0,04		

Вероятность оптимальных гидротермических условий  $P_{opt}$ 

Пункт	Май			Июль			Июль			Август			Сентябрь			$P_{ср. opt}$
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
Вендена				0,42	0,55	0,59	0,38	0,48	0,54	0,59	0,67	0,67	0,54	0,67	0,67	0,27
Троицко-Печорск				0,31	0,57	0,58	0,44	0,63	0,59	0,56	0,60	0,60	0,59	0,41	0,07	0,31
Вытегра		0,17		0,40	0,36	0,47	0,60	0,68	0,70	0,75	0,75	0,75	0,70	0,61	0,32	0,34
Шенкурск				0,46	0,48	0,52	0,46	0,58	0,74	0,77	0,79	0,79	0,74	0,73	0,41	0,40
Сыктывкар				0,54	0,62	0,47	0,42	0,52	0,58	0,65	0,82	0,82	0,74	0,74	0,30	0,30
Тотьма		0,32		0,54	0,54	0,47	0,68	0,66	0,71	0,82	0,89	0,72	0,72	0,38	0,41	
Череповец		0,34		0,48	0,52	0,44	0,57	0,58	0,65	0,80	0,85	0,68	0,68	0,40	0,30	
Никольск		0,23		0,42	0,28	0,27	0,40	0,32	0,42	0,60	0,64	0,68	0,68	0,50	0,10	
Омутнинск		0,43		0,59	0,71	0,51	0,58	0,54	0,71	0,50	0,48	0,45	0,45	0,44	0,29	
Торопец		0,15		0,22	0,26	0,17	0,33	0,13	0,22	0,32	0,40	0,51	0,51	0,58	0,02	
Ростов		0,57		0,38	0,38	0,38	0,48	0,31	0,35	0,53	0,53	0,75	0,75	0,62	0,13	
Наргас		0,67		0,67	0,48	0,50	0,56	0,36	0,48	0,58	0,65	0,76	0,76	0,56	0,19	
Волоколамск		0,38		0,41	0,49	0,54	0,54	0,37	0,51	0,64	0,71	0,73	0,73	0,59	0,26	
Муром		0,59		0,50	0,35	0,33	0,35	0,16	0,16	0,46	0,49	0,60	0,60	0,59	0,11	
Порецкое		0,66		0,52	0,26	0,22	0,46	0,16	0,32	0,37	0,48	0,66	0,66	0,64	0,06	
Марьяна Горка	0,49	0,75		0,61	0,51	0,41	0,42	0,30	0,30	0,37	0,54	0,66	0,66	0,77	0,17	
Рославль		0,49		0,62	0,56	0,33	0,55	0,30	0,45	0,58	0,61	0,74	0,74	0,72	0,15	
Волово		0,35		0,47	0,33	0,18	0,54	0,29	0,39	0,47	0,46	0,64	0,64	0,64	0,08	
Василевичи	0,71	0,80		0,40	0,30	0,27	0,20	0,09	0,11	0,12	0,15	0,44	0,44	0,44	0,06	
Курск		0,41		0,49	0,23	0,24	0,25	0,07	0,15	0,34	0,33	0,51	0,51	0,51	0,04	
Ртищево		0,69		0,47	0,26	0,19	0,23	0,08	0,12	0,12	0,12	0,20	0,20	0,20	0,03	
Каменная Степь	0,69	0,75		0,48	0,27	0,17	0,25	0,05	0,07	0,16	0,13	0,18	0,18	0,18	0,02	

Все эти положения были учтены при вычислении средних за вегетацию вероятностей оптимальных водных  $P_w$ , тепловых  $P_t$  и гидротермических условий  $P_{opt}$ . Расчет проводился по формуле (4.85).

Результаты расчетов  $P_{opt}$  нанесены на карту (рис. 21). Анализ карты показывает, что вероятности оптимальных условий возрастают по направлению к северу ЕТС, следовательно, в этом направлении должны возрастать средние многолетние урожаи картофеля. Проверка этой гипотезы могла бы дать возможность подтвердить правильность всего хода расчетов. Если совпадение карты вероятностей оптимальных условий и карты урожаев будет удовлетворительное, то можно считать, что результаты метода расчета, предложенного в настоящей работе, не противоречат экспериментальным данным. Несомненно, полного совпадения этих карт ожидать нельзя, так как, кроме гидротермических условий, на формирование урожая оказывают влияние условия минерального и газового питания, радиационные и ряд других.

Проверка гипотезы о совпадении карты вероятности гидротермических условий и карты урожайности была проведена по материалам сортоиспытательных станции, расположенных на рассматриваемой территории. Были рассчитаны средние урожаи за 10 лет по более чем 50 сортоиспытательным участкам. Результаты были нанесены на карту вероятностей оптимальных гидротермических условий (рис. 22).

Нетрудно заметить, что изолинии на этой карте имеют одинаковую тенденцию — увеличение вероятности оптимальных условий и урожаев с юга на север. Интересно, что формы изолиний урожаев и вероятностей (особенно в центральных областях) повторяют друг друга. Таким образом, в первом приближении можно считать совпадение карт удовлетворительным.

Следует отметить также, что проведенное сопоставление подтверждает физический смысл величины  $P_{opt}$  как показателя частоты наступления условий, благоприятных для роста и развития растения.

### 5.3. ВЕРОЯТНОСТЬ ОРОШЕНИЯ И ОСУШЕНИЯ, ПОНИЖЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР В РАЗЛИЧНЫЕ ДЕКАДЫ ВЕГЕТАЦИИ

В предыдущем параграфе были рассмотрены вероятности оптимальных условий. Учитывая, что вероятность водных и тепловых мелиораций дополняет вероятность оптимальных условий до единицы, нетрудно найти и эти величины по формулам (4.87), (4.96) и (4.103).

Карта вероятности гидротермических мелиораций  $\overline{P}_{ГТМ}$  будет точно повторять карту вероятностей оптимальных условий  $P_{opt}$  с той лишь разницей, что изолинии будут иметь значения  $\overline{P}_{ГТМ} = 1 - P_{opt}$ . В гл. 4 было показано, что вероятность однофакторных мелиораций, как водных, так и тепловых, может быть разложена на составляющие: вероятность повышения фактора  $P_{w/c}$

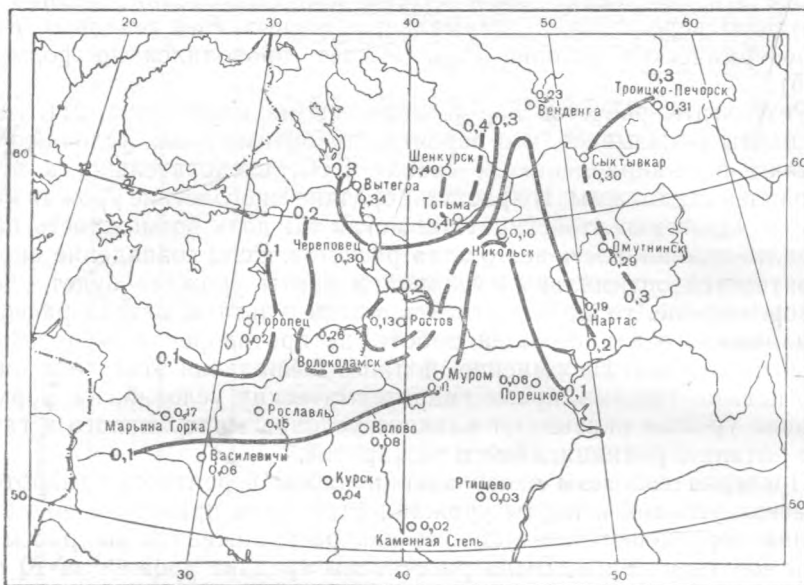


Рис. 21. Вероятность оптимальных гидротермических условий  $P_{opt}$

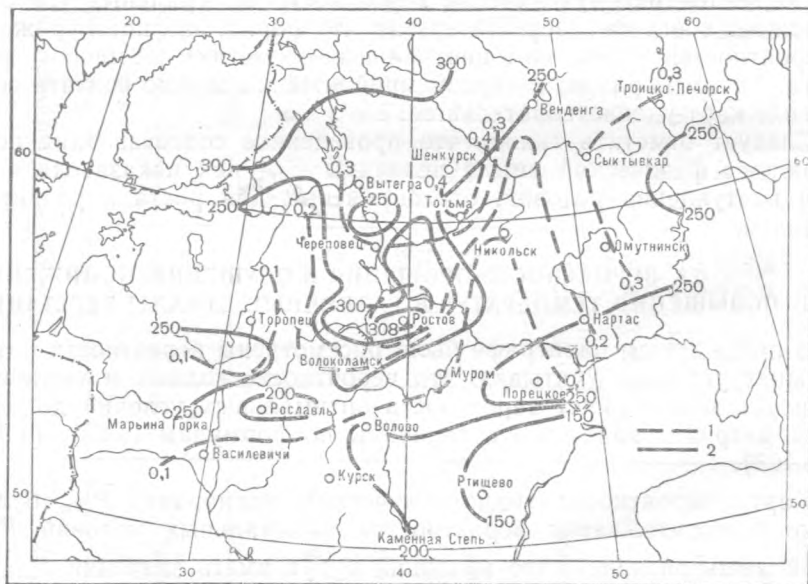


Рис. 22. Совмещенная карта вероятностей оптимальных гидротермических условий (1) и средних многолетних урожаев картофеля (2).

и вероятность понижения фактора  $P_{\downarrow\phi}$ . Анализ этого разложения позволит более конкретно судить о необходимом виде мелиорации.

Расчет вероятностей осушения  $P_{\downarrow w}$  проводился по формуле (4.91), вероятностей орошения  $P_{\uparrow w}$  — по формуле (4.92). Вероятность понижения температур  $P_{\downarrow t}$  и вероятность повышения температур  $P_{\uparrow t}$  рассчитывались по аналогичным формулам. Результаты расчетов представлены в табл. 21—24.

Анализируя табл. 21, можно отметить, что вероятность орошения повышается к концу вегетационного периода и значительно растет по направлению с севера на юг. Более полное представление об изменении этого показателя может дать картирование его в различные декады вегетации. Пример такой карты приводится на рис. 23.

Для анализа выбраны декады интенсивного клубнеобразования — 1, 2 и 3-я декады августа. В 1-ю декаду августа (рис. 23 а) линия  $P_{\uparrow w} = 0,1$  проходит через Порецкое, Муром, Волово, Рославль, Торопец, Марьину Горку. Будем считать изолинию  $P_{\uparrow w} = 0,1$  границей необходимого орошения. На картах августа (рис. 23 а, б, в) довольно отчетливо проявляется тенденция образования двух языков. Осью одного из них является линия Каменная Степь — Муром — Сыктывкар. Ось другого проходит через Василевичи — Торопец. В районе Волоколамск — Ростов — Череповец в течение всей вегетации сохраняются оптимальные условия. Максимальная вероятность орошения наблюдается в Каменной Степи:  $P_{tw} = 0,5 \div 0,6$ . Это означает, что без орошения оптимальные условия будут создаваться 1 раз в 2 года. Можно полагать, что для получения устойчивых урожаев за ряд лет в зоне, ограниченной изолинией  $P_{\uparrow w} = 0,3$ , необходимо орошение.

Рассмотрим карты вероятностей осушения (рис. 24). Граница необходимости осушения ( $P_{\downarrow w} = 0,1$ ) в августе практически стабильна во времени и проходит через Василевичи, Рославль, Волово, Ростов, Никольск, Венденга. Некоторое увеличение вероятностей происходит по направлению к северо-западу.

Следует отметить, что в первую половину вегетации (3-я декада мая, июнь) величины вероятностей осушения значительно больше (в этом можно убедиться анализируя табл. 22) и в Торопце доходят до 0,6. Таким образом, можно полагать, что северо-западнее Торопца осушение необходимо не менее чем один раз в 2 года.

Однако водный режим на большей части рассматриваемой территории, как с точки зрения увеличения, так и с точки зрения уменьшения влагозапасов, не вызывает существенных опасений, поэтому можно принять, что он оптимален везде, за исключением западных и южных районов. Этот вывод был уже сделан выше на основе анализа вероятности оптимальных водных условий  $P_w$  (табл. 18). В самом деле, только для пунктов Ртищево и Торопец средние за вегетацию вероятности оптимальных водных условий  $P_{cp. w}$  ниже 0,5. Как показано в настоящем параграфе, в районе Ртищево — Каменная Степь необходимо орошение, а в районе Торопца — осушение.



Вероятность орошения  $P_{\uparrow W}$ 

Пункт	Май			Июль			Июль			Август			Сентябрь
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
Вендига				0	0	0	0	0	0,01	0,01	0,04	0,04	0,02
Троицко-Печорск				0	0	0	0	0	0,12	0,12	0,04	0,03	0
Вытегра			0	0	0	0	0	0	0,01	0,04	0,05	0,05	0,04
Шенкурск				0	0	0	0	0	0	0,01	0,03	0,04	0,04
Сыктывкар			0	0	0	0	0	0,01	0	0,01	0,01	0,01	0,03
Тотьма				0	0	0	0	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,01
Череповец				0	0	0	0	0,01	0,03	0,04	0,02	0,05	0,03
Никольск				0	0	0	0	0,02	0,02	0,02	0,05	0,07	0,05
Омутнинск				0	0	0	0	0,01	0	0,04	0,07	0,05	0,04
Торопец				0	0	0	0	0,03	0,04	0,05	0,07	0,05	0,04
Ростов				0	0	0	0	0,02	0,04	0,05	0,07	0,07	0,07
Наргас				0	0	0	0	0,02	0,05	0,08	0,12	0,10	0,10
Волоколамск		0		0	0	0	0,01	0,04	0,05	0,08	0,05	0,04	0,04
Муром		0		0	0	0	0,10	0,05	0,07	0,07	0,14	0,21	0,21
Порецкое				0	0	0	0	0,02	0,03	0,07	0,02	0,08	0,10
Марьяна Горка	0			0	0	0	0,04	0,05	0,05	0,07	0,02	0,07	0,07
Рославль				0	0	0	0	0,03	0,03	0,04	0,05	0,07	0,05
Волово				0	0	0	0	0,02	0,04	0,12	0,12	0,10	0,08
Василевичи	0			0	0	0,05	0,18	0,21	0,24	0,27	0,24	0,24	0,12
Курск				0	0	0	0,01	0,02	0,05	0,12	0,16	0,12	0,12
Ртищево				0	0	0	0,03	0,08	0,16	0,24	0,27	0,31	0,34
Каменная Степь	0			0	0	0,07	0,18	0,31	0,42	0,50	0,66	0,66	0,66

Вероятность осушения  $P_{\downarrow W}$ 

Пункт	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
Вендига				0,04	0,21	0,21	0,38	0,18	0,21	0,24	0,14	0,10	0,10
Троицко-Печорск				0,16	0,27	0,24	0,31	0,16	0,14	0,10	0,12	0,07	0,08
Вытегра		0,50		0,34	0,54	0,50	0,34	0,12	0,12	0,18	0,16	0,24	0,31
Шенкурск				0,21	0,34	0,42	0,38	0,04	0,02	0,07	0,08	0,07	0,07
Сыктывкар				0,01	0,14	0,21	0,24	0,08*	0,18	0,08	0,02	0,02	0,10
Тотьма		0,24		0,16	0,31	0,50	0,24	0,18	0,14	0,14	0,05	0,07	0,08
Череповец		0,31		0,31	0,38	0,50	0,34	0,18	0,16	0,14	0,08	0,21	0,16
Никольск		0,58		0,34	0,50	0,46	0,34	0,14	0,18	0,07	0,10	0,16	0,16
Омутнинск		0,12		0,10	0,10	0,31	0,16	0,10	0,04	0,08	0,08	0,05	0,07
Торопец		0,76		0,62	0,58	0,66	0,38	0,34	0,38	0,31	0,24	0,31	0,27
Ростов		0,24		0,34	0,38	0,34	0,18	0,16	0,12	0,04	0,03	0,01	0,02
Наргас		0,10		0,04	0,07	0,07	0,01	0,04	0,05	0,04	0,01	0,01	0,02
Волоколамск	0,42	0,38		0,34	0,34	0,21	0,31	0,27	0,21	0,18	0,14	0,18	0,21
Муром	0,18	0,27		0,18	0,24	0,12	0,14	0,08	0,04	0,0	0,01	0,02	0,05
Порецкое		0,08		0,14	0,24	0,18	0,0	0,08	0,03	0,05	0,01	0,01	0,01
Марьяна Горка	0	0		0,14	0,16	0,14	0,18	0,12	0,07	0,04	0,05	0,16	0,05
Рославль		0,27		0,10	0,14	0,38	0,21	0,18	0,14	0,08	0,07	0,12	0,12
Волово		0,46		0,28	0,38	0,16	0,07	0,06	0,04	0,07	0,08	0,12	0,10
Василевичи	0	0		0,04	0,04	0,07	0,03	0,07	0,06	0,04	0,06	0,07	0,03
Курск		0,46		0,21	0,31	0,28	0,07	0,06	0,02	0,06	0,04	0,03	0,34
Ртишево		0,12		0,21	0,24	0,38	0,42	0,38	0,38	0,38	0,38	0,34	0
Каменная Стель	0	0,01		0,02	0	0	0	0,01	0	0	0	0	0

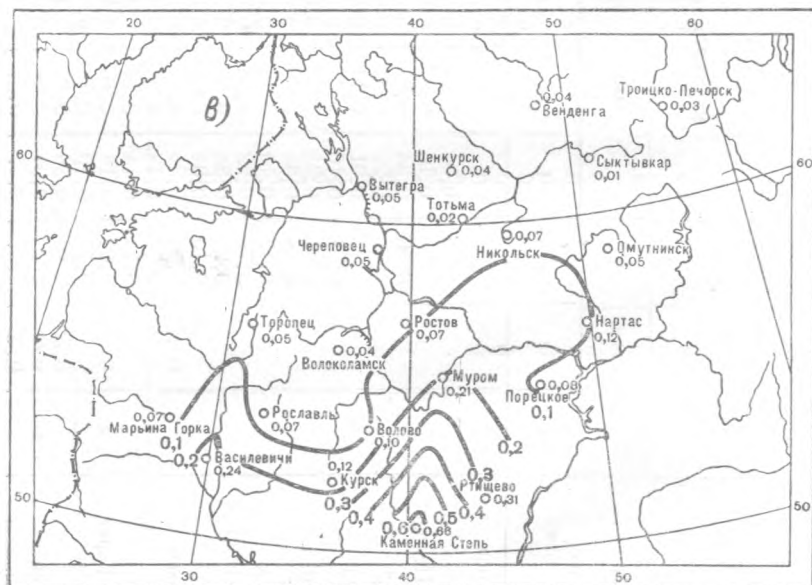
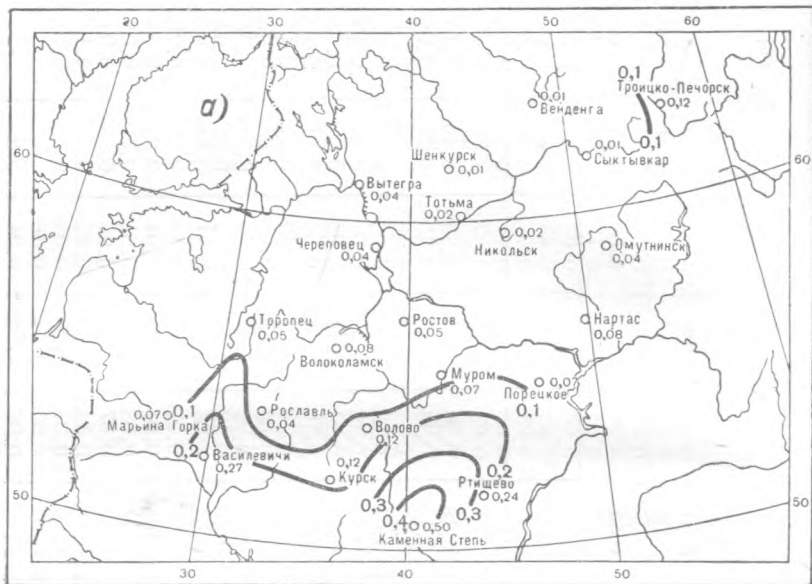
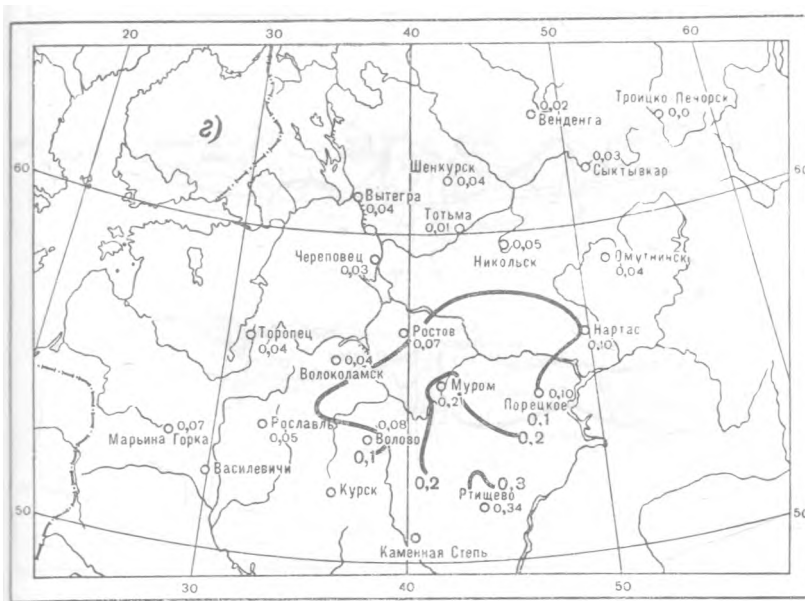
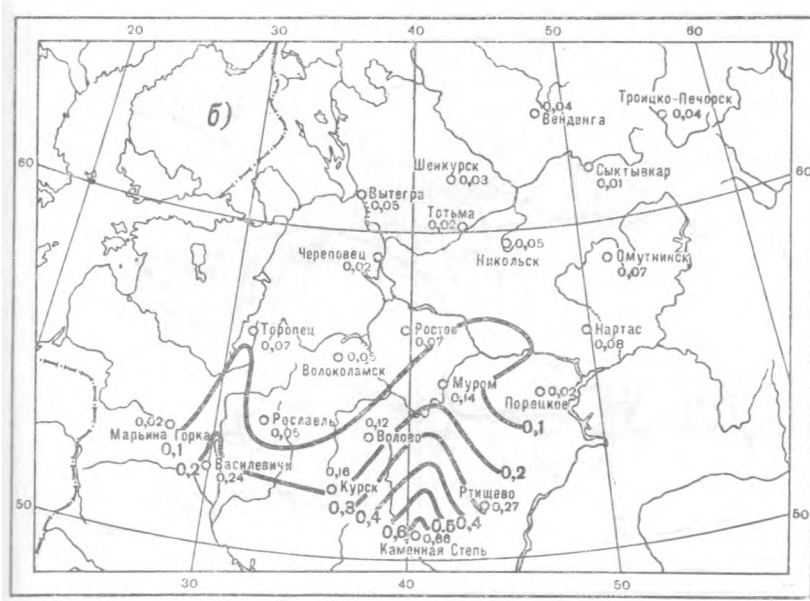


Рис. 23. Вероятность орошения  
Декады августа: а — 1-я, б — 2-я,



в различные декады вегетации.

а — 3-я; б — 1-я декада сентября.

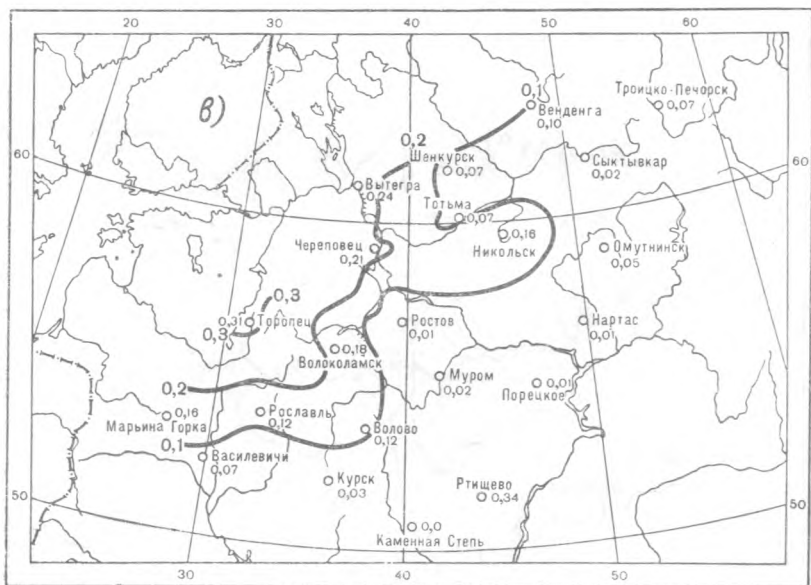
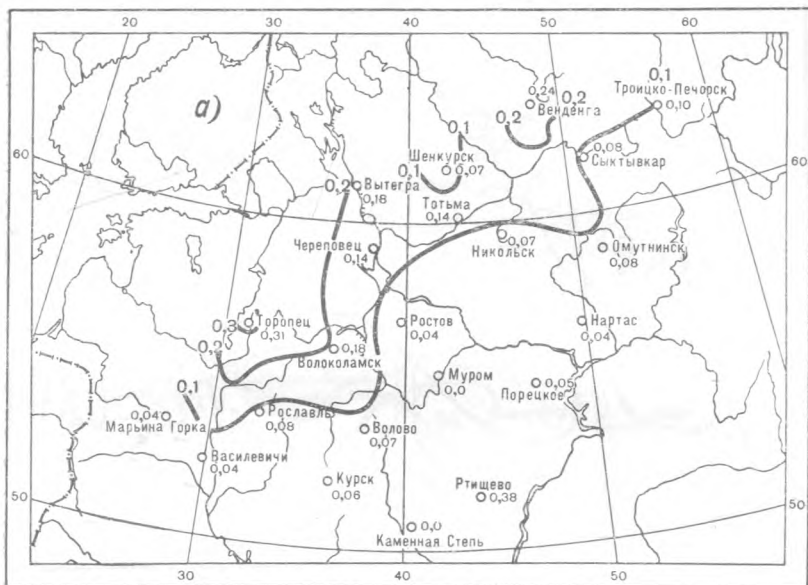
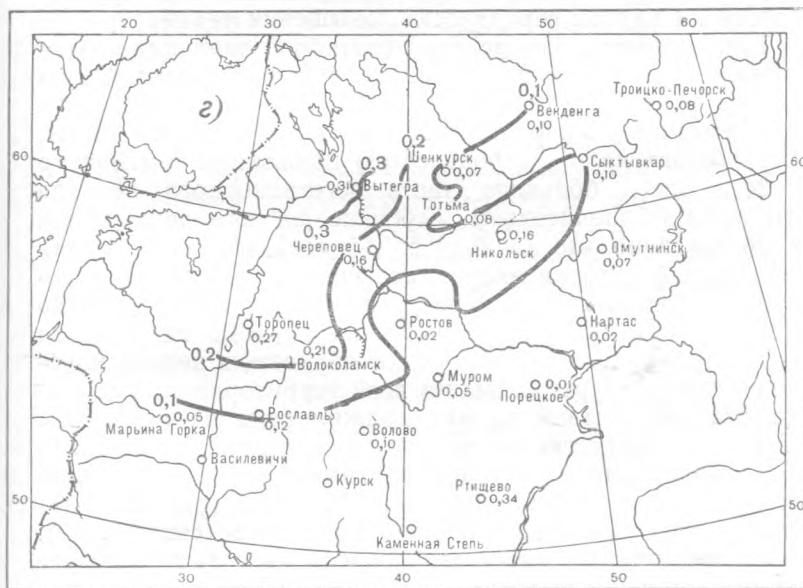
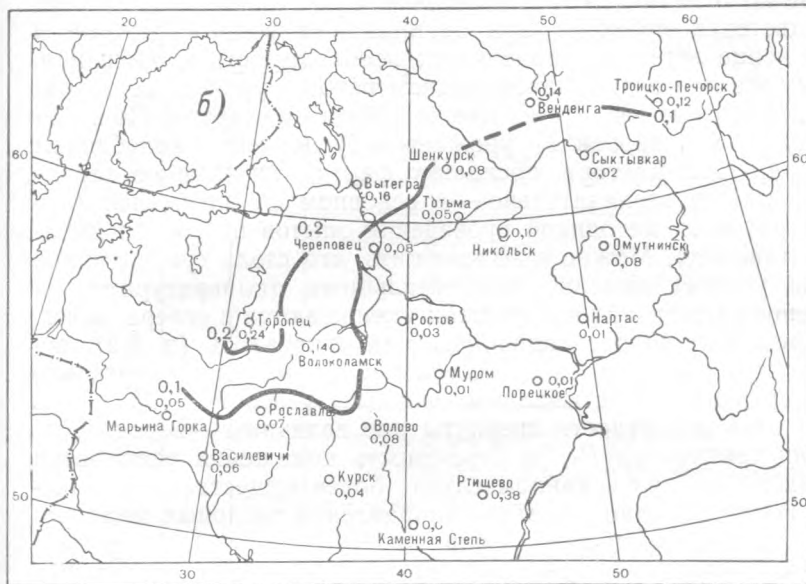


Рис. 24. Вероятность осушения  
Декады августа: а — 1-я, б — 2-я,



в различные декады вегетации.

в — 3-я; г — 1-я декада сентября.

Интересно отметить, что в Каменной Степи начальный период и фаза цветения проходят при оптимальном водном режиме и только в конце вегетации появляется необходимость в орошении.

Почему же при оптимальном водном режиме урожай по территории колеблется от 150 ц/га на юге до 300 ц/га на севере? По-видимому, такое варьирование урожаев обусловлено колебанием какого-то другого фактора, поскольку фактор питания на территории изменяется незначительно—в основном он оптимален (это предусматривается методикой проведения опытов на сортоиспытательных станциях). Можно предположить, что столь существенное изменение урожая вызвано неоптимальными температурами на юге Каменной Степи, так как урожаи уменьшаются с севера на юг.

Разберем этот вопрос подробнее. Как отмечалось (п. 5.2), вероятность оптимальных тепловых условий (табл. 19) значительно меньше вероятности оптимальных водных условий (табл. 18). Однако в этой вероятности свернуты две величины — вероятность повышения температур  $P_{\uparrow t}$  и вероятность понижения температур  $P_{\downarrow t}$ . Какая же из них в данном случае более существенна? Выяснив этот вопрос, можно наметить направление тепловых мелиораций на рассматриваемой территории.

В табл. 23 приведены вероятности повышения температур  $P_{\uparrow t}$ . Из этих данных видно, что практически за весь период вегетации, за исключением начальных (1-я декада мая) и конечных (3-я декада августа — 1-я декада сентября) периодов, вероятность воздействий, повышающих температуру, крайне мала. Это хорошо прослеживается на картах вероятности повышения температур  $P_{\uparrow t}$  (рис. 25). Так, только в 1-ю декаду сентября изолиния  $P_{\uparrow t} = 0,5$  опускается с севера до Вытегры, Череповца, Тотьмы, Омутнинска. Однако к этому моменту урожай в основном сформировался, и существенного влияния такое охлаждение не оказывает.

По-иному обстоит дело с вероятностью понижения температур  $P_{\downarrow t}$  (табл. 24). Здесь большую часть вегетационного периода вероятности весьма значительны, особенно на юге территории.

На рис. 26 показано, что начиная со 2-й декады июля, которая является наихудшей с точки зрения повышенных температур почвы, вероятность понижения температур весьма высокая, и только к 3-й декаде августа (рис. 26 *д*) изолиния  $P_{\downarrow t} = 0,5$  выходит за пределы рассматриваемого района. Таким образом, в период клубнеобразования температуры почвы на всей территории весьма высокие и частота воздействий на них должна быть не менее чем один раз в 3 года. Представляется, что этим и можно объяснить значительное варьирование урожаев картофеля на немелиорированных землях, так как изолинии вероятностей (рис. 26 *а—г*) в значительной мере повторяют изолинии урожаев (см. рис. 22).

Итак, из теоретических расчетов, проделанных выше, можно сделать ряд качественных выводов.

1. Урожаи картофеля в значительной мере определяются неоптимальными (повышенными) температурами почвы в период цветения и клубнеобразования.

Вероятность повышения температур  $P_{+t}$ 

Пункт	Май			Июль			Июль			Август			Сентябрь
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
Венденга				0,53	0,14	0,04	0,12	0,04	0,04	0,07	0,10	0,21	0,69
Троицко-Печорск				0,62	0,14	0,12	0,12	0,08	0,08	0,18	0,24	0,54	0,92
Вытегра			0,66	0,34	0,14	0,02	0,04	0,02	0,02	0,01	0,04	0,14	0,50
Шенкурск				0,34	0,07	0	0,05	0,03	0,03	0,02	0,04	0,18	0,54
Сыктывкар				0,38	0,04	0,02	0,07	0,01	0,02	0,05	0,04	0,24	0,66
Тотьма			0,58	0,31	0,12	0,02	0,07	0,04	0,02	0,02	0,04	0,21	0,58
Череповец			0,50	0,24	0,08	0,01	0,03	0,01	0,02	0	0,02	0,08	0,50
Никольск			0,42	0,18	0,01	0	0,02	0	0,01	0	0,01	0,07	0,34
Омутнинск			0,50	0,27	0	0,02	0,04	0,01	0,02	0,04	0,04	0,18	0,50
Торопец			0,21	0,04	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0,12
Ростов			0,18	0	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0,31
Наргас			0,24	0,14	0	0,01	0,01	0	0,01	0	0,01	0,04	0,31
Волоколамск		0,34	0,27	0,07	0,02	0,01	0	0	0	0	0,01	0,02	0,21
Муром		0,24	0,18	0,08	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0,18
Порецкое				0,12	0,05	0	0	0	0	0	0,01	0,01	0,18
Марына Горка	0,50	0,24	0,18	0,02	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0,08
Рославль		0,27	0,21	0,04	0,01	0	0	0	0	0	0,01	0,01	0,12
Волово	0,21	0,08	0,07	0	0,01	0	0	0	0	0	0,01	0,02	0,18
Василевичи				0	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0,12
Курск				0,12	0	0	0	0	0	0	0,01	0,02	0,18
Ртищево				0,10	0	0	0	0	0	0	0,01	0,01	0,12
Каменная Степь	0,27	0,07	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0,01	0,12



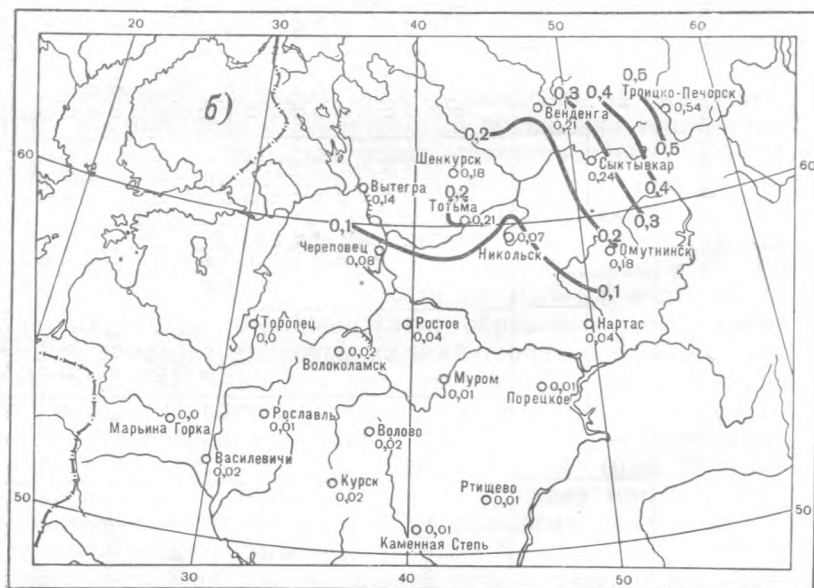
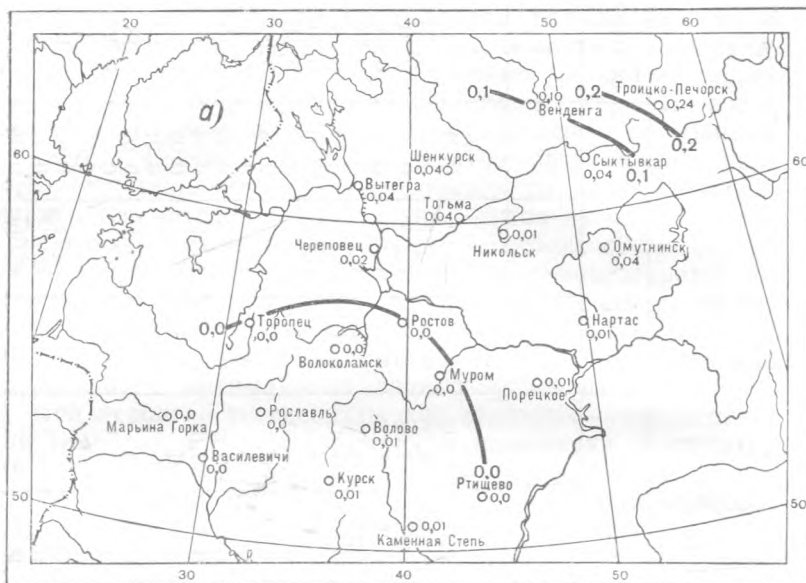


Рис. 25. Вероятность  
 а — 2-я декада августа, б — 3-я декада

2. Необходимость орошения увеличивается на юго-восток.

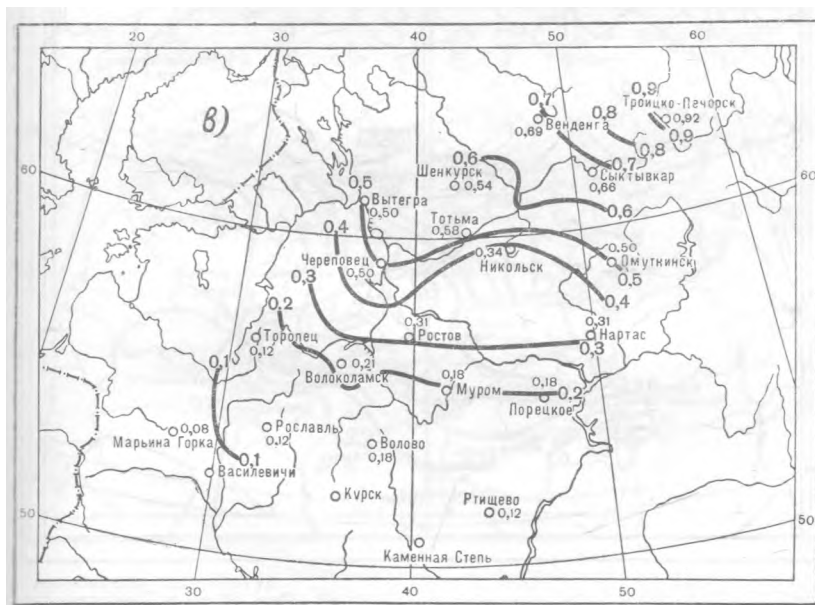
3. Необходимость осушения увеличивается на северо-запад.

Если второй и третий выводы в определенной степени не новы, то вывод об определяющем значении высоких температур открывает некоторые новые аспекты в регулировании внешней среды.

В самом деле, при регулировании температур, а вернее при охлаждении почвы урожай картофеля в южных районах может возрасти в 2 раза. При дополнительном орошении, уже как средстве регулирования водного режима, рост урожая будет еще более значительным. По-видимому, даже сейчас можно указать на способы регулирования теплового режима: орошение малыми нормами, мульчирование светонепроницаемой пленкой, мульчирование светоотражающими покрытиями (солома, мел, песок), затемняющие посевы и ряд других, число которых со временем будет увеличиваться.

#### 5.4. ВЕРОЯТНОСТЬ СОВМЕСТНОГО НАСТУПЛЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ГИДРОТЕРМИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ

До сих пор детально были рассмотрены однофакторные вероятности мелиораций — вероятность орошения  $P_{\uparrow w}$ , вероятность осушения  $P_{\downarrow w}$ , вероятность охлаждения  $P_{\downarrow t}$  и вероятность повышения температур  $P_{\uparrow t}$ . Однако в природных условиях процессы происходят одновременно, т. е. возможны различные сочетания этих



повышения температур,  
августа, в — 1-я декада сентября.

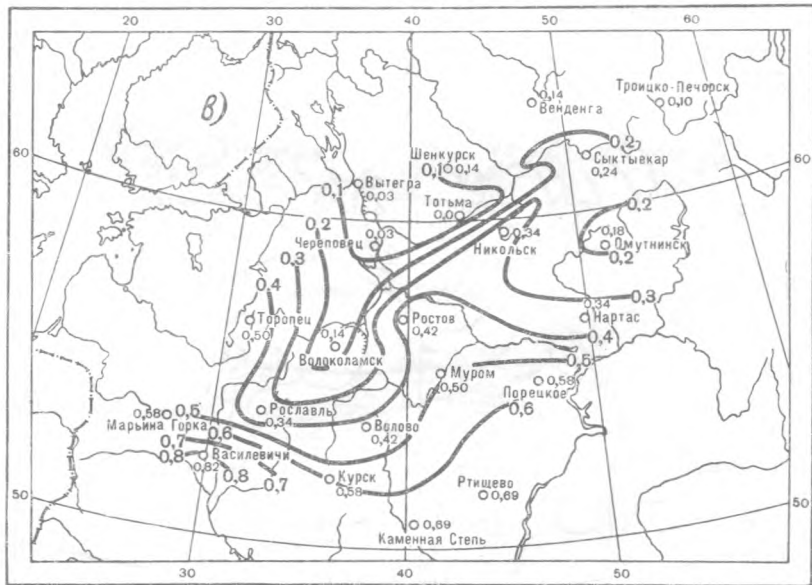
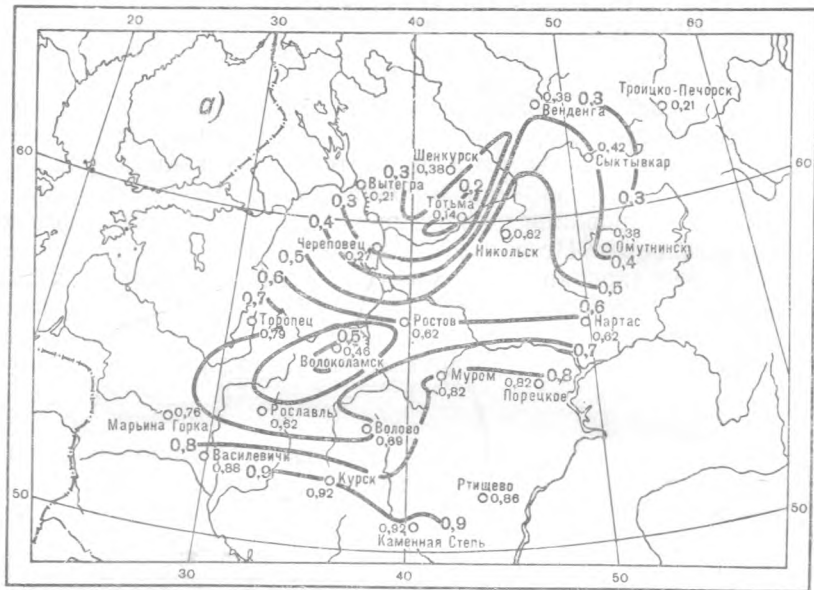
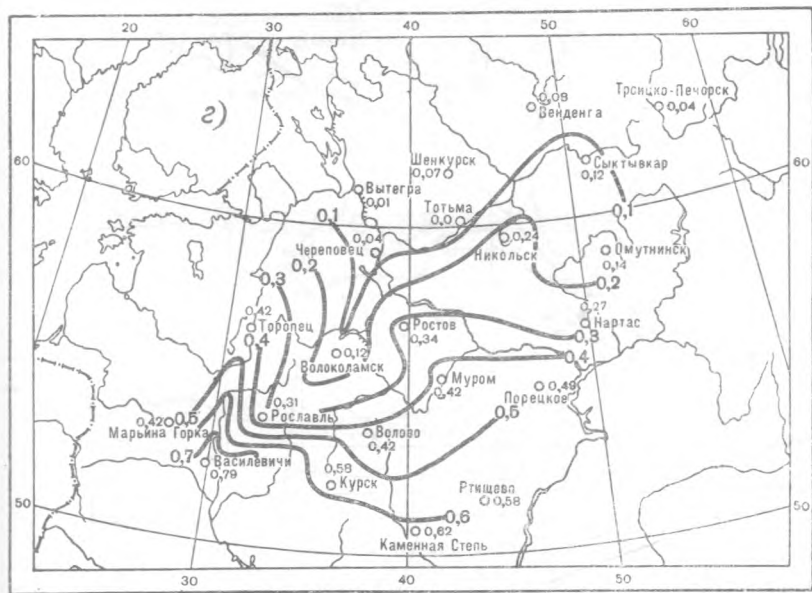
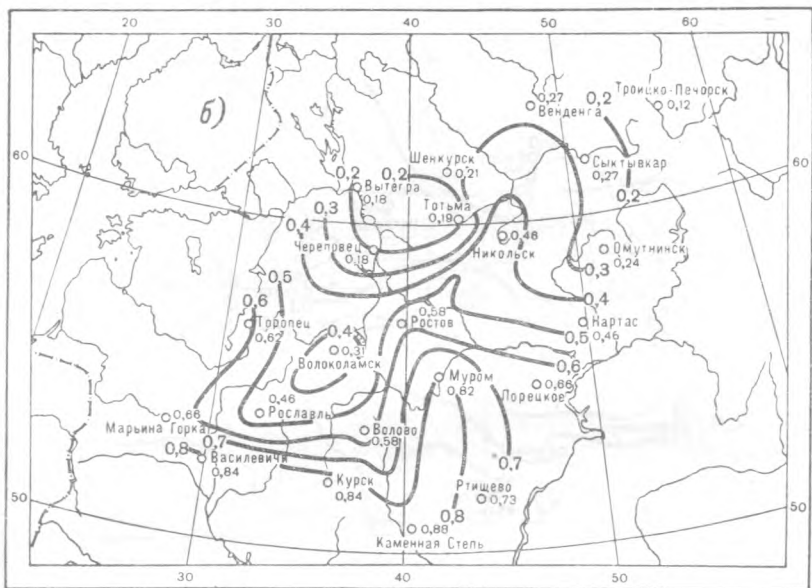


Рис. 26 а—г. Вероятность  
Декады июля: а — 2-я, б — 3-я;



понижения температур.

декады августа в — 1-я, г — 2-я.

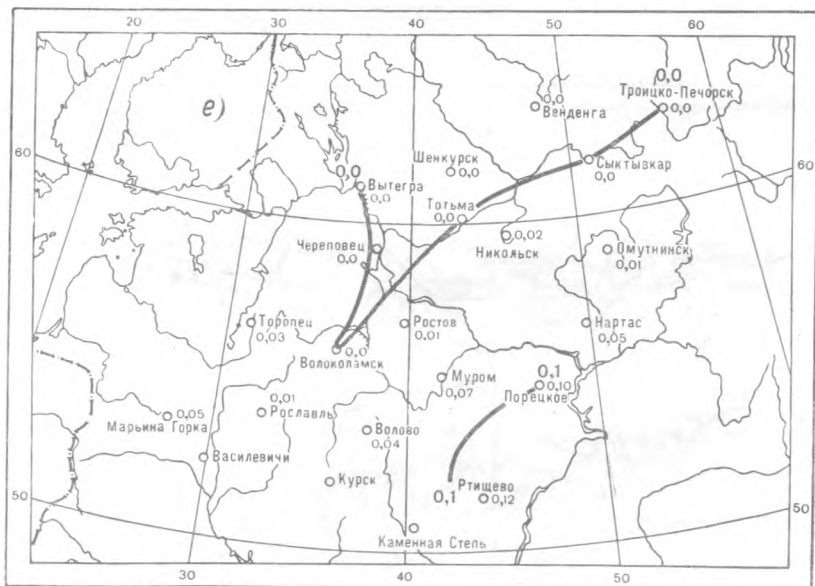
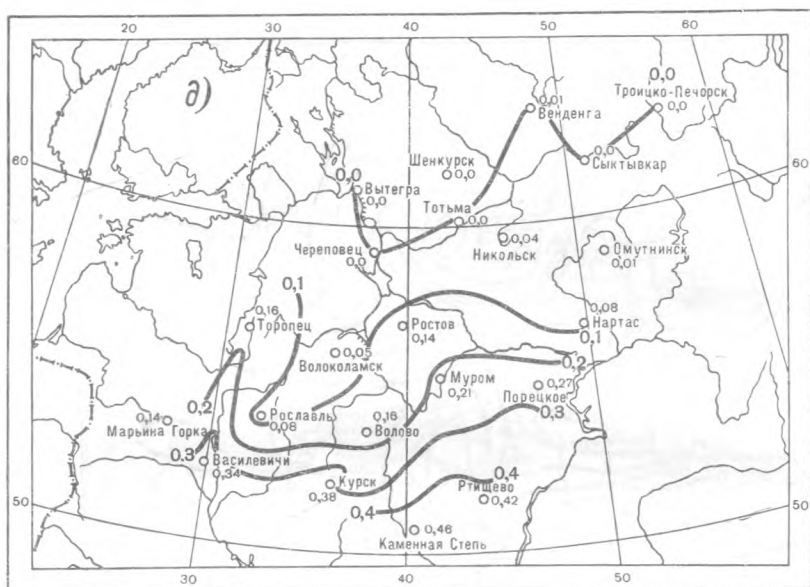


Рис. 26 д—е. Вероятность понижения температур.  
 д — 3-я декада августа; е — 1-я декада сентября.

вероятностей друг с другом. Например,  $P_{\uparrow w} P_{\uparrow t}$  — вероятность совместной необходимости орошения и повышения температур,  $P_{\downarrow w} P_{\uparrow t}$  — совместное осушение и понижение температур,  $P_{\uparrow w} P_{\downarrow t}$  — орошение и понижение температур,  $P_{\downarrow w} P_{\downarrow t}$  — осушение и повыше-

Вероятность понижения температур  $P_{\downarrow t}$ 

Пункт	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
Венденга				0,03	0,16	0,21	0,27	0,38	0,27	0,14	0,08	0,01	0
Троицко-Печорск				0,01	0,08	0,12	0,24	0,21	0,12	0,10	0,04	0	0
Вытегра	0			0,05	0,08	0,04	0,05	0,21	0,18	0,03	0,01	0	0
Шенкурск				0,08	0,21	0,10	0,21	0,38	0,21	0,14	0,07	0	0
Сыктывкар				0,07	0,24	0,38	0,38	0,42	0,27	0,24	0,12	0	0
Тотьма				0,05	0,10	0,04	0,04	0,14	0,10	0	0	0	0
Череповец		0,01		0,07	0,08	0,12	0,10	0,27	0,18	0,03	0,04	0	0
Никольск		0,02		0,18	0,42	0,50	0,38	0,62	0,46	0,34	0,24	0,04	0,02
Омутнинск		0,01		0,07	0,21	0,24	0,27	0,38	0,24	0,18	0,14	0,01	0,01
Торопец		0,16		0,38	0,38	0,50	0,46	0,79	0,62	0,50	0,42	0,16	0,03
Ростов		0,07		0,42	0,38	0,42	0,42	0,62	0,58	0,42	0,34	0,14	0,01
Нартас		0,02		0,16	0,48	0,46	0,42	0,62	0,46	0,34	0,27	0,08	0,05
Волоколамск		0,07		0,18	0,24	0,31	0,21	0,46	0,31	0,14	0,12	0,05	0
Муром	0,04			0,34	0,54	0,62	0,54	0,82	0,82	0,50	0,42	0,21	0,07
Поречкое		0,16		0,34	0,66	0,73	0,54	0,82	0,66	0,58	0,49	0,27	0,10
Марьяна Горка	0,01			0,38	0,38	0,52	0,46	0,76	0,66	0,58	0,42	0,14	0,05
Рославль		0,12		0,27	0,34	0,46	0,31	0,62	0,46	0,34	0,31	0,08	0,01
Волово		0,04		0,31	0,46	0,79	0,42	0,69	0,58	0,42	0,42	0,16	0,04
Василевичи	0,08			0,54	0,69	0,69	0,73	0,88	0,84	0,82	0,79	0,34	0,38
Курск		0,12		0,28	0,54	0,66	0,66	0,92	0,84	0,58	0,58	0,38	0,42
Ртицево		0,12		0,38	0,66	0,69	0,58	0,86	0,73	0,69	0,58	0,42	0,12
Каменная Стень	0,04			0,51	0,73	0,82	0,69	0,92	0,88	0,69	0,62	0,46	0,12

ние температур,  $P_{\uparrow w}P_t$  — орошение при оптимальных температурных условиях,  $P_{\downarrow w}P_t$  — осушение при оптимальных температурных условиях,  $P_{\uparrow t}P_w$  — необходимость повышения температур при оптимальных водных условиях и  $P_{\downarrow t}P_w$  — необходимость понижения температур при оптимальных водных условиях. Все эти величины рассчитаны для каждого пункта по декадам. Результаты расчетов приведены в приложении.

Анализ различных сочетаний позволяет определить вероятность совместных мероприятий, регулирующих одновременно водный и тепловой режимы. Так, для пунктов, приведенных в приложении, величины  $P_{\uparrow w}P_{\uparrow t}$  и  $P_{\downarrow w}P_{\uparrow t}$  практически во все декады вегетации равны нулю. Это показывает, что при необходимости повышения температур регулирование водного режима не нужно. Исключение составляет Вытегра, где в 3-ю декаду мая и 1-ю декаду июня могут наблюдаться случаи (1 раз в 3 года и 1 раз в 10 лет соответственно), когда необходимо не только повышение температур, но и осушение.

Величины вероятностей совместного регулирования водного режима (осушения и орошения) с необходимым понижением температур —  $P_{\downarrow w}P_{\downarrow t}$  и  $P_{\downarrow w}P_{\uparrow t}$  — для ряда пунктов, расположенных в северной части, близки к нулю во все декады вегетации (Венденга, Троицко-Печорск, Вытегра, Шенкурск, Сыктывкар, Тотьма, Череповец, Омутнинск, Нартас). Для ряда пунктов, расположенных в центральной части ЕТС (Никольск, Волово, Рославль, Торопец, Марьяна Горка, Волоколамск, Муром, Ростов, Порецкое), вероятность мероприятий по одновременному осушению и понижению температур  $P_{\downarrow w}P_{\downarrow t}$  колеблется от 0,05 до 0,30, т. е. даже во влажные годы, хотя и редко, все же возможны перегревы растения.

В третьей группе пунктов, расположенных на юге и юго-западе (Василевичи, Курск, Ртищево, Каменная Степь), вероятность  $P_{\uparrow w}P_{\downarrow t}$  доходит до 0,45 (Каменная Степь). В то же время и вероятность  $P_{\downarrow w}P_{\downarrow t}$  отлична от нуля (Ртищево, Василевичи).

Рассмотрим вероятность необходимости орошения при оптимальных температурах —  $P_{\downarrow w}P_{\downarrow t}$ . Этот показатель для всех пунктов мал по абсолютной величине (исключение составляет Каменная Степь). Следовательно, оптимальность температур как бы определяет ненужность орошения.

Вероятность необходимости осушения при оптимальных температурах практически на всей территории отлична от нуля. Это показывает, что на землях атмосферного питания при оптимальных температурах возможно переувлажнение слоя почвы 0—50 см. Вероятность повышения температур при оптимальном водном режиме  $P_{\uparrow t}P_w$  для пунктов, расположенных в центральной и южной частях рассматриваемой территории, равна нулю. Для северных районов в начале и в конце вегетации эти вероятности отличны от нуля.

Особый интерес представляет вероятность необходимости понижения температур при оптимальных водных условиях  $P_{\downarrow t}P_w$ . Как и следовало ожидать, абсолютные значения этих вероятностей в большинстве случаев намного превышают предыдущие показате-

тели (исключение составляют северные районы). Из этого следует, что в многолетнем разрезе встречается до 20—70% случаев, когда при оптимальном водном режиме необходимы мелиорации, понижающие температуры.

Таким образом, анализ гидротермических условий еще раз подтверждает сделанные выше выводы, что для получения высоких и устойчивых урожаев картофеля в северных и центральных частях ЕТС необходимы не только и не столько водные мелиорации, сколько тепловые, позволяющие понижать температуры почв.

Следует еще раз подчеркнуть, что настоящие выводы основаны на анализе мезоклиматических характеристик и должны с некоторыми коррективами применяться для аномальных участков (болот, пойм и т. п.), имеющих свой микроклимат, отличный от климата окружающей территории.

#### 5.5. МАКСИМАЛЬНЫЕ ДИАПАЗОНЫ ( $\alpha=0,1$ ; $1 - \alpha=0,9$ ) РЕГУЛИРОВАНИЯ ВЛАГОЗАПАСОВ И ТЕМПЕРАТУР ПОЧВЫ

Кроме вероятностных характеристик, важно знать также, каковы те мелиоративные воздействия, которые нужны для создания оптимальных условий роста и развития растения. Поэтому были подсчитаны величины необходимых воздействий на влагозапасы и температуры в каждую декаду вегетации. Результаты этих расчетов приведены в приложении.

Здесь представлены три значения воздействий: необходимое мелиоративное воздействие на влагозапасы и температуры в «холодный» или «сухой» год при  $\alpha = 0,1$  и «влажный» или «жаркий» год при  $1 - \alpha = 0,9$  и, кроме того, в средний год при  $\alpha = 0,5$  ( $\Delta W_m \Delta t_m$ ).

Следует отметить, что в природе, очевидно, не встретится случая, когда все декады вегетации будут иметь одинаковые вероятности (обеспеченности) влагозапасов или температур, поэтому нельзя рассматривать приведенные значения необходимых воздействий по декадам как действительно необходимые в период вегетации. Эти расчеты даны здесь совсем для другой цели—для определения максимального диапазона регулирования.

На основании анализа таблиц приложения можно найти максимальное значение необходимого воздействия на влагозапасы и температуры при  $\alpha = 0,1$  и  $1 - \alpha = 0,9$ . Обозначив их соответственно  $\Delta W_{10\%}$ ,  $\Delta t_{10\%}$  и  $\Delta W_{90\%}$  и  $\Delta t_{90\%}$ , получим максимальные диапазоны регулирования влагозапасов и температур, которые необходимы на данном участке.

Следует отметить, что максимальными эти диапазоны названы условно, так как существуют диапазоны еще большей обеспеченности, но выбранные нами значения 0,1 и 0,9 достаточно велики и вряд ли их следует еще увеличивать.

Однозначно задачу о выборе расчетной вероятности можно решить только на основе технико-экономического расчета. Исходя из сказанного, примем диапазон с вероятностью 0,1—0,9 за



максимальный. Значения максимальных диапазонов для влагозапасов  $d_{max w}$  и для температур  $d_{max t}$  приводятся в табл. 25.

Таблица 25

Максимальные диапазоны регулирования

Пункт	$d_{max W}$		$d_{max t}$	
	$\Delta W_{10\%}$	$\Delta W_{90\%}$	$\Delta t_{10\%}$	$\Delta t_{90\%}$
Венденга . . . . .	21,5 VII <sub>13</sub>	—40,6 VII	8,7 VI <sub>1</sub>	—6,7 VII <sub>2</sub>
Троицко-Печорск	19,6 VII <sub>12</sub>	—35,2 VII <sub>1</sub>	9,1 VI <sub>1</sub>	—5,5 VI <sub>17</sub>
Вытегра . . . . .	21,6 VIII <sub>2</sub>	—49,3 IX <sub>1</sub>	7,7 V <sub>3</sub>	—4,7 VII <sub>2</sub>
Шенкурск . . . . .	19,7 VIII <sub>3</sub>	—37,5 VI	7,1 VI <sub>1</sub>	—6,3 VII <sub>2</sub>
Сыктывкар . . . . .	18,4 IX <sub>1</sub>	—36,7 VII <sub>3</sub>	7,6 VI <sub>1</sub>	—7,5 VII <sub>1</sub>
Тотьма . . . . .	17,9 VII <sub>12</sub>	—40,6 VI <sub>3</sub>	7,2 V <sub>3</sub>	—4,0 VII <sub>2</sub>
Череповец . . . . .	22,6 VIII <sub>3</sub>	—40,6 VIII <sub>3</sub>	7,4 V <sub>3</sub>	—5,1 VII <sub>2</sub>
Никольск . . . . .	25,0 VIII <sub>3</sub>	—42,3 VII <sub>1</sub>	6,7 V <sub>3</sub>	—7,8 VII <sub>2</sub>
Омутнинск . . . . .	24,3 VIII <sub>2</sub>	—35,6 VI <sub>3</sub>	7,5 IX <sub>1</sub>	—6,0 VII <sub>2</sub>
Торопец . . . . .	21,2 VII <sub>1</sub>	—56,2 VII <sub>3</sub>	5,5 V <sub>3</sub>	—8,1 VII <sub>2</sub>
Ростов . . . . .	25,8 IX <sub>1</sub>	—37,2 VI <sub>2</sub>	5,3 IX <sub>1</sub>	—7,2 VI <sub>2</sub>
Нартас . . . . .	30,0 VIII <sub>3</sub>	—28,8 V <sub>3</sub>	6,0 IX <sub>1</sub>	—7,1 VII <sub>2</sub>
Волоколамск . . . . .	26,6 VIII <sub>1</sub>	—44,7 VII <sub>2</sub>	5,6 V <sub>2, 3</sub>	—5,8 VII <sub>2</sub>
Муром . . . . .	39,7 IX <sub>1</sub>	—34,4 VII <sub>2</sub>	5,4 V <sub>2</sub>	—8,6 VII <sub>3</sub>
Порецкое . . . . .	28,4 IX <sub>1</sub>	—33,9 VI <sub>2</sub>	4,8 IX <sub>1</sub>	—8,4 VI <sub>3</sub> -VII <sub>2</sub>
Марьино Горка . . . . .	25,8 IX <sub>1</sub>	—38,4 VI <sub>1</sub>	7,1 V <sub>1</sub>	—8,1 VII <sub>2</sub>
Рославль . . . . .	23,8 VIII <sub>3</sub>	—36,6 VI <sub>3</sub>	5,2 V <sub>3</sub>	—6,7 VII <sub>2</sub>
Волово . . . . .	31,3 VIII <sub>2</sub>	—39,3 V <sub>3</sub>	5,6 V <sub>2</sub>	—7,9 VI <sub>2</sub>
Василевичи . . . . .	45,4 VIII <sub>2</sub>	—26,0 VIII <sub>1</sub>	4,9 V <sub>1</sub>	—9,7 VII <sub>2</sub>
Курск . . . . .	36,3 VIII <sub>2</sub>	—40,5 VI <sub>3</sub>	3,9 V <sub>2</sub>	—9,5 VI <sub>2</sub>
Ртищево . . . . .	40,6 VIII <sub>2</sub>	—35,1 VII <sub>2</sub>	3,7 IX <sub>1</sub>	—7,7 VII <sub>2, 3</sub>
Каменная Степь . . . . .	55,9 VIII <sub>2</sub>	—23,8 VII <sub>1</sub>	5,3 V <sub>1</sub>	—9,9 VII <sub>2</sub>

Таким образом, для того чтобы привести влагозапасы и температуры к середине оптимального диапазона  $W_{opt} = 60$  мм и  $t_{opt} = 15,5^\circ$  С, потребуется максимальное увеличение влагозапасов на  $\Delta W_{max}$  или температур на  $+\Delta t_{max}$  и уменьшение влагозапасов на  $-\Delta W_{max}$  или температур на  $-\Delta t_{max}$ .

Теперь о цели, с которой были произведены эти расчеты. Как говорилось выше, в естественных условиях обеспеченность 0,1 или 0,9 во все декады маловероятна, но из всех декад можно выбрать такую, в которой необходимое мелиоративное воздействие будет максимально. По максимальным значениям мелиоративных воздействий можно судить о мощности регулирующей системы. Мощность регулирующей системы определенным образом связана с капиталовложениями в нее, поэтому она может служить показателем необходимых капиталовложений. Это обстоятельство весьма важно, и хотя данный вопрос не разбирается подробно, можно отметить, что вместе с показателем необходимости мелиораций показатель необходимых капиталовложений дает возможность довольно полно решить вопрос не только о биоклиматической необходимости мелиораций, но и об экономической целесообразности проведения их.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ВЕРоятности наступления гидротермических условий и управляющие воздействия различной обеспеченности

Обозначения.

$P_{\uparrow w} P_{\uparrow t}$  — вероятность совместного орошения и повышения температур,

$P_{\downarrow w} P_{\uparrow t}$  — вероятность совместного осушения и повышения температур,

$P_{\uparrow w} P_{\downarrow t}$  — вероятность орошения и охлаждения,

$P_{\downarrow w} P_{\downarrow t}$  — вероятность осушения и охлаждения,

$P_{\downarrow w} P_t$  — вероятность орошения при оптимальных температурах,

$P_{\uparrow t} P_w$  — вероятность-осушения при оптимальных температурах,

$P_{it} P_w$  — вероятность повышения температур при оптимальном водном режиме,

$P_{\downarrow t} P_w$  — вероятность понижения температур при оптимальном водном режиме,

$\Delta W$  — необходимое изменение продуктивных влагозапасов (мм),

$\Delta t$  — необходимое изменение температур почвы ( $^{\circ}\text{C}$ ).

Венденга

Характеристика	Июнь			Июль			Август			Сентябрь
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
	$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,07
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0,10	0,07	0,06	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0,01	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0,15	0,16	0,23	0,10	0,14	0,19	0,11	0,08	0
$P_{\downarrow t}P_{\uparrow W}$	0,51	0,11	0	0,07	0	0	0,05	0,08	0,18	0,61
$P_{\downarrow t}P_{\uparrow W}$	0	0,13	0,17	0,17	0,31	0,21	0,10	0,07	0	0
$\Delta W_{10\%}$	-13,1	-13,8	-13,1	-11,4	-0,5	16,5	15,6	21,3	21,5	15,2
$\Delta W_{50\%}$	-20	-23	-23	-26	-17	-12	-11	-6	-4	-7
$\Delta W_{90\%}$	-26,9	-32,2	-32,9	-40,6	-33,5	-40,5	-37,6	-33,3	-29,5	-29,2
$\Delta t_{10\%}$	8,7	4,0	2,0	3,7	1,7	2,3	3,0	3,4	5,6	8,6
$\Delta t_{50\%}$	3,8	-0,2	-1,4	-1,2	-2,5	-1,6	-0,4	0,2	2,5	5,1
$\Delta t_{90\%}$	-1,1	-4,4	-4,8	-6,1	-6,7	-5,5	-3,8	-3,0	-0,6	1,6

Примечание. 1-я декада июня—1-я декада июля — образование всходов; 2-я декада июля — образование боковых побегов; 3-я декада июля — образование соцветий; 1-я декада августа—1-я декада сентября — цветение — увядание ботвы.

## Троицко-Печорск

Характеристика	Июнь			Июль			Август			Сентябрь
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
	$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0,09	0	0	0	0	0	0	0	0	0,07
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0,07	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0,09	0,08	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0,05	0,21	0,18	0,19	0,12	0,11	0,07	0,08	0,03	0
$P_{\uparrow t} P_{\uparrow W}$	0,52	0,10	0,09	0,08	0,03	0,05	0,14	0,20	0,48	0,84
$P_{\uparrow t} P_{\uparrow W}$	0	0,06	0,09	0,17	0,18	0,09	0,08	0	0	0
$\Delta W_{10\%}$	-13,6	-13,5	-12,6	-12,8	4,4	13,7	15,0	19,6	18,4	7,4
$\Delta W_{50\%}$	-22,0	-24,0	-23,0	-24,0	-14,0	-9,0	-7,0	-4,0	-3,0	-10,0
$\Delta W_{90\%}$	-30,4	-34,5	-33,4	-35,2	-32,4	-31,7	-29,0	-27,6	-24,4	-27,4
$\Delta t_{10\%}$	9,1	3,9	3,8	3,7	2,3	3,1	4,6	5,0	5,9	8,7
$\Delta t_{50\%}$	4,8	0,6	0	-0,9	-1,2	-0,3	0,6	1,5	3,7	6,2
$\Delta t_{90\%}$	0,5	-2,7	-3,8	-5,5	-4,7	-3,7	-3,4	-2,0	1,5	3,7

Примечание. 1-я декада июня—1-я декада июля—образование всходов; 2-я декада июля—образование боковых побегов; 3-я декада июля—образование соцветий; 1-я декада августа—1-я декада сентября—цветение—увядание ботвы.

Вытегра

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь	
	3			2			1			2			3	
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0,33	0,11	0	0,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,15
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0,17	0,20	0,47	0,42	0,30	0,09	0,09	0,17	0,15	0,20	0,15	0,20	0,15	0,15
$P_{\downarrow t}P_{\uparrow W}$	0,33	0,22	0	0,06	0	0	0	0	0	0,09	0	0,09	0,32	0
$P_{\downarrow t}P_{\uparrow W}$	0	0	0	0	0	0,18	0	0,15	0	0	0	0	0	0
$\Delta W_{10\%}$	-20,0	-17,3	-18,8	-17,7	-8,9	9,8	-8,9	14,2	19,8	21,6	21,3	19,3	19,3	19,3
$\Delta W_{50\%}$	-29,0	-26,0	-30,0	-29,0	-24,0	-10,0	-24,0	-8,0	-9,0	-7,0	-12,0	-15,0	-15,0	-15,0
$\Delta W_{90\%}$	-38,0	-34,7	-41,2	-40,3	-39,1	-29,8	-39,1	-30,2	-37,8	-35,6	-45,3	-49,3	-49,3	-49,3
$\Delta t_{10\%}$	7,7	6,9	4,1	2,1	2,6	1,5	2,6	1,8	1,6	2,7	3,8	6,5	6,5	6,5
$\Delta t_{50\%}$	4,5	2,2	0,5	-0,2	-0,1	-1,6	-0,1	-1,3	-0,5	0,4	1,5	3,5	3,5	3,5
$\Delta t_{90\%}$	1,3	-2,5	-3,1	-2,5	-2,8	-4,7	-2,8	-4,4	-2,6	-1,9	-0,8	0,5	0,5	0,5

Примечание. 3-я декада мая—3-я декада июня—образование всходов; 1-я декада июля—образование боковых побегов; 2-я декада июля—образование цветков; 3-я декада июля—1-я декада сентября—цветение—увядание ботвы.

## Шенкурск

Характеристика	Июль			Июль			Август			Сентябрь
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
$P_{\uparrow w} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow w} P_{\uparrow t}$	0,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow w} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0,08	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow w} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow t} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow w} P_{\downarrow t}$	0,12	0,24	0,37	0,28	0	0	0,05	0,07	0,05	0
$P_{\uparrow t} P_{\downarrow w}$	0,26	0,04	0	0	0	0	0	0	0,16	0,48
$P_{\downarrow t} P_{\downarrow w}$	0,06	0,13	0,05	0,13	0,36	0,20	0,12	0,06	0	0
$\Delta W_{10\%}$	-13,4	-16,8	-16,5	-18,0	-4,7	5,6	11,4	18,6	19,7	19,5
$\Delta W_{50\%}$	-23,0	-26,0	-27,0	-27,0	-15,0	-8,0	-7,0	-4,0	-3,0	-3,0
$\Delta W_{90\%}$	-32,6	-35,2	-37,5	-36,0	-25,3	-21,6	-25,4	-26,6	-25,7	-25,5
$\Delta t_{10\%}$	7,1	3,0	0,4	2,7	1,3	1,9	1,9	2,6	4,2	6,9
$\Delta t_{50\%}$	1,9	-1,0	-1,6	-1,1	-2,5	-1,5	-1,0	-0,3	1,7	3,8
$\Delta t_{90\%}$	-3,3	-5,0	-3,6	-4,9	-6,3	-4,9	-3,9	-3,2	-0,8	0,7

Примечание. 1-я декада июня—1-я декада июля — образование всходов; 2-я декада июля — образование боковых побегов; 3-я декада июля — образование соцветий; 1-я декада августа—1-я декада сентября — цветение — увядание ботвы.

## Сыктывкар

Характеристика	Июль			Июль			Август			Сентябрь		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,06
$P_{\downarrow W} P_{\downarrow t}$	0	0	0,08	0,09	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0,10	0,12	0,13	0	0,12	0,05	0	0,05	0	0	0
$P_{\uparrow t} P_{\downarrow W}$	0,37	0	0	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0,57
$P_{\downarrow t} P_{\downarrow W}$	0,06	0,20	0,30	0,28	0,38	0,21	0,21	0,11	0,21	0	0,23	0
$\Delta W_{10\%}$	-11,9	-9,7	-11,2	-11,6	-0,2	12,7	11,2	14,9	15,7	18,4	15,7	18,4
$\Delta W_{50\%}$	-18,0	-20,0	-22,0	-23,0	-14,0	-12,0	-8,0	-2,0	-2,0	-5,0	-2,0	-5,0
$\Delta W_{90\%}$	-24,1	-30,3	-32,8	-34,4	-27,8	-36,7	-27,2	-18,9	-19,7	-28,4	-19,7	-28,4
$\Delta I_{10\%}$	7,6	2,3	1,1	2,9	0,8	1,5	2,5	2,6	4,6	7,5	4,6	7,5
$\Delta I_{50\%}$	2,4	-1,5	-2,7	-2,3	-3,0	-1,9	-1,4	-0,5	2,1	4,4	-0,5	4,4
$\Delta I_{90\%}$	-2,8	-5,3	-6,5	-7,5	-6,8	-5,3	-5,3	-3,6	-0,4	1,3	-3,6	-0,4

Примечание. 1-я декада июня—1-я декада июля—образование всходов; 2-я декада июля—образование боковых побегов; 3-я декада июля—образование соцветий; 1-я декада августа—1-я декада сентября—цветение—увядание ботвы.

Тотьма

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь	
	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
$P_{\uparrow w} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow w} P_{\uparrow t}$	0,13	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow w} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow w} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow w} P_t$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,19	0	0
$P_{\downarrow w} P_t$	0,10	0,10	0,24	0,47	0,21	0,14	0,11	0,13	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow t} P_w$	0,44	0,26	0,08	0	0,05	0	0,06	0	0	0,191	0	0	0	0,528
$P_{\downarrow t} P_w$	0	0	0,06	0	0	0,11	0,08	0	0	0	0	0	0	0
$\Delta W_{10\%}$	-17,3	-15,2	-18,3	-17,4	-6,1	9,0	12,9	14,5	17,9	15,8	13,5	17,9	15,8	13,5
$\Delta W_{50\%}$	-25,0	-23,0	-26,0	-29,0	-21,0	-13,0	-10,0	-9,0	-3,0	-5,0	-7,0	-3,0	-5,0	-7,0
$\Delta W_{90\%}$	-32,7	-30,8	-33,7	-40,6	-35,9	-35,0	-32,9	-32,5	-23,9	-25,8	-27,5	-23,9	-25,8	-27,5
$\Delta t_{10\%}$	7,2	6,1	3,7	2,0	3,2	2,2	3,0	2,5	2,9	4,3	6,2	2,9	4,3	6,2
$\Delta t_{50\%}$	4,0	1,8	0,1	-0,3	0,3	-0,9	-0,2	0,5	0,8	2,3	3,9	0,8	2,3	3,9
$\Delta t_{90\%}$	0,8	-2,5	-3,5	-2,6	-2,6	-4,0	-3,4	-1,5	-1,3	0,3	1,6	-1,3	0,3	1,6

Примечание. 3-я декада мая — 3-я декада июня — образование всходов; 1-я декада июля — образование боковых побегов; 2-я декада июля — образование соцветий; 3-я декада июля — 1-я декада сентября — цветение — увядание ботвы.



Череповец

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь		
	3			1		2		3		1	2		3		1
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0,16	0,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,02	0,08
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0,06	0	0	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05	0
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0,15	0,21	0,44	0,30	0,13	0,13	0,13	0,13	0,14	0,14	0,03	0,19	0,08	0,19	0,08
$P_{\uparrow t} P_{\uparrow W}$	0,34	0,17	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0,06	0,40	0,06	0,40
$P_{\uparrow t} P_{\uparrow W}$	0	0,05	0,05	0,07	0,22	0,22	0,15	0,15	0	0	0	0	0	0	0
$\Delta W_{10\%}$	-18,3	-14,5	-17,4	-5,9	11,6	11,6	16,7	16,7	19,9	19,9	16,7	22,6	16,8	22,6	16,8
$\Delta W_{50\%}$	-26,0	-25,0	-27,0	-23,0	-12,0	-12,0	-9,0	-9,0	-7,0	-7,0	-5,0	-9,0	-9,0	-9,0	-9,0
$\Delta W_{90\%}$	-33,7	-35,5	-35,6	-40,1	-35,6	-35,6	-34,7	-34,7	-33,9	-33,9	-26,7	-40,6	-34,8	-40,6	-34,8
$\Delta t_{10\%}$	7,4	5,5	3,1	2,3	0,9	0,9	1,8	1,8	1,3	1,3	2,1	3,3	6,4	3,3	6,4
$\Delta t_{50\%}$	3,5	1,3	-0,1	-0,6	-2,1	-2,1	-1,3	-1,3	-0,7	-0,7	-0,2	1,2	3,5	1,2	3,5
$\Delta t_{90\%}$	-0,4	-2,9	-3,3	-3,6	-5,1	-5,1	-4,4	-4,4	-2,7	-2,7	-2,5	-0,9	0,6	-0,9	0,6

Примечание. 3-я декада мая — 3-я декада июня — образование всходов; 1-я декада июля — образование боковых побегов; 2-я декада июля — образование соцветий; 3-я декада июля — 1-я декада сентября — цветение — увядание ботвы.

НИКОЛЬСК

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь	
	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
$P_{\uparrow w} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow w} P_{\uparrow t}$	0,24	0,06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05
$P_{\downarrow w} P_{\downarrow t}$	0	0,06	0,21	0,23	0,13	0,08	0,08	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow w} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow w} P_t$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,06	0
$P_{\downarrow w} P_t$	0,32	0,22	0,28	0,23	0,20	0,05	0,10	0,04	0,08	0,14	0,10	0,08	0,14	0,10
$P_{\uparrow t} P_w$	0,18	0,12	0,005	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05	0,27
$P_{\downarrow t} P_w$	0	0,12	0,21	0,27	0,25	0,52	0,37	0,31	0,20	0,03	0	0,20	0,03	0
$\Delta W_{10\%}$	-21,7	-19,8	-15,9	-15,4	-1,7	15,2	15,5	15,9	23,0	25,0	22,9	23,0	25,0	22,9
$\Delta W_{50\%}$	-30,0	-27,0	-29,0	-28,0	-22,0	-9,0	-11,0	-5,0	-3,0	-5,0	-6,0	-3,0	-5,0	-6,0
$\Delta W_{90\%}$	-38,3	-34,2	-42,1	-40,6	-42,3	-33,2	-36,5	-25,9	-29,0	-35,0	-34,9	-29,0	-35,0	-34,9
$\Delta t_{10\%}$	6,7	5,0	0,7	-0,4	1,4	-0,8	0,4	0,1	0,9	3,0	6,3	0,9	3,0	6,3
$\Delta t_{50\%}$	2,7	0,1	-2,9	-3,4	-2,6	-4,3	-3,2	-2,6	-2,0	0,3	2,4	-2,0	0,3	2,4
$\Delta t_{90\%}$	-1,3	-4,8	-6,5	-6,4	-6,6	-7,8	-6,8	-5,3	-4,9	-2,4	-1,5	-4,9	-2,4	-1,5

Примечание. 3-я декада мая — 3-я декада июня — образование всходов; 1-я декада июля — образование побегов; 2-я декада июля — образование соцветий; 3-я декада июля — 1-я декада сентября — цветение — увядание ботвы.

ОМУТНИНСК

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь	
	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0,06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_t$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_t$	0,06	0,07	0,08	0,23	0,11	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow t} P_W$	0,44	0,24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,44
$P_{\downarrow t} P_W$	0	0,05	0,19	0,16	0,23	0,34	0,23	0,16	0,12	0,01	0	0	0	0
$\Delta W_{10\%}$	-8,5	-9,2	-13,2	-14,4	-1,4	11,0	7,7	20,9	24,3	23,3	21,8	21,8	21,8	21,8
$\Delta W_{50\%}$	-19,0	-19,0	-21,0	-25,0	-17,0	-9,0	-8,0	-3,0	-1,0	0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0
$\Delta W_{90\%}$	-29,5	-28,8	-28,8	-35,6	-32,6	-29,0	-23,7	-26,9	-26,3	-23,3	-25,8	-25,8	-25,8	-25,8
$\Delta f_{10\%}$	7,4	5,9	0,7	1,6	2,3	0,8	1,4	2,2	2,5	4,4	7,5	7,5	7,5	7,5
$\Delta f_{50\%}$	3,5	1,5	-1,9	-1,8	-1,6	-2,5	-1,8	-1,2	-0,7	1,7	3,6	3,6	3,6	3,6
$\Delta f_{90\%}$	-0,4	-2,9	-4,5	-5,2	-5,5	-6,0	-5,0	-4,6	-3,9	-1,0	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3

Примечание. 3-я декада мая—3-я декада июня—образование всходов; 1-я декада июля—образование боковых побегов; 2-я декада июля—образование соцветий; 3-я декада июля—1-я декада сентября—цветение—увядание ботвы.

Торопец

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь	
	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\downarrow t}$	0,16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0,13	0,24	0,22	0,33	0,17	0,27	0,24	0,16	0,10	0,05	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\downarrow t}$	0,48	0,36	0,35	0,33	0,20	0,07	0,14	0,16	0,14	0,26	0,23	0,26	0,26	0,23
$P_{\downarrow t} P_{\uparrow W}$	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,08	0	0	0,08
$P_{\uparrow t} P_{\downarrow W}$	0	0,14	0,16	0,17	0,28	0,50	0,36	0,32	0,29	0,10	0	0	0	0
$\Delta W_{10\%}$	-24,1	-22,4	-18,9	-18,3	-8,4	14,2	16,2	21,2	20,4	19,7	19	19,7	19	19
$\Delta W_{50\%}$	-34	-31	-31	-33	-25	-18	-20	-15	-12	-15	-14	-12	-15	-14
$\Delta W_{90\%}$	-43,9	-39,6	-43,1	-47,7	-41,6	-50,2	-56,2	-51,2	-44,4	-49,7	-47	-44,4	-49,7	-47
$\Delta t_{10\%}$	5,5	2,1	0,8	-0,3	-0,7	-2,3	-1,2	-1,1	-0,1	1,0	3,8	-0,1	1,0	3,8
$\Delta t_{50\%}$	0,3	-2,5	-2,7	-3,5	-3,3	-5,2	-4,2	-3,6	-3,0	-1,6	0,8	-3,0	-1,6	0,8
$\Delta t_{90\%}$	-4,9	-7,1	-6,2	-6,7	-5,9	-8,1	-7,2	-6,1	-5,9	-4,2	-2,2	-5,9	-4,2	-2,2

Примечание. 3-я декада мая—3-я декада июня — образование всходов; 1-я декада июля — образование боковых побегов; 2-я декада июля — образование соцветий; 3-я декада июля—1-я декада сентября — цветение—увядание ботвы.

Ростов

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь	
	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\downarrow t}$	0	0,14	0,14	0,14	0,08	0,10	0,07	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_t$	0,18	0,20	0,23	0,20	0,10	0,06	0,05	0	0	0	0	0	0	0,05
$P_{\downarrow t} P_W$	0,14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,28
$P_{\downarrow t} P_W$	0,05	0,28	0,24	0,28	0,34	0,51	0,49	0,38	0,30	0,13	0,01	0,01	0,13	0,01
$\Delta W_{10\%}$	-15,0	-15,7	-14,8	-15,0	-1,5	13,9	20,1	24,1	25,0	25,4	25,8	25,8	25,4	25,8
$\Delta W_{50\%}$	-24,0	-26,0	-26,0	-26,0	-18,0	-10,0	-5,0	1,0	3,0	5,0	4,0	4,0	5,0	4,0
$\Delta W_{90\%}$	-33,0	-36,3	-37,2	-37,0	-34,5	-33,9	-30,1	-22,1	-19,0	-15,4	-17,8	-17,8	-15,4	-17,8
$\Delta f_{10\%}$	4,7	0,1	0,9	0,1	0,1	-1,2	-0,9	0,1	0,4	2,5	5,3	5,3	2,5	5,3
$\Delta f_{50\%}$	0,9	-3,0	-2,7	-3,1	-3,1	-4,2	-4,0	-3,0	-2,5	-0,7	2,2	2,2	-0,7	2,2
$\Delta f_{90\%}$	-2,9	-6,1	-6,3	-6,3	-6,3	-7,2	-7,1	-6,1	-5,4	-3,9	-0,9	-0,9	-3,9	-0,9

Примечание. 3-я декада мая — 3-я декада июня — образование всходов; 1-я декада июля — образование боковых побегов; 2-я декада июля — образование соцветий; 3-я декада июля — 1-я декада сентября — цветение — увядание ботвы.

Нартас

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь	
	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_t$	0	0	0	0	0	0	0	0,05	0,06	0,10	0,06	0,10	0,06	0,06
$P_{\downarrow W} P_t$	0,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow t} P_W$	0,22	0,13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,27
$P_{\downarrow t} P_W$	0	0,15	0,44	0,43	0,42	0,58	0,41	0,30	0,24	0,07	0	0	0	0
$\Delta W_{10\%}$	-7,2	-7,9	-10,4	-12,1	-0,1	17,4	23,9	27,2	26,6	30,0	29,2	29,2	29,2	29,2
$\Delta W_{50\%}$	-18,0	-17,0	-19,0	-20,0	-10,0	-2,0	0	3,0	7,0	9,0	7,0	7,0	7,0	7,0
$\Delta W_{90\%}$	-28,8	-26,0	-27,6	-27,9	-19,9	-21,4	-23,9	-21,2	-12,6	-12,0	-15,2	-15,2	-15,2	-15,2
$\Delta t_{10\%}$	5,0	4,1	-0,8	-0,1	0,8	-1,1	0,4	0,2	1,3	2,6	6,0	6,0	6,0	6,0
$\Delta t_{50\%}$	1,6	-0,2	-3,4	-3,3	-2,8	-4,1	-3,2	-2,7	-1,9	-0,3	1,8	1,8	1,8	1,8
$\Delta t_{90\%}$	-1,8	-4,5	-6,0	-6,5	-6,4	-7,1	-6,8	-5,6	-5,1	-3,2	-2,4	-2,4	-2,4	-2,4

Примечание. 3-я декада мая — 3-я декада июня — образование всходов; 1-я декада июля — образование боковых побегов; 2-я декада июля — образование соцветий; 3-я декада июля — 1-я декада сентября — цветение — увядание ботвы.

Волоколамск

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь
	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	
													1
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0,14	0,10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\downarrow t}$	0	0	0,06*	0,08	0,07	0,07	0,12	0,07	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_t$	0	0	0	0	0	0	0	0	0,07	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_t$	0,28	0,25	0,26	0,25	0,14	0,24	0,14	0,14	0,15	0,12	0,17	0,17	0,17
$P_{\uparrow t} P_w$	0,20	0,17	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,16
$P_{\downarrow t} P_w$	0	0	0,12	0,16	0,24	0,14	0,32	0,23	0,10	0,10	0	0	0
$\Delta W_{10\%}$	-20,6	-18,3	-16,6	-16	-0,2	8,6	18,7	22,6	26,6	21,6	20,1	17,2	17,2
$\Delta W_{50\%}$	-28	-27	-26	-26	-18	-18	-13	-9	-6	-6	-9	-11	-11
$\Delta W_{90\%}$	-35,4	-35,7	-35,4	-36	-35,8	-44,6	-44,7	-40,6	-38,6	-38,6	-38,1	-39,2	-39,2
$\Delta t_{10\%}$	5,6	5,6	3,0	1,7	0,8	0,6	-0,8	-0,1	0,8	0,9	2,1	4,5	4,5
$\Delta t_{50\%}$	2,6	1,4	-0,8	-1,7	-2,3	-1,9	-3,3	-2,6	-1,5	-1,4	-0,4	1,9	1,9
$\Delta t_{90\%}$	-0,4	-2,8	-4,6	-5,1	-5,4	-4,4	-5,8	-5,1	-3,8	-3,7	-2,9	-0,7	-0,7

Примечание. 2-я декада мая—2-я декада июня — образование всходов; 3-я декада июня — образование побегов; 1-я декада июля — образование соцветий; 2-я декада июля—1-я декада сентября — цветение—увядание ботвы.

М у р о м

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь
	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	
													1
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\downarrow t}$	0	0	0,06	0,13	0,07	0,08	0,06	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0,05	0	0,06	0	0,06	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_t$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,16
$P_{\downarrow W} P_t$	0	0,18	0,10	0,11	0	0,06	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow t} P_W$	0,20	0,13	0,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,13
$P_{\downarrow t} P_W$	0,03	0,10	0,28	0,41	0,54	0,41	0,71	0,73	0,46	0,36	0,16	0,05	0,05
$\Delta W_{10\%}$	-9,6	-8,0	-9,8	-9,6	9,3	29,5	23,8	25,6	26,3	32,6	37,9	39,7	39,7
$\Delta W_{50\%}$	-21	-22	-21	-22	-11	-2	-2	3	8	10	12	9	9
$\Delta W_{90\%}$	-32,4	-36	-32,2	-34,4	-31,3	-33,5	-27,8	-19,6	-10,3	-12,6	-13,9	-21,7	-21,7
$\Delta t_{10\%}$	5,4	5,0	1,9	-0,2	-1,0	-0,2	-2,6	-2,6	-1,5	0,3	1,3	4,6	4,6
$\Delta t_{50\%}$	1,5	0,4	-1,8	-3,8	-4,4	-3,7	-5,5	-5,6	-3,5	-2,9	-1,7	0,8	0,8
$\Delta t_{90\%}$	-2,4	-4,2	-5,5	-7,4	-7,8	-7,2	-8,4	-8,6	-5,5	-6,1	-4,7	-3,0	-3,0

Примечание. 2-я декада мая—2-я декада июня — образование всходов; 3-я декада июня — образование боковых побегов; 1-я декада июля — образование соцветий; 2-я декада июля—1-я декада сентября — цветение—увядание ботвы.



Порецкое

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь
	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0,05	0,16	0,13	0	0,07	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,07
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0,06	0,08	0,08	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0,06
$P_{\downarrow t} P_{\uparrow W}$	0,11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow t} P_{\uparrow W}$	0,15	0,29	0,50	0,60	0,54	0,74	0,62	0,51	0,48	0,24	0,16	0,09	0,09
$\Delta W_{10\%}$	-11,7	-11,6	-12,1	-14,6	-5,0	16,4	20,0	25,2	19,4	27,1	28,4	28,4	28,4
$\Delta W_{50\%}$	-20,0	-21,0	-23,0	-23,0	-12,0	-5,0	0	1,0	2,0	6,0	8,0	8,0	8,0
$\Delta W_{90\%}$	-28,3	-30,4	-33,9	-31,4	-19,0	-26,4	-20,0	-23,2	-15,4	-15,1	-12,4	-12,4	-12,4
$\Delta t_{10\%}$	3,6	2,6	-1,5	-1,6	-0,4	-2,6	-1,4	-1,3	0,2	1,1	4,8	4,8	4,8
$\Delta t_{50\%}$	-0,4	-2,0	-4,6	-5,0	-3,8	-5,5	-4,5	-3,8	-3,4	-2,0	0,6	0,6	0,6
$\Delta t_{90\%}$	-4,4	-6,6	-7,7	-8,4	-7,2	-8,4	-7,6	-6,3	-7,0	-5,1	-3,6	-3,6	-3,6

Примечание. 3-я декада мая—3-я декада июня—образование всходов; 1-я декада июля—образование боковых побегов; 2-я декада июля—образование соцветий; 3-я декада июля—1-я декада сентября—цветение—увядание ботвы.

Марьяна Горка

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь	
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,05	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W} P_t$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,06
$P_{\uparrow W} P_t$	0	0	0	0,08	0,10	0,07	0,10	0	0	0	0	0	0	0,14
$P_{\uparrow t} P_W$	0,50	0,24	0,17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow t} P_W$	0	0,01	0,17	0,33	0,32	0,45	0,36	0,63	0,58	0,52	0,39	0,11	0,04	0,07
$\Delta W_{10\%}$	-2,4	-3,1	-4,14	-5,4	-8,7	3,7	20,4	21,7	23,4	24,9	17,8	25,2	25,8	25,8
$\Delta W_{50\%}$	-7,0	-11,0	-15,0	-18,0	-20,0	-14,0	-9,0	-5,0	-1,0	2,0	-3,0	-5,0	1,0	1,0
$\Delta W_{90\%}$	-11,6	-18,9	-25,6	-30,6	-31,3	-31,7	-38,4	-31,7	-25,4	-20,9	-23,8	-35,2	-23,8	-23,8
$\Delta t_{10\%}$	7,1	4,9	5,0	1,3	0,5	-0,4	-0,4	-2,1	-1,4	-0,7	-1,0	0,8	3,3	3,3
$\Delta t_{50\%}$	3,5	1,8	0,1	-2,5	-2,7	-3,6	-3,3	-5,1	-4,3	-3,9	-3,2	-1,5	0,3	0,3
$\Delta t_{90\%}$	-0,1	-1,3	-4,8	-6,3	-5,9	-6,8	-6,2	-8,1	-7,2	-7,1	-5,4	-3,8	-2,7	-2,7

Примечание. 1-я декада мая—2-я декада июня — образование всходов; 3-я декада июня — образование боковых побегов; 1-я декада июля — образование соцветий; 2-я декада июля—1-я декада сентября — цветение—увядание ботвы.

Рославль

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь	
	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
$P_{1W}P_{1t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{1W}P_{1t}$	0,06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{1W}P_{1t}$	0	0	0,05	0,17	0,07	0,11	0,06	0	0	0	0	0	0	0
$P_{1W}P_{1t}$	0	0	0	0	0	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{1W}P_{1t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,06	0
$P_{1W}P_{1t}$	0,18	0,07	0,09	0,21	0,14	0,07	0,08	0,05	0	0	0	0	0,11	0,10
$P_{1t}P_{1W}$	0,15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,10
$P_{1t}P_{1W}$	0,09	0,24	0,29	0,29	0,24	0,49	0,38	0,30	0,27	0,06	0,06	0,27	0,06	0
$\Delta W_{10\%}$	-15,6	-15,2	-13,8	-17,4	-2,6	16,2	17,1	21,4	22,5	23,8	21,4	22,5	23,8	22,1
$\Delta W_{50\%}$	-25,0	-22,0	-22,0	-27,0	-19,0	-10,0	-8,0	-3,0	-1,0	-4,0	-3,0	-1,0	-4,0	-4,0
$\Delta W_{90\%}$	-34,4	-28,8	-30,2	-36,6	-35,4	-36,2	-33,1	-27,4	-24,5	-31,8	-27,4	-24,5	-31,8	-30,1
$\Delta t_{10\%}$	5,2	2,2	1,0	-0,2	0	-1,5	-0,7	-0,3	0,1	1,6	-0,3	0,1	1,6	3,7
$\Delta t_{50\%}$	0,6	-1,7	-2,4	-3,2	-2,5	-4,1	-3,3	-2,8	-2,5	-0,9	-2,8	-2,5	-0,9	1,1
$\Delta t_{90\%}$	-4,0	-5,6	-5,8	-6,2	-5,0	-6,7	-5,9	-5,3	-5,1	-3,4	-5,3	-5,1	-3,4	-1,5

Примечание. 3-я декада мая—3-я декада июня — образование всходов; 1-я декада июля — образование боковых побегов; 2-я декада июля — образование соцветий; 3-я декада июля—1-я декада сентября — цветение—увядание ботвы.

Волово

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь
	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0,14	0,10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0,06	0,09	0,17	0,13	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05	0,05	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0,07	0,07	0,08	0,06	0,06
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0,34	0,30	0,18	0,20	0	0	0	0	0	0,05	0,10	0,08	0,08
$P_{\downarrow t}P_{\uparrow W}$	0,14	0,11	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0,02	0,15	0,15
$P_{\downarrow t}P_{\uparrow W}$	0	0,08	0,22	0,29	0,66	0,39	0,63	0,53	0,34	0,34	0,12	0	0
$\Delta W_{10\%}$	-19,1	-16,7	-16,4	-17,4	-0,6	10,1	16,5	20,4	30,7	31,3	28,5	25,8	25,8
$\Delta W_{50\%}$	-29,0	-28,0	-25,0	-27,0	-17,0	-8,0	-4,0	-1,0	3,0	2,0	-1,0	-2,0	-2,0
$\Delta W_{90\%}$	-39,1	-39,3	-33,6	-36,6	-33,4	-26,1	-24,5	-22,4	-24,7	-27,3	-30,5	-29,8	-29,8
$\Delta t_{10\%}$	5,6	5,4	2,3	1,2	-0,3	0,3	-1,5	-0,9	-0,6	1,0	1,9	4,6	4,6
$\Delta t_{50\%}$	1,8	0,6	-1,9	-3,1	-3,7	-2,9	-4,7	-3,9	-3,1	-2,8	-1,2	1,2	1,2
$\Delta t_{90\%}$	-2,0	-4,2	-6,1	-7,4	-7,1	-6,1	-7,9	-6,9	-5,6	-6,6	-4,3	-2,2	-2,2

Примечание. 2-я декада мая—2-я декада июня — образование всходов; 3-я декада июня — образование боковых побегов; 1-я декада июля — образование соцветий; 2-я декада июля—1-я декада сентября — цветение—увядание ботвы.

Василевичи

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	$P_{\uparrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0,05	0,06	0,06	0,05	0	0,05	0
$P_{\uparrow W} P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0,13	0,18	0,20	0,22	0,19	0,08
$P_{\uparrow W} P_t$	0	0	0	0	0	0	0,05	0	0	0,05	0,05	0,15
$P_{\downarrow W} P_t$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow t} P_W$	0,21	0,08	0,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow t} P_W$	0,08	0,12	0,34	0,56	0,66	0,61	0,54	0,63	0,59	0,57	0,55	0,23
$\Delta W_{10\%}$	4,8	3,1	-5,4	-8,3	9,5	22,7	38,0	42,8	44,8	44,4	45,4	44,5
$\Delta W_{50\%}$	-2,0	-7,0	-12,0	-17,0	-7,0	-1,0	6,0	9,0	12,0	14,0	12,0	10,0
$\Delta W_{90\%}$	-8,8	-17,1	-18,6	-25,7	-23,5	-24,7	-26,0	-24,8	-20,8	-16,4	-21,4	-24,5
$\Delta t_{10\%}$	4,9	3,3	2,7	-0,5	-1,6	-1,6	-1,8	-3,3	-2,8	-2,5	-2,4	1,5
$\Delta t_{50\%}$	0,9	-0,2	-2,0	-4,1	-4,5	-4,8	-4,8	-6,5	-5,8	-5,5	-5,1	-2,3
$\Delta t_{90\%}$	-3,1	-3,7	-6,7	-7,7	-7,4	-8,0	-7,8	-9,7	-8,8	-8,5	-7,8	-6,1

Примечание. 1-я декада мая—1-я декада июня — образование всходов; 2—3-я декада июня — образование боковых побегов; 1-я декада июля — образование соцветий; 2-я декада июля—3-я декада августа — цветение—увядание соцветий.

Курск

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август		
	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0,06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0,06	0,06	0,11	0,20	0,18	0,05	0,06	0	0,07	0,09	0,05	
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05	0,07	0,07	
$P_{\downarrow W} P_{\uparrow t}$	0,35	0,13	0,10	0,11	0,10	0	0	0	0	0	0	
$P_{\downarrow t} P_{\uparrow W}$	0,06	0,08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$P_{\downarrow t} P_{\uparrow W}$	0,06	0,22	0,43	0,46	0,48	0,67	0,85	0,78	0,48	0,46	0,32	
$\Delta W_{10\%}$	-9,6	-10,3	-10,7	-9,8	4,5	12,6	17,9	24,0	31,7	36,3	31,8	
$\Delta W_{50\%}$	-20,0	-22,0	-22,0	-24,0	-18,0	-7,0	-3,0	4,0	4,0	8,0	7,0	
$\Delta W_{90\%}$	-30,4	-33,7	-33,3	-38,2	-40,5	-26,6	-23,9	-16,0	-23,7	-20,3	-17,8	
$\Delta t_{10\%}$	3,9	3,6	-0,4	-0,7	-1,9	-1,5	-3,7	-2,7	-0,9	0,1	1,4	
$\Delta t_{50\%}$	0,1	-1,3	-3,9	-4,9	-5,5	-5,1	-6,6	-5,9	-3,9	-4,2	-2,4	
$\Delta t_{90\%}$	-3,7	-6,2	-7,4	-9,1	-9,1	-8,7	-9,5	-9,1	-6,9	-8,5	-6,2	

Примечание. 1-я декада мая—2-я декада июня — образование входов; 3-я декада июня — образование боковых побегов; 1-я декада июля — образование соцветий; 2-я декада июля—3-я декада августа — цветение—увядание ботвы.

## Ртищево

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август			Сентябрь
	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	
													2
$P_{\uparrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\downarrow t}$	0	0	0,08	0,16	0,26	0,24	0,33	0,28	0,26	0,22	0,14	0	0
$P_{\uparrow W}P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0,07	0,12	0,17	0,16	0,13	0	0
$P_{\uparrow W}P_t$	0	0	0	0	0	0	0	0	0,07	0,11	0,18	0,26	0,26
$P_{\downarrow W}P_t$	0,09	0,18	0,13	0,08	0,12	0,18	0,05	0,10	0,12	0,16	0,19	0,26	0,26
$P_{\uparrow t}P_w$	0,09	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow t}P_w$	0,11	0,14	0,30	0,50	0,43	0,32	0,46	0,34	0,26	0,20	0,15	0	0
$\Delta W_{10\%}$	-8,2	-7,1	-7,8	-8,9	6,0	20,4	27,4	33,3	39,0	40,6	40,3	40,4	40,4
$\Delta W_{50\%}$	-19,0	-21,0	-21,0	-22,0	-6,0	3,0	10,0	16,0	17,0	19,0	23,0	23,0	23,0
$\Delta W_{90\%}$	-29,8	-34,9	-34,2	-35,1	-18,0	-14,4	-7,4	-1,3	-5,0	-2,6	5,7	5,6	5,6
$\Delta t_{10\%}$	3,5	2,9	1,1	-1,3	-1,8	-0,9	-3,1	-1,9	-2,1	-0,5	0,5	3,7	3,7
$\Delta t_{50\%}$	-0,1	-0,9	-2,7	-4,4	-4,7	-4,0	-5,4	-4,8	-4,3	-4,0	-3,0	-0,1	-0,1
$\Delta t_{90\%}$	-3,7	-4,7	-6,5	-7,5	-7,6	-7,1	-7,7	-7,7	-6,5	-7,5	-6,5	-3,9	-3,9

Примечание. 2-я декада мая—2-я декада июня — образование всходов; 3-я декада июня — образование боковых побегов; 1-я декада июля — образование соцветий; 2-я декада июля—1-я декада сентября — цветение—увядание ботвы.

Каменная Степь

Характеристика	Май			Июнь			Июль			Август		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	$P_{\uparrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\uparrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow W}P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow W}P_{\downarrow t}$	0	0	0	0	0	0,06	0,12	0,28	0,37	0,34	0,41	0,30
$P_{\uparrow W}P_t$	0	0	0	0	0	0	0,06	0	0,05	0,16	0,24	0,35
$P_{\downarrow W}P_t$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\uparrow t}P_w$	0,27	0,07	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{\downarrow t}P_w$	0,04	0,18	0,27	0,50	0,73	0,76	0,56	0,62	0,51	0,34	0,21	0,16
$\Delta W_{10\%}$	1,4	-0,9	-0,4	-6,2	10,1	26,4	35,8	44,9	44,2	47,8	55,9	52,4
$\Delta W_{50\%}$	-7,0	-9,0	-13,0	-15,0	-3,0	9,0	14,0	19,0	26,0	29,0	35,0	35,0
$\Delta W_{90\%}$	-15,4	-17,1	-22,0	-23,8	-16,1	-8,4	-7,8	-6,9	7,8	10,2	14,1	17,6
$\Delta t_{10\%}$	5,3	3,0	2,5	-0,1	-1,6	-2,6	-1,2	-3,7	-3,2	-1,9	-0,1	0,8
$\Delta t_{50\%}$	1,7	-0,9	-1,5	-3,6	-5,2	-5,8	-5,2	-6,8	-6,2	-4,6	-4,4	-3,1
$\Delta t_{90\%}$	-1,9	-4,8	-5,5	-7,1	-8,8	-9,0	-9,2	-9,9	-9,2	-7,3	-8,7	-7,0

Примечание. 1-я декада мая—1-я декада июня—образование всходов; 2-я декада июня—образование боковых побегов; 3-я декада июня—образование соцветий; 1-я декада июля—3-я декада августа—цветение—увядание ботвы.



## SUMMARY

The monograph is devoted to the questions of bioclimatic substantiation of land reclamation which means setting quantitative indices of discrepancy of crop demands to environment conditions.

The first chapter discusses some mathematical models of crop demands to environment conditions according to different factors.

It is determined that in general condition the relative harvests (increase and etc)  $S$  are connected with sizeless values of factors of environment conditions, such as moisture  $\varphi$  ( $W$ ), temperature  $\varphi$  ( $f$ ), mineral nutrition  $\varphi$  ( $f$ ), by the following differential equation

$$U_{\max} dS/d\varphi = kS(\varphi_{\text{opt}} - \varphi), \quad (2.2)$$

where  $U_{\max}$  — the maximum harvest of the crop, which can be obtained at the optimum conditions of all environment condition factors (water, heat, feeding, sun radiation, etc);

$S=U/U_{\max}$   $U$  — harvest of the crop;  $k$  — coefficient of proportionality bringing into conformity the dimensions of the right and left side of the equation.

At certain simplifications one can write down:

$$S = \exp \left[ -\frac{1}{2v} (\varphi - \varphi_{\text{opt}})^2 \right], \quad (2.11)$$

where  $v = U_{\max}/k$ .

The experimental data of the second crops where water, heat and nutrition factor compared with the curve, constructed according to the equation (2.11), allow to think that this equation describes satisfactorily the process under consideration.

In this chapter some considerations are given permitting to reveal the law of change of optimum range of vegetation conditions.

In the conclusion of this chapter the data concerning with the isooptimum crop demands to water and heat factors are given that is the graphic form of the function  $S(W, t)$  (fig. 11).

The second chapter deals with the water and heat environment conditions and the determination of the distribution laws of probabilities of soil water storage and temperature in different decades of vegetation period for the potato crop.

The data are given on joint law of distribution of water content in the soil and of the temperature. It is shown that in the first approximation the joint law of distribution can be characterized as two-dimensional normal law of distribution  $g(W, t)$  [the formula (3.87)].

The third chapter is the central part of the monograph. It shows the mathematical approach to the problem, which is formulated for the two factors of the environment in the following way: to determine the probability of the miss of the end of the occasional vector  $\varphi(W, t)$  into the closed isooptimum section  $S(W, t)$ , that is

$$\bar{P}_{\text{ITM}} = 1 - P[(t, W) \in S_{\text{opt}}] = 1 - \int_S g(t, W) dt dW.$$

The value  $P_{\text{ITM}}$  can be interpreted as the probability of nonoptimum hydrothermal conditions or the probability of the necessity of hydrothermal land reclamation.

In the fourth chapter the maps of land reclamation necessity are made for the potato crop on the European territory of the USSR on the basis of the calculations of the values  $\bar{P}_{\text{ITM}}$ .

The developed method of calculation may be used for the purposes of planning and basing land reclamation on the vast territories.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аверьянов С. Ф., Шабанов В. В. Общая схема исследований методов мелиорации среды обитания растений. — В кн.: Проблемы мелиорации Полесья. Ч. 1. Минск, 1971, с. 188—194.
2. Аверьянов С. Ф., Бердышев В. Д. Основные научные проблемы осушения земель. — «Вестник с.-х. науки», 1969, № 1, с. 11—19.
3. Аверьянов С. Ф. О выборе расчетного расхода регулируемых рек. — «Научные записки МИИВХ», 1937, вып. 2.
4. Алексеев Г. А. Интегральный метод выявления статистических закономерностей между случайными величинами. — «Труды ГГИ», 1949, вып. 14(68), с. 46—94.
5. Алексеев Г. А. Генетико-статистический метод определения вероятностных максимальных расходов воды. — «Труды ГГИ», 1954, вып. 43 (97), с. 5—21.
6. Броунов П. И. Атласы по сельскохозяйственной метеорологии, вып. 1. Схематические карты вероятности наступления засушливых декад в Европейской России. Спб., 1913.
7. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., «Наука», 1964, 576 с.
8. Вериго С. А., Разумова Л. А. Почвенная влага и ее значение в сельскохозяйственном производстве. Л., Гидрометеоздат, 1963, 289 с.
9. Власов А. А. Статистические функции распределения. М., «Наука», 1966, 355 с.
10. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Л., Гидрометеоздат, 1963, 285 с.
11. Герасимов И. П., Глазовская А. М. Основы почвоведения и географии почв. М., Географгиз, 1960, 490 с.
12. Давитая Ф. Ф. Прогноз обеспеченности теплом и некоторые проблемы сезонного развития природы. М., Гидрометеоздат, 1964, 132 с.
13. Дояренко А. Г. Факторы жизни растений. М., «Колос», 1966, 280 с.
14. Дренаж сельскохозяйственных земель. Под ред. С. Ф. Аверьянова. М., «Колос», 1964, 719 с.
15. Кельчевская Л. С. Комплексная оценка тепло- и влагообеспеченности вегетационного периода сахарной свеклы. — «Труды ЦИП», 1965, вып. 140, с. 97—104.
16. Кембел Дж. А. Почему происходят химические реакции? М., «Мир», 1967, 157 с.
17. Кириличева К. В. Методическое пособие по составлению прогноза средней областной урожайности яровой пшеницы. М., Гидрометеоздат, 1967, 8 с.
18. Кондратов С. К. Орошаемое земледелие. М., Сельхозгиз, 1948, 499 с.
19. Костяков А. Н., Фаворин Н. Н., Аверьянов С. Ф. Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод. М., «Наука», 1956, 449 с.
20. Костяков А. Н. Основы мелиораций. М., Сельхозгиз, 1960, 622 с.
21. Костяков А. Н. Избранные труды. Т. 2. М., Сельхозгиз, 1961, 743 с.
22. Максимова И. А. Краткий курс физиологии растений для агрономов. М.—Л., Сельхозгиз, 1930, 328 с.

23. Мастинская С. Б., Мещанинова Н. Б. Агрогидрологическая эффективность орошения зерновых культур на Юго-Востоке Европейской территории СССР.— «Труды ЦИП», 1957, вып. 53, с. 3—19.
24. Мастинская С. Б. Режим влажности почвы основных полей севооборота в условиях полезащитного лесоразведения в Заволжье. — «Труды ЦИП», 1954, вып. 33 (60), с. 3—45.
25. Методические указания по анализу и оценке сложившихся и ожидаемых агрометеорологических условий. М., Гидрометеоздат, 1957, 261 с.
26. Монин А. С., Яглом А. А. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М., «Наука», 1965, 710 с.
27. Пановский Г. А., Брайер Г. В. Статистические методы в метеорологии. Л., Гидрометеоздат, 1972, 209 с.
28. Паршина Р. А. Опыт использования композиционного метода для расчета экстремальных температур разной обеспеченности. — «Труды НИИАК», 1964, вып. 26, с. 44—54.
29. Полубаринова-Кочина П. Я., Пряжинская В. Г., Элих В. Н. Математические методы в вопросах орошения. М., «Наука», 1969, с. 330—408.
30. Потапов М. В. Сочинение, т. 3. М., Сельхозгиз, 1951, 478 с.
31. Применимость методов агрометеорологических прогнозов в различных районах СССР (результаты производственных испытаний). Под ред. А. В. Процерова, Е. С. Улановой. М., Гидрометеоздат, 1961, 157 с.
32. Проблемы причинности в современной физике. М., «Наука», 1960, с. 257—312.
33. Разумова Л. А. Основные итоги агрогидрологических исследований Гидрометслужбы. — «Труды ЦИП», 1949, 18 (45), с. 72—95.
34. Разумова Л. А. Особенности засух в острозасушливых районах СССР и учет климатических ресурсов. М., Изд. МСХ, 1958, с. 3—21.
35. Рашевский Н. Теоретическая и математическая биология. М., «Мир», 1968, 448 с.
36. Сиротенко О. Д. Агроклиматические расчеты на основании статистических зависимостей. — «Метеорология и гидрология», 1965, № 7, с. 20—26.
37. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М., «Наука», 1965, 511 с.
38. Статистические методы в метеорологии. — «Труды ГГО», 1957, вып. 208, с. 5—139.
39. Торн Д., Петерсон Х. Орошаемые земли. М., Изд-во иностр. лит., 1952, с. 155—340.
40. Уланова Е. С., Рымар А. Л. Связи запасов продуктивной влаги в различных слоях почвы под озимой пшеницей в осенний период. — «Труды ЦИП», 1963, вып. 131, с. 53—63.
41. Урбах В. Ю. Биометрические методы. М., «Наука», 1964, 415 с.
42. Физические условия почвы и растения. М., Изд-во иностр. лит., 560 с.
43. Хлистунов В. Н. О применимости теоремы Котельникова к дискретной измерительной технике. — «Измерительная техника», 1961, № 3, с. 33—35.
44. Цубербиллер Е. А. Методические указания. ЦИП, М., 1962, 78 с.
45. Цубербиллер Е. А. Методика агрометеорологического прогноза урожая картофеля. — «Труды ЦИП», 1965, вып. 145, с. 157—167.
46. Шабанов В. В., Ключева В. А. Оценка обеспеченности агрометеорологических условий для произрастания картофеля на примере района г. Якутска.—«Труды МГМИ», 1965, т. 29, с. 74—81.
47. Шабанов В. В. Выбор количества измерений при проведении некоторых мелиоративных экспериментов. — «Докл. ВАСХНИЛ», 1966, № 8, с. 44—46.
48. Шабанов В. В. Обоснование необходимости тепловых мелиораций.— В кн.: «Вопросы осушения», Киев, «Урожай», 1969, с. 55—60.
49. Шабанов В. В. Расчет необходимости гидротермических мелиораций. — «Вестник с.-х. науки», 1968, № 4, с. 85—92.
50. Шабанов В. В., Рудаченко Е. П. Типизация объектов сельскохозяйственных мелиораций. — «Вестник с.-х. науки», 1971, № 1, с. 83—86.
51. Шулгин А. М. Климат почвы и его регулирование. Л., Гидрометеоздат, 1972, 341 с.

## О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие.....	4
Г л а в а 1. Общая схема исследований по сельскохозяйственным мелиорациям .....	5
Г л а в а 2. Требования растений к водным, тепловым и другим условиям внешней среды.....	14
2.1. Взаимодействия внешней среды и растений.....	—
2.2. Общий вид кривых требований растений к условиям внешней среды .....	15
2.3. Теоретические принципы получения зависимости между требованиями растений и условиями среды.....	17
2.4. Требования к моделям и основные экспериментальные факты для построения моделей.....	20
2.5. Некоторые математические модели системы растение—среда . . . . .	22
2.6. Изменение оптимального значения фактора во время вегетации ...	26
2.7. Обобщение экспериментальных данных по требованиям растений к условиям внешней среды.....	28
2.8. Требования растений к тепловому фактору.....	35
2.9. Требования растений к водному фактору.....	37
2.10. Требования растений к водному и тепловому факторам. Изооптимальные области .....	39
2.11. Ошибки построения изооптимальных областей.....	42
2.12. Оптимальные диапазоны.....	43
Г л а в а 3. Условия внешней среды.....	45
3.1. Факторы внешней среды — случайные величины.....	—
3.2. Выбор факторов внешней среды для изучения.....	47
3.3. Периоды осреднения факторов и их выбор.....	—
3.4. Законы распределения температур воздуха и почвы.....	52
3.5. Связь между температурами почвы и воздуха.....	54
3.6. Расчет влагозапасов.....	57
3.7. О законе распределения влагозапасов.....	64
3.8. Связь между влагозапасами и температурами. Совместный закон распределения .....	65
3.9. Точность расчетов средних величин влагозапасов и температур . . . . .	67
Г л а в а 4. Статистическое обоснование потребности в мелиорации ...	69
4.1. Общие положения .....	—
4.2. Математические модели обоснования мелиораций. Расчет вероятности оптимальных и неоптимальных условий.....	72
Расчет вероятности оптимальных условий и вероятности мелиораций за вегетационный период.....	—
4.3. Одномерная задача — водные мелиорации.....	74
4.4. Вероятность потребности в тепловых мелиорациях.....	79
4.5. Двумерная задача. Вероятность потребности в гидротермических мелиорациях .....	83

4.6. Аналитические методы решения двумерной задачи. Условия применимости аналитического метода.....	84
4.7. Графо-аналитические методы решения задачи необходимости гидротермических мелиораций. Метод Потапова.....	90
4.8. Трехмерная задача. Определение необходимости совместных водных, тепловых и пищевых мелиораций.....	95
4.9. Использование полученных результатов и возможные направления дальнейшего развития метода расчета необходимости мелиораций . .	98
4.10. Точность расчетов вероятности потребности мелиорации.....	99
4.11. Вычисления необходимых мелиоративных воздействий.....	101
Г л а в а 5. Биоклиматическое обоснование гидротермических мелиораций для картофеля на Европейской территории СССР.....	105
5.1. Основные положения. Оптимальные диапазоны. Условия внешней среды .....	—
5.2. Вероятность оптимальных водных, тепловых и гидротермических условий для произрастания картофеля на ЕТС.....	113
5.3. Вероятность орошения и осушения, понижения и повышения температур в различные декады вегетации.....	117
5.4. Вероятность совместного наступления различных гидротермических условий .....	129
5.5. Максимальные диапазоны ( $\alpha=0,1$ ; $1 - \alpha=0,9$ ) регулирования влагозапасов и температур почвы.....	135
Приложение .....	137
Summary.....	160
Литература.....	162

Виталий Владимирович Шабанов

БИОКЛИМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МЕЛИОРАЦИЙ

Редактор А. Б. Котиковская. Переплет А. Головкина  
Техн. редактор М. И. Брайнина. Корректор Т. Н. Черненко

Сдано в набор 12/VI 1973 г. Подписано к печати 19/IX 1973 г.  
М-11357. Формат 60X90<sup>7/16</sup>. Бум. тип. № 1. Печ. л. 10,5.  
Уч.-изд. л. 12,17. Тираж 1700 экз. Индекс АЛ-323. Заказ № 457.  
Цена 1 р. 33 к.

Гидрометеониздат, 199053, Ленинград, 2-я линия, д. 23.

Ленинградская типография № 8 «Союзполиграфпрома»  
при Государственном комитете Совета Министров СССР  
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.  
190000, Ленинград, Прачечный пер., д. 6.

В магазины местных книготоргов поступил тематический план выпуска литературы Гидрометеиздата на 1974 год. Напоминаем читателям, что тиражи книг определяются строго в соответствии с заказами магазинов на каждое издание. Предварительные заказы по тематическим планам принимают все магазины, имеющие отделы научно-технической литературы.

Адрес специализированного  
магазина Гидрометеиздата:  
*197101, Ленинград, Большой  
пр., д. 57, магазин № 15 Лен-  
книги.*

*ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ*



*ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ*

ГОТОВИТ к ВЫПУСКУ В 1974 ГОДУ  
КНИГИ ПО СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ  
МЕТЕОРОЛОГИИ:

Бадина Г. В. Возделывание бобовых культур и погода.  
Цена 1 р. 20 к.

Вишнякова Н. М. Микроклимат и урожай при мульчировании пленкой. Цена 45 к.

Константинов А. Р., Струзер Л. Р. Лесные полосы и урожай. Изд. 2-е доп. и перераб. Цена 1 р. 20 к.

Микроклимат пленочных укрытий и растения. Авт.: Вишнякова Н. М., Колясева В. А., Котович И. Н. и др.  
Цена 40 к.

Нерпин С. В., Нерпина Н. С., Янгарбер В. А. Моделирование на ЭВМ влагопереноса в грунтах. Цена 1 р. 20 к.

Циприс Д. Б., Ревут В. И. Орошение и мульчирование на Северо-Западе Европейской территории СССР. Цена 70 к.

Чечек Ф. Ш. Вымокание озимых культур в нечерноземной зоне. Цена 45 к.

*Заказы просим направлять в специализированный магазин Гидрометеоиздата по адресу: 197101, Ленинград, Большой пр., д. 57, магазин № 15 Ленкниги.*

**ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ**