

З.К. ИОФИН

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Вологодский государственный университет», г. Вологда, Российская Федерация

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЗНАКИ
КОЭФФИЦИЕНТА РЕГРЕССИИ В ЗАВИСИМОСТЯХ
СЛОЯ СТОКА ОТ СЛОЯ АТМОСФЕРНЫХ ОСАДКОВ**

По данным выборочных значений функции и аргумента, в гидрологических исследованиях нередко прибегают к оценке зависимостей между гидрологическими величинами, используя регрессионный анализ. Рассматривается закономерность формирования коэффициента регрессии, принадлежащего зависимости между слоями речного стока и атмосферных осадков. Методы математической статистики формально обеспечивают основу для установления регрессионной зависимости, но они не в состоянии установить причинную связь этой зависимости. Выполнена попытка представления причинной связи формирования значений коэффициента регрессии на основе теоретических положений гидрологии, которые позволяют содержательно объяснить изучаемый процесс изменчивости коэффициента регрессии. Очевидно, что угол наклона регрессионной зависимости между слоями атмосферных осадков и стока должен определяться в основном потерями слоя атмосферных осадков и слоя стока. Для оценки потерь атмосферных осадков и речного стока использована генетическая теория речного стока. Согласно генетической теории потери атмосферных осадков и стока представлены тремя составляющими: потерями на впитывание в процессе водообразования, потерями на впитывание после окончания стока в замкнутых понижениях и потерями на впитывание на спаде стока после окончания водообразования. Используя эти виды потерь, получена зависимость, выражающая коэффициент регрессии как отношение суммы потерь атмосферных осадков за период водообразования плюс потери после окончания стока, отнесенные к сумме упомянутых уже трех видов потерь атмосферных осадков. Коэффициент регрессии зависимости слоя речного стока от слоя атмосферных осадков определяется потерями атмосферных осадков и стока.

Коэффициент регрессии, уравнение регрессии, линейно-корреляционная модель, генетическая теория стока, впитывание в почву, суммарное испарение.

Введение. Корреляционно-регрессионный анализ широко применяется в гидрологии, при этом часто используются как линейные, так и криволинейные зависимости, позволяющие экстраполировать изучаемые переменные до необходимых значений. Получаемые статистические зависимости в виде уравнений регрессии формально отражают степень тесноты связи, угол наклона линии регрессии, но не отвечают на вопрос о причинах формирования этих характеристик, в частности, наклона линии регрессии, т.е. коэффициента регрессии. В данной статье предпринята попытка поиска физического содержания по-

лучаемого коэффициента регрессии в уравнениях регрессии между годовыми слоями речного стока и атмосферных осадков. Коль скоро коэффициент регрессии может иметь самый разный угол наклона линии регрессии к оси абсцисс интересно проследить причинно-следственную связь образования различных значений коэффициента регрессии.

Материалы и методы исследования.

В качестве материалов для исследования привлечен материал по водному балансу, опубликованный в работе [2]. В работе [2] представлено сравнительно большое количество водно-балансовых составляющих,

из которых для решения поставленной задачи в данной статье интерес представляют потери речного стока и атмосферных осадков. Потери речного стока и атмосферных осадков подробно изложены в генетической теории стока [1] и количественно оценены в линейно-корреляционной модели [2].

Одним из факторов потерь являются потери на впитывание в почву, представляющие впоследствии величину суммарного испарения с поверхности водосбора.

В свою очередь, согласно генетической теории стока, потери атмосферных осадков и речного стока на впитывание в почву состоят из трех составляющих: слоя впитывания в процессе водообразования R_T , слоя впитывания на спаде стока после окончания водообразования R_v , слоя впитывания после окончания стока в замкнутых понижениях R_0 . Являясь потерями, эти параметры охватывают весь процесс формирования стока от водообразования, затем образования стока и до потерь на впитывание после окончания стока. Количественная оценка потерь на впитывание решена ранее в работе [2]. Что касается исследования факторов, определяющих коэффициент регрессии, то этот вопрос рассмотрен в данной статье на основании зависимости, предложенной в линейно-корреляционной модели для суммарного испарения [2].

Рассмотрим вопрос условий формирования коэффициента регрессии корреляционных зависимостей среднегодовых слоев речного стока от атмосферных осадков. Как известно, с математической точки зрения, коэффициент регрессии представляет собой произведение коэффициента корреляции между переменными x и y на соотношение среднеквадратических отклонений каждой переменной σ_x и σ_y :

$$k = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}. \quad (1)$$

Величина коэффициента регрессии отражает определенные природные условия формирования склонового стока на водосборе. Это метеорологические, геоморфологические, морфометрические факторы и факторы подстилающей поверхности. Среди обилия факторов подстилающей поверхности отметим почвенный покров. Его влияние распространяется практически на все элементы водного баланса. Как указывал А.Н. Бефани [1], такая характери-

стика почвенного покрова, как впитывание является регулятором всего водного баланса, хотя и не входит в уравнение водного баланса.

В работе [2] показано, что уравнение (2) является разновидностью уравнения водного баланса:

$$Y_4 = k_4 P - b_4, \quad (2)$$

где Y_4 – слой речного стока, мм; k_4 – коэффициент регрессии уравнения; P – слой атмосферных осадков, выпадающих на водосбор, мм; b_4 – свободный член уравнения, мм.

Предварительно заметим, что все представленные элементы имеют индекс «4». Индекс возник при рассмотрении вариантов возможных уравнений и линий регрессии зависимостей слоев речного стока от слоев атмосферных осадков, которым были присвоены индексы по порядку, начиная от «1» и заканчивая индексом «5». Индекс «4» соответствует параметрам уравнения (2). Поэтому параметр b в дальнейшем имеет индекс «4»: $b = b_4$.

Результаты и обсуждение. На основе уравнения (2) разработана линейно-корреляционная модель водного баланса [2], состоящая из трех компонентов: линейно-корреляционного уравнения, элементов генетической теории стока и метода наименьших квадратов при оценке регрессионных зависимостей.

Используя линейно-корреляционную модель, можно определить до 10 водно-балансовых параметров. Среди них – суммарное испарение с речного водосбора, которое выражается зависимостью:

$$E = b_4 + b_4 \frac{1 - k_4}{k_4} = \frac{b_4}{k_4}. \quad (3)$$

В соответствии с линейно-корреляционной моделью и генетической теорией стока, свободный член b_4 уравнения регрессии представляет собой сумму двух видов впитывания в почву:

$$b_4 = R_T + R_0 = k_4 P - Y_4, \quad (4)$$

где R_T – слой впитывания за период поверхностного водообразования; R_0 – слой впитывания после конца стока за счет объемов воды, остающихся в замкнутых понижениях.

На рисунке представлены элементы водного баланса и линейно-корреляционного уравнения.

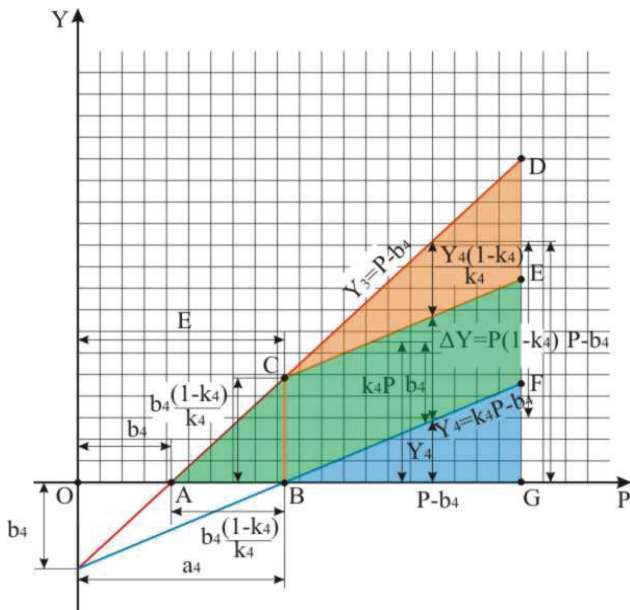


Рис. Графическое изображение элементов водного баланса

На рисунке отображены следующие водно-балансовые элементы совместно с цветными вставками. Часть атмосферных осадков, выраженная отрезком OA , отражает сумму $b_4 = R_T + R_0$, часть атмосферных осадков, выраженная отрезком AB , соответствует потерям стока на спаде половодий и паводков R_r . Сумма атмосферных осадков, выраженных отрезком OB , указывает на суммарное испарение E . Цветные вставки на рисунке 1 обоснованы в работе [2], а здесь лишь отметим, что они означают: оранжевая – изменение слоя инфильтрации, зеленая – изменение слоя впитывания R_r , голубая – изменение слоя речного стока Y_4 .

Величина одного из параметров впитывания,

$$R_r = \frac{b_4(1 - k_4)}{k_4}, \quad (6)$$

включает коэффициент регрессии, в отличие от двух других параметров впитывания. Поэтому можно утверждать, что R_r имеет отношение к степени наклона уравнения регрессии. Это утверждение следует еще и из рисунка 1. Чем больше величина R_r , тем меньше коэффициент регрессии. И наоборот. Слой R_r отражает впитывание на спаде стока после окончания водообразования, когда впитывание происходит только в руслах струй на склоне водосбора, а также во впадинах, заполненных водой. Подчеркнем, что этот слой впитывания относится еще к фазе стока. В работе [2] по-

казано, что сумма $R_T + R_0 + R_r$ представляет слой суммарного испарения E (на рисунке параметр a_4) с поверхности речного водосбора в многолетнем разрезе.

Из зависимости (3) следует:

$$k_4 = \frac{b_4}{E_4} = \frac{R_T + R_0}{R_T + R_0 + R_r}. \quad (7)$$

Так характеризуется состав физического понятия коэффициента регрессии и зависимости его от факторов подстилающей поверхности водосбора. Полученное выражение (7) еще раз говорит о том, что слои впитывания хоть и не входят непосредственно в уравнение водного баланса, но оказывают на водный баланс прямое влияние. Ведь изменение слоев впитывания и, соответственно, коэффициента регрессии ведут к изменению слоев суммарного испарения и инфильтрации, как это следует из аналитических [2] и графических (рис. 1) выражений. Коль скоро все три вида впитывания существуют всегда, коэффициент регрессии всегда меньше единицы. И только при $R_r = 0$ коэффициент регрессии становится равным единице и уравнение регрессии превращается в трехчленное уравнение водного баланса:

$$Y = P - b, \quad (8)$$

или, что, то же самое:

$$P = Y + E. \quad (9)$$

Равенство $R_r = 0$ физически противоречит природе склонового и общего речного стока. Такое равенство невозможно еще и как физический процесс, когда продолжается сток, а впитывание отсутствует. Коль скоро это так, уравнение (9) также признается не имеющим физического смысла, поскольку всегда $R_r \neq 0$ и, соответственно, коэффициент регрессии из уравнения (7) не может быть равен единице. Как известно, равенство коэффициента регрессии единице означает равенство слоев стока и атмосферных осадков, что физически невозможно. Такова важная роль этого слоя впитывания.

Выводы

Таким образом, именно потери атмосферных осадков на спаде стока после окончания водообразования R_r регулируют значения коэффициента регрессии. Такое положение дает основания утверждать, что

чем больше величина потерь стока на спаде после окончания водообразования R_p , тем меньше будет слой склонового притока. Все три вида впитывания, упомянутые ранее в зависимости (7), опосредовано через коэффициент регрессии, характеризуют слой полного речного стока, состоящего из склонового и руслового. Но, как известно, основной объем стока формируется на склонах водосбора, а в русле происходит трансформация склонового стока.

Если обратиться к генетической теории стока, то при минимальном коэффициенте регрессии будет иметь место, скорее всего, незавершенный неполный склоновый сток, при котором в формировании расходов будет участвовать не весь склон водосбора, а только нижняя часть склона. Слой речного стока здесь будет стремиться к минимальному значению. При максимальном коэффициенте регрессии вполне возможен полный завершенный речной сток, когда в формировании расходов примет участие весь склон. Слой речного стока здесь будет стремиться к максимальному значению.

Заключение

Коэффициент регрессии является не только статистическим признаком угла

наклона уравнения регрессии, но и индикатором физических процессов на водосборе, демонстрируя свое участие в разных видах склонового стока. Одновременно с этим приведенным анализом в статье показано, что используемое в настоящее время уравнение водного баланса вида (9) не обосновано с точки зрения физического смысла процесса речного стока и водного баланса.

Библиографический список

1. **Бефани А.Н.** Основы теории ливневого стока. / Труды Одесского гидрометеорологического института. – Л.: Гидрометеоиздат, 1958. – 310 с.
2. **Иофин З.К.** Теоретическое обоснование линейно-корреляционной модели водного баланса. // Вестник ГУМРФ. – 2013. № 3 (19). С. 18-27.

Материал поступил в редакцию 29.10.2017 г.

Сведения об авторе

Иофин Зиновий Константинович, доктор технических наук, доцент ВоГУ; 160000, Вологодская область, г. Вологда, ул. Ленина, д.15; тел. 8(8172)725093, доб. 110; e-mail: pirit35@yandex.ru.

Z.K. IOFIN

Federal state budgetary educational institution of higher professional education «Vologda state university», Vologda, Russian Federation

MATHEMATICAL AND PHYSICAL FEATURES OF THE REGRESSION COEFFICIENT IN DEPENDENCES OF THE RUNOFF LAYER FROM THE PRECIPITATION LAYER

In hydrologic investigations researchers often use a regression analysis to assess dependences between hydrologic values according to the data of selective values. The article considers the regularity of formation of the regression coefficient on the basis of hydrologic theory that enables the author to explain the variability of regression coefficient. Methods of the mathematical statistics formally provide the basis for regression dependence but they cannot establish the causal relationship of it. It is obvious that the angle of inclination of regression dependence between two values must be calculated mainly by the loss of the precipitation layer and runoff layer. So, following this statement the genetic theory of river runoff is used in the article to assess the loss precipitation and river runoff. According to the genetic theory the precipitation loss and runoff loss are presented by three components: loss on absorption in the process of water formation, loss on absorption after runoff completion in closed lowering and loss on absorption at runoff falling after water formation. Taking into account these types of loss there has been received the dependence in the article which represents the regression coefficient as the correlation between the precipitation loss within the period of water formation and loss after runoff completing and the sum of the types of the loss mentioned above. Therefore, the regression coefficient of the dependence of the river runoff layer from the precipitation layer depth is determined by precipitation and runoff loss.

Regression coefficient, regression equation, linear-correlation model, genetic theory of river runoff, absorption into the soil, total evaporation.

References

1. **Befani A.N.** Osnovy teorii livneвого stoka / Trudy Odesskogo gidrometeorologicheskogo institute. – L.: Gidrometeoizdat, 1958. – 310 s.

2. **Iofin Z.K.** Teoreticheskoe obosnovanie linejno-korrelyatsionnoj modeli vodnogo balansa. // Vestnik GUMPF. –2013. № 3 (19). С. 18-27.

The material was received at the editorial office
29.10.2017

Information about the author

Iofin Zinovij Konstantinovich, doctor of technical sciences, associate professor, VoSU, 160000, Vologodskaya region, Vologda, ul. Lenina, 15; tel. 8(8172)725093, ex. 110, e-mail: pirit35@yandex.ru

УДК 502/504:551.5

DOI 10.26897/1997-6011/2018-2-10-15

Д.Н. ИГНАТЕНКО

Федеральное государственное бюджетное учреждение «Северное управление по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды», г. Архангельск, Российская Федерация

В.Е. ПУТЫРСКИЙ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева», г. Москва, Российская Федерация

ИЗМЕНЕНИЯ АГРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СЕВЕРА И ЮГА АРХАНГЕЛЬСКОЙ ОБЛАСТИ В УСЛОВИЯХ ГЛОБАЛЬНОГО ПОТЕПЛЕНИЯ КЛИМАТА

Исследуется влияние глобального потепления климата на распределение агрометеорологических параметров северной и южной территории Архангельской области. Изучаются ряды инструментальных измерений, характеризующих высоту снежного покрова, глубину промерзания и сроки оттаивания почвы, продолжительность вегетации, суммы осадков и температур воздуха за многолетний период. Установлено, что изменения агрометеорологических условий выражаются в большей мере в северной части Архангельской области. Так, продолжительность вегетационного периода увеличилась по сравнению с нормой на 14 дней на севере и на 8 дней на юге. Суммы средних значений эффективных и активных температур воздуха также возросли более заметно в северных районах, где превысили климатическую норму на 126% и 113% соответственно. Увеличение сумм активных температур расширяет возможности возделывания в северных районах области таких культур, как ячмень, горох, лён, а в южных – яровой и озимой пшеницы, кукурузы и сахарной свеклы.

Глобальное изменение климата, агрометеорологические условия, инструментальные измерения, сельскохозяйственное производство

Введение. Россия продолжает испытывать потепление климата. По сведениям «Второго оценочного доклада Росгидромета» в среднем температура повышается на 0,41 градуса за 10 лет. И пока сколько-нибудь заметного снижения темпов потепления на территории страны не замечено [1]. В работе изучается влияние глобального потепления на агрометеорологические характеристики регионов Архангельской области РФ.

Климат Архангельской области умеренно-континентальный с коротким и прохладным летом, длительной и холодной зимой. Северные районы по климатическим особенностям существенно отличаются от районов, расположенных на юге области. Наблюдаются

также отличия в климатических показателях западных и восточных районов [2, 3].

В связи с существенным влиянием глобального потепления на агроклиматические ресурсы и биоклиматический потенциал территорий, изучение региональных факторов изменения климата для оценки ареалов выращивания различных сельскохозяйственных культур имеет особое значение в повышении эффективности сельскохозяйственного производства на севере ЕТР [4].

Материал и методы. В исследованиях участвовали два пункта наблюдений в северной и южной части Архангельской области. Гидрологическая станция 2 разряда Г-2 Пинега в Пинежском районе (64°42' северной широты, 43°23' восточной долготы, 28 м