

05.23.00 Строительство и архитектура

УДК 502/504:551.461

И.А. КОЖЕВНИКОВА

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

В.И. ШВЕЙКИНА

Институт водных проблем Российской академии наук (ИВП РАН), г. Москва, Российская Федерация

**НЕЛИНЕЙНАЯ ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ
ФОРМИРОВАНИЯ РЕЧНОГО СТОКА, ОСНОВАННАЯ
НА ЗАКОНАХ ПРИРОДЫ**

Основная цель представленной работы – создание нелинейной детерминированной модели формирования речного стока, адекватно отражающей основные его свойства: цикличность и хаотичность. Модель, состоящая из уравнений теплового и водного балансов, а также динамики речного стока, представляет собой систему автономных нелинейных дифференциальных уравнений. Ее решение исследовано методами теории нелинейных дифференциальных уравнений. Показано путем исследования устойчивости и типа неподвижных точек исходной системы, что хаотические решения могут возникать в системе только в том случае, если она имеет неустойчивые неподвижные точки. Полученное решение в зависимости от численных значений параметров является либо автоколебательным, либо хаотическим. В случае автоколебательного решения модель вскрывает механизм образования циклов в речном стоке. Хаотичность решения подтверждается методами детерминированного хаоса. На основании корреляционной размерности как характеристики детерминированного хаоса показано, что решение предложенной модели не является стохастическим, а обладает свойством хаотического колебания. Таким образом, представлена нелинейная модель формирования речного стока, имеющая в качестве решения автоколебания или хаотические колебания, т.е. модель отражает основные свойства речного стока: цикличность и хаотичность. Предложена методика предварительного исследования системы дифференциальных уравнений на предмет возможности возникновения в ней хаотических решений. Показано, что хаотические решения могут возникать только в системах, имеющих неустойчивые неподвижные точки. Определены управляющие параметры системы, чьи величины влияют на характер поведения решения.

Автономная система дифференциальных уравнений, корреляционная и информационная размерности, неподвижные точки, детерминированный хаос.

Введение. Существует очень много явлений и процессов, которые могут проявляться в нескольких режимах при одинаковых внешних воздействиях. Например, в теплофизике это фазовые переходы первого рода (кристаллизация, плавление, кипение, конденсация и т.д.), в экологии – бистабильность экологических систем. В гидрологии и климатологии также широко распространены нелинейные явления, которые с течением времени меняют характер своих колебаний.

Нелинейность говорит о том, что между определенными факторами системы могут осуществляться положительные обратные связи, которые приводят к бифуркации, неу-

стойчивости и фазовым переходам. Механизм положительных и отрицательных обратных связей в процессе формирования речного стока подробно рассмотрен [1]. Многим гидрологическим процессам присущи также и хаотические колебания: например, стоку рек снегового питания [2] и такой важной характеристике теплообмена в почве, как ее влагозапасам [3]. Обнаружены хаотические колебания тропического климата на примере динамической системы для явления Эль-Ниньо [4], показана хаотическая динамика рядов по наводнению рек в бассейне р. Хуанхэ [5].

Ранее проведенные нами исследования показали, что колебания стока некоторых рек

являются хаотическими [6]. В частности, были рассчитаны диагностические характеристики хаоса рек Унжа, Ока, Лена и суммарного стока рек, впадающих в Каспийское море. В диссертации О.А. Юшкиной [7] отражены полученные **результаты исследований**, опирающиеся на методы нелинейной динамики, которые свидетельствуют о присутствии детерминированного хаоса в многолетних рядах стока. В этой работе показано, что для исследованных временных рядов стока рек Днепр, Томь и Бия, находящихся в существенно различных географических условиях формирования стока и гидрологического режима, четко обнаруживаются признаки детерминированного хаоса. Об этом свидетельствуют формы автокорреляционных функций, спектры мощности Фурье, формы аттракторов на фазовой диаграмме, дробные значения корреляционной размерности и значение энтропии Колмогорова.

Таким образом, считая, что сток рек может иметь хаотические режимы, мы предлагаем простую нелинейную детерминированную модель речного стока, решения которой в зависимости от управляющих параметров системы могут иметь автоколебательный или хаотический характер.

Нелинейная детерминированная модель колебаний речного стока. Рассмотрим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= P - E(W, T) - Q \\ \frac{dQ}{dt} &= G(W) - \frac{Q}{K(W)}, \\ c \frac{dT}{dt} &= \frac{S_0}{4} [1 - \alpha(W)] - I(T) - LE(W, T), \end{aligned}$$

где P – осадки; $E(W, T)$ – испарение. Первое уравнение является уравнением водного баланса и представляет

собой частный случай закона сохранения вещества. Во втором уравнении G – силы тяжести, действующие на массы воды в бассейне, $\frac{1}{K}(x)$ – коэффициент сопротивления бассейна движению воды в замыкающий створ бассейна. Этот коэффициент тесно связан с гидрогеологическими особенностями строения бассейна. Коэффициент $K(W)$ – возрастающая функция W , т.к. рост влагозапасов приводит к увеличению речного стока. Многочисленными статистическими исследованиями показано, что водопроницаемость ненасыщенных грунтов экспоненциально увеличивается с ростом влажности. Второе уравнение системы выведено на основании закона изменения кинетической энергии воды, причем если $\Pi = GY$ – мощность, развиваемая силой тяжести при перемещении вод в замыкающий створ, $\Phi = Y^2 / K(W)$ – мощность диссипативных сил (сил трения и других сил сопротивления), то их разность $\Pi - \Phi$ даст скорость изменения кинетической энергии стока, равной $Y^2 / 2$. В третьем уравнении T – приповерхностная температура воздуха; c – теплоемкость системы «Атмосфера – деятельный слой подстилающей поверхности»; $\alpha(W)$ – альбедо; $I(T)$ – излучение; S_0 – солнечная постоянная; L – теплота испарения; $E(W, T)$ – испарение. Альбедо зависит от увлажнения подстилающей поверхности, от вида и густоты растительности, от степени покрытия земли снегом. Третье уравнение описывает потоки тепла, в основном приход солнечной энергии и расход в виде отражения и излучения земной поверхностью, а также потери тепла на испарение. Уравнение баланса тепла предложено В.И. Найденовым и использовано для описания хаотической динамики гидросферы [1].

Стационарная точка (W_s, Q_s, T_s) системы определяется из условий:

$$dW/dt = 0, \quad dQ/dt = 0, \quad dT/dt = 0.$$

В окрестности этой точки разложим правые части уравнений системы в ряд Тейлора, причем для простоты ограничимся только вторыми степенями разложения, из которых в уравнениях оставим смешанные произведения: WT и WQ . Учтем, что

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial W} \left(\frac{dW}{dt} \right) \right|_{\substack{W=W_s \\ Q=Q_s \\ T=T_s}} &= - \frac{\partial E(W_s, T_s)}{\partial W} = a_{10}, & \left. \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{dW}{dt} \right) \right|_{\substack{W=W_s \\ Q=Q_s \\ T=T_s}} &= - \frac{\partial E(W_s, T_s)}{\partial T} = a_{20}, \\ \left. \frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{dW}{dt} \right) \right|_{\substack{W=W_s \\ Q=Q_s \\ T=T_s}} &= -1 = a_{30}, \\ \left. \frac{\partial^2}{\partial W \partial T} \left(\frac{dW}{dt} \right) \right|_{\substack{W=W_s \\ Q=Q_s \\ T=T_s}} &= \frac{\partial^2}{\partial T \partial W} \left(\frac{dW}{dt} \right) \bigg|_{\substack{W=W_s \\ Q=Q_s \\ T=T_s}} = - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 E(W_s, T_s)}{\partial W \partial T} = a_{12}. \end{aligned}$$

Аналогично – для второго уравнения, учитывая, что

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial W} \left(\frac{dQ}{dt} \right) \right|_{\substack{W=W_s \\ Q=Q_s \\ T=T_s}} &= \frac{\partial G(W_s)}{\partial W} + \frac{\partial K(W_s)}{\partial W} \frac{Q_s}{K^2(W_s)} = b_{10}, & \left. \frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{dQ}{dt} \right) \right|_{\substack{W=W_s \\ Q=Q_s \\ T=T_s}} &= - \frac{1}{K(W_s)} = b_{30}, \\ \left. \frac{\partial^2}{\partial W \partial Q} \left(\frac{dQ}{dt} \right) \right|_{\substack{W=W_s \\ Q=Q_s \\ T=T_s}} &= \frac{\partial^2}{\partial Q \partial W} \left(\frac{dQ}{dt} \right) \bigg|_{\substack{W=W_s \\ Q=Q_s \\ T=T_s}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial K(W_s)}{\partial W} \frac{1}{K^2(W_s)} \right) = b_{13}. \end{aligned}$$

Введем обозначения для коэффициентов третьего уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial W} \left(\frac{dT}{dt} \right) \Big|_{\substack{W=W_s \\ Q=Q_s \\ T=T_s}} = -\frac{\partial \alpha(W_s) S_0}{\partial W} \frac{1}{4} - L \frac{\partial E(W_s, T_s)}{\partial W} = c_{10},$$

$$\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{dT}{dt} \right) \Big|_{\substack{W=W_s \\ Q=Q_s \\ T=T_s}} = -\frac{\partial I(T_s) S_0}{\partial T} \frac{1}{4} - L \frac{\partial E(W_s, T_s)}{\partial T} = c_{20},$$

Получим разложение для изменения температуры, влагозапасов и стока, если введем обозначения: $T - T_s = \tilde{T}$, $W - W_s = \tilde{W}$, $Q - Q_s = \tilde{Q}$, исходная система принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{W}}{dt} = a_{10}\tilde{W} + a_{20}\tilde{T} + a_{30}\tilde{Q} + a_{12}\tilde{W}\tilde{T}, \\ \frac{d\tilde{Q}}{dt} = b_{10}\tilde{W} + b_{30}\tilde{Q} + b_{13}\tilde{W}\tilde{Q}, \\ \frac{d\tilde{T}}{dt} = c_{10}\tilde{W} + c_{20}\tilde{T}. \end{cases}$$

В первом уравнении первый коэффициент a_{10} содержит производную испарения по влажности. Считаем, что этот коэффициент может быть как положительным (при росте влагозапасов испарение возрастает), так и отрицательным, т.к. при некотором критическом значении влагозапасов испарение будет существенно уменьшаться с ростом влагозапасов. При значительных влагозапасах солнечное тепло будет расходоваться на нагрев и испарение увеличивающегося объема воды. Этот тезис подтверждается и результатами наблюдений, показывающих, что испарение с поверхности увлажненной суши на 50% больше испарения с поверхности рядом расположенного мелководного водоема. Коэффициент a_{20} , куда входит производная испарения по температуре, всегда положителен. Коэффициент a_{30} постоянен и равен -1 . Коэффициенты в третьем уравнении c_{10} и c_{20} , куда входит солнечная постоянная S_0 , достаточно фиксированы, т.к. любая из вариация влечет уход решения в бесконечность. Остальные коэффициенты могут изменяться в довольно широких пределах.

Наиболее важными коэффициентами, сильно влияющими на решение системы, на наш взгляд, являются коэффициенты a_{10} и b_{30} – производная испарения по влагозапасам почвы и коэффициент сопротивления бассейна движению воды в замыкающий створ. Кроме этого, физическое обоснование интервалов изменения коэффициентов уравнений рассмотрено

подробно [1, 8]. Использование большинства значений коэффициентов, приведенных в этих работах, дает автоколебательные решения. Долгий поиск значений коэффициентов, дающих хаотическое решение, привел к следующим значениям коэффициентов:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= 0.47W + 0.5T - Q + 0.65TW, \\ \frac{dQ}{dt} &= 2.46W - 0.21Q + 0.5WQ, \\ \frac{dT}{dt} &= 0.4W - 0.021T. \end{aligned} \quad (1)$$

Проанализируем решение этой системы, чтобы проверить возможность возникновения в ней хаотического режима. Для этого рассмотрим неподвижные точки системы (1).

Методы исследования. Анализ неподвижных точек. Решение системы может иметь хаотический характер, если хотя бы одна из неподвижных точек является неустойчивой. Именно в таком случае в системе могут возникать хаотические решения. Например, в классической системе Лоренца имеются три неподвижные точки: $(0; 0; 0)$, $(8, 485; 8, 485; 27)$, $(-8, 485; -8, 485; 27)$. Первая точка является седло-узлом, две другие – слабыми неустойчивыми фокусами.

Неподвижные точки автономной системы (1) являются решением следующей алгебраической системы уравнений:

$$\begin{cases} 0.5T - Q + 0.65TW + 0.47W = 0, \\ 2.46W - 0.21Q + 0.5QW = 0, \\ -0.021T + 0.4W = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Система (1) имеет одну действительную неподвижную точку $(W_1 = 0, Q_1 = 0, T_1 = 0)$. Для определения типа неподвижной точки линеаризуем систему (2) в её окрестности и найдем корни характеристического уравнения. Локальное движение, описываемое линеаризованной системой, подобно движению исходной нелинейной системы. Линеаризация системы осуществляется разложением в ряд Тейлора с точностью до 1-го слагаемого каждой из 3-х функций левой части системы (2).

Таким образом, получаем матрицу производных левой части системы (2)

$$\begin{pmatrix} 0.65T + 0.47 & -1 & 0.65W + 0.5 \\ 0.5Q + 2.46 & 0.5W - 0.21 & 0 \\ 0.4 & 0 & -0.021 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Подставим координаты рассматриваемой неподвижной точки в матрицу (3) и вычислив определитель следующей матрицы, получим характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} 0.47 - x & -1 & 0.5 \\ 2.46 & -0.21 - x & 0 \\ 0.4 & 0 & -0.021 - x \end{vmatrix} = 0.$$

Его корни: $x_1^{(1)} = 0.121 - 1.464i$; $x_2^{(1)} = 0.121 + 1.464i$; $x_3^{(1)} = -0.0035$. Тип неподвижной точки: устойчивый узел (отрицательный действительный корень) – неустойчивый фокус (действительная часть комплексных корней положительна) [9].

Поскольку в окрестности неподвижной точки имеем линейную систему, воспользуемся критерием Рауса-Гурвица [10]. Из этого критерия следует, что если все корни характеристического уравнения, построенного для линеаризованной около неподвижной точки системы, имеют отрицательные действительные части, то исследуемая нелинейная система дифференциальных уравнений устойчива. В этом случае искать хаотический режим не имеет смысла. Для системы (1) эти необходимые условия устойчивости нарушены, поэтому в ней возможен хаотический режим. Определение типа неподвижной точки является предварительным исследованием системы, в которой предполагается хаос. Решение системы (1) в плоскости (температура, влагозапасы) изображено на рисунке 1.

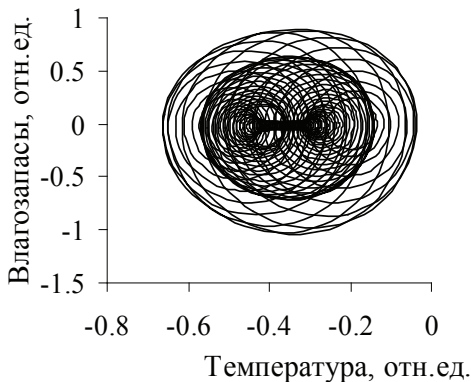


Рис. Решение системы (1)

Покажем, что это решение можно считать хаотическим также и с помощью диагностических характеристик хаоса: корреляционной и информационной размерностей.

Корреляционная размерность. Вычислим вероятность P обнаружить систему в двух состояниях, X и Y , расстояние между которыми в фазовом пространстве мень-

ше любого $\varepsilon > 0$: $C(\varepsilon) = P\{(X, Y) : \|X - Y\| \leq \varepsilon\}$. Эта вероятность определяется как предел [11] $C(\varepsilon) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\Psi(n, \varepsilon) / n^2)$ при условии, что он существует. Функция $\Psi(n, \varepsilon)$ – это число пар точек $i, j \leq n$, для которых в рассматриваемой последовательности $\{X_n\}$ расстояние $\|X_i - X_j\| < \varepsilon$. Если существует константа D , такая, что $C(\varepsilon) = \text{const} \cdot \varepsilon^D$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, то эта константа называется корреляционной размерностью. Другими словами, корреляционная размерность есть предел, при условии его существования $D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\ln C(\varepsilon) / \ln \varepsilon)$. Помимо функции $C(\varepsilon)$, для оценки корреляционной размерности рассматриваются также функции $C_m(\varepsilon) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\psi_m(n, \varepsilon) / n)$, где $\psi_m(n, \varepsilon)$ – число тех пар i и j , для которых компоненты векторов $(X_i, X_{i+1}, \dots, X_{i+m-1})$ и $(X_j, X_{j+1}, \dots, X_{j+m-1})$, $i, j \leq n, i \neq j$, отличаются не более чем на $\varepsilon > 0$. Приведём формулы вычисления расстояний между указанными цепочками в случае одномерных и r -мерных цепочек длины $m > 1$. В одномерном случае имеем цепочки: $X_i = (x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m-1})$ и $X_j = (x_j, x_{j+1}, \dots, x_{j+m-1})$. При $r = 1, 2, 3, \dots$ имеем

$$X_i = \begin{pmatrix} x_i^{(1)} & x_{i+1}^{(1)} & \dots & x_{i+m-1}^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_i^{(r)} & x_{i+1}^{(r)} & \dots & x_{i+m-1}^{(r)} \end{pmatrix} \text{ и } X_j = \begin{pmatrix} x_j^{(1)} & x_{j+1}^{(1)} & \dots & x_{j+m-1}^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_j^{(r)} & x_{j+1}^{(r)} & \dots & x_{j+m-1}^{(r)} \end{pmatrix}.$$

Расстояние между ними $\|X_i - X_j\| = \sqrt{\frac{1}{r} \sum_{k=0}^{m-1} \left((x_{i+k}^{(1)} - x_{j+k}^{(1)})^2 + \dots + (x_{i+k}^{(r)} - x_{j+k}^{(r)})^2 \right)}$, где r – размерность цепочки.

Для вычисления корреляционной размерности [11] будем использовать следующую функцию:

$$\tilde{\nu}_{m,s} = \frac{\ln C_m(\varepsilon_s) - \ln C_m(\varepsilon_{s+1})}{\ln(\varepsilon_s) - \ln(\varepsilon_{s+1})}, \quad (3)(4!!!)$$

где $\varepsilon_s = \varphi^s$, $0 < \varphi < 1$. Здесь ε_s задает точность вычисления корреляционной размерности. Будем вычислять корреляционную размерность для длины цепочки $m = 1, 2, 3, 4, 5$ и 10 ; $\varphi = 0,95$, причем эта величина обратно пропорциональна числу покрытия; $s = 20, 30, 35$ и 40 . Известно, что значения корреляционной размерности для «белого шума» (стохастический процесс) увеличиваются и примерно равны длине цепочки. Для решения системы (1) такую закономерность не получили (табл.).

Все значения корреляционной размерности сохраняют примерно постоянное значение при увеличении длины цепочки, что характерно для хаотических траекторий. С наибольшей точностью корреляционная размерность вычислена в последней строке таблицы.

**Корреляционная размерность системы (1), длина решения $n = 1001$,
трёхмерная траектория**

Степень s	Длина цепочки m					
	1	2	3	4	5	10
20	1.9077	1.8888	1.9292	1.9448	1.9479	1.9006
30	1.9673	1.9363	1.9760	1.8643	2.0140	2.2331
35	1.9444	1.9645	2.3132	2.1738	2.1423	2.0618
40	2.0658	2.3417	2.2989	2.3309	2.2996	2.3429

Оценка энтропии Колмогорова [12] равна 5.329, оценка информационной размерности – 0.917. Обе последние оценки говорят о плохой предсказуемости процесса формирования речного стока, описываемого системой (1). С течением времени в такой системе могут появляться новые качества, которые невозможно предсказать, опираясь на предысторию процесса.

Заключение

В качестве модели речного стока предложена автономная система дифференциальных уравнений, основу которой составляют уравнения теплового и водного балансов, а также динамики речного стока. Для подтверждения возможности возникновения в системе хаотических колебаний разработана методика предварительного исследования неподвижных точек исходной системы. Определив тип неподвижных точек исследуемой модели, сделали вывод о возможности возникновения в ней хаотических режимов. Величины корреляционной и информационной размерностей подтвердили хаотичность решения предложенной модели. Одни только величины этих размерностей не являются достаточными условиями возникновения хаотических режимов.

Получено, что в зависимости от выбранных величин параметров системы периодические решения системы переходят в хаотические. Это свойство детерминированного хаоса позволяет управлять им, т.е. посредством слабых воздействий переводить систему из одного режима в другой. В качестве управляющих параметров предложены величины скорости испарения и коэффициент сопротивления бассейна движению воды в замыкающий створ.

Библиографический список

1. Найденев В.И. Нелинейная динамика поверхностных вод суши. М.: Наука, 2004. 318 с.

2. Wilcox B.P., Seyfried M.S., Matison T.H. Searching for chaotic dynamics in snowmelt runoff // *Water Res. Res.* 1991. V. 27. № 6. P. 1005-1010.

3. Rodriguez-Iturbe I., Entekhabi D., Lee J.-S., Bras R.L. Nonlinear Dynamics of Soil Moisture at Climate Scales. 1. Stochastic Analysis. 2. Chaotic Analysis // *Water Resour. Res.* 1996. V. 27. № 8. P. 1899-1915.

4. Wang B., Fang Z. Chaotic Oscillation of the tropical climate: A dynamic system theory for ENSO // *J. Atmos. Sci.* 1996. № 53. P. 2786-2802.

5. Zhou Y., Ma Z., Wang L. Chaotic dynamics of the flood series in the Huaihe River Basin for the last 500 years // *J. Hydrol.* 2002. V. 258. P. 100-110.

6. Швейкина В.И., Кожевникова И.А. Нелинейная модель колебаний речного стока с хаотическими режимами // *Водное хозяйство.* 2012. № 6. С. 4-13.

7. Юшкина О.А. Анализ и прогноз временной изменчивости речного стока методами нелинейной динамики: Автореф. дис. ...канд. техн. наук / Томский ун-т. Иркутск, 2009. 24 с.

8. Найденев В.И., Швейкина В.И. Земные причины водных циклов // *Природа.* 1997. № 5. С. 19-30.

9. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1970. 331 с.

10. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1967. 575 с.

11. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Факты. Модели. Т. 1. М.: Фазис, 1998. 489 с.

12. Мун Ф. Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров / Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 312 с.

Материал поступил в редакцию 12.12.2016 г.

Сведения об авторах

Кожевникова Ирина Аркадьевна,
кандидат физико-математических наук, ве-

душий научный сотрудник, механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские Горы; тел.: 8 (495) 939-16-48; irina_kozhev@mail.ru

Швейкина Валентина Ивановна, кандидат географических наук, старший научный сотрудник, ИВП РАН, 119333, Москва, ул. Губкина, 3; тел.: 8(499) 135-04-67; e-mail: 9055424157@mail.ru

I.A. KOZHEVNIKOVA

Moscow state university named after M.V. Lomonosov, Moscow, Russian Federation

V.I. SHVEIKINA

Institute of water problems of the Russian academy of sciences (IVP RAN), Moscow, Russian Federation

NONLINEAR DETERMINISTIC MODEL OF RUNOFF FORMATION BASED ON THE LAWS OF NATURE

The main purpose of the presented work is creation of a nonlinear deterministic model of river runoff formation adequately reflecting its basic properties. As such, they are considered cyclicity of river runoff and chaos. The model consists of equations of heat and water balances as well as the dynamics of the river runoff, it is a system of nonlinear autonomous differential equations. Its solution is studied by methods of the nonlinear differential equations theory. It is shown by investigation of the stability and type of fixed points of the initial system that chaotic solutions can occur in the system only if the system has unstable fixed points. Such a system is presented in the article. Also parameters which values can significantly affect the behavior of the solution are defined. The solution depending on the numerical values of the parameters is either oscillatory or chaotic. In the case of self-oscillatory solutions model reveals the mechanism of formation of cycles in river runoff. Randomness solutions confirmed by methods of deterministic chaos. In particular the value of the diagnostic characteristics of deterministic chaos: the information dimension and Kolmogorov entropy talk about the impossibility of long-term forecasting of river runoff. In the case of a self-oscillatory solutions model reveals the mechanism of cycles formation in river runoff. Randomness solutions confirmed by methods of deterministic chaos. In particular the value of the diagnostic characteristics of deterministic chaos: the information dimension and Kolmogorov entropii talk about the impossibility of long-term forecasting of river runoff. Using such characteristic of deterministic chaos as the correlation dimension, it was shown that the solution is not stochastic, but has the property of chaotic oscillations. The main results of this work are the following. The nonlinear model of river runoff is presented, which has the self-oscillations solution or chaotic oscillations. It is offered the technique of the preliminary study of the system of differential equations for the possibility of occurrence of chaotic solutions. Control parameters, whose values define the behavior of the solutions, are selected.

Autonomous system of differential equations, correlation and information dimensions, fixed points, deterministic chaos.

References

1. Naidenov V.I. Nelinejnaya dinamika pov-erhostnyh vod sushi. M.: Nauka, 2004. 318 s.
2. Wilcox B.P., Seyfried M.S., Matison T.H. Searching for chaotic dynamics in snow-melt runoff // Water Res. Res. 1991. V. 27. № 6. P. 1005-1010.
3. Rodriguez-Iturbe I., Entekhabi D., Lee J.-S., Bras R.L. Nonlinear Dynamics of Soil Moisture at Climate Scales. 1. Stochastic Analysis. 2. Chaotic Analysis // Water Resour. Res. 1996. V. 27. № 8. P. 1899-1915.
4. Wang B., Fang Z. Chaotic Oscillation of the tropical climate: A dynamic system theory for ENSO // J. Atmos. Sci. 1996. № 53. P. 2786-2802.
5. Zhou Y., Ma Z., Wang L. Chaotic dynamics of the flood series in the Huaihe River Basin for the last 500 years // J. Hydrol. 2002. V. 258. P. 100-110.
6. Shveikina V.I., Kozhevnikova I.A. Nelinejnaya model kolebanij rechnogo stoka s hoaticheskimi rezhimami // Vodnoe hozyajstvo. 2012. № 6. S. 4-13.
7. Yushkina O.A. Analiz i prognoz vremennoj izmenchivosti rechnogo stoka metodami neliejnoj dinamiki: Avtoref. dis. ...cand. tehn. nauk / Tomsky un-t. Irkutsk, 2009. 24 s.
8. Naidenov V.I., Shveikina V.I. Zemnye prichiny vodnyh tsiklov // Priroda. 1997. № 5. S. 19-30.

9. Pontryagin L.S. Obyknovennyye differentsial'nyye uravneniya. M.: Nauka, 1970. 331 s.

10. Gantmaher F.R. Teoriya matrits. M.: Nauka, 1967. 575 s.

11. Shiryaev A.N. Osnovy stohaicheskoy finansovoy matematiki. Fakty. Modeli. T. 1. M.: Fazis, 1998. 489 s.

12. Mun F. Hoaticheskie kolebaniya: Vvodny kurs dlya nauchnyh rabotnikov i inzhenerov / Per. s angl. M.: Mir, 1990. 312 s.

The material was received at the editorial office
12.12.2016

Information about the authors

Kozhevnikova Irina Arkadjevna, candidate of physical-mathematical sciences, senior researcher, leading research officer, mechanical – mathematical department, MSU named after M.V. Lomonosov, 119991, Moscow, GSP-1, Leninskie Gory; tel.: 8 (499) 162-06-45; irina_kozhev@mail.ru

Shveikina Valentina Ivanovna, candidate of geographical sciences, senior researcher, IVP RAN, 119333, Moscow, ul. Gubkina, 3; tel.: 8(499) 135-04-67; e-mail: 9055424157@mail.ru

УДК 502/504:551.48: 626.81: 627.81

В.И. КЛЁПОВ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный аграрный университет – МСХА им. К.А. Тимирязева», г. Москва, Российская Федерация

И.В. РАГУЛИНА

Областное государственное бюджетное учреждение дополнительного профессионального образования «Курский институт развития образования», г. Курск, Российская Федерация

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ВОДНЫХ РЕСУРСОВ В ВЕРХНЕЙ ЧАСТИ БАССЕЙНА РЕКИ МОСКВЫ

Рост численности населения Московского региона, развитие промышленности и сельского хозяйства обусловили увеличение антропогенной нагрузки на реку Москву. Комплекс показателей, характеризующих степень пригодности воды для того или иного вида хозяйственного использования, определяет качество воды [1]. Критерием качества воды является признак, по которому производится оценка качества воды по видам водопользования [2]. В статье учитывались такие загрязняющие вещества, как БПК₅(O₂), нефтепродукты, фенолы, аммонийный и нитритный азот. Рассмотрено поступление данных загрязняющих веществ в воду в верхней части бассейна реки Москвы. Критериями оценки качества вод может являться любая совокупность количественных показателей, характеризующих свойства изучаемых объектов и используемых для их классифицирования и ранжирования [3]. Оценка экологического состояния поверхностных водотоков является корректной на основе данных специальных режимных наблюдений. В целях получения информации о качестве поверхностных вод были проанализированы данные Государственного водного кадастра за период с 1981 по 2011 гг. и дана оценка качества воды реки Москвы по комплексу гидрохимических показателей с 2005 по 2011 гг.

Государственный водный кадастр, качество воды р. Москвы, загрязняющие воду вещества, индекс загрязнения воды, бассейн р. Москвы, источник загрязнения воды.

Введение. В современных условиях качество водных ресурсов в бассейне реки Москвы определяется сочетанием естественных особенностей и антропогенных нагрузок выше водохранилищ, процессов внутри водоемов [4]. Перечень [5] нормируемых загрязняющих веществ для водохранилищ Московско-Волжской системы водоснабжения должен устанавливаться исходя из его отнесения к природным водным объектам, которые в результате деятельности человека подверглись физическим изменениям, приведшим к существенному изменению их основных характеристик: гидрологических, морфометрических, гидрохимических и др.

Перечень определяемых гидрохимических показателей воды устанавливается с учетом программы проведения режимных наблюдений за загрязнением поверхностных вод [6].

Нормативы качества воды водных объектов рыбохозяйственного значения (ПДК_{р-х}), как правило, более жесткие, чем нормативы водных объектов хозяйственно-питьевого и культурно-бытового водопользования [7].

При определении нормируемых показателей в качестве норматива концентраций использованы опубликованные ПДК, максимально жесткие между рыбохозяйственными и гигиеническими ПДК [8]. Следует отметить,