

Оригинальная статья

<https://doi.org/10.26897/1997-6011-2024-3-31-36>

УДК 631.344.8



## РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА МЕТОДОМ СОВМЕСТНОГО ПРИМЕНЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА И ВАРИАЦИОННОГО МЕТОДА БУБНОВА-ГАЛЕРКИНА ДЛЯ УСЛОВИЙ ЛУЧИСТОГО ОБОГРЕВА ПОЧВЫ

М.В. Павлов, Д.Ф. Карпов

Вологодский государственный университет; 160000, г. Вологда, ул. Ленина, 15, Россия

**Аннотация.** Цель исследований – нахождение, прогнозирование и регулирование температурно-влажностного режима почвы для условий лучистого отопления культивационных сооружений с применением потолочных инфракрасных излучателей темного типа. Представлена система дифференциальных уравнений (в размерном и безразмерном видах), отражающая взаимосвязь тепловых и массообменных процессов в коллоидных капиллярно-пористых телах в случае поверхностного лучистого обогрева. Рассмотрено частное аналитическое решение данной системы дифференциальных уравнений для неограниченной пластины с учетом перекрестных процессов: перемещения влаги в слое почвы за счет разности температур (термодиффузии) и переноса энергии водяного пара в пористой среде благодаря градиенту поля влагосодержания (пародиффузионному процессу). На примере фрезерного торфа с учетом исходных данных получено решение краевой задачи тепломассопереноса методом совместного применения интегрального преобразования Лапласа и вариационного метода Бубнова-Галеркина, представляющее собой одномерные нестационарные поля влагосодержания и температуры. Установлено, что при заданных начальных и граничных условиях, а также с учетом теплофизических характеристик фрезерного торфа достижение требуемых значений влагосодержания произойдет через 5 ч, значений температуры – через 2 ч. При этом если на координатном отрезке  $z \in [6, 0; 12, 0]$  см происходит закономерное уменьшение влагосодержания под воздействием лучистого обогрева, то вблизи поверхности почвы  $z \in [0; 6, 0]$  см наблюдается незначительный рост данной величины. Что касается температурного поля фрезерного торфа, то здесь соблюдается закономерная температурная стратификация по глубине слоя почвы без каких-либо температурных аномалий в течение всего периода нагрева.

**Ключевые слова:** температурно-влажностный режим, тепломассоперенос, метод совместного применения интегрального преобразования Лапласа и вариационного метода Бубнова-Галеркина, коллоидное капиллярно-пористое тело, лучистый обогрев, культивационное сооружение, теплица, почва, фрезерный торф

**Формат цитирования:** Павлов М.В., Карпов Д.Ф. Решение краевой задачи тепломассопереноса методом совместного применения интегрального преобразования Лапласа и вариационного метода Бубнова-Галеркина для условий лучистого обогрева почвы // Природообустройство. 2024. № 3. С. 31-36. <https://doi.org/10.26897/1997-6011-2024-3-31-36>

Scientific article

## SOLUTION OF THE BOUNDARY VALUE PROBLEM OF HEAT AND MASS TRANSFER BY THE METHOD OF JOINT APPLICATION OF THE INTEGRAL LAPLACE TRANSFORM AND THE BUBNOV-GALERKIN VARIATIONAL METHOD FOR CONDITIONS OF RADIANT SOIL HEATING

M.V. Pavlov, D.F. Karpov

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Vologda State University", 15 Lenin St., Vologda, 160000, Russia

**Abstract.** The purpose of the research is to find, predict and regulate the temperature and humidity regime of the soil for the conditions of radiant heating of cultivation facilities using dark-type ceiling infrared emitters. A system of differential equations (in dimensional and dimensionless

forms) is presented, reflecting the relationship of thermal and mass transfer processes in colloidal capillary-porous bodies in the case of surface radiant heating. A particular analytical solution of this system of differential equations for an unbounded plate is considered, taking into account cross-processes: the movement of moisture in the soil layer due to temperature difference (thermodiffusion) and the transfer of water vapor energy in a porous medium due to the gradient of the moisture content field (parodiffusion process). On the example of milling peat, taking into account the initial data, the solution of the boundary value problem of heat and mass transfer is obtained by the method of joint application of the integral Laplace transform and the Bubnov-Galerkin variational method, which represents one-dimensional unsteady fields of moisture content and temperature. It is established that under the given initial and boundary conditions, as well as taking into account the thermophysical characteristics of milling peat, the required moisture content values will be achieved in five hours, the temperature in two hours. At the same time, if a regular decrease in moisture content occurs on the coordinate segment  $z \in [6.0; 12.0]$  cm under the influence of radiant heating, then a slight increase in this value is observed near the soil surface  $z \in [0; 6.0]$  cm. As for the temperature field of milling peat, there is a regular temperature stratification by the depth of the soil layer, without any temperature anomalies during the entire heating period.

**Keywords:** temperature-humidity regime, heat and mass transfer, method of joint application of the integral Laplace transform and the Bubnov-Galerkin variational method, colloidal capillary-porous body, radiant heating, cultivation structure, greenhouse, soil, milled peat

**Format of citation:** Pavlov M.V., Karpov D.F. Solution of the boundary value problem of heat and mass transfer by the method of joint application of the integral Laplace transform and the Bubnov-Galerkin variational method for conditions of radiant soil heating // Prirodoobustrojstvo. 2024. No. 3. P. 31-36. <https://doi.org/10.26897/1997-6011-2024-3-31-36>

**Введение.** Как известно, тепловые и массообменные процессы, протекающие в слое почвы, находятся в тесной взаимосвязи. Например, разность температур в двух точках капиллярно-пористого тела может вызвать перенос влаги (термодиффузию), а перемещение водяного пара – изменение температуры вследствие его конденсации и передачи почве скрытой теплоты парообразования (пародиффузионные процессы). Такой подход при изучении вопросов теплопереноса в почве представляется наиболее перспективным, так как отражает реальный характер природных процессов переноса энергии и вещества [1]. При этом стоит отметить, что рассмотрение теплофизики почв как общеприкладного научного направления является актуальным не только с точки зрения сельского хозяйства, но и для решения других, более сложных задач, – например, вопросов, связанных с возникновением и распространением лесных пожаров [2].

Перекрестные процессы теплопереноса, встречающиеся в природе, имеют свое «отображение» в математическом моделировании. В структуру дифференциальных уравнений теплопереноса входят параметры, которые характеризуют сходные по природе процессы, но служащие для раздельного описания движения энергии и вещества. К таким параметрам можно отнести, например, теплопроводность и коэффициент диффузии влаги [3]. Однако имеется ряд коэффициентов,

предназначенных для описания сопряженных процессов диффузии теплоты и массы. К таким показателям относятся коэффициент термодиффузии влаги и критерий фазового превращения.

Важно помнить, что аналогия перечисленных коэффициентов является только формально-математической, так как физика самих процессов переноса энергии и вещества гораздо сложнее. В теории подобия теплообменных процессов закономерно фигурируют безразмерные числа (критерии), отвечающие за перекрестные процессы переноса энергии и вещества [4-6]: число Льюкова (определяет релаксацию поля потенциала теплопереноса по отношению к полю температур); число П – основа (определяет отношение интенсивности термодиффузионного переноса влаги к диффузионному переносу влаги или отношение термовлагопроводности к влагопроводности); число Коссовича (устанавливает связь между количествами теплоты, затраченными на испарение жидкости и на нагревание влажного тела).

Большой вклад в разработку методик решения и получения самих решений системы дифференциальных уравнений нестационарного теплообмена внесли многие иностранные (Ж. Фурье, Г. Кирхгоф, С. Пуассон, А. Пуанкаре, Г. Краслоу, Д. Егер, Э. Эккерт) и советские (А.Г. Столетов, М.В. Кирпичев, М.А. Михеев, А.А. Гухман, А.В. Лыков, Ю.А. Михайлов, С.С. Кутателадзе, С.В. Нерпин, А.Ф. Чудновский,

А.И. Леонтьев) физики, а также математики В.А. Стеклов, И.Г. Петровский, С.Л. Соболев, А.А. Самарский, В.С. Владимиров, В.А. Ильин, Н.С. Кошляков, Г.А. Гринберг.

**Материалы и методы исследований.**

Операционные методы широко применяются для решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа, к которым приводятся многие задачи нестационарного теплопереноса:

$$\frac{\partial P}{\partial \delta} = a \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}, \tag{1}$$

где  $P$  – потенциал;  $\tau$  – время;  $z$  – координата, м;  $a$  – параметр уравнения, который обычно включает в себя совокупность физических свойств тела.

Эти методы позволяют получать не только точные, но и приближенные решения [7]. В теории и практике применения прямых методов решения задач теплообмена нередко задачу интегрирования выражения (1) можно заменить равносильной задачей об отыскании функции, сообщающей некоторому интегралу наименьшее значение. Задачи такого типа называются вариационными.

Таким образом, задачу интегрирования дифференциального уравнения можно заменить некоторой равносильной вариационной задачей. Способы, позволяющие свести задачу об интегрировании дифференциального уравнения к равносильной вариационной задаче, носят общее название – вариационные методы [8].

Ранее авторами рассмотрены частные аналитические решения дифференциального уравнения вида (1) методом источников [9] и методом конечного интегрального преобразования Фурье [10]. В статье представлен математический метод, при котором краевая задача теплопереноса подвергается интегральному преобразованию Лапласа по временной переменной и в области изображений приводится к решению граничной задачи по пространственным координатам. Для приближенного решения задачи в области изображений применяется вариационный метод Бубнова-Галеркина. Приближенное решение в области изображений обратным преобразованием Лапласа переводится в область оригиналов.

Система дифференциальных уравнений теплопереноса при лучистом обогреве почвы имеет следующий вид (математический вывод данных уравнений представлен в работе [11]):

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = a_w \nabla^2 W + a_w \delta \nabla^2 t; \tag{2}$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{r\varepsilon}{c_m} \frac{\partial W}{\partial \tau}, \tag{3}$$

где  $W$  – влагосодержание, кг/кг;  $t$  – температура, °С;  $a_w$  – коэффициент диффузии, м<sup>2</sup>/с;  $\delta$  – термоградиентный коэффициент (коэффициент Соре), 1/°С;  $a_t$  – коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с;  $r$  – удельная теплота парообразования, Дж/кг;  $\varepsilon$  – критерий фазового превращения;  $c_m$  – удельная массовая теплоемкость, Дж/(кг·К).

Приведем систему дифференциальных уравнений взаимосвязанного теплопереноса к следующему виду:

$$\frac{\partial P_1}{\partial \tau} = a_{11} \frac{\partial^2 P_1}{\partial z^2} + a_{12} \frac{\partial^2 P_2}{\partial z^2}; \tag{4}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \tau} = a_{21} \frac{\partial^2 P_1}{\partial z^2} + a_{22} \frac{\partial^2 P_2}{\partial z^2}, \tag{5}$$

где  $P_1 = W$ ,  $P_2 = t$  – потенциалы теплопереноса;  $a_{11} = a_w$ ,  $a_{12} = a_w \delta$ ,  $a_{21} = \frac{a_w r \varepsilon}{c_m}$ ,  $a_{22} = a_t + \frac{a_w \delta r \varepsilon}{c_m}$  – параметры системы дифференциальных уравнений.

**Результаты и их обсуждение.** Рассмотрим неограниченную пластину – слой почвы (рис. 1) толщиной  $h$ , м, при начальных потенциалах теплопереноса  $P_{н1}$  и  $P_{н2}$ . С поверхности почвы при  $z = h$  в течение времени  $\tau$ , с, под воздействием лучистого обогрева формируются противоположно направленные пограничные потоки массы и теплоты соответственно плотностью  $p_1(h)$  и  $p_2(h)$ . Изменение потенциалов теплопереноса происходит в одном направлении – вдоль оси  $Oz$ . Требуется найти распределение потенциалов теплопереноса вида  $P_1(z, \tau)$  и  $P_2(z, \tau)$ .

Условия однозначности для решения задачи теплопереноса в слое почвы будут иметь вид:

$$P_k(z, 0) = P_{нк}, k = 1, 2; \tag{6}$$

$$-\frac{\partial P_k(h, \tau)}{\partial z} + p_k(h) = 0, k = 1, 2; \tag{7}$$

$$P_k(0, \tau) = P_{нк}, \frac{\partial P_k(0, \tau)}{\partial z} = 0, k = 1, 2. \tag{8}$$

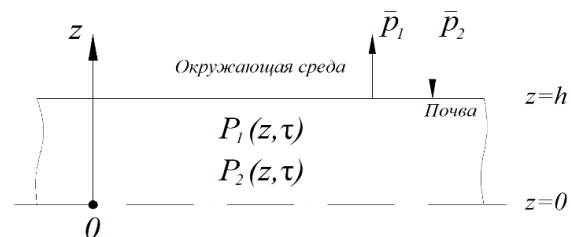


Рис. 1. Постановка краевой задачи теплопереноса

Fig. 1. Formulation of the boundary value problem of heat and mass transfer

Решение дифференциальных уравнений (4) и (5) при начальных (6) и граничных (7), (8) условиях является известным и имеет вид [12]:

$$P_1(z, \tau) = P_{н1} - \frac{p_1(h)h}{2a_w\rho} \frac{z^2}{h^2} + \frac{p_1(h)h}{6a_w\rho} - \frac{1}{h} \left( \frac{a_{11}p_1(h)\tau}{a_w\rho} + \frac{a_{12}p_2(h)\tau}{\lambda} \right) - a_{(1)} \cos \frac{\pi z}{h}; \quad (9)$$

$$a_{(1)} = \frac{2h}{\pi^2(\mu_1 - \mu_2)} \left\{ \left[ \frac{(a_{11} - \mu_2)p_1(h)}{a_w\rho} + \frac{a_{12}p_2(h)}{\lambda} \right] e^{-\mu_1 \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 \tau} - \left[ \frac{(a_{11} - \mu_1)p_1(h)}{a_w\rho} + \frac{a_{12}p_2(h)}{\lambda} \right] e^{-\mu_2 \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 \tau} \right\}; \quad (10)$$

$$P_2(z, \tau) = P_{н2} + \frac{p_2(h)h}{2\lambda} \frac{z^2}{h^2} - \frac{p_2(h)h}{6\lambda} + \frac{1}{h} \left( \frac{a_{21}p_1(h)\tau}{a_w\rho} + \frac{a_{22}p_2(h)\tau}{\lambda} \right) + a_{(2)} \cos \frac{\pi z}{h}; \quad (11)$$

$$a_{(2)} = \frac{2h}{\pi^2(\mu_1 - \mu_2)} \left\{ \left[ \frac{a_{21}p_1(h)}{a_w\rho} + \frac{(a_{22} - \mu_2)p_2(h)}{\lambda} \right] e^{-\mu_1 \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 \tau} - \left[ \frac{a_{21}p_1(h)}{a_w\rho} + \frac{(a_{22} - \mu_1)p_2(h)}{\lambda} \right] e^{-\mu_2 \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 \tau} \right\}; \quad (12)$$

где  $\rho$  – плотность скелета почвы, кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности почвы, (Вт/м К).

В уравнениях (10) и (12) коэффициенты  $\mu_k$  при  $k = 1, 2$  являются корнями характеристического уравнения, которые определяются по формуле:

$$\mu_k = \frac{1}{2} \left[ (a_{11} + a_{22}) + (-1)^{k+1} \sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}} \right]. \quad (13)$$

Приведем решение задачи тепломассопереноса (9)-(12) к безразмерному виду:

$$\theta = \frac{1}{2} Ki_w \xi^2 - \frac{1}{6} Ki_w + Ki_w Fo_w + Ki_i Pn Fo_w + a_{(1)} \cos \pi \xi; \quad (14)$$

$$a_{(1)} = \frac{2}{\pi^2(\mu_1 - \mu_2)} \left\{ [(a_{11} - \mu_2) Ki_w + a_{11} Ki_i Pn] e^{\frac{\pi^2 \mu_1 Fo_w}{a_{11}}} - [(a_{11} - \mu_1) Ki_w + a_{11} Ki_i Pn] e^{-\frac{\pi^2 \mu_2 Fo_w}{a_{11}}} \right\}; \quad (15)$$

$$T = \frac{1}{2} Ki_i \xi^2 - \frac{1}{6} Ki_i + Ki_w Ko^* Fo_w + Ki_i (Fo_i + Pn Ko^* Fo_w) + a_{(2)} \cos \pi \xi; \quad (16)$$

$$a_{(2)} = \frac{2}{\pi^2(\mu_1 - \mu_2)} \left\{ [a_{11} Ki_w Ko^* + (a_{22} - \mu_2) Ki_i] e^{\frac{\pi^2 \mu_1 Fo_w}{a_{11}}} - [a_{11} Ki_w Ko^* + (a_{22} - \mu_1) Ki_i] e^{-\frac{\pi^2 \mu_2 Fo_w}{a_{11}}} \right\}; \quad (17)$$

где  $\theta = \frac{W_n - W}{W_n - W_k}$  – безразмерное влагосодержание;  $W_n$  и  $W_k$  – соответственно начальное и конечное влагосодержание почвы, кг/кг;  $T = \frac{t - t_n}{t_k - t_n}$  – безразмерная температура;  $t_n$  и  $t_k$  – соответственно начальная и конечная температура почвы, °С;  $Fo_w = \frac{a_w \tau}{h^2}$  – массообменное число Фурье;  $Fo_i = \frac{a_i \tau}{h^2}$  – теплообменное число Фурье;  $\xi = \frac{z}{h}$  – безразмерная координата;  $Pn = \frac{\delta(t_k - t_n)}{W_n - W_k}$  – число Поснова;  $Ko^* = \varepsilon Ko$  – модифицированное число Коссовича;  $Ko = \frac{r(W_n - W_k)}{c_m(t_k - t_n)}$  – число Коссовича;  $Ki_w = \frac{ih}{a_w \rho (W_n - W_k)}$  – массообменный критерий Кирпичева;  $Ki_i = \frac{qh}{\lambda(t_k - t_n)}$  – теплообменный критерий Кирпичева.

Представим решение краевой задачи тепломассопереноса методом совместного применения интегрального преобразования Лапласа и вариационного метода Бубнова-Галеркина на примере фрезерного торфа со следующими исходными данными:

$$h = 0,12 \text{ м}; \rho = 74 \text{ кг/м}^3;$$

$$a_w = 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$a_i = 14,84 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$\delta = 4 \cdot 10^{-2} \text{ 1/}^\circ\text{C};$$

$$\lambda = 0,302 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)};$$

$$c_m = 2,75 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$r = 2,472 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг};$$

$$\varepsilon = 0,1; P_{н1} = W_n = 3,7 \text{ кг/кг};$$

$$P_{к1} = W_k = 1,0 \text{ кг/кг};$$

$$p_1(h) = i = 170 \cdot 10^{-6} \text{ кг/(м}^2 \cdot \text{с)} \text{ (плотность потока массы)};$$

$$P_{н2} = t_n = 5^\circ\text{C}; P_{к2} = t_k = 20^\circ\text{C};$$

$$p_2(h) = q = 100 \text{ Вт/м}^2 \text{ (плотность теплового потока)}.$$

На рисунке 2 представлено решение краевой задачи массопереноса методом совместного применения интегрального преобразования Лапласа и вариационного метода Бубнова-Галеркина.

На рисунке 3 представлено решение краевой задачи теплотпереноса методом совместного применения интегрального преобразования Лапласа и вариационного метода Бубнова-Галеркина.

На основе системы уравнений (9)-(17) разработана программа для расчета температур-

но-влажностного режима почвы методом совместного применения интегрального преобразования Лапласа и вариационного метода Бубнова-Галеркина в математическом редакторе *Mathcad*.

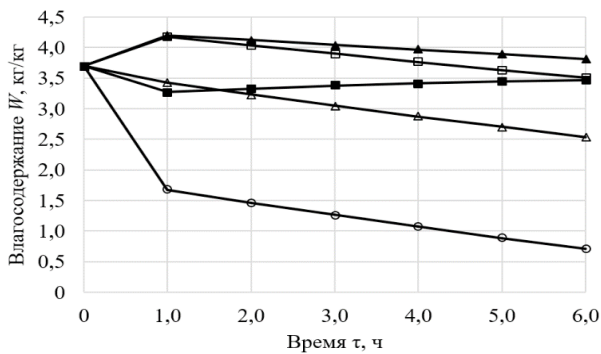


Рис. 2. Решение краевой задачи массопереноса: ■ – 0 см; ▲ – 6 см; □ – 8 см; △ – 10 см; ○ – 12 см

Fig. 2. Solution mass transfer boundary:

■ – 0 см; ▲ – 6 см; □ – 8 см; △ – 10 см; ○ – 12 см

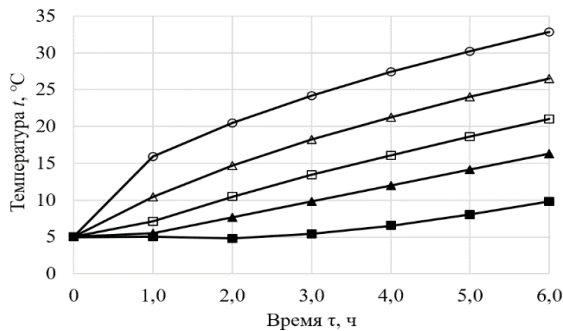


Рис. 3. Решение краевой задачи теплопереноса: ■ – 0 см; ▲ – 6 см; □ – 8 см; △ – 10 см; ○ – 12 см

Fig. 3. Solution of the boundary problem of heat transfer:

■ – 0 см; ▲ – 6 см; □ – 8 см; △ – 10 см; ○ – 12 см

#### Список использованных источников

- Сагындыкова Р.К., Курбаналиев А.Б., Дыйканова А.Т., Джусупова Г.А. Аналитическое исследование совместной задачи тепловлагопереноса в почвогрунтах // *AlatooAcademicStudies* 2021. № 4. С. 338-343.
- Барановский Н.В., Тойчув Р.М., Олалей А.О. Математическое моделирование теплопереноса в слое почвы при воздействии очага лесного пожара // *Современные проблемы науки и образования*. 2013. № 4. С. 317.
- Микайылов Ф.Д., Шейн Е.В. Теоретические основы экспериментальных методов определения температуропроводности почв // *Почвоведение*. 2010. № 5. С. 597-605.
- Лыков А.В. Теплообмен. Справочник. М.: Энергия, 1972. 560 с.
- Лыков А.В. Теория сушки: учебное пособие. М.: Энергия, 1968. 472 с.
- Лыков А.В. Тепло- и массообмен в процессе сушки. М.: Л.: Госэнергоиздат, 1956. 464 с.
- Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы нестационарной теплопроводности: учеб. пособие. М.: Высшая школа, 1978. 328 с.

#### Выводы

Аналитические методы решения краевой задачи теплопереноса, представляющие собой в данном случае размерные и безразмерные функции (9)-(17), позволяют анализировать влияние исходных параметров (например, интенсивности испарения влаги с поверхности почвы или величины плотности теплового потока) на температурно-влажностный режим почвы. Кроме того, возможно прогнозирование температурно-влажностного режима почвы по глубине ее залегания в течение определенного времени. В случае отсутствия точных исходных данных о расчетных параметрах, задача может быть решена с использованием методов интервального анализа. Результаты программного решения краевой задачи теплопереноса методом совместного применения интегрального преобразования Лапласа и вариационного метода Бубнова-Галеркина показали, что поле влагосодержания на различных участках слоя почвы толщиной  $h = 0,12$  м ведет себя по-разному: если на координатном отрезке  $z \in [6, 0; 12, 0]$  см происходит закономерное уменьшение влагосодержания  $W$ , кг/кг, под воздействием лучистого обогрева, то вблизи поверхности фрезерного торфа  $z \in [0; 6, 0]$  см наблюдается незначительный рост данной величины. Возможно, что за счет температурного перепада на поверхности почвы и в ее глубинных горизонтах, происходит перенос влаги (термодиффузия). Что касается температурного поля, то здесь соблюдается температурная стратификация по глубине всего слоя почвы.

#### References

- Sagyndykova R.K. Analytical study of the joint problem of heat and moisture transfer in soils / Kurbanaliyev A.Y., Dyikanova A.T., Dzhusupova G.A. // *AlatooAcademicStudies* 2021. № 4. P. 338-343.
- Baranovskij N.V., Tojchuev R.M., Olaleje A.O. Mathematical modeling of heat transfer in the soil layer under the impact of the forest fire hearth // *Modern problems of science and education*. 2013. № 4. P. 317.
- Mikajylov F.D., Shein E.V. Teoreticheskie osnovy eksperimental'nyh metodov opredeleniya temperaturoprovodnosti pochv // *Pochvovedenie*. 2010. № 5. S. 597-605.
- Lykov A.V. Heat and mass transfer: Reference book. Moscow, Energy Publ., 1972. 560 p.
- Lykov A.V. Theory of drying: Textbook. Moscow, Energy Publ., 1968. 472 p.
- Lykov A.V. Heat and mass transfer in the drying process. – Moscow, Leningrad: Gosenergoizdat, 1956. 464 p.
- Belyaev N.M., Ryadno A.A. Methods of nonstationary heat conduction. – Moscow: Higher school, 1978. 328 p.
- Mihlin S.G. Variational methods in mathematical physics. Moscow, Nauka Publ., 1970, 512 p.

8. **Михлин С.Г.** Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970. 512 с.

9. **Павлов М.В., Карпов Д.Ф.** Решение краевой задачи тепломассопереноса методом источников для условий лучистого обогрева почвы // Природообустройство. 2023. № 4. С. 15-20.

10. **Павлов М.В., Карпов Д.Ф.** Решение краевой задачи тепломассопереноса методом конечного интегрального преобразования Фурье для условий лучистого обогрева почвы // Природообустройство. 2024. № 1. С. 18-24.

11. **Павлов М.В., Карпов Д.Ф., Сеницын А.А. и др.** Исследование процессов тепломассопереноса в слое почвы на примере фрезерного торфа при инфракрасно-лучистом обогреве: Учебное пособие. Вологда: ВоГУ, 2015. 192 с.

12. **Цой П.В.** Методы расчета отдельных задач тепломассопереноса. М.: Энергия, 1971. 384 с.

13. **Соловьев С.А., Иньков А.Э., Соловьева А.А.** Оценка индекса надежности стальных ферм по критерию жесткости при интервальной неопределенности данных // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19, № 1. С. 46-55.

#### Об авторах

**Михаил Васильевич Павлов**, доцент, канд. техн. наук, доцент кафедры теплогазоводоснабжения; Author ID SCOPUS57204361039; WoS ResearcherID AAN-5773-2021; ORCID0000-0002-8687-3296; ID РИНЦ 564419; pavlovmv@vogu35.ru

**Денис Федорович Карпов**, старший преподаватель кафедры теплогазоводоснабжения; Scopus ID: 57210325021; WoS Researcher ID: AAF-2092-20214; ORCID ID: 0000-0002-3522-9302; karpovdf@vogu35.ru

#### Критерии авторства / Criteria of authorship

Павлов М.В., Карпов Д.Ф. провели теоретические и экспериментальные исследования, на основании которых выполнили обобщение и написали рукопись, имеют на статью авторское право и несут ответственность за плагиат.

#### Конфликт интересов / Conflict of interests

Авторы заявляют об отсутствии конфликтов интересов / The authors declare that there are no conflicts of interest

#### Вклад авторов / Contribution of authors

Все авторы сделали равный вклад в подготовку публикации / All authors made an equal contribution to the preparation of the publication.

Поступила в редакцию / Received at the editorial office 20.12.2023

Поступила после рецензирования / Received after peer review 18.04.2024

Принята к публикации / Accepted for publication 18.04.2024

9. **Pavlov M.V., Karpov D.F.** Solution of the boundary problem of heat and mass transfer by the source method for the conditions of radiant soil heating. 2023. № 4. P. 15-20.

10. **Pavlov M.V., Karpov D.F.** Solution of the boundary value problem of heat and mass transfer by the method of finite integral Fourier transform for conditions of radiant soil heating. 2024. № 1. P. 18-24.

11. **Pavlov M.V., Karpov D.F., Sinitsyn A.A., et al.** Study of heat and mass transfer processes in the soil layer on the example of milled peat at infrared radiant heating: a textbook. Vologda: VoGU. 2015. 192 p.

12. **Tsoj P.V.** Methods of calculation of certain problems of heat and mass transfer. Moscow, Energy Publ., 1971. 384 p.

13. **Soloviev S.A., Inkov A.E., Solovieva A.A.** Estimation of the reliability index of steel trusses according to the stiffness criterion under the interval uncertainty of data. 2023. V. 19. № 1. P. 46-55.

#### Author information

**Mikhail V. Pavlov**, associate professor, CSc (Eng), associate professor of the department of heat and gas supply; Author ID SCOPUS57204361039; WoS ResearcherID AAN-5773-2021; ORCID0000-0002-8687-3296; ID RSCI 564419; pavlovmv@vogu35.ru

**Denis F. Karpov**, senior lecturer of the department of heat and gas supply; Scopus ID: 57210325021; WoS Researcher ID: AAF-2092-2021; ORCID ID: 0000-0002-3522-9302; karpovdf@vogu35.ru

Pavlov M.V. and Karpov D.F. conducted theoretical and experimental studies, on the basis of which they generalized and wrote the manuscript, they have copyright on the article and are responsible for plagiarism.