противофильтрационным элементом, опирающимся на эту призму, тем самым добиться эксплуатационной безопасности плотины в целом, повысить кпд использования карьера каменного материала, улучшить технологичность устройства упорных призм.

1. Проект «Al Sinn». Гидроузел «Al Sakhaby»: пояснит. записка. – М.: Совинтервод, 1996. – 35 с.

2. **Жарницкий В. Я.** Обеспечение качества и надежности каменно-земляных плотин при строительстве. – Иваново: Изд-во ИГЭУ им. В. И. Ленина, 2005. – 156 с.

Материал поступил в редакцию 17.04.10.

Жарницкий Валерий Яковлевич, *доктор технических наук, профессор кафедры «Основания и фундаменты»*

Тел. 8 (495) 976-48-06

E-mail: zharnitskiy@msuee.ru

УДК 502/504:624.01

П. Ф. САБОДАШ

Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет природообустройства»

ДИНАМИКА ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛИТЫ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ ПРИ ЛОКАЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКЕ

В связи с опасностью аварий строительных конструкций промышленного и гражданского назначения весьма актуальными становятся вопросы динамической прочности и безопасности объектов. С этой целью в качестве модельной задачи выбрана упругая прямоугольная плита, покоящаяся на податливом основании при действии на нее локально распределенной нагрузки заданной интенсивности. Область действия динамической (взрывной) нагрузки тоже прямоугольная; прямолинейные границы этой области параллельны краям плиты. Решение задачи сведено к дифференциальному уравнению четвертого порядка относительно поперечных прогибов точек срезанной поверхности конструкции. Найдено точное решение начальной краевой задачи.

Прямоугольная плита, податливое основание, внутренние силовые факторы напряжения, изгибающие моменты ряда Фурье, граничные и начальные условия.

In connection with the danger of breakages of industrial and civil structures questions of dynamic strength and safety of objects become quite actual. With this purpose a rectangular plate is chosen as a model problem, the plate is based on the compliant foundation under the action of the locally distributed load of the given intensity. The area of action of the dynamic (blast) load is also rectangular; linear boarders of this area are parallel to the plate edges. The problem solution is brought to the differential equation of the fourth order relating to transverse sagging of the points of the cut surface structure. The exact solution of the initial boundary problem is found.

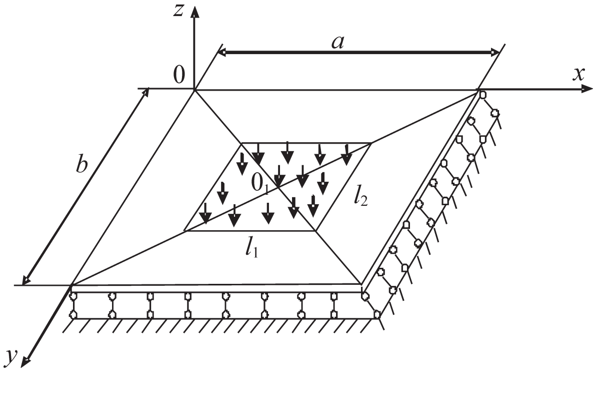
Rectangular plate, compliant foundation, internal stress factors, bending moments of Fourie series, boundary and initial conditions.

Практика расчетов и проектирование современных инженерных сооружений и конструкций требует развития новых моделей и методов строительных объектов, воспринимающих взрывные, ударные и сейсмические нагрузки. Здесь важно максимально снизить ущерб от рассматриваемых воздействий расчетным путем на этапе проектирования строительного объекта.

В этой связи в настоящей работе решена новая, актуальная модельная задача о локальном взрывном воздействии на поверхность прямоугольной плиты, покоящейся на упругом основании. Следует подчеркнуть, что плиты, как элемент сооружения, часто применяются в строительной практике в качестве перекрытия зданий и сооружений, для возведения фундаментов, боковых стен и др. Они используются в качестве защитных средств при взаимодействии ударных нагрузок на оборудование промышленных предприятий, при выбросах взрывоопасных продуктов и сильнодействующих ядовитых веществ; они применяются также для защиты людей от ударных(взрывчатых) волн и осколков оболочек энергоносителей при авариях.

Геометрия задачи и система координат xyz, связанная с упругой плитой, показаны на рисунке.

Размер прямоугольной плиты в плане составляет $a \times b$; толщина ее h; плотность однородного материала p; модуль продольной упругости E, коэффициент Пуассона γ. Принимается, что описанная строительная конструкция в начальный момент времени $t = 0$ на локальной прямоугольной площадке 11×12 испытывает удар взрывного давления $q(t, x, y)$, где координаты $x, y \in$ D2 (D2 – область, в которой действует локально-распределенная нагрузка). Через D1 обозначим область, занятую прямоугольной плитой $a \times b$. Точки пересечения обеих диагоналей прямоугольников совпадают, а соответствующие стороны параллельны.



Цель работы: определить напряженно-деформированное состояние строительной конструкции при $t > 0$; найти несущую способность упругой плиты, опирающейся на упругое основание, реакция которого определяется гипотезой Винклера. Граничное условие вдоль всего опорного контура соответствует шарнирному закреплению краев.

До момента времени $t = 0$ плита находилась в состоянии покоя.

Переходим к формулировке математической модели задачи, априори считая ее линейной (физически и геометрически). Тогда весь процесс описывается только одной функцией – поперечным изгибом $W(t, x, y)$.

В сформулированных предпосылках она удовлетворяет линейному дифференциальному уравнению четвертого порядка с постоянными коэффициентами:

$$C^2 T^4 W + \frac{w\partial^2}{\partial t^2} = \frac{Q(t,x,y)}{\rho h} - kw\,(x, y) \in D1; \quad (1)$$

$$C^2 = \frac{D}{\rho h};\ D = \frac{h^3 E}{12\left(1-\gamma^2\right)};$$

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}.$$

Если известна функция прогибов, то напряжения в плите можно определить простым дифференцированием по переменным x и y:

$$\sigma_x = -\frac{Ez}{1-v^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right);$$

$$\sigma_y = -\frac{Ez}{1-v^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right); \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{Ez}{1+\nabla} x \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.$$

Изгибающие моменты выражаются следующими зависимостями:

$$M_x = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right);$$

$$M_y = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right); \quad (3)$$

$$M_{xy} = (\gamma - 1) D \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y}.$$

Граничные условия на опорном контуре соответствуют шарнирному опиранию. Это означает, что

$$W(t, x, y) = 0 \text{ при } \begin{cases} 0 < x < a; \\ y = 0, \end{cases} \begin{cases} 0 < x < a; \\ 0 < y < b, \end{cases} \quad (4)$$

откуда следует, что изгибающие моменты M_x, M_y вдоль опорного контура равны нулю.

Начальные условия нулевые:

$$W = \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \text{ при } t = 0 \ (x, y) \in D1. \quad (5)$$

Линейную и начально-краевую задачу будем решать путем разложения взрывного локального давления и нагрузки в ряды Фурье. Для простоты расчетов принимаем следующее допущение: давление $q(t, x, y)$ зависит только от t, а от координат загруженной площадки 1×2 м² не зависит.

Принимаем, что прогиб точек срединой поверхности плиты можно описать рядом Фурье следующего вида:

$$W(t, x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}(t) \sin(t) \times \times \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right). \quad (6)$$

При этом внешняя нагрузка в общем виде представлена рядом Фурье:

$$q(t, x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn}(t) \times \times \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right). \quad (7)$$

Заменяем внешнюю нагрузку $q(t, x, y)$ одной сосредоточенной силой $P(t)$, действующей в точке $(x_0, y_0) \in D1$; тогда коэффициенты q_{mn} представляются в виде следующего ряда:

$$q(t) = \frac{16P}{\pi^2 mn} \sin\left(\frac{m\pi x_0}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_0}{b}\right) x \times \times \sin\left(\frac{n\pi l_1}{2a}\right) \sin\left(\frac{n\pi l_2}{2b}\right), \quad (8)$$

где $P(t)$ – сосредоточенная сила, приложенная в точке (x_0, y_0) плиты, имеющей размеры $a \times b$.

Для коэффициентов $W_{mn}(t)$ разложения (6) получается обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и известной правой частью.

Следовательно, решение поставленной линейной, начально-краевой задачи в рядах Фурье выражается через элементарные функции из следующего условия:

$$\sqrt{(\sigma_x)^2 + 4\tau_{xy} + (\sigma_y)^2} \le [\sigma].$$

Определяется несущая способность упругой плиты при распределенной взрывной нагрузке.

Аналогичным образом решается задача о взрывном действии на поверхность прямоугольной железобетонной плиты, усиленной натянутой арматурой. При этом следует рассмотреть анизотропную модель материала плиты. Этот же подход позволяет учесть и силы вязкого сопротивления в плите.

Практический интерес представляют строительные изделия, выполненные из материалов с физически нелинейными зависимостями: $\sigma_i \sim \varepsilon_i$.

Выводы

Результаты, полученные в работе, составляют основу обеспечения расчетов динамических характеристик элементов строительных конструкций и позволяют на стадии проектирования их элементов принимать решения, обеспечивающие динамическую прочность при воздействии на их поверхность кратковременных взрывных нагрузок.

Развиваемые в работе математические методы волновой динамики строительных конструкций могут быть эффективно использованы и при ударе с большими скоростями летящих тел по поверхности прямоугольной плиты.

1. **Новацкий В.** Динамика сооружений; пер. с пол. – М.: Издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1963. – 375 с.

2. **Безухов Н. И., Лужин О. В.** Устойчивость и динамика сооружений. – М.: Издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1963. – 370 с.

3. **Лукасевич С.** Локальные нагрузки в пластинах и оболочках. – М.: Мир, 1982. – 423 с.

Материал поступил в редакцию 01.03.10.

***Сабодаш Петр Филимонович**, доктор технических наук, профессор*

Тел. 8 (495) 976-30-08