

УДК 502/504:551.48: 626.81: 627.81

**Ю.Г. БУРКОВА, В.И. КЛЕПОВ, П.М. УМАНСКИЙ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева», г. Москва, Российская Федерация

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЗОННЫХ И ЦИКЛИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ РАСХОДОВ ВОДЫ РЕКИ ПАХРЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

*Рассмотрены многолетние гидрологические данные для реки Пахры. Целью исследований является получение их характеристик для среднегодовых и среднемесячных расходов. Проведен анализ расходов реки Пахры методами временных рядов, позволяющими изучить показатели во времени. Результаты исследований показали отсутствие значимой корреляции среднегодовых расходов, что согласуется с исследованиями других авторов. Рассмотрен метод гармонического анализа для выделения сезонной и случайной составляющих среднемесячных расходов реки Пахры. Основой данного метода являются преобразования Фурье, позволяющие получить коэффициенты Фурье и разложить общую дисперсию ряда на дисперсии определенных частот. Построенные периодограммы и график дисперсий по частотам наглядно показывают сезонный характер исходного ряда. Анализ результатов показал ярко выраженные сезонные колебания среднемесячных расходов, наиболее характерными являются пики автокорреляционной функции 12 и 6 месяцев, а также декадные (3 месяца) и внутри декадные (1 и 2 месяца). Приведен алгоритм моделирования среднемесячных расходов с целью получения множества всех возможных сценариев речного стока для их использования в водохозяйственных расчётах.*

*Гидрологические ряды, анализ временных рядов, автокорреляционная функция, спектральный анализ, гармоника, периодограмма, преобразования Фурье.*

**Введение.** В настоящее время расчет основных гидрологических характеристик при наличии данных гидрометрических наблюдений достаточной продолжительности проводится в соответствии с СТО ГГИ 52.08.41-2017[1].

В этом нормативном документе предлагается определять расчетные параметры различных характеристик речного стока по неоднородным рядам наблюдений, при этом подробно описываются причины неоднородности стока в современных условиях.

Моделирование временных рядов широко используется при изучении составляющих водного баланса и их использования в водохозяйственных расчетах. При этом необходимо установление закономерностей чередования лет с различным значением изучаемого признака (водности источника, его гидрофизических характеристик, уровня водоема, положения горизонта подземных вод, перебоев в водоснабжении – по величине и длительности и т.д.). Точность результатов расчета увеличивается с ростом длительности моделируемых рядов.

**Цель исследования** – изучить показатели гидрологического ряда во времени для проведения спектрального анализа

ряда и выделения из него сезонной и случайной компонент, а также для создания математических моделей, которые позволят использовать расчетные характеристики исследуемой системы в водохозяйственных расчётах.

Для достижения данной цели необходимо решить следующие задачи:

- статистический анализ исходного гидрологического ряда;
- выделение для среднегодовых и среднемесячных расходов детерминированной и стохастической компонент;
- построение модели периодических колебаний исследуемого параметра.

**Материалы и методы.** Многие отрасли экономики, деятельность которых тесно связана с использованием водных ресурсов, нуждаются в гидрологических прогнозах различного рода. Надежный прогноз позволяет оптимизировать хозяйственную деятельность с учетом потребностей производства. Например, при строительстве крупных гидротехнических узлов необходимо перекрытие русла, отведение рек и защита котлованов от затопления. При этом крайне важны прогнозы ожидаемой водности рек. Громадное значение имеют долгосрочные

прогнозы притока воды в водохранилища крупных ГЭС. При ожидаемом большом притоке воды производится предупредительная сработка водохранилищ с целью создания свободной емкости для приема воды, что позволяет избежать холостых сбросов в период ее интенсивного поступления.

В условиях ожидаемого малого притока принимаются меры по уменьшению сработки и заполнению водохранилища до возможно более высоких отметок, обеспечивая работу ГЭС при большем напоре. Прогнозы притока воды составляются для более 100 гидроэлектростанций России [2].

В ряде случаев для исследования условий функционирования водохозяйственных систем может потребоваться моделирование совокупности временных рядов стока на нескольких водных объектах, а также других составляющих водного баланса (с учетом заданных значений коэффициентов авто- и взаимной корреляции). Соответствующие методы моделирования освещены в ряде работ [3,4].

Вопросам расчета спектральных характеристик стока посвящены работы Б.М. Долгоносова и К.А. Корчагина, в которых приведен подробный обзор зарубежных и отечественных исследований с использованием метода спектрального анализа временных гидрологических рядов. В работе [5] в качестве исходных данных использованы временные ряды среднесуточных расходов воды для реки Волги в створе г. Старица и приведены результаты исследований данным методом. Исследованиям гидрологических рядов стохастическими методами, включая анализ временных гидрологических рядов и спектральный анализ, посвящены работы А.В. Рождественского и А.И. Чеботарева [6].

Главная цель анализа временных рядов в гидрологии – это выявить тренды, периодические и стохастические элементы из измеренного гидрографа. Метод анализа временных рядов также используется для оценки точности статистических параметров и определения, достаточны ли наблюдаемые временные ряды для получения результатов расчетов с заданной точностью.

Анализ временных рядов позволяет изучить показатели во времени [7,8].

Пусть в момент времени  $t$  значение расхода –  $q_t$ . Одной из основных характеристик временного ряда является автокорреляционная функция, показывавшая

степень зависимости между значениями ряда в различные моменты времени. В статистике имеется несколько оценок автокорреляционной функции. Наиболее удовлетворительной из них, обладающей наименьшей средне квадратической ошибкой, является следующая:

$$r(K) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-K} (q_t - \bar{q})(q_{t+K} - \bar{q})}{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (q_t - \bar{q})^2} \quad (1)$$

где  $r(K)$  – автокорреляция членов ряда, разделенных  $K$  интервалами времени;  $K = 0; 1; 2; \dots L$  где  $L$  – максимальная задержка (точка усечения);  $\bar{q} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N q_t$  – среднее значение ряда;  $N$  – число членов ряда.

Для уменьшения дисперсии полагают  $L \approx 20\%$  от  $N$ .

Периодограмма является случайной функцией частоты. Оценка поперодограмме получается прямым преобразованием Фурье исходных данных.

Значения периодограммы можно интерпретировать как дисперсию (вариацию) данных на соответствующей частоте.

**Результаты и обсуждения.** В данной работе был проведен анализ расходов воды реки Пахры за 68 лет с использованием методов исследования временных рядов.

Исходный временной ряд среднегодовых расходов приведен на рисунке 1. На этом же рисунке показана линия тренда (линия полиномиальной регрессии 2 порядка), анализ которой показал плавное снижение к середине, а затем такое же плавное возрастание среднегодовых расходов к концу рассматриваемого временного периода.

Значения среднегодовых расходов представлены как сумма детерминированной и случайной составляющих. В качестве детерминированной величины может выступать тренд (детрендрованный ряд показан на рисунке 1.) или среднесуточная величина рассматриваемого параметра. Как видно из рисунка, амплитуда колебаний расходов, в основном, лежит в пределах  $\pm 2 \text{ м}^3/\text{с}$ .

Автокорреляционная функция исходного ряда приведена на рисунке 2 и показывает, что значимая корреляция (выше 0,3) среднегодовых расходов отсутствует. Этот вывод согласуется с результатами исследования аналогичных рядов годового стока реки Днепра [6].

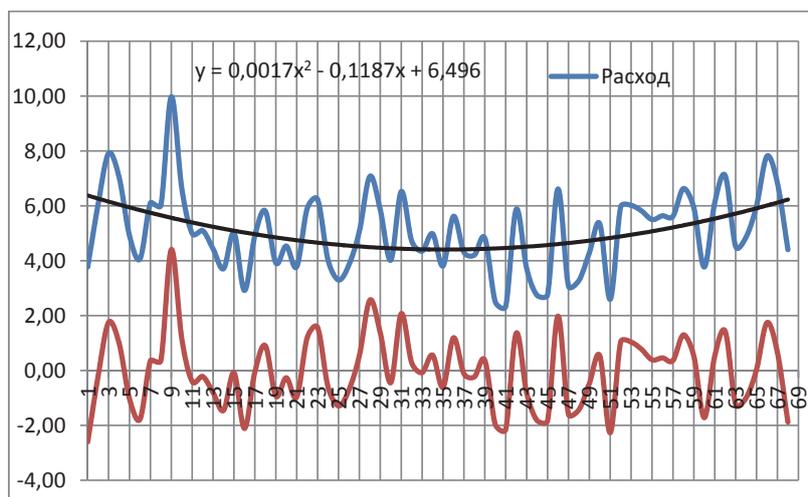


Рис. 1. Исходный временной ряд среднегодовых расходов реки Пахры, линия тренда и детрендриванный ряд

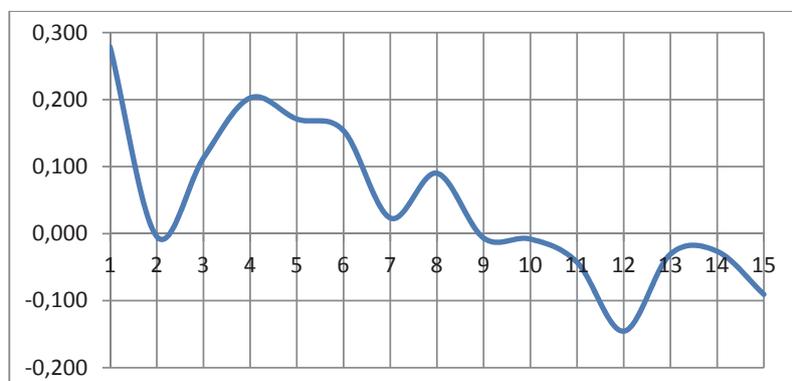


Рис. 2. Автокорреляционная функция временного ряда среднегодовых расходов реки Пахры

Гораздо более значительный интерес для анализа и прогнозирования представляет временной ряд среднемесячных значений расходов.

Представим временной ряд, состоящим из четырех различных компонент [9]: тренда, сезонной составляющей, циклической составляющей и случайной компоненты. Тренд показывает основные рост и спад исследуемых величин. Сезонные колебания показывают периодические изменения значений, повторяющиеся из года в год. Циклическая компонента описывает длительные периоды относительного подъема и спада и состоит из циклов, меняющихся по амплитуде и протяженности. Эта компонента выделяется при наличии большого количества данных, охватывающих достаточно протяженный временной период.

Исходный временной ряд и тренд среднемесячных расходов реки Пахра за 68 лет представлен на рисунке 3[10].

Анализ автокорреляционной функции исходного ряда позволяет сделать вывод о том, что наиболее характерными периодами сезонных колебаний расходов являются 12 и 6 месяцев.

Построим модель периодических колебаний исследуемого параметра, предварительно детрендривав исходный ряд. Для составления модели используем гармонический анализ [9] ряда гидрологических данных, приняв число наблюдений  $N = 512$ .

С использованием функции «Анализ Фурье» Microsoft Excel и известных формул для определения гармонических коэффициентов, и дисперсий на определенных частотах построим периодограмму для детрендриванного ряда (рис. 4) и график дисперсий по частотам. Анализ полученных данных показал наличие ярко выраженных периодов в 12 и 6 месяцев. Периодограмма показывает также заметные декадные (3 месяца) и внутри декадные пики, самым значимым из которых является 1,2 месяца.

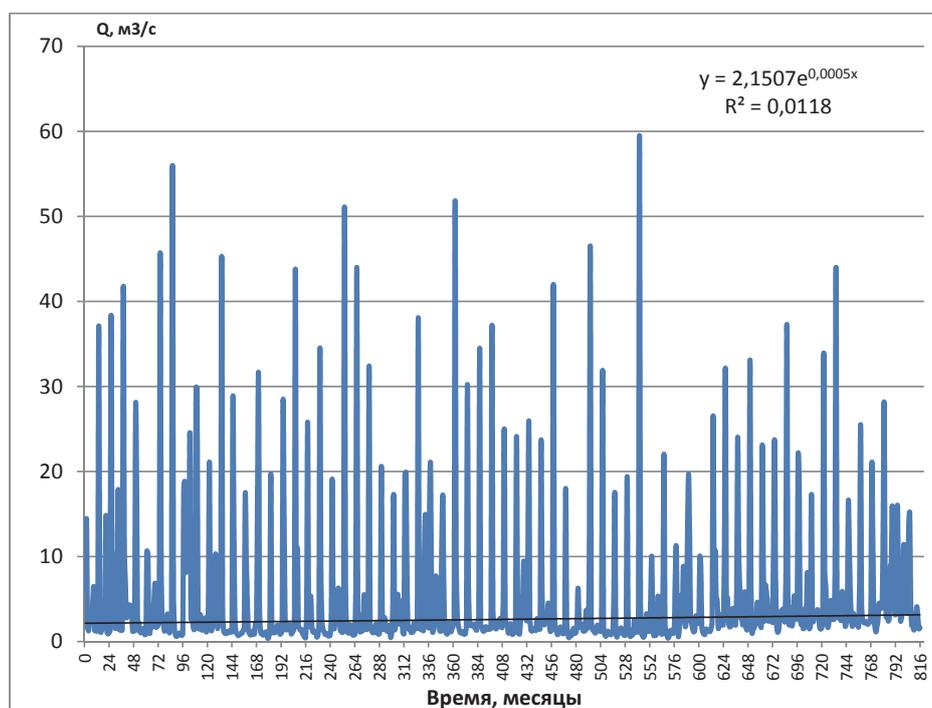


Рис. 3. Исходный временной ряд и линия тренда среднемесячных расходов реки Пахры

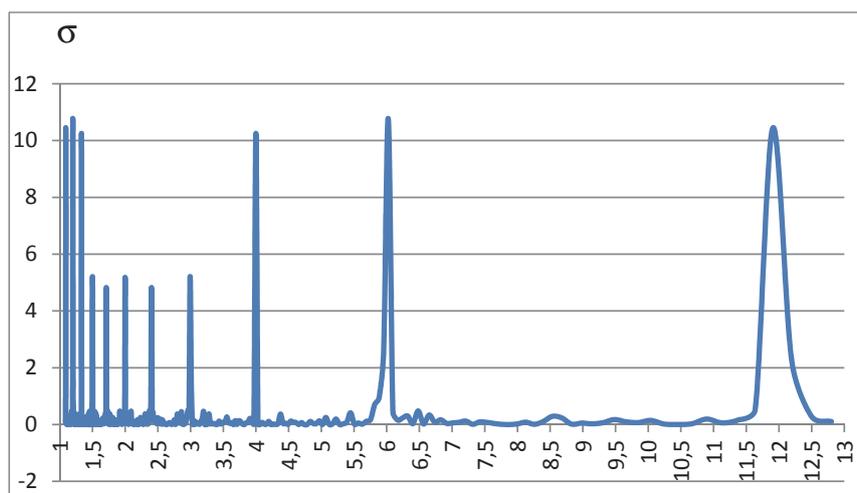


Рис. 4. Периодограмма временного ряда среднемесячных расходов реки Пахры

Алгоритм дальнейших исследований включает в себя:

- 1) выделение из исходного детрендрованного ряда сезонной компоненты;
- 2) нахождение случайных величин вычитом сезонной компоненты и определение закона их распределения;
- 3) создание имитационной модели с целью прогнозирования стока реки Пахры.

#### Выводы

Главная цель анализа временных рядов в гидрологии – это выявить тренды, периодические и стохастические элементы

из измеренного гидрографа. Метод анализа временных рядов также используется для оценки точности статистических параметров и определения количества временных интервалов, необходимых для исследования.

На основании анализа гидрологических данных дана оценка временных показателей, включающих в себя тренд, показатели сезонности и характеристики случайной составляющей временного ряда.

Проведенные расчеты показали отсутствие значимой корреляции среднегодовых расходов, что согласуется с работами других авторов. Так, например, анализ

среднегодовых значений стока реки Днепра позволили авторам исследований [6] сделать вывод о приближении спектральной функции данных к «белому шуму».

Полученные результаты могут быть использованы для создания имитационной математической модели с целью определения всех возможных сценариев стока реки Пахры.

#### Библиографический список

1. Основные гидрологические характеристики при нестационарности временных рядов, обусловленной влиянием климатических факторов. Рекомендации по расчету: СТО ГГИ 52.08.41-2017. – СПб.: ФГБУ «ГГИ», 2017. – 42 с.

2. Георгиевский Ю.М., Шаночкин С.В. Гидрологические прогнозы: учеб. пособие для вузов. – СПб.: Изд-во РГГМУ, 2007. – 436 с.: ил.

3. Раткович Д.Я. Гидрологические основы водообеспечения. – М.: ИВП РАН, 1993. – 428 с.

4. Гидрологические основы гидроэнергетики. / Резниковский А.Ш. и др. – М.: Энергия, 1979. – 232 с.

5. Долгоносов Б.М., Корчагин К.А. Спектры мощности речного стока в анализе эколого- гидрологических проблем. // Институт водных проблем РАН. URL: <http://www.iwp.ru/sites/files/iwp.ru/pub/18/2010-02-19/Publ%20Dolg-Korchl.pdf> (Дата обращения 02.10.2018).

6. Рождественский А.В., Чеботарев А.И. Статистические методы в гидрологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 424 с.

7. Афанасьев В.Н. Анализ временных рядов и прогнозирование. Учебник. – М.: Финансы и статистика, 2001. – С. 3-4.

8. Гусаров В.М. Статистика: учебное пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ–ДАНА, 2001. – 106 с.

9. Протасов Ю.М., Юров В.М. Моделирование сезонных и циклических колебаний объемов продаж компании с использованием методов гармонического анализа в MS EXCEL. // Вестник МГОУ. – 2015. – № 2. – С. 101-108.

10. Технический проект «Регулирующий гидроузел на реки Пахре Московской области». Том IV. Основные сооружения. Книга 1. Подольское водохранилище – Институт «Гидропроект» имени С.Я. Жука. – М.: 1974.

Материал поступил в редакцию 17.12.2018 г.

#### Сведения об авторах

**Буркова Юлия Геннадьевна**, кандидат технических наук, доцент кафедры информационных технологий в строительстве; ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева; 127550, г. Москва, ул. Большая Академическая, 44; тел.: e-mail: burkova.msuee@mail.ru

**Клепов Владимир Ильич**, доцент, доктор технических наук, профессор кафедры гидрологии, гидрогеологии и регулирования стока; ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева; 127550, г. Москва, ул. Прянишникова, д. 19; e-mail: viklepov@rambler.ru

**Уманский Петр Михайлович**, старший преподаватель кафедры технической эксплуатации технологических машин и оборудования природообустройства; ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева; 127550, г. Москва, ул. Большая Академическая, 44; e-mail: UmPM@rambler.ru

**YU.G. BURKOVA, V.I. KLEPOV, P.M. UMANSKY**

Federal state budgetary educational institution of higher education «Russian state agrarian university – MAA named after C.A. Timiryazev», Moscow, Russian Federation

## MODELING OF SEASONAL AND CYCLIC VARIATIONS OF THE PACHRA RIVER FLOW USING THE METHODS OF TIME SERIES ANALYSIS

*Long-term hydrological data for the Pakhra river are considered in this paper. The purpose of the research is to obtain their characteristics for average annual and average monthly flows. The analysis of the Pakhra river flow by time series methods which allows studying the change in characteristics over time has been carried out. The research results showed the absence of a significant correlation of average annual flow which agrees with the studies of other authors. The method of the harmonic analysis is considered to separate seasonal and random components of average monthly flows of the Pakhra river. The basis of this method is the Fourier transforms allowing obtaining the Fourier coefficients and decomposing the total variance of the series on the dispersion of specific frequencies. The constructed periodograms and the frequency dispersion graph clearly show the seasonal nature of the initial series. Analysis of the results showed*

*pronounced seasonal variations in average monthly flows, the most characteristic are the peaks of the autocorrelation function of 12 and 6 months, as well as decadal (3 months) and intra-decade (1 and 2 months). An algorithm is presented for modeling the average monthly flows in order to obtain a set of all possible river flow scenarios for their use in water management calculations.*

*Hydrological series, time series analysis, autocorrelation function, spectral analysis, harmonics, periodogram, Fourier transforms.*

### References

1. Osnovnye gidrologicheskie harakteristiki pri nestatsionarnosti vremennyh ryadov, obuslovlennoy vliyaniem klimaticheskikh faktorov. Rekomendatsii po raschetu: STO GGI 52.08.41-2017. – Sankt-Peterburg: FGBU «GGI», 2017.
2. **Georgievsky Yu.M., Shanochkin S.V.** Gidrologicheskie prognozy: ucheb. posobie dlya vuzov. – Sankt-Peterburg: Izd-vo RGGMU, 2007. – 436 s.: il.
3. **Ratkovich D.Ya.** Gidrologicheskie osnovy vodoobespecheniya. – M.: IVVP RAN, 1993. – 428 s.
4. **Reznikovskiy A.Sh. i dr.** Gidrologicheskie osnovy gidroenergetiki. – M.: Energiya, 1979. – 232 s.
5. **Dolgonosov B.M., Korchagin K.A.** Spektry moshchnosti rechnogo stoka v analize ekologo – gidrologicheskikh problem: // Institut vodnyh problem RAN. URL: <http://www.iwp.ru/sites/files/iwp.ru/pub/18/2010-02-19/Publ%20Dolg-Korchl.pdf> (Data obrashcheniya 02.10.2018).
6. **Rozhdestvenskiy A.V., Chebotarev A.I.** Statisticheskie metody v gidrologii. – Leningrad: Gidrometizdat, 1974. – 424 s.
7. **Afnashev V.N.** Analiz vremennyh ryadov i prognozirovanie. Uchebnik. – M.: Finansy i statistika, 2001. – S. 3-4.
8. **Gusarov V.M.** Statistika: uchebnoe posobie dlya vuzov. – M.: YUNITI – DANA, 2001. – 106 s.
9. **Protasov Yu.M., Yurov V.M.** Modelirovanie sezonnyh i tsiklicheskih kolebanij ob-  
emov prodazh kompanii s ispolzovaniem metodov garmonicheskogo analiza v MS EXCEL. // Vestnik MGOU. – 2015. – № 2. – S. 101-108.
10. Tehnicheskyy project «Reguliruyushchij gidrouzel na reke Pahre Moskovskoy oblasti». Tom IV. Osnovnye sooruzheniya. Kniga 1. Podoljskoe vodohranilishche. – Institut «Gid-roproyekt» imeni S.Ya. Zhuka. – M.: 1974.

The material was received at the editorial office  
17.12.2018 g.

### Information about the authors

**Burkova Yulia Gennadjevna**, candidate of technical sciences, associate professor of the chair of information technologies in building; FSBEU HE RGAU-MAA named after C.A. Timiryazev; 127550, Moscow, ul. Bolshaya Academicheskaya, 44; e-mail: burkova.msuee@mail.ru

**Klepov Vladimir Iljich**, candidate of technical sciences, associate professor of the chair of hydrology, hydrogeology and regulation of runoff; FSBEU HE RGAU-MAA named after C.A. Timiryazev; 127550, Moscow, ul. Pryanishnikova, 19; e-mail: viklepov@rambler.ru

**Umansky Petr Mikhailovich**, senior lecturer of the chair of technical operation of technological machinery and equipment of environmental engineering; FSBEU HE RGAU-MAA named after C.A. Timiryazev; 127550, Moscow, ul. Bolshaya Academicheskaya, 44; e-mail: UmPM@rambler.ru