05.23.07 Гидротехническое строительство

Оригинальная статья
УДК 502/504: 627.82:532.59
DOI: 10.26897/1997-6011-2021-4-46-51

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАТЕРИАЛОВ КОНСТРУКЦИЙ И ЭЛЕМЕНТОВ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ГРУНТОВЫХ ПЛОТИН ДЛЯ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

ЖАРНИЦКИЙ ВАЛЕРИЙ ЯКОВЛЕВИЧ✉, *д-р техн. наук, профессор*
zharnitskiy@mail.ru✉
СМИРНОВ АЛЕКСАНДР ПЕТРОВИЧ, *канд. техн. наук, доцент*
sxodnyasmirnov@mail.ru
Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева; 125434, г. Москва, Б. Академическая, 44. Россия

Надежная эксплуатация грунтовых плотин возможна только при соблюдении всех надлежащих условий. Причины аварий плотин и их повреждений необходимо знать не только для ликвидации ошибок на этапах проектирования и строительства, но и в период их эксплуатации. В целях исключения отрицательного влияния эксплуатационных факторов на безопасность грунтовых ГТС следует не только строго соблюдать правила технической эксплуатации и принимать меры по исключению возможности возникновения чрезвычайной ситуации при проведении технологических операций на объектах, но и иметь методы прогнозного обоснования восстановления прочностных и эксплуатационных показателей конструкций и элементов грунтовых плотин. Выявленные в процессе анализа работы конструкции в условиях ее эксплуатации источники опасности позволяют оценить фактические резервы несущей способности сооружения и принять эффективные меры по восстановлению эксплуатационных параметров. Основным критериям, влияющим на выбор математических моделей материалов конструкций и элементов грунтовых плотин, в большей степени соответствуют модели уравнения состояния, связывающие компоненты тензоров напряжений и деформаций, а также скорости их изменения, которые получены и апробированы для численных расчетов и имеют полный набор констант для материалов, применяемых в расчетах грунтовых плотин, выборе их конструкций (бетон, железобетон, грунты и др.).

Ключевые слова: *грунтовые плотины, надежная эксплуатация, техническая эксплуатация, аварии плотин, безопасность грунтовых гидротехнических сооружений, математические модели, деформирование грунтов, пористость, пластичность, теория идеальной пластичности*

Формат цитирования: *Жарницкий В.Я., Смирнов А.П. Математическая модель материалов конструкций и элементов восстанавливаемых грунтовых плотин для численных расчетов // Природообустройство. – 2021. – № 4. – С. 46-51. DOI: 10.26897/1997-6011-2021-4-46-51.*

Original article

MATHEMATICAL MODEL OF MATERIALS OF STRUCTURES AND ELEMENTS OF RESTORED SOIL DAMS FOR NUMERICAL CALCULATIONS

ZHARNITSKIY VALERY YAKOVLEVICH✉, *doctor of technical sciences, professor*

zharnitskiy@mail.ru✉

SMIRNOV ALEXANDER PETROVICH, *candidate of technical sciences, associate professor*

sxodnyasmirnov@mail.ru

Russian state agrarian university – MAA named after C.A. Timiryazev; 127434, Moscow, B. Akademicheskaya str., 44. Russia

Identified in the process of analyzing the operation of the structure, in the conditions of its operation, allow to assess the actual reserves of the bearing capacity of the structure and take effective measures to restore the operational parameters. The main criteria influencing the choice of mathematical models of materials for structures and elements of soil dams are more consistent with the model of the equation of state connecting the components of stress and strain tensors, as well as the rate of their change, which are obtained and tested for numerical calculations and have a full set of constants for materials used in the calculations of earth dams, the choice of their structures (concrete, reinforced concrete, soils, etc.). Reliable operation of soil dams is possible only if all proper conditions are met. The causes of dam accidents and their damage must be known not only to eliminate errors at the design and construction stages, but also during their operation. In order to exclude the negative impact of operational factors on the safety of soil HTS, it is necessary not only to strictly observe the rules of technical operation and take measures to exclude the possibility of an emergency situation during technological operations at facilities, but also to have methods for predictive justification of the restoration of strength and operational indicators of structures and elements of soil dams.

Keywords: *earth dams, reliable operation, technical operation, dams failures, safety of soil hydraulic structures, mathematical models, deformation of soils, porosity, plasticity, theory of ideal plasticity*

Формат цитирования: *Zharnitskiy V.Ya., Smirnov A.P. Mathematical model of materials of structures and elements of restored soil dams for numerical calculations // Prirodoobustrojstvo. – 2021. – № 4. – S. 46-51. DOI: 10.26897/1997-6011-2021-4-46-51.*

Введение. Надежная эксплуатация грунтовых плотин возможна только при соблюдении всех надлежащих условий. Причины аварий плотин и их повреждений необходимо знать не только для ликвидации ошибок на этапах проектирования и строительства, но и в период их эксплуатации.

Источники опасности возникновения чрезвычайных ситуаций на напорных грунтовых сооружениях могут иметь как природный, так и техногенный характер. Если источники опасности природного характера обусловлены естественными условиями района строительства, то источники опасности техногенного характера, как правило, вызваны нарушением режима технической эксплуатации и возникновением нештатных ситуаций.

В целях исключения отрицательного влияния эксплуатационных факторов на безопасность грунтовых ГТС следует не только строго соблюдать правила технической эксплуатации и принимать меры по исключению возможности возникновения чрезвычайной ситуации при проведении технологических операций на объектах, но и иметь методы прогнозного обоснования восстановления прочностных и эксплуатационных показателей конструкций и элементов грунтовых плотин. Выявленные в процессе анализа работы конструкции в условиях ее эксплуатации источники опасности позволяют оценить фактические резервы несущей способности сооружения и принять эффективные меры по восстановлению эксплуатационных параметров.

Материалы и методы исследований. Основными критериями, влияющими на выбор математических моделей материалов конструкций и элементов грунтовых плотин, является то, что:

1) все материалы должны описываться в рамках одной модели и по возможности максимально оснащены константами экспериментально проверенными и легко численно реализуемыми;

2) диапазон действующих нагрузок, при которых подтверждается полная адекватность физических свойств и математических

соотношений модели, должен соответствовать задачам исследования;

3) модель должна описывать поведение конструкций и элементов грунтовых плотин для всех типов статических нагружений, которые возникают при фильтрационных и морозных воздействиях.

Таким критериям в большей степени соответствуют модели уравнения состояния, связывающие компоненты тензоров напряжений и деформаций, а также скорости их изменения, которые получены и апробированы для численных расчетов и имеют полный набор констант для материалов, применяемых в расчетах грунтовых плотин, выборе их конструкций (бетон, железобетон, грунты и др.).

Для описания материалов, используемых в грунтовых плотинах, принимаются математические модели в следующем виде.

Модели деформирования бетонов:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{E}\frac{\partial \sigma}{\partial t} + g_i(\sigma - f(\varepsilon)),$$

$$E = E(\varepsilon), \text{ при } \sigma - f(\varepsilon) \geq 0 - \text{нагрузка};$$

$$E = E(\varepsilon_*), \text{ при } \sigma - f(\varepsilon) < 0 - \text{разгрузка}; \quad (1)$$

$$g > 0, \text{ при } \sigma - f(\varepsilon) > 0;$$

$$g = 0, \text{ при } \sigma - f(\varepsilon) \leq 0,$$

где E – динамический модуль при нагрузке и разгрузке; ε_* – максимальная деформация, достигнутая при нагружении, определяемая условием $\sigma = f(\varepsilon)$; $f(\varepsilon)$ – статическая диаграмма одноосного сжатия бетона.

Механическими характеристиками материала в рамках модели (1), которые определяются экспериментально, являются функции $E(\varepsilon)$, $f(\varepsilon)$ и $-f(\sigma - f(\varepsilon))$.

Модели деформирования грунтов

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = g(\sigma - f(\varepsilon)) + \begin{cases} \dfrac{1}{E(\varepsilon)}\dfrac{\partial \sigma}{\partial t}; \dfrac{\partial \sigma}{\partial t} \geq 0 \\ \dfrac{1}{E_*(\sigma,\varepsilon)}\dfrac{\partial \sigma}{\partial t}; \dfrac{\partial \sigma}{\partial t} < 0 \end{cases}, \quad (2)$$

где $E_*(\sigma,\varepsilon)$ – функция, характеризующая поведение среды при разгрузке; $f(\varepsilon)$ – статическая диаграмма сжатия, аппроксимируемая функцией;

$$f(\varepsilon) = k(\varepsilon + m_2\varepsilon^{\nu_2}), \quad (3)$$

$\varphi(\varepsilon)$ – динамическая диаграмма сжатия;

$$\varphi(\varepsilon) = E_0(\varepsilon + m_1\varepsilon^{\nu_1}), \quad (3)$$

$E_0 = \rho_0 C_0^{\ 2}$ – мгновенный модуль упругости;

$$E(\varepsilon) = \frac{\partial \varphi(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} = E_0(1 + m_1\upsilon_1\varepsilon^{(\nu_1 - 1)});$$

$$E_*(\sigma,\varepsilon) = \begin{cases} E_{1*}, \sigma > \sigma_{1*}^{\ 0} \\ E_{2*}, \sigma \leq \sigma_{1*}^{\ 0} \end{cases}, \quad (4)$$

$E(\varepsilon)$ – текущий модуль нагружения; $E_*(\sigma,\varepsilon)$ – модуль разгрузки;

$$g(\sigma - f(\varepsilon)) = \begin{cases} \eta(\sigma - f(\varepsilon))^{\chi}, \sigma > f(\varepsilon) \\ 0, \sigma \leq f(\varepsilon) \end{cases}, \quad (5)$$

g – функция пластичности; E_{1*}, E_{2*}, $\sigma_{1*}^{\ 0}$, k, η, χ, m_1, m_2, ν_1, ν_2 – константы модели, определяемые экспериментально.

Результаты исследований. Если взять за основу теорию упруговязкопластичности, это позволит создать единую матмодель совместного деформирования ж/б и грунтов, несмотря на их неупругое поведение, то есть описание грунта или железобетона можно получить через использование параметров общей математической модели.

Экспериментально установленные особенности неупругого деформирования грунтов и неупругого деформирования классических сред можно объяснить. Ввиду того, что у грунтов большая пористость, средние напряжения серьезно оказывают влияние на деформацию. Это значит, что грунты и по сдвигу, и по объему представляют собой среду (массив) с двойной пластичностью. С другой стороны, напряженное состояние грунтовой среды определяется скоростью ее объемного деформирования. Это говорит о том, что в разрушенном скелете связи между твердыми частицами грунта определяются трением (зацеплением) в точках контакта между ними. Особенно эти связи между частицами грунта в большей степени проявляются при объемном сжатии. Вот почему вязкость по объемному сжатию лежит в основе большинства математических моделей. Также растягивающие напряжения не воспринимаются нескальными грунтами, и матмодель должна это учитывать.

Такая модель грунта может быть основана на теории Друккера-Прагера [1, 2]. Эта теория идеальной пластичности представлена в работах [3-10]. В наших исследованиях модель используется для описания деформаций в грунте при решении задачи о мягком нагружении (статические и квазистатические процессы) грунта, а также как и задача о малости деформаций в бетоне при тех же условиях нагружения.

Теория малых упругопластических деформаций [11, 12] и теория деформационной пластичности послужили основой для выбора соотношений грунта.

Положим, что объемные деформации θ [12] так же будут параметром функции пластичности Ильюшина ω, как и интенсивность деформаций $\varepsilon_u = \sqrt{e_{ij}e_{ij}}$. Тогда при активном нагружении связь деформаций и девиаторов тензоров напряжений будет иметь следующий вид [11]:

$$s_{ij} = \frac{\sigma_u}{\varepsilon_u} e_{ij}, \tag{6}$$

где $\sigma_u = \sqrt{s_{ij}s_{ij}}$ – интенсивность тензора напряжений.

Функционал универсальной кривой активной деформации $\Phi = 2\mu(1-\omega(\varepsilon_u,\theta))\varepsilon_u$ позволит выразить эту интенсивность:

$$\sigma_u = \Phi(\varepsilon_u,\theta). \tag{7}$$

Уравнение состояния для девиаторов тензоров в скоростях [12] можно получить, дифференцируя соотношение (6) по времени:

$$\dot{s}_{ij} = 2\mu\left((1-\omega(\varepsilon_u,\theta))I_{ijkl} - \frac{\partial\omega(\varepsilon_u,\theta)}{\partial\varepsilon_u}\frac{e_{ij}e_{kl}}{\varepsilon_u}\right)\dot{e}_{kl} \times$$

$$\times\,\dot{e}_{kl} - 2\mu\frac{\partial\omega(\varepsilon_u,\theta)}{\partial\theta}e_{ij}\dot{\theta}. \tag{8}$$

Если объединить уравнение для шаровых частей тензоров напряжений и деформаций с зависимостью (8), получим уравнение следующего вида, не обладающее свойством симметрии:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \left(2\mu\left\{\begin{aligned}&(1-\omega)\left(I_{ijkl}-\frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}\right)-\\&-\frac{\partial\omega}{\partial\varepsilon_u}\frac{e_{ij}e_{kl}}{\varepsilon_u}-\frac{\partial\omega}{\partial\theta}e_{ij}\delta_{kl}\end{aligned}\right\}+K(\theta)\delta_{ij}\delta_{kl}\right)\dot{\varepsilon}_{kl}+\sigma^*_{ij}$$

$$\sigma^*_{ij} = -K(\theta)\,g\left(\sigma - f^{st}(\theta)\right)\delta_{ij}. \tag{9}$$

Пластические деформации по объемному сжатию и по сдвигу в деформационной модели не зависят друг от друга. Критерий начала пластических деформаций по сдвигу, представленный в напряжениях, запишем как

$$(\sigma_u)^2 - F(\sigma) = 0, \quad F(\sigma) = \left(\sigma^s_u + b\sigma\right)^2. \tag{10}$$

Если переписать его в деформациях, это позволит более удобно им пользоваться:

$$\varepsilon_u = \varepsilon^s_u(\theta), \quad \varepsilon^s_u(\theta) = \frac{(\sigma^s_u + b\sigma)}{2\mu}, \tag{11}$$

где ε^s_u – предел упругости по сдвигу; σ^s_u – соответствующая ему интенсивность девиатора напряжений.

Условие (11) должно выполняться, иначе функция пластичности Ильюшина ω тождественно равна нулю. При выполнении условия (11) функция ω может быть рассчитана, как и ее производные $\frac{\partial\omega}{\partial\varepsilon_u}$, $\frac{\partial\omega}{\partial\theta}$, и соотношения (9) пересчитываются. С началом пластических деформаций по сдвигу определяется $\dot{\varepsilon}_u$. Если условие начала разгрузки $\dot{\varepsilon}_u < 0$ выполняется, то можно принять новое значение предела упругости на сдвиг ε^s_u, который равен текущей величине ε_u. Тогда производные функции пластичности, как и сама ω, принимаются равными 0.

Математическая модель теории пластического течения имеет условие, выражающее пластичность по объемному сжатию, и здесь также применимо это условие.

Запишем кривую активной деформации σ_u как случай линейно упрочняющегося по сдвигу материала. Уравнение примет вид:

$$\sigma_u = 2\mu_t\left(\varepsilon_u - \varepsilon^s_u(\theta)\right) + 2\mu\varepsilon^s_u(\theta). \tag{12}$$

Сравнивая вышеприведенное уравнение с зависимостью (7) для функции $\Phi(\varepsilon_u,\theta)$, можно получить выражение пластичности ω для линейно-упрочняющейся по сдвигу среды (материала):

$$w(e_u,q) = \left(1-\frac{m_t}{m}\right)\left(1-\frac{e^s_u(q)}{e_u}\right). \tag{13}$$

Основные положения теории течения и деформационной теории служат основой для составления матмодели для бетона, но с учетом влияния скорости деформирования на сдвиговые показатели и без учета среднего гидростатического давления и влияния вязкости по объемному сжатию. Зависимость радиуса поверхности текучести от скорости пластической деформации позволит учесть вязкость бетона при сдвиге по следующей формуле:

$$F(\chi) = (k_0 + \beta\chi)\left(1 + \frac{\dot{\varepsilon}^p_{eqv}}{\gamma_{concrete}}\right)^m. \tag{14}$$

Наличие арматуры также учитывается данной матмоделью. Процент армирования ≈ 3%, поэтому эффективные модули по оси армировки x_α получают по следующему правилу смеси:

$$C^{*sc}_{\alpha\alpha\alpha\alpha} = nC^{*steel}_{\alpha\alpha\alpha\alpha} + (1-n)C^{*concrete}_{\alpha\alpha\alpha\alpha}. \tag{15}$$

Вязкость бетона и арматуры необходимо учесть, так как арматура будет претерпевать пластические деформации при определенной интенсивности динамической нагрузки. Влияние скорости деформирования для арматуры является существенным [13]. Поэтому одномерное определяющее соотношение, наиболее подходящее для уложенной арматуры по оси x_α, –

$$\dot{\varepsilon}_{\alpha\alpha} = \frac{1}{\mathrm{E}(\varepsilon_{\alpha\alpha})}\dot{\sigma}_{\alpha\alpha} + \frac{1}{\gamma_{steel}}\left\langle \sigma_{\alpha\alpha} - f^{st}_{steel}(\varepsilon_{\alpha\alpha})\right\rangle.$$

$$E(\varepsilon_{\alpha\alpha}) = \frac{df^{d}_{steel}(\varepsilon_{\alpha\alpha})}{d\varepsilon_{\alpha\alpha}} \quad (16)$$

Оптимальное соотношение матмодели взаимодействия грунта и бетона можно представить в следующем уравнении:

$$\dot{\sigma}_{ij} = C^{*}_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl} + \sigma^{*}_{ij}. \quad (17)$$

Выводы

Оптимизированы основные соотношения математических моделей и сред, применяемых при разработке методов расчетного обоснования напорных грунтовых сооружений. Обоснованы модели материалов конструкций и элементов грунтовых плотин для разработки методов пространственного деформирования при произвольных нагружениях сооружения.

Полученные соотношения математических моделей приведены для объемно-деформируемых сред с вязкостью и учитывают влияние скорости деформирования на характер диаграмм деформирования.

Библиографический список

1. **Аникеев А.В., Артамонова Н.Б., Калинин Э.В.** Некоторые особенности деформирования и разрушения горных пород при техногенном изменении режима подземных вод // Геоэкология. – № 3. – 2000. – С. 249-256.
2. **Новацкий В.К.** Волновые задачи теории пластичности. – М.: Изд-во «Мир», 1978. – 310 с.
3. **Григорян С.С.** Об основных представлениях динамики грунтов // Прикладная математика и механика. – 1960. – Т. 24. – Вып. 6. – С. 1057-1072.
4. **Замышляев Б.В., Евтерев Л.С.** Модели динамического деформирования и разрушения грунтовых сред. – М.: Наука, 1990. – 215 с.
5. **Кондауров В.И., Никитин Л.В.** Теоретические основы реологиигеоматериалов. – М.: Наука, 1990. – 207 с.
6. **Кукуджанов В.Н.** Численное моделирование динамических процессов деформирования и разрушения упругопластических сред // Успехи механики. – 1985. – Т. 8. Вып. 4. – С. 21-65.
7. **Максимов В.Ф.** Численное решение трехмерной задачи пробивания тонкой упругопластической преграды // Волновые задачи механики деформируемых сред. – Ч. 1. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – С. 44-54.
8. **Тухватуллина А.В., Кантур О.В.** Математические модели деформирования мягких грунтов // В кн.: Совершенствование методов расчета и конструкций подземных сооружений. – М.: 26 ЦНИИ МО РФ, 2000.
9. **Рыков Г.В., Скобеев А.М.** Измерение напряжений в грунтах при кратковременных нагрузках. – М.: Наука, 1978. – 168 с.
10. **Sheshenin S.V., Demidovich P.N.** Methodic for reinforced concrete under «soft impact» numerical simulation (appendix to INTASS1999 periodic report). – Moscow. – 1999. – 33 p.

References

1. **Anikeev A.V., Artamonova N.B., Kalinin E.V.** Nekotorye osobennosti deformirovaniya i razrusheniya gornyh porod pri tehnogennom izmenenii rezhima poszemnyh // Geoekologiya. – № 3. – 2000. – S. 249-256.
2. **Novatskiy V.K.** Volnovye zadachi teorii plastichnosti. – M.: Izd-vo «Mir», 1978. – 310 s.
3. **Grigoryan S.S.** Ob osnovnyh predstavleniyah dinamiki gruntov // Prikladnaya matematika i mehanika. – 1960. – t. 24, vyp. 6. – S. 1057-1072.
4. **Zamyshlyaev B.V., Evterev L.S.** Modeli dinamicheskogo deformirovaniya i razrusheniya gruntovyh sred. – M.: Nauka, 1990. – 215 s.
5. **Kondaurov V.I., Nikitin L.V.** Teoreticheskie osnovy reologii geomaterialov. – M.: Nauka, 1990. – 207 s.
6. **Kukudzhanov V.N.** Chislennoe modelirovanie dinamicheskih protsessov deformirovaniya i razrusheniya uprugoplasticheskih sred // Uspehi mehaniki. – 1985. – t. 8, vyp. 4. – S. 21-65.
7. **Maksimov V.F.** Chislennoe reshenie trehmernoj zadachi probivaniya tonkoj uprugoplasticheskoj pregrady // Volnovye zadachi mehaniki deformiruemyh sred. Ch. 1. – M.: Izd-vo MGU, 1990. – S. 44-54.
8. **Tuhvatullina A.V., Kantur O.V.** Matematicheskie modeli deformirovaniya myagkih gruntov. / V kn.: Sovershenstvovanie metodov rascheta i konstruktsij podzemnyh sooruzhenij. – M.: 26 TSNII MO RF, 2000.
9. **Rykov G.V., Skobeev A.M.** Izmerenie napryazhenij v gruntah pri kratkovremennyh nagruzkah. – M.: Nauka, 1978. – 168 s.
10. **Sheshenin S.V., Demidovich P.N.** Methodic for reinforced concrete under “soft impact” numerical simulation (appendix to INTASS1999 periodic report). – Moscow. – 1999. – 33 p.

11. **Победря Б.Е., Шешенин С.В., Холматов Т.** Задача в напряжениях. – Ташкент: ФАН, 1988. – 197 с.

12. **Brandes K.** Blast resistant structures. In Proceedings of the International Workshop on Blast. Resistant Structures, Tsinghua Univ. – Beijing, China, 1992.

13. **Попов Н.Н., Расторгуев Б.С.** Расчет конструкций спецсооружений. – М.: Стройиздат, 1990. – 208 с.

Критерии авторства

Жарницкий В.Я., Смирнов А.П. выполнили теоретические исследования, на основании которых провели обобщение и написали рукопись, имеют на статью авторское право и несут ответственность за плагиат.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликтов интересов

Статья поступила в редакцию 03.04.2021 г.

Одобрена после рецензирования 15.09.2021 г.

Принята к публикации 24.09.2021 г.

11. **Pobedrya B.E., Sheshenin S.V., Kholmatov T.** Zadacha v napryazheniyah. – Tashkent: FAN, 1988. – 197 s.

12. **Brandes K.** Blast resistant structures. In Proceedings of the International Workshop on Blast. Resistant Structures, Tsinghua Univ., Beijing, China. 1992.

13. **Popov N.N., Rastorguev B.S.** Rschet konstruktsij spetssooruzhenij. – M.: Strojizdat, 1990. – 208 s.

Criteria of authorship

Zharnitskiy V.Ya., Smirnov A.P. carried out theoretical studies, on the basis of which they generalized and wrote the manuscript, have a copyright on the article and are responsible for plagiarism.

Conflict of interests

The authors state that there are no conflicts of interests

The article was submitted to the editorial office 03.04.2021

Approved after reviewing 15.09.2021

Accepted for publication 24.09.2021