

УДК 502/504:624.131.1:626/627

В. Я. Жарницкий, доктор техн. наук**Н. Ф. Жарницкая**, инженерФедеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Московский государственный университет природообустройства»

ОПЕРАТИВНО-ВЕРОЯТНОСТНЫЙ МЕТОД ПРОГНОЗА ДЕФОРМАЦИИ ТЕЛА ГРУНТОВОЙ ПЛОТИНЫ

Имея характеристики эмпирического распределения коэффициентов уплотнения грунта в сооружении, представляется возможным определить величину осадки напорного грунтового сооружения и вероятность ожидаемого события.

Possessing characteristics of the empiric distribution of the ground density coefficients in the structure, there it becomes possible to determine a value of settlement of the pressurized ground structure and probability of the expected event.

Надежность и безопасность плотин из грунтовых материалов определяется степенью их устойчивости, прочностью и, конечно, деформированием тела и основания. Расчеты осадок (деформаций) плотин делают не только для прогнозирования их неравномерностей, определения требуемой величины строительного запаса (строительного подъема), уточнения общего количества грунта, уложенного в сооружение, но и для установления объективных причин «форсмажорных» ситуаций, которые возникают в ходе строительства напорных грунтовых сооружений или в период их эксплуатации.

Использование сложных и трудоемких универсальных методик, учитывающих особенности конструкций, воздействий и нюансы поведения грунтов тела плотин и оснований, часто оказывается неэффективным из-за большого разнообразия свойств используемых карьерных грунтов и невозможности спрогнозировать фактическую степень уплотнения тела плотины без строительства самого сооружения. Поэтому такие расчеты можно выполнять на основе решения линейного уравнения путем введения упрощающих предположений при схематизации свойств грунта и его деформации или вероятностных методов, не прибегая к трудоемким решениям нелинейных уравнений уплотнения

грунтов. При решении подобных практических задач следует рассматривать только такие характеристики грунтов, которые могут быть получены с достаточной степенью надежности.

Для предотвращения больших осадок тела грунтового сооружения устраивается послойное уплотнение грунта с помощью специальных машин (рис. 1, 2). Качество и достаточность выполненного уплотнения грунта на соответствие проектным требованиям при использовании методов и приемов геотехнического контроля позволяют объективно оценивать возможную деформацию самой насыпи.

Чтобы избежать недоуплотнения грунтов в насыпи, схему контроля качества послойной укладки грунтового материала выполняют по коэффициенту



Рис. 1. Плотина «Саура» (Сирия) на этапе завершения строительства: $H = 78$ м

уплотнения или степени уплотнения ($k_{\text{com } i} \geq k_{\text{com проект}}$, где $k_{\text{com проект}}$ — коэффициент уплотнения, устанавливаемый проектом), т. е. степень уплотнения грунта в образце, слое и в сооружении в целом должна быть не меньше проектного требования.



Рис. 2. Плотина «Сахаби» (Сирия) на этапе строительства: $H = 68$ м

Величина $(1 - k_{\text{com}})$ показывает относительное изменение объема грунта. Касте и Санглером получена зависимость, которая устанавливает связь между деформацией тела грунтовой насыпи и степенью уплотнения грунта в ней [1]:

$$S = H_{\text{пл}} \left(1 - 0,3k_{\text{com}} - 0,7\sqrt[3]{k_{\text{com}}} \right), \quad (1)$$

где S — деформация тела грунтового сооружения; $H_{\text{пл}}$ — высота плотины.

Выражение (1) может служить прогнозным определением осадки грунтовой насыпи или ее элементов, подтверждая, что чем больше степень уплотнения грунта, тем меньше будет ожидаемая величина осадки сооружения. Оценка вероятности снижения деформации может быть установлена на основании выборки значений показателя k_{com} , полученной по результатам оценки послойного уплотнения грунта в теле сооружения.

При разработке и использовании вероятностных методов расчета неоднократно выяснялась необходимость в проверке ряда статистических гипотез (моделей), так как обоснование типа распределения случайной величины с позиции физической сущности модели рассматриваемого процесса является

значимым для объективной оценки вероятности такого события. Использование одной какой-то статистической модели может привести к неверным заключениям и выводам. Значение коэффициента уплотнения грунта k_{com} меняется в результате влияния на процесс уплотнения грунта множества случайных факторов, из-за чего распределение значений этого коэффициента, в силу указанных условий, не может соответствовать одной статистической модели, иначе говоря, значение k_{com} есть результат случайного процесса (случайная функция от независимых переменных).

Таким образом, представляется возможным следующее: получив выборочные характеристики эмпирического распределения k_{com} , установить распределение величины S (функционально связанной с k_{com}) и метод оценки вероятности ожидаемого значения S .

Предлагается проверять гипотезы о нормальности распределения, о принадлежности выборки гамма-распределению, логарифмически-нормальному распределению, распределению Вейбулла и бэта-распределению [2–7].

Поскольку значение k_{com} изменчиво в результате влияния на процесс случайных факторов, воздействие которых носит аддитивный характер, а в совокупности никакой из факторов нельзя считать ведущим, то распределение k_{com} в силу указанных условий можно описывать предельной теоремой, т. е. распределение асимптотически нормальное.

Гипотеза о гамма-распределении имеет следующее логическое объяснение. Пусть характеристика некоторого технологического процесса k_{com} является результатом n -кратного циклического воздействия, интенсивность воздействия каждого цикла описывается постоянной величиной λ . Результат каждого j -го цикла описывается значением характеристики k_{com}^j , функция которой имеет форму экспоненциального распределения. Таким образом, характеристика $k_{\text{com}} = k_{\text{com}}^1 + k_{\text{com}}^2 + \dots + k_{\text{com}}^n$ будет иметь γ -распределение

с параметрами λ и $\eta = n$. (Такой подход реализуется в теории массового обслуживания, предложенной Эрлангом.)

Логарифмически-нормальное распределение описывает закономерность, реализующуюся при возможности представить значение случайной величины $k_{\text{ком}}$ в виде $k_{\text{ком}} = k_{\text{ком}}^1 k_{\text{ком}}^2 \dots k_{\text{ком}}^n$, где $k_{\text{ком}}^i$ — характеристики случайных независимых факторов, распределения которых имеют конечные моменты и удовлетворяют некоторым условиям.

В математической теории надежности с помощью распределения Вейбулла описывают, например, длительность безотказной работы агрегата, интенсивность выхода из строя которого можно выразить формулой

$$h(t) = \frac{\eta}{\sigma} \left(\frac{t}{\sigma} \right)^{\eta-1},$$

где t — время.

Так как в результате проведения мероприятий по уплотнению грунта показатель $k_{\text{ком}}$ может необратимо увеличиваться, как параметр t , то можно предположить, что интенсивность может рассматриваться как условная вероятность того, что окончание работ по уплотнению грунта (т. е. достижение значения из интервала $k_{\text{ком}}, k_{\text{ком}} + \Delta k_{\text{ком}}$) произошло при условии достижения значения $k_{\text{ком}}$. Если такая условная вероятность описывается как

$$h(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \frac{\eta}{\sigma} \left(\frac{x - k_{\text{проект}}}{\sigma} \right)^{\eta-1}, \quad \text{где}$$

$F(x)$ — функция распределения случайной величины $k_{\text{ком}}$, то распределение $k_{\text{ком}}$ описывается как распределение Вейбулла.

Выбор β -распределения оправдан тем, что оно описывает закономерности появления величин, которые не могут принимать значения вне некоторого ограниченного множества: $k_{\text{ком проект}} \leq k_{\text{ком}} \leq k_{\text{ком пред}}$.

Вторым этапом является построение плотности распределения S . Если случайная величина $k_{\text{ком}}$ имеет плотность распределения $f = f(x)$, случайную величину S определяют так:

$S = h(k_{\text{ком}})$, где $h(k_{\text{ком}})$ строго монотонная функция.

Плотность распределения случайной величины S

$$p(t) = f \left[h^{-1}(t) \right] \left| \frac{dx}{dt} \right|.$$

Для разрешения задачи в классе элементарных функций выполнена линеаризация формулы (1) разложением ее в ряд Тейлора. В результате в окрестности точки $k_{\text{ком}} = \bar{k}_{\text{ком}}$ формулу $S = h(k_{\text{ком}})$ можно представить в следующем виде:

$$S(k_{\text{ком}}) = H_{\text{пл}} (A_1 - A_2 k_{\text{ком}}), \quad (2)$$

$$\text{где } A_1 = 1 - 0,7 \left(\sqrt[3]{\frac{k_{\text{ком}}}{\bar{k}_{\text{ком}}}} \frac{2}{3} \right), \quad A_2 = 0,3 + \frac{0,7}{3 \sqrt[3]{\bar{k}_{\text{ком}}^2}}.$$

Плотность распределения $p(t)$ случайной величины S будет зависеть от плотности распределения случайной величины $k_{\text{ком}}$ $f(x)$:

$$p(t) = f \left(\frac{A_1}{A_2} - \frac{t}{A_2 H_{\text{пл}}} \right) \frac{1}{A_2 H_{\text{пл}}}.$$

По каждой гипотезе получена расчетная формула для нахождения вероятности достижения ожидаемых значений S . В этих формулах значения функций вычисляются с помощью программного обеспечения Microsoft Excel.

Если принимается статистическая гипотеза о нормальном распределении $k_{\text{ком}}$ с параметрами \bar{x}, σ , то

$$P(0 \leq S \leq s_2) = 1 - \Phi \left(\frac{A_1 H_{\text{пл}} - s_2 - H_{\text{пл}} \bar{x} A_2}{\sigma A_2 H_{\text{пл}}} \right),$$

где $\Phi(x)$ — функция распределения стандартного нормального закона.

Если принимается статистическая гипотеза о γ -распределении $k_{\text{ком}}$ с параметрами η, λ , то

$$P(0 \leq S \leq s_2) = 1 - F \left(\frac{H_{\text{пл}} A_1 - s_2}{H_{\text{пл}} A_2} - k_{\text{проект}}, \eta, \lambda \right),$$

$$\text{где } F(x, \eta, \lambda) = \frac{\lambda^\eta}{\Gamma(\eta)} \int_0^x t^{\eta-1} e^{-\lambda t} dt, \quad \Gamma(\eta) = \int_0^\infty t^{\eta-1} e^{-t} dt.$$

Если принимается статистическая гипотеза о распределении Вейбулла величины $k_{\text{ком}}$ с параметрами η, σ , то

$$P(0 \leq S \leq S_2) = 1 - F \left(\frac{H_{\text{пл}} A_1 - s_2}{H_{\text{пл}} A_2} - k_{\text{проект}}, \eta, \sigma \right),$$

$$\text{где } F(x, \eta, \sigma) = \int_0^x \frac{\eta}{\sigma} \left(\frac{t}{\sigma}\right)^{\eta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\sigma}\right)^\eta\right] dt.$$

Если принимается статистическая гипотеза о логарифмически-нормальном распределении величины $k_{\text{сом}}$ с параметрами μ, σ, ε , то

$$P(0 \leq S \leq s_2) = 1 - F\left(\frac{H_{\text{пл}} A_1 - s_2}{H_{\text{пл}} A_2}, \mu, \sigma, k_{\text{проект}}\right),$$

$$\text{где } F(x, \mu, \sigma, \varepsilon) = \int_0^x \frac{\eta}{\sqrt{2\pi\sigma}(t-\varepsilon)} \exp\left[-\frac{(\ln(t-\varepsilon)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt.$$

Если принимается статистическая гипотеза о β -распределении величины $k_{\text{сом}}$ с параметрами α, β на отрезке $(k_{\text{сом преект}}; k_{\text{сом преед}})$, то

$$P(0 \leq S \leq S_2) = 1 - F \times \left(\left(\frac{H_{\text{пл}} A_1 - s_2}{H_{\text{пл}} A_2} \right), \alpha, \beta, k_{\text{сом преект}}, k_{\text{сом преед}} \right),$$

$$\begin{aligned} \text{где } F(x, \alpha, \beta, k_{\text{сом преект}}, k_{\text{сом преед}}) &= \\ &= \int_{k_{\text{сом преект}}}^x \frac{1}{(k_{\text{сом преед}} - k_{\text{сом преект}})} \cdot \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \times \\ &\times \left(\frac{t - k_{\text{сом преект}}}{k_{\text{сом преед}} - k_{\text{сом преект}}} \right)^{\alpha-1} \\ &\times \left(1 - \frac{t - k_{\text{сом преект}}}{k_{\text{сом преед}} - k_{\text{сом преект}}} \right)^{\beta-1} dt. \end{aligned}$$

Проверка соответствия статистических гипотез конкретной выборке коэффициентов уплотнения $k_{\text{сом}}$, полученной по результатам послойной укладки грунта в тело сооружения, целесообразно выполнять путем численного решения оптимизационной задачи, где целевой функцией (мерой расхождения) является непараметрический критерий Пирсона [7; 8]. Использование параметрических критериев исключается, так как все данные рассматриваемой выборки случайных величин $k_{\text{сом}}$ должны соответствовать нормальному закону. Непараметрические критерии проверяют свойства гипотетического распределения, которые не сводятся к значениям параметров идентичности и не требуют знания типа распределения

выборки случайных величин. Среди прочих непараметрических критериев критерий Пирсона предпочтителен тем, что не требует создания специальных подпрограмм и определяется простыми арифметическими операциями.

Гипотеза принимается в случае, если расчетное значение критерия Пирсона оказывается меньше, чем значение границы 100α -процентного множества возможных значений статистики, попадание в которое маловероятно.

Примеры использования разработанной методики подтверждают нетрудоемкость и простоту данного прогнозного определения. В ходе исследования выборки $k_{\text{сом}}$ с плотины «Сахаби» (Сирия) для оценки вероятности ожидаемого значения S была принята гипотеза о принадлежности выборки бета-распределению с уровнем значимости 0,95. Другие гипотезы были отвергнуты. В случае исследования данных плотины «Саура» (Сирия) с уровнем значимости 0,95 была принята гипотеза о принадлежности выборки $k_{\text{сом}}$ гамма-распределению. Остальные гипотезы были отвергнуты.

Ключевые слова: эмпирическое распределение коэффициентов, уплотнение грунта, величина осадки, напорные грунтовые сооружения, плотина «Сахаби», коэффициент уплотнения грунта, гамма-распределение, плотность распределения, распределение Вейбулла.

Список литературы

1. **Косте, Ж.** Механика грунтов: практический курс [Текст] / Ж. Косте, Г. Сангера ; пер. с франц. В. А. Барвашова ; под ред. Б. И. Кулачкина. — М. : Стройиздат, 1981. — 455 с.
2. **Базовский, И.** Надежность. Теория и практика [Текст] / И. Базовский. — М. : Мир, 1965. — 373 с.
3. **Егоров, В. Н.** Статистические проблемы моделирования надежности производственных систем [Текст] / В. Н. Егоров, Д. И. Коровин // Вестник ИГУ. — 2000. — Вып. 4. — С. 67–72.
4. **Крамер, Г.** Математические методы статистики [Текст] / Г. Крамер. — М. : Мир, 1975. — 648 с.
5. **Севастьянов, Б. А.** Курс теории вероятностей и математической статистики

[Текст] / Б. А. Севастьянов. — М. : Наука, 1982. — С. 236–239.

6. **Хан, Г.** Статистические модели в инженерных задачах [Текст] / Г. Хан, Г. Шапиро. — М. : Мир, 1969. — 395 с.

7. **Harter, H. L.** New Tables of the Incomplete Gamma-Function Ratio and of Percentage

Points of the Chi-square and Beta Distributions [Text] / H. L. Harter. — Aerospace Research Laboratories, U. S. Air Force, 1964. — 245 p.

8. **Pearson, K.** Tables of the Incomplete Γ -Function, Biometrics Office [Text] / K. Pearson. — University College, London, 1957. — P. 164.

УДК 502/504:556.3.01

Ю. Г. Буркова, канд. техн. наук, доцент

С. Н. Карамбилов, доктор техн. наук, профессор

П. М. Уманский, аспирант

Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет природообустройства»

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПОДЗЕМНОГО ВОДОЗАБОРА

Предложен метод выбора параметров скважинной системы, учитывающий случайный характер водопотребления для разных гидрогеологических показателей. Цель исследования — обоснованный выбор оптимального варианта параметров подземного водозабора при проектировании, а также проведение машинного эксперимента для выбранного проектного варианта. Оптимизируемым критерием является величина интегральных дисконтированных затрат на строительство и эксплуатацию исследуемой системы за расчетный срок службы.

The method of parameters choice of the well system is proposed which takes into consideration a random character of water consumption for different hydro-geologic indicators. The aim of the research is a proved choice of the optimal alternative of the underground intake parameters at designing as well as fulfillment of the machine experiment for the chosen projected variant. The optimized criterion is a size of integral discounted expenses on construction and operation of the system under study during the service life.

Подземный водозабор является сложной системой, обладающей всеми ее характерными признаками. Рассмотрим процесс ее функционирования, используя метод имитационного моделирования [1, 2].

Целью исследования является обоснованный выбор оптимального варианта параметров подземного водозабора при проектировании, а также проведение машинного эксперимента для выбранного проектного варианта. Оптимизируемый критерий — величина интегральных дисконтированных затрат на строительство и эксплуатацию исследуемой системы за расчетный срок службы.

Исходными данными при расчете системы являются следующие:

1) принципиальная схема водозабора, из которой определяется общее число скважин, узлов и участков сети, координаты и отметки узлов сети, положение резервуара, длина, начальный диаметр, материал труб и положение задвижек на участках (эти величины могут меняться при вариантном проектировании);

2) границы рабочей зоны и марка насосов в скважинах;

3) характеристики резервуара (высота и площадь дна бака, высота дна бака от земли);

4) общие параметры системы (общий требуемый расход, заданное общее