

Оригинальная статья

УДК 502/504:627.82:532.59

DOI: 10.26897/1997-6011-2021-2-66-72

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УПЛОТНЕНИЯ ТЕЛА ГРУНТОВОЙ ПЛОТИНЫ В ПОСТСТРОИТЕЛЬНЫЙ ПЕРИОД

ЖАРНИЦКИЙ ВАЛЕРИЙ ЯКОВЛЕВИЧ¹, д-р техн. наук, профессор
zharnitskiy@mail.ru

АНДРЕЕВ ЕВГЕНИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ^{✉1}, канд. техн. наук, доцент
andreev-rf@mail.ru

ЗАЙЦЕВ ЮЛИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ², д-р техн. наук, профессор
zzz6452zz@yandex.ru

¹ Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева; 127434, Москва, Тимирязевская ул., 49. Россия

² Национальный исследовательский университет «МЭИ»; 111250, Москва, Красноказарменная, 14. Россия

Обеспечение эксплуатационной надежности гидротехнических сооружений является важной задачей на этапе жизненного цикла сооружения. В качестве основных причин разрушений гидротехнических сооружений в ходе исследований были выявлены ошибки при проектировании сооружений и их возведении либо отсутствие эксплуатирующих организаций и, как следствие, – отсутствие должного ухода за такими сооружениями. Подобные ошибки неизбежно ведут к образованию дефектов в теле гидротехнических сооружений с последующим развитием деформаций и к разрушению гидротехнических сооружений вследствие нарушения фильтрационной прочности. В этой связи стандартные методы оценки эксплуатационной надежности оказываются громоздкими и неэффективными в условиях сжатых сроков, отведенных на оценку степени повреждения сооружения, получение достоверных результатов по текущему уровню эксплуатационного состояния и разработку комплекса мероприятий по их восстановлению. Поэтому возникает необходимость в разработке вероятностных методов для оперативной оценки эксплуатационного состояния гидротехнических сооружений с учетом физико-механических свойств материалов, степени повреждения и особенностей эксплуатации.

Ключевые слова: гидротехнические сооружения, грунтовые плотины, свойства грунта, аварии, разрушение плотин, ошибки эксплуатации, ошибки проектирования, плотность грунта, статистические данные

Формат цитирования: Жарницкий В.Я., Андреев Е.В., Зайцев Ю.В. Численное исследование уплотнения тела грунтовой плотины в постстроительный период // Природообустройство. – 2021. – № 2. – С. 66-72. DOI: 10.26897/1997-6011-2021-2-66-72.

© Жарницкий В.Я., Андреев Е.В., Зайцев Ю.В., 2021

Original article

NUMERICAL STUDY OF COMPACTION OF THE EARTH DAM BODY IN THE POST-CONSTRUCTION PERIOD

ZHARNITSKIY VALERIY YAKOVLEVICH¹, doctor of technical sciences, professor
zharnitskiy@mail.ru

ANDREEV EVGENIJ VLADIMIROVICH^{✉1}, candidate of technical sciences, associate professor
andreev-rf@mail.ru

ZAITSEV YULIJ VLADIMIROVICH², candidate of technical sciences, associate professor
zzz6452zz@yandex.ru

¹ Russian state agrarian university – MSHA named after C.A. Timiryazev; 127434, Moscow, Timiryazevskaya, 49. Russia

² National research university «MEI»; 111250, Moscow, Krasnokazarmennaya, 14. Russia

Ensuring the operational reliability of hydraulic structures is an important task at the stage of the life cycle of the structure. The main reasons of destructions of hydraulic

structures in the course of research were identified as errors in the design of such structures and their construction, or the absence of operating organizations and, as a result, the lack of proper maintenance for such structures. Such errors inevitably lead to the creation of defects in the body of hydraulic structures with the subsequent development of deformations and destruction of hydraulic structures because of a violation of the filtration strength. In this regard, standard methods for assessing operational reliability appear to be cumbersome and inefficient in the conditions of a short time allotted for assessing the degree of damage to the structure, obtaining reliable results on the current level of operational condition and developing a set of measures for their restoration. In this connection, there is a need to develop probabilistic model there re is a need to develop probabilistic methods for the operational condition of hydraulic facilities, taking into account the physical and mechanical properties of the materials, the degree of damage and the characteristics of the operation.

Keywords: hydraulic structures, ground dams, soil properties, accidents, dam failures, operational errors, design errors, soil density, statistical data

Format of citation: Zharnitskiy V.Ya., Andreev E.V., Zaitsev Yu.V. Numerical study of compaction of the earth dam body in the post-construction period // Prirodoobustrojstvo. – 2021. – № 2. – S. 66-72. DOI: 10.26897/1997-6011-2021-2-66-72.

Введение. В обеспечении эксплуатационной надежности и безопасности грунтовых плотин важную роль играет этап их строительства, так как в ходе возведения напорного грунтового сооружения зачастую выявляются и корректируются ошибки и неточности проектных решений, требований и рекомендаций. Анализ причин аварий и аварийных ситуаций, произошедших на плотинах гидросооружений энергетики, показал, что до 40% аварий связано с ошибками проектирования, до 42% – с некачественным строительством, 18...19% – с ошибками эксплуатации.

Анализ повреждений и разрушений плотин энергетических гидросооружений показывает, что в 77% от общего числа рассмотренных случаев преобладающая часть аварий произошла именно на грунтовых плотинах. Таким образом, на основании гидротехнического сооружения приходится 25% аварий, на тело гидротехнического сооружения – 38%, на водопропускные сооружения – 9%, на все остальные части гидротехнического сооружения – 5%.

Одними из важнейших ошибок среди известных в гидротехнической практике, приводящих к появлению дефектов в теле грунтовой плотины (трещинообразованию, нарушению фильтрационной прочности), к некачественному сопряжению плотины с основанием, являются неудачный выбор грунтового материала, недостаточный объем исследований их свойств и ошибочное или некорректное обоснование требований по их укладке в тело напорного грунтового сооружения.

Для предотвращения недопустимых осадок элементы грунтовых плотин

устраиваются с послойным уплотнением грунтового материала. Технологические параметры послойной укладки (тип и марка уплотняющей техники, толщина отсыпаемого слоя и число проходов катка по одному следу) устанавливаются экспериментально еще до начала полномасштабных работ по объекту. Показатели качества и достаточности выполненного уплотнения грунта в соответствии с проектными требованиями вполне могут использоваться для объективной оценки уплотнения (осадки) тела напорного грунтового сооружения.

В зависимости от объема тела плотины будут разрабатываться карьер соответствующего объема или некоторое количество карьеров определенного объема, что может сказаться на неоднородности разрабатываемого грунта своему составу и физико-механическим свойствам. Такая неоднородность может наблюдаться даже в пределах одного разрабатываемого карьера. Кроме того, в гидротехнической практике весьма часто возникает ситуация, связанная с использованием разнотипных грунтов из дополнительных карьерных участков, по разным причинам: частная собственность, недостаточный объем, большой процент имеющегося некондиционного грунта. В этой связи применение сложных и громоздких универсальных методов расчетного обоснования, позволяющих учитывать специфику конструкции, воздействий и особенности грунтов, уложенных в тело плотины, зачастую оказываются неэффективными ввиду разнообразия по составу и свойствам карьерного грунта, используемого для возведения гидросооружения,

и невозможности объективно спрогнозировать степень уплотнения тела плотины, не построив самого сооружения.

В строительный и эксплуатационный периоды возникает необходимость в оценках прогноза технического состояния. Такого рода расчеты выполняются с применением линейных уравнений, не учитывающих степени уплотнения грунтовобследуемого гидротехнического сооружения, и введением в них упрощающих коэффициентов, учитывающих свойства грунта, его деформационные характеристики и используемые вероятностные методы. В ходе решения подобного рода задач следует учитывать характеристики исследуемых грунтов, которые можно обосновать с достаточной степенью точности. Такие методы имеют ряд преимуществ. Сложные по своей структуре расчетные схемы не позволяют в достаточно сжатые сроки проанализировать и принять оптимальный вариант решения конкретной задачи.

Учитывая вышеизложенное, можно сказать, что данная информация была положена в основу исследований, связанных с разработкой методики вероятностного прогноза осадки тела гидротехнического сооружения в эксплуатационный период.

Материалы и методы исследований. Особенность расчетов напряженно-деформируемого состояния грунтов гидротехнического состояния, находящихся в двухфазном или трехфазном состоянии, и их совместной работы с основанием гидротехнического сооружения заключается в том, что невозможно учесть всех факторов, которые влияют на деформацию тела и основания гидротехнического сооружения.

Наиболее распространенными в настоящее время, как отмечалось выше, являются модели линейно- и нелинейно-деформируемого грунта, позволяющие применить теорию упругости для расчета напряжений и деформаций земляных плотин. Такого рода расчеты производятся с применением метода сеток, а также метода конечных элементов. В данных расчетах принимается идеализация грунта, приводящая в результате кривого рода погрешностям. Величина показателей таких неточностей может зависеть от установленных «характеристик упругости», которые были получены в результате проведения экспериментов, связанных с изучением свойств деформации грунтов, причем исследователями применяются различные методики определения этих характеристик грунтов.

Достаточно распространенной расчетной применяемой схемой можно считать схему одномерной деформации, когда грунт деформируется в результате действия полного нормального напряжения и отсутствует боковое расширение. Такая модель часто используется при расчете консолидации грунта тела и основания гидротехнического сооружения.

Наша задача с достаточной для практических целей объективностью может быть реализована на основе решения линейного уравнения через использование упрощающего предположения по схематизации свойств грунта и его деформации – коэффициент уплотнения грунта (k_{com}) [3-5].

Чтобы исключить недоуплотнение грунта в теле напорного грунтового сооружения (плотины), схема оценки качества послойной укладки грунтового материала выполняется по степени (коэффициенту) его уплотнения:

$$k_{comi} = \rho_{di} / \rho_{dmax} \geq k_{com_{проект}}, \quad (1)$$

где $k_{com_{проект}}$ – степень уплотнения грунта, принятая в проекте с учетом класса сооружения, высоты и конструктивных особенностей возводимого объекта, природно-климатических условий места строительства; ρ_{di} – плотность сухого (скелета) грунта в слое после уплотнения; ρ_{dmax} – максимальная плотность сухого (скелета) грунта, которая может быть получена после уплотнения в слое; k_{comi} – степень уплотнения грунта в слое.

Показатель $(1 - k_{com})$ оценивает относительное изменение объема грунта, и если осадка (деформация) грунта происходит только в вертикальном направлении (без бокового расширения), то

$$S_1 / H_{пл} = (1 - k_{com}), \quad (2)$$

где $S_1 / H_{пл}$ – относительная осадка грунтовой плотины; $H_{пл}$ – высота напорного грунтового сооружения.

Если деформация одинакова по всем направлениям (равномерное сжатие), то

$$(1 - S_2 / H_{пл})^3 = k_{com}. \quad (3)$$

Тогда

$$S_2 / H_{пл} = 1 - \sqrt[3]{k_{com}}, \quad (4)$$

В реальности деформация (осадка) грунтовой плотины S происходит в интервале значений S_1 и S_2 в соотношении $1/3$ к $2/3$ соответственно [6], то есть

$$S = 0,3 \cdot S_1 + 0,7 \cdot S_2. \quad (5)$$

Тогда

$$\frac{S}{H_{пл}} = 1 - 0,3k_{com} - 0,7\sqrt[3]{k_{com}} \quad (6)$$

или

$$S = H_{пл} \left(1 - 0,3k_{com} - 0,7\sqrt[3]{k_{com}} \right). \quad (7)$$

Выражение (7) с достаточной точностью для решения практических задач может служить объективным прогнозом деформации тела напорного грунтового сооружения в постстроительный период, подтверждая, что чем выше степень уплотнения грунта в теле плотины, тем меньше будет ожидаемая величина ее осадки [1-6, 9].

Вероятностная оценка достоверности прогноза осадки тела грунтовой плотины может быть определена по выборке данных показателя k_{com} , полученных в период строительства сооружения по итогам послойного геотехнического контроля качества укладки грунта в сооружение.

В результате использования вероятностных методов оценки правильности предполагаемого прогноза осадки тела гидротехнического сооружения необходимо проверить несколько статистических гипотез, потому что выбор типа распределения случайной величины коэффициента уплотнения с точки зрения физического смысла модели рассматриваемого процесса уплотнения грунта обязателен в вероятностной оценке.

Использование какой-либо конкретной статистической гипотезы может привести к ошибочным и необъективным выводам и заключениям. Величина k_{com} в результате влияния на процесс уплотнения грунта в сооружении множества факторов изменчива. Поэтому распределение коэффициента уплотнения грунта k_{com} в силу вышеуказанных причин не может соответствовать конкретной статистической гипотезе, так как сама величина k_{com} представляет собой результат случайного процесса или случайной функции от независимых переменных.

С учетом вышеизложенного предлагается следующий алгоритм решения задачи по вероятностной оценке достоверности прогноза осадки тела грунтовой плотины: по выборочным характеристикам эмпирического распределения степени уплотнения грунта k_{com} устанавливается распределение (статистическая модель/гипотеза) величины осадки тела грунтовой плотины

S , которая функционально связана с k_{com} , и методом вероятностной оценки ожидаемого значения самой осадки S .

При решении нашей задачи предлагается использовать гипотезы о принадлежности выборки бэта-распределению, гамма-распределению, логарифмически-нормальному распределению о нормальности распределения и распределению Вейбулла [1, 2, 7-10].

Предполагаем, что k_{com} может изменяться в результате влияния совокупности факторов, влияющих на уплотнение грунта грунтового сооружения, и в силу указанных условий соответствует предельной теореме, то есть является асимптотически нормальной (рис. 1).

Если предположить, что характеристика технологического процесса k_{com} является результатом n -кратного циклического воздействия, а интенсивность влияния каждого цикла описывается постоянной величиной λ , то результат каждого j -го цикла будет описываться величиной характеристики k_{com}^j , распределение которой имеет экспоненциальное распределение. А сама характеристика $k_{com} = k_{com}^1 + k_{com}^2 + \dots + k_{com}^n$ соответствует гамма-распределению (рис. 2) с параметрами λ и $\eta = n$. Такой подход реализуется в теории массового обслуживания, предложенной Эрлангом.

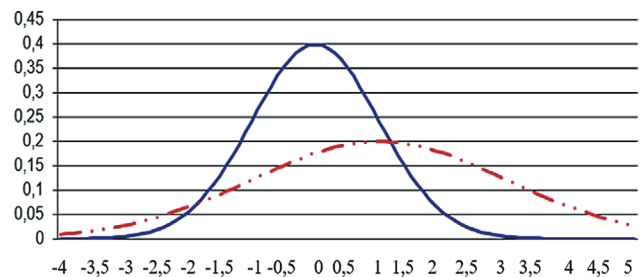


Рис. 1. Представители семейства нормального распределения

Fig. 1. Representatives of the normal distribution family

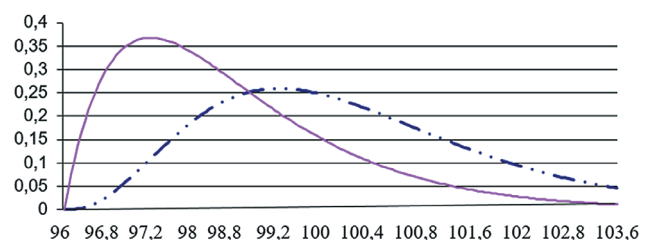


Рис. 2. Представители семейства гамма-распределения

Fig. 2. Representatives of the gamma-ray family

Логарифмически-нормальному распределению соответствует закономерность, которая используется при возможности распределения значений случайной величины k_{com} в виде $k_{com} = k_{com}^1 \times k_{com}^2 \times \dots \times k_{com}^n$, где k_{com}^i – характеристики случайных независимых факторов, распределения которых соответствуют некоторым условиям и имеют конечные моменты (рис. 3).

Применение распределения Вейбулла обосновывается тем, что описывает длительность безотказной работы механизма/агрегата, интенсивность выхода из строя которого соответствует выражению $h(t) = \frac{\eta}{\sigma} \left(\frac{t}{\sigma}\right)^{\eta-1}$, где t – время. Допустим, что в результате проведения мероприятий по уплотнению грунта показатель k_{com} может необратимо увеличиваться, как и параметр t . Тогда можно принять, что интенсивность есть условная вероятность того, что завершение работ по уплотнению грунта, то есть достижение значения из интервала $(k_{com}, k_{com} + \Delta k_{com})$,

происходит в случае, когда достигается значение k_{com} . Если такая условная вероятность соответствует условию $h(x) = \frac{f(x)}{1-F(x)} = \frac{\eta}{\sigma} \left(\frac{x - k_{проект}}{\sigma}\right)^{\eta-1}$, где $F(x)$ – функция распределения случайной величины k_{com} , то распределение k_{com} и будет являться распределением Вейбулла (рис. 4).

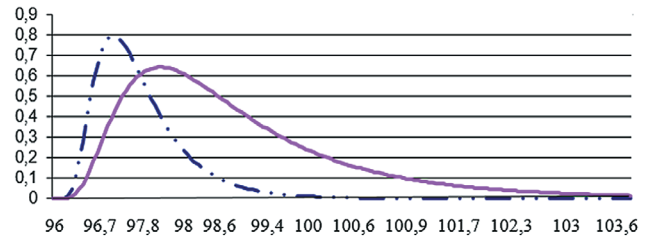


Рис. 3. Представители семейства логарифмически-нормального распределения

Fig. 3. Representatives of the logarithm-normal distribution family

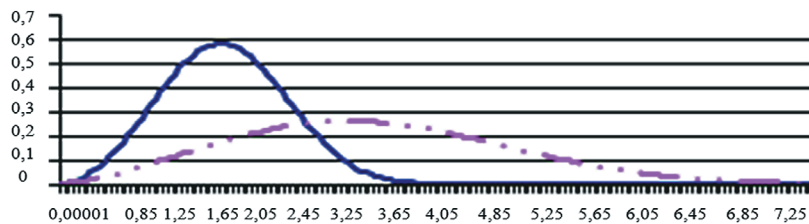


Рис. 4. Представители семейства распределения Вейбулла

Fig. 4. Representatives of the Weibull family

Использование бэта-распределения объясняется тем, что оно описывает закономерности таких величин, которые не могут принимать значения вне некоторого ограниченного множества, то есть $k_{com,проект} \leq k_{com} \leq k_{com,пред}$ (рис. 5).

Следующим шагом расчетного обоснования является построение плотности распределения S . Если случайная величина k_{com} имеет плотность распределения $f = f(x)$, случайная величина S определяется как $S = h(k_{com})$, где $h(k_{com})$ – строго монотонная функция, то плотность распределения случайной величины $Sp(t)$ будет определяться как

$$p(t) = f(h^{-1}(t)) \cdot \left| \frac{dx}{dt} \right|.$$

Для реализации задачи в классе элементарных функций проведена линеаризация выражения (7) через ее разложение в ряд Тейлора. Как результат, в окрестности

точки $k_{com} = \bar{k}_{com}$ формулу $S = h(k_{com})$ представим как

$$S(k_{com}) = H_{пл} (A_1 - A_2 k_{com}), \quad (8)$$

где коэффициенты A_1 и A_2 устанавливаются по формулам:

$$A_1 = 1 - 0,7 \left(\sqrt[3]{\bar{k}_{com}} \cdot \frac{2}{3} \right),$$

$$A_2 = 0,3 + \frac{0,7}{3 \sqrt[3]{\bar{k}_{com}^2}}. \quad (9)$$

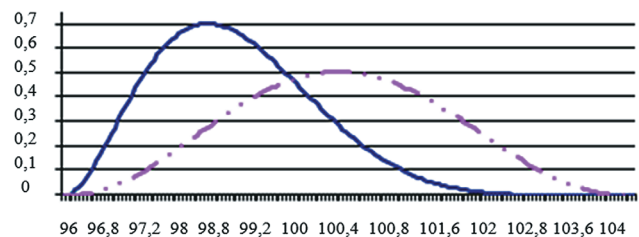


Рис. 5. Представители семейства бэта-распределения

Fig. 5. Representatives of the Beta-distribution family

Тогда плотность распределения случайной величины $Sp(t)$ будет зависеть от плотности распределения $k_{com}f(x)$:

$$p(t) = f\left(\frac{A_1}{A_2} - \frac{t}{A_2 H_{пл}}\right) \cdot \frac{1}{A_2 H_{пл}}$$

Для вышеприведенных гипотез разработаны расчетные формулы для определения вероятности достижения ожидаемых величин S . В них значения функций рассчитываются с помощью программного обеспечения *Microsoft Excel*.

В случае принятия статистической гипотезы о нормальном распределении k_{com} с параметрами $(\bar{x}; \sigma)$

$$P(0 \leq S \leq s_2) = 1 - \Phi\left(\frac{A_1 H_{пл} - s_2 - H_{пл} \bar{x} A_2}{\sigma A_2 H_{пл}}\right), \quad (10)$$

здесь $\Phi(x)$ – функция распределения стандартного нормально закона.

В случае принятия статистической гипотезы о гамма-распределении k_{com} с параметрами $(\eta; \lambda)$

$$P(0 \leq S \leq s_2) = 1 - F\left(\frac{H_{пл} A_1 - s_2}{H_{пл} A_2} - k_{проект}, \eta, \lambda\right), \quad (11)$$

где $F(x, \eta, \lambda) = \frac{\lambda^\eta}{\Gamma(\eta)} \int_0^x t^{\eta-1} e^{-\lambda t} dt$; $\Gamma(\eta) = \int_0^\infty t^{\eta-1} e^{-t} dt$.

В случае принятия статистической гипотезы о распределении Вейбулла величины k_{com} с параметрами $(\eta; \sigma)$, где

$$P(0 \leq S \leq S_2) = 1 - F\left(\frac{H_{пл} A_1 - s_2}{H_{пл} A_2} - k_{проект}, \eta, \sigma\right), \quad (12)$$

где $F(x, \eta, \sigma) = \int_0^x \frac{\eta}{\sigma} \left(\frac{t}{\sigma}\right)^{\eta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\sigma}\right)^\eta\right] dt$.

В случае принятия статистической гипотезы о логарифмически-нормальном распределении величины k_{com} с параметрами $(\mu; \sigma; \varepsilon)$

$$P(0 \leq S \leq s_2) = 1 - F\left(\frac{H_{пл} A_1 - s_2}{H_{пл} A_2}, \mu, \sigma, k_{проект}\right), \quad (13)$$

где $F(x, \mu, \sigma, \varepsilon) = \int_\varepsilon^x \frac{\eta}{\sqrt{2\pi\sigma(t-\varepsilon)}} \exp\left[-\frac{(\ln(t-\varepsilon) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt$.

В случае принятия статистической гипотезы о бета-распределении величины k_{com} с параметрами $(\alpha; \beta)$ на отрезке $[k_{com_проект}; k_{com_пред}]$

$$P(0 \leq S \leq S_2) = 1 - F\left(\left(\frac{H_{пл} A_1 - s_2}{H_{пл} A_2}\right), \alpha, \beta, k_{com_проект}, k_{com_пред}\right), \quad (14)$$

$$F(x, \alpha, \beta, k_{com_проект}, k_{com_пред}) = \frac{1}{(k_{com_пред} - k_{com_проект})} \cdot \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \times \int_{k_{com_проект}}^x \left(\frac{t - k_{com_проект}}{k_{com_пред} - k_{com_проект}}\right)^{\alpha-1} \left(1 - \frac{t - k_{com_проект}}{k_{com_пред} - k_{com_проект}}\right)^{\beta-1} dt$$

Результаты исследований. Проверку соответствия статистических гипотез конкретной выборки коэффициентов уплотнения k_{com} , полученной по результатам послойной укладки грунта в тело плотины, целесообразно выполнять путем численного решения оптимизационной задачи, где мерой расхождения (целевой функцией) является непараметрический критерий Пирсона [10].

Сопоставление значений деформаций плотин по предлагаемой методике с данными проектов (рис. 6.) показывает достаточную для решения таких практических задач точность.

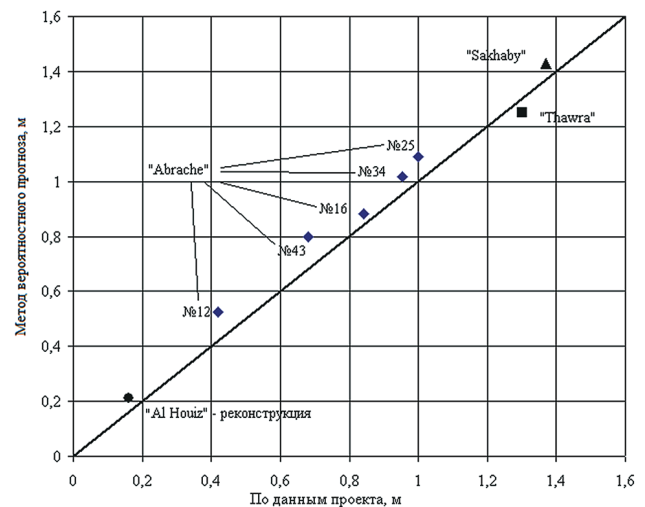


Рис. 6. Сопоставление значений деформаций плотин по предлагаемой методике и по данным различных проектов

Fig. 6. Comparison of dam deformation values according to the proposed methodology and data from various projects

Выводы

Имея выборочные характеристики эмпирического распределения k_{com} , можно установить распределение величины осадки S и метод оценки вероятности отклонения S (ожидаемого события).

Библиографический список

1. **Budweg F.** Safety improvements taught by dam incidents and accidents in Brasil // Proc. of the XIV. Intern. Congresses of Grands Barrages. – Vol. 1. Q. 52. R. 73. P. 1254-1262.
2. **Егоров В.Н., Коровин Д.И.** Статистические проблемы моделирования надежности производственных систем // Вестник ИГУ. – 2000. – Вып. 4. – С. 67-72.
3. **Жарницкий В.Я.** Оперативный геотехнический контроль в обеспечении качества устройства каменно-земляных плотин и прогноз их деформаций по результатам строительства: монография. – М.: МГУП, 2013. – 172 с.
4. **Жарницкий В.Я., Андреев Е.В., Зайцев Ю.В.** Мониторинг надежности и безопасности низконапорных грунтовых плотин: монография. – М.: Изд-во РГАУ-МСХА, 2016. – С. 165-178.
5. **Жарницкий В.Я., Андреев Е.В.** Влияние данных наблюдений на прогноз состояния гидротехнических сооружений // Природообустройство. – 2017. – № 2. – С. 20-28.
6. **Косте Ж., Санглера Г.** Механика грунтов: практический курс. / Пер. с фр. В.А. Барвашова, под ред. Б.И. Кулачкина. – М.: Стройиздат, 1981. – 455 с.
7. **Краммер Г.** Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.
8. **Севастьянов Б.А.** Курс теории вероятностей и математической статистики. – М.: Наука, 1982. – С. 236-239.
9. **Хан Г., Шапиро Г.** Статистические модели в инженерных задачах. – М.: Мир, 1969. – 395 с.
10. **Harter H.L.** New Tables of the Incomplete Gamma-Function Ratio and of Percentage Points of the Chi-square and Beta Distributions. Aerospace Research Laboratories U.S. Air Force, 1964. – 245 p.

Критерии авторства

Жарницкий В.Я., Андреев Е.В., Зайцев Ю.В. выполнили теоретические исследования, на основании которых провели обобщение и написали рукопись. Жарницкий В.Я., Андреев Е.В., Зайцев Ю.В. имеют на статью авторское право и несут ответственность за плагиат

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликтов интересов
Статья поступила в редакцию 03.03.2021 г.
Одобрена после рецензирования 22.03.2021 г.
Принята к публикации 05.04.2021 г.

References

1. **Budweg F.** Safety improvements taught by dam incidents and accidents in Brasil // Proc. of the XIV. Intern. Congresses of Grands Barrages. Vol. 1. Q. 52. R. 73. p. 1254-1262.
2. **Egorov V.N., Korovin D.I.** Statisticheskie problemy modelirovaniya nadezhnosti proizvodstvennyh system // Vestnik IGU. – 2000. – Vyp. 4. – S. 67-72.
3. **Zharnitskiy V.Ya.** Operativnyy geotekhnicheskyy kontrol v obespechenii kachestva ustrojstva kamenno-zemlyanyh plotin i prognoz ih deformatsij po rezultatam stroitelstva: monografiya. – M.: MGUP, 2013. – 172 s.
4. **Zharnitskiy V.Ya., Andreev E.V., Zaitsev Yu.V.** Monitoring nadezhnosti i bezopasnosti nizkonapornyyh plotin: monografiya. – M.: FGSO Izd-vo RGAU-MSHA im. C.A. Timiryazeva, 2016. – S. 165-178.
5. **Zharnitskiy V.Ya., Andreev E.V.** Vliyaniye dannyh nablyudenij na prognoz sostoyaniya gidrotekhnicheskikh sooruzhenij / Prirodobustroystvo. – 2017. – № 2. – S. 20-28.
6. **Koste Zh., Sanglera G.** Mehanika grunтов: praktichesky kurs / Per. s frants. V.A. Barvashova, pod red. B.I. Kulachkina. – M.: Strpizdat, 1981. – 455 s.
7. **Kramer G.** Matematicheskie metody statistiki. – M.: Mir, 1975. – 648 s.
8. **Sevastjanov B.A.** Kurs teorii veroyatnostej i matematicheskoy statistiki. – M.: Nauka, 1982. – S. 236-239.
9. **Khan G., Shapiro G.** Statisticheskie modeli v inzhenernyh zadachah. – M.: Mir, 1969. – 395 s.
10. **Harter H.L.** New Tables of the Incomplete Gamma-Function Ratio and of Percentage Points of the Chi-square and Beta Distributions. Aerospace Research Laboratories U.S. Air Force, 1964. – 245 p.

Criteria of authorship

Zharnitskiy V.Ya., Andreev E.V., Zaitsev Yu.V. carried out theoretical studies, on the basis of which they generalized and wrote the manuscript. Zharnitskiy V.Ya., Andreev E.V., Zaitsev Yu.V. have a copyright on the article and are responsible for plagiarism.

Conflict of interests

The authors state that there are no conflicts of interests
The article was submitted to the editorial office 03.03.2021
Approved after reviewing 22.03.2021
Accepted for publication 05.04.2021