

Гидравлика и инженерная гидрология

Научная статья

УДК 628.16.067.1:631.67

<https://doi.org/10.26897/1997-6011-2023-5-60-65>**ПРОГНОЗ ПАРАМЕТРА «МУТНОСТЬ» НА ВЫХОДЕ ИЗ ПЕСЧАНЫХ ФИЛЬТРОВ, ПИТАЕМЫХ СТОЧНЫМИ ВОДАМИ**

Шаташвили Тамара Александровна^{1✉}, канд. физ.-мат. наук; доцент;
shatal@bk.ru

Бадекин Максим Юрьевич², старший преподаватель;
SPIN-код: 1447-7503, AuthorID: 201633, korund2002@list.ru

Ивахненко Наталья Николаевна³, канд. физ.-мат. наук, доцент
SPIN-код: 5082-0613, Author ID: 836861; ivakhnenko_nn@rgau-msha.ru

Коноплин Николай Александрович^{3✉}, канд. физ.-мат. наук, доцент;
SPIN-код: 6797-4550, Author ID: 580233; konoplin@rgau-msha.ru

¹ Донецкий национальный университет экономики и торговли имени М. Туган-Барановского; 283048, г. Донецк, ул. Щорса, 31, Россия

² Донецкий национальный университет; 283001, г. Донецк, ул. Университетская, 24, Россия

³ Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева; 127434, г. Москва, ул. Тимирязевская, 49, Россия

Аннотация. Нехватка ресурсов пресной воды стимулировала применение очищенных сточных вод в системах микроорошения, поскольку эти системы предлагают ряд преимуществ по сравнению с другими методами орошения. Основная цель исследований – спрогнозировать мутность на выходе в фильтрах с песчаным наполнителем, работающих с регенерированными стоками, с использованием гауссовских процессов в сочетании с методом оптимизации параметров LBFGB. Работа выполнена по инновационной методологии, сочетающей подход регрессии гауссовых процессов и алгоритма оптимизации Бройдена-Флетчера-Гольдфарба с ограниченной памятью с целью проведения прогноза параметра мутности воды на выходе из фильтров с песчаным наполнителем, используемым в системах микроорошения. Установлен порядок значимости переменных, участвующих в прогнозировании параметра «Мутность» на выходе из фильтров с песчаным наполнителем. В частности, входная переменная «Мутность» может считаться наиболее важным параметром при проведении прогноза. Применяемая в работе методология может быть успешно использована для других процессов фильтрации с аналогичными или разными типами фильтрующего материала, но при этом всегда необходимо учитывать характеристики каждого фильтра и эксперимента.

Ключевые слова: песчаные фильтры, мутность на выходе из фильтров, регрессия гауссовского процесса, байесовская статистика, методы машинного обучения, капельное микроорошение, засорение эмиттеров

Формат цитирования: Шаташвили Т.А., Бадекин М.Ю., Ивахненко Н.Н., Коноплин Н.А. Прогноз параметра «Мутность» на выходе из песчаных фильтров, питаемых сточными водами // Природообустройство. 2023. № 5. С. 60-65. <https://doi.org/10.26897/1997-6011-2023-5-60-65>

© Шаташвили Т.А., Бадекин М.Ю., Ивахненко Н.Н., Коноплин Н.А., 2023

Scientific article

PREDICTION OF THE TURBIDITY PARAMETER AT THE OUTLET OF SAND FILTERS FED BY WASTEWATER

Shatashvili Tamara Alexandrovna^{1✉}, candidate of physical-mathematical sciences, associate professor;
shatal@bk.ru

Badekin Maxim Yurievich², senior lecturer

SPIN code: 1447-7503, Author ID: 201633; korund2002@list.ru

Ivakhnenko Natalya Nikolaevna³, candidate of physical-mathematical sciences, associate professor;

SPIN: 5082-0613, Author ID: 836861; ivakhnenko_nn@rgau-msha.ru

Konoplin Nikolai Aleksandrovich^{3✉}, candidate of physical-mathematical sciences, associate professor;

SPIN: 6797-4550, Author ID: 580233; konoplin@rgau-msha.ru

¹ Donetsk National University of Economics and Trade named after Mikhail Tugan-Baranovsky; 283048, Donetsk, st. Shchorsa, 31, Russia

² Donetsk State University; 283001, Donetsk, st. Universitetskaya, 24, Russia

³ Russian State Agrarian University – Moscow Agricultural Academy named after C.A. Timiryazev, 127434, Moscow, st. Timiryazevskaya, 49, Russia

Abstract. *The work was carried out according to an innovative methodology that combines the approach of regression of Gaussian processes with the Broyden-Fletcher-Goldfarb optimization algorithm with limited memory in order to predict the turbidity parameter of water at the outlet of sand-filled filters used in micro-irrigation systems. The order of significance of the variables involved in predicting the “turbidity” parameter at the outlet of filters with sand filler has been established. In particular, the input variable “Turbidity” can be considered the most important parameter in making a forecast. The methodology applied in the work can be successfully applied to other filtration processes with the same or different types of filter media, but the characteristics of each filter and experiment must always be taken into account.*

Key words: sand filters, filter outlet turbidity, Gaussian regression, Bayesian statistics, machine learning methods, micro drip irrigation, emitter clogging

Format of citation: Shatashvili T.A., Badekin M.Yu., Ivakhnenko N.N., Konoplin N.A. Prediction of the parameter “turbidity” at the outlet of sand filters fed by wastewater // *Prirodoobustrojstvo*. 2023. No 5. P. 60-65. <https://doi.org/10.26897/1997-6011-2023-5-60-65>

Введение. Нехватка ресурсов пресной воды стимулировала применение очищенных сточных вод в системах микроорошения, поскольку эти системы предлагают ряд преимуществ по сравнению с другими методами орошения. Применение сточных вод сопряжено с повышенным риском засорения эмиттеров ввиду более высокой концентрации в них солей, питательных веществ, твердых и биологических веществ.

Таким образом, самой большой проблемой при использовании сточных вод является предотвращение засорения эмиттеров, чтобы поддерживать работу систем микроорошения. Несмотря на то, что правильный выбор эмиттера снижает вероятность его засорения, при использовании сточных вод требуются методы эксплуатации и технического обслуживания – такие, как фильтрация, очистка воды, промывка капельной линии и мониторинг производительности системы.

Фильтры с песчаным наполнителем считаются стандартом для защиты систем микроорошения, поскольку они обычно удаляют больше частиц и, следовательно, уменьшают засорение эмиттера [1, 2]. Тем не менее инвестиции и затраты на техническое обслуживание песчаных фильтров на достаточно высоком уровне требуют завышенных технологических стандартов [1], что соответствует росту прецизионного микроорошения [3].

В работе [4] использовались гибридные алгоритмы и деревья регрессии с градиентным

усилением для моделирования потери давления в этих фильтрах. Прогнозирование значений мутности на выходе из песчаного фильтра микроорошения не было полностью успешным, хотя лучшие результаты получены в экспериментальном фильтре [5].

Мутность – это параметр, связанный с взвешенным грузом, который легко и быстро можно измерить с помощью датчиков. Точное прогнозирование мутности становится интересным, поскольку руководства по использованию очищенных сточных вод в ирригации включают в себя пороговые значения для этого параметра.

Таким образом, применение инновационной методологии, сочетающей подход регрессии гауссовых процессов (РГП) и алгоритма оптимизации Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно с ограниченной памятью (LBFGSB) осуществления прогноза мутности на выходе из фильтров с песчаным наполнителем, используемых в системах микроорошения, может стать актуальным подходом, обладая рядом следующих преимуществ:

- 1) РГП обладает важной способностью к обобщению;
- 2) гиперпараметры в РГП могут быть автоматически рассчитаны;
- 3) выходные данные имеют четкое вероятностное значение.

В исследованиях метод LBFGSB был успешно применен для оптимизации

гиперпараметров РГП. Предыдущие исследования показывают, что РГП является эффективным инструментом во многих областях – таких, как картирование орошения, ветроэнергетика и промышленная аэродинамика, физико-химическое моделирование технологических процессов [6], психология, машиностроение [7], экологическая инженерия [8], отслеживание и позиционирование [9], наблюдение за деформациями, идентификация и контроль системы [10]. Однако данный метод никогда не использовался в песчаных фильтрах для микроиригации.

Цель исследований: спрогнозировать мутность на выходе в фильтрах с песчаным наполнителем, работающих с регенерированными стоками, с использованием гауссовских процессов в сочетании с методом оптимизации параметров LBFGSB.

Материалы и методы исследований. Для проведения эксперимента применялась фильтровальная платформа с тремя фильтрами с песчаным наполнителем, на которые подавались регенерированные стоки очистных сооружений. Все фильтры были заполнены кварцевым песком с одинаковыми характеристиками: эффективным диаметром 0,48 мм и коэффициентом неравномерности 1,73. Для каждого фильтра были протестированы фильтры с толщиной среды: 20 и 30 см соответственно. Каждый фильтр работал ежедневно в течение 8 ч. Периодически устанавливали небольшие изменения времени работы для решения различных вопросов эксплуатации и обслуживания. Для каждого фильтра использовали две скорости фильтрации: 30 и 60 м/ч соответственно. Каждую комбинацию высоты среды и скорости фильтрации тестировали в течение 250 ч.

Предположим, что $D = \{(x_i, y_i) / i = 1, 2, \dots, N\}$ изображает обучающий набор данных гауссовского подхода. Более того, векторы признаков $x_i \in \mathcal{R}^n$ содержат извлеченные признаки или объединенные признаки и соответствующие параметры сегрегации. Наблюдаемые целевые значения y_i воспроизводят мутность на выходе, измеренную в процессе фильтрации, соответственно. $X = \{x_i\}_{i=1}^N$ – входная матрица обучающего набора данных, $y = \{y_i\}_{i=1}^N$ – выходной вектор. Гауссовский процесс $f(x)$ определяет априорные функции, которые можно преобразовать в апостериорные функции. Гауссовский процесс можно сформулировать, используя его среднюю функцию $m(x)$ и ковариационную функцию $k(x, x')$:

$$f(x) \sim GP(m(x), k(x, x')), \quad (1)$$

так что

$$m(x) = E[f(x)];$$

$$k(x, x') = E[(f(x) - m(x))(f(x') - m(x'))^T]. \quad (2)$$

Средняя функция $m(x)$ показывает ожидаемое значение функции $f(x)$ в точке входа x . Ковариационная функция $k(x, x')$ имеет вид:

$$k(x, x') = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{\|x - x'\|^2}{2l^2}\right), \quad (3)$$

где l – характерный масштаб длины; σ_f^2 – дисперсия сигнала.

Выбор параметра ковариационной функции оказывает прямое влияние на производительность гауссовского процесса. Здесь l управляет горизонтальным масштабом, в котором изменяется функция, а σ_f^2 управляет вертикальным масштабом функции.

Значения функции $f(x)$ недостижимы в большинстве приложений. На практике доступны только зашумленные наблюдения:

$$y = f(x) + \varepsilon, \quad (4)$$

так что ε – аддитивный белый шум.

Каждое наблюдаемое значение можно рассматривать как отдельный ГП, определяемый следующим выражением:

$$y \sim GP(m(x), k(x, x') + \sigma_n^2 \delta_{ij}) = GP(0, k(x, x') + \sigma_n^2 \delta_{ij}), \quad (5)$$

где δ_{ij} – дельта-функция Кронекера.

Цель модели РГП заключается в том, чтобы предсказать значение функции \bar{f}^* и его дисперсию с учетом новой контрольной точки x^* . В этом смысле X^* – входная матрица тестового набора данных, N^* – ее размер.

Значения функции в новых контрольных точках подчиняются совместному гауссовскому распределению, имеющему вид:

$$\begin{bmatrix} y \\ f^* \end{bmatrix} \sim N\left(0, \begin{bmatrix} K(X, X) + \sigma_n^2 I & K(X^*, X) \\ K(X^*, X) & K(X^*, X^*) \end{bmatrix}\right), \quad (6)$$

где $K(X, X)$ – ковариационная матрица обучающего набора данных; $K(X^*, X^*)$ – ковариационная матрица тестового набора данных; $K(X, X^*)$ определяет ковариационную матрицу, полученную из обучающего и тестового набора данных. Кроме того, $K(X^*, X) = K(X, X^*)^T$.

Поскольку y и f^* распределены совместно, можно обусловить априорные наблюдения и задаться вопросом о том, насколько вероятны предсказания для f^* . Это можно выразить как

$$f^* | X^*, X, y \sim N(\bar{f}^*, \text{cov}(f^*)); \quad (7)$$

$$\bar{f}^* = E[f^* | X^*, X, y] = K(X^*, X)[K(X, X) + \sigma_n^2 I]^{-1} y; \quad (8)$$

$$\text{cov}(f^*) = K(X^*, X^*) - K(X^*, X)[K(X, X) + \sigma_n^2 I]^{-1} K(X, X^*). \quad (9)$$

Как следствие, модель РГП не только предоставляет прогнозируемые значения, но и обеспечивает уровень достоверности прогнозируемых результатов. Наконец, модель РГП является непараметрической моделью, поскольку прогнозируемые выходные данные зависят только от входных данных и наблюдаемых значений y . Таким образом, параметры $\Theta = \{l, \sigma_f, \sigma_n\}$ называются гиперпараметрами модели РГП.

С использованием правила Байеса редельное правдоподобие $P(y | X)$ равно:

$$P(y | X) = \int P(y | f, X) P(f | X) df. \quad (10)$$

Термин «предельное правдоподобие» относится к маргинализации по значениям функции f . Поскольку $y \sim N[0, K(X, X)]$, логарифмическое предельное правдоподобие может быть записано как

$$\log p(y | X) = -\frac{1}{2} y K_y^{-1} y - \frac{1}{2} \log \hat{u} K_y \hat{u} - \frac{N}{2} \log(2\pi), \quad (11)$$

где $K_y = K + \sigma_n^2 I$; $E = E(X, X)$; \hat{u} – определитель.

Оптимальные гиперпараметры $\Theta' = \arg \max_{\Theta} \log p(y | X, \Theta)$ можно рассчитать с помощью любого стандартного оптимизатора на основе градиента после инициализации параметра. В этом исследовании используется вариант алгоритма Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно с ограниченной памятью, называемый алгоритмом LBFGSB.

Для построения РГП-модели использовали 8 прогностических переменных. С учетом вышесказанного коэффициент детерминации имеет вид:

$$R^2 = 1 - SS_{err} / SS_{tot}. \quad (12)$$

Таким образом, значение коэффициента детерминации, равное 1, указывает на то, что кривая регрессии идеально соответствует данным.

Двумя дополнительными критериями, рассматриваемыми в исследованиях, были среднеквадратическая ошибка и средняя абсолютная ошибка (САО). Эти статистические данные также часто используются для оценки возможности прогнозирования математической модели. Действительно, среднеквадратическая ошибка (СКО) и средняя абсолютная ошибка (САО) задаются выражениями:

$$СКО = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t_i - y_i)^2}; \quad (13)$$

$$САО = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |t_i - y_i|. \quad (14)$$

Если среднеквадратическая ошибка имеет нулевое значение, то разницы между

прогнозируемыми и наблюдаемыми данными нет. Средняя абсолютная ошибка – это среднее расстояние по вертикали между каждой точкой и линией тождества. САО также является средним горизонтальным расстоянием между каждой точкой и линией тождества. САО имеет четкую интерпретацию как среднюю абсолютную разницу между t_i и y_i .

Метод РГП сильно зависит от гиперпараметров: дисперсии (σ^2), шкалы длины (l) и дисперсии гауссовского шума (σ_n^2).

Важно отметить, что LBFGSB – это итеративный алгоритм, который требует инициализации и чувствителен к начальному значению гиперпараметров. После инициализации с начальной точкой и граничными ограничениями он повторяется через 5 фаз: 1) проекция градиента; 2) обобщенный расчет точки Коши; 3) минимизация подпространства; 4) поиск строки; 5) приближение Гессе с ограниченной памятью.

Результаты и их обсуждение. Мутность на выходе используется в качестве выходной зависимой переменной предлагаемой модели на основе РГП. Прогноз, выполненный по независимым переменным, был удовлетворительным, как было сказано выше. На метод РГП влияет выбор гиперпараметров в большей степени, чем дисперсия σ^2 и масштаб длины l для ядра РГП, дисперсия гауссовского шума σ_n^2 и значение целевой функции.

Обычно традиционным способом выполнения оптимизации гиперпараметров в большинстве вычислительных кодов был поиск по сетке или просмотр параметров, который представляет собой просто исчерпывающий поиск в указанном вручную подмножестве пространства гиперпараметров алгоритма обучения. Действительно, поиск по сетке – это метод грубой силы, и поэтому почти любой метод оптимизации повышает его эффективность. Используемый здесь метод LBFGSB относится к квазиньютоновским методам, классу методов оптимизации с восхождением на холме целью поиска стационарной точки функции. Это итерационный метод решения задач нелинейной оптимизации.

С учетом полученных результатов метод РГП в сочетании с методом оптимизации LBFGSB позволяет строить модели с высокой производительностью для оценки мутности на выходе из песчаных микроиригационных фильтров, питаемых сточными водами. Коэффициент детерминации (R^2) подобранной моделью РГП составлял 0,8921 с коэффициентом корреляции 0,9445, среднеквадратическая и средняя абсолютные ошибки составляли 0,4335 и 0,2974 для мутности на выходе.

Важность переменных для моделей гауссовского процесса часто определяется с помощью автоматического определения релевантности (АОР). Однако эта процедура не обеспечивает адекватного метода, поскольку она систематически недооценивает релевантность линейных входных переменных по сравнению с нелинейными, которые имеют такое же значение при формировании квадрата ошибки. Данный результат не получен с АОР, где важность этой переменной отнесена к последним позициям ранжирования релевантности. В качестве альтернативы предложено использовать дисперсию апостериорного скрытого среднего. Когда значение одной независимой переменной изменяется на небольшую величину, большое изменение значения скрытого среднего означает, что эта переменная релевантна.

Таким образом, в данных исследованиях использовался метод, учитывающий наличие категориальных переменных: важность переменных изучалась путем удаления переменной, оценки производительности новой модели и сравнения ее с производительностью полной модели. Чем больше уменьшение параметра согласия, тем больше важность независимой переменной. В качестве дополнительного результата этих расчетов ранги значимости для входных переменных, прогнозирующих мутность на выходе (выходная переменная)

в этом нелинейном исследовании, представлены в таблице.

Как и следовало ожидать, мутность на выходе сильно зависит от мутности на входе, поскольку взвешенные частицы задерживаются на фильтрующем материале, и, следовательно, мутность снижается. Следует ожидать меньшей мутности на выходе из фильтра. Однако удаление мутности зависит также от размера частиц среды и от взаимодействия типа фильтра, высоты среды и скорости фильтрации. При этом входная мутность рассматривается как ковариантная величина. Результаты подтверждают эти предыдущие результаты, но электропроводность также оказывает влияние, которое ранее не рассматривалось, поскольку в проведение анализа мог быть включен только один параметр качества воды.

Электропроводность измеряет общее количество растворенных твердых веществ и не связана напрямую с мутностью, но со сточной жидкостью, которая использовалась в эксперименте, она показала небольшое влияние на мутность на выходе. Дальнейшие исследования с учетом большей скорости фильтрации и высоты среды могут пролить больше света относительно их влияния на значения мутности. Следовательно, обязательным является использование РГП-модели с методом оптимизации LBFGSB для достижения наилучшего эффективного подхода в решении этой регрессионной задачи.

Таблица. Относительная релевантность переменных в модели РГП для мутности на выходе

Table. Relative relevance of variables in the RHP model for out let turbidity

Переменная <i>Variable</i>	Отн. релевантность <i>Relative relevance</i>	Переменная <i>Variable</i>	Отн. релевантность <i>Relative relevance</i>
Мутность на входе, ЕМФ <i>In let turbidity, EMF</i>	1,000	Скорость, м/ч / <i>Speed, m / h</i>	0,063
Фильтр / <i>Filter</i>	0,226	Кислород, мг/л / <i>Oxygen, mg / l</i>	0,053
Электропроводность, мкСм/см <i>Electrical conductivity, mkSm / cm</i>	0,134	Температура, °С <i>Temperature, °C</i>	0,051
Высота фильтрующего слоя, см <i>Height of the filter layer, cm</i>	0,074	рН	0,035

Выводы

Было подтверждено предположение о том, что диагностика мутности на выходе может быть точно смоделирована с помощью РГП-модели. Установлено влияние настройки гиперпараметров РГП-подхода на характеристики регрессии мутности на выходе.

Следует отметить, эта методология может быть успешно применена для других процессов

фильтрации с аналогичными или разными типами фильтрующего материала, но при этом всегда необходимо учитывать характеристики каждого фильтра и эксперимента. Следовательно, эффективная РГП-модель является хорошим практическим решением задачи определения мутности на выходе из фильтров с песчаным наполнителем, широко используемых в системах микроочистки.

Список использованных источников

1. Capra A., Scicolone B. Emitter and filter tests for wastewater reuse by drip irrigation. *Agricultural water management*. 2004 Vol. 68. No. 2. P. 135-149. – DOI 10.1016/j.agwat.2004.03.005.
2. Ивахненко Н.Н., Бадекин М.Ю. Очистка сточных вод хроматографическими процессами. Современное развитие России в условиях новой цифровой экономики: материалы II Международной научно-практической конференции, Краснодар, 19-20 апреля 2018 г. Краснодар: Диапазон-В, 2018. С. 353-356.
3. Madramootoo C., Lee P.S., Gopalakrishnan M. International commission on irrigation and drainage (ICID): its objectives, achievements and plans // *Irrigation and Drainage*. 2009. Vol. 58, № S1. Pp. S22-S31. DOI: 10.1002/ird.475.
4. Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. The elements of statistical learning: data mining, inference, and prediction. New York: springer. 2009. Vol. 2. Pp. 758.
5. Hawari A.H., Elamin M., Benamor A., Hasan S.W., Ayari M.A., Electorowicz M. Fuzzy logic-based model to predict the impact of flow rate and turbidity on the performance of multimedia filters. *Journal of Environmental Engineering*. 2017. Vol. 143, № 9. Pp. 04017065-1-04017065-9. DOI: 10.1061/(ASCE)EE.1943-7870.0001262.
6. Кольцов В.Б., Потемкин А.Я., Коноплин Н.А., Сошнина Т.М., Прищеп В.Л. Физико-химическое моделирование технологических процессов – современный путь создания новых ресурсосберегающих технологий // *Природобустройство*. 2010. № 3. С. 98-102.
7. Kong D., Chen Y., Li N. Force-based tool wear estimation for milling process using Gaussian mixture hidden Markov models // *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2017. Vol. 92. Pp. 2853-2865. DOI: 10.1007/s00170-017-0367-1.
8. Ko J., Fox D. Learning GP-Bayes Filters via Gaussian process latent variable models. *Autonomous Robots*. 2011. Vol. 30. Pp. 3-23. DOI: 10.1007/s10514-010-9213-0.
9. Lawrence N. Probabilistic non-linear principal component analysis with Gaussian process latent variable models. *Journal of Machine Learning Research*. 2010. Vol. 6. Pp. 1783-1816.
10. Rabiner L., Rosenberg A., Levinson S. Considerations in dynamic time warping algorithms for discrete word recognition. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*. 1978. Vol. 26. Pp. 575-582.

Критерии авторства / Authorship criteria

Шаташвили Т.А., Бадекин М.Ю., Ивахненко Н.Н., Коноплин Н.А. выполнили практические и теоретические исследования, на основании которых провели обобщение и написали рукопись.

Шаташвили Т.А., Бадекин М.Ю., Ивахненко Н.Н., Коноплин Н.А. имеют на статью авторское право и несут ответственность за плагиат.

Конфликт интересов / Conflict of interest

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов. / The authors declare no conflict of interest.

Вклад авторов / Contributions of the authors

Все авторы сделали равный вклад в подготовку публикации.

All authors made an equal contribution to the preparation of the publication.

Поступила в редакцию / Received 05.05.2023

Поступила после рецензирования / Revised 18.08.2023

Принята к публикации / Accepted 18.08.2023

References

1. Capra A., Scicolone B. Emitter and filter tests for wastewater reuse by drip irrigation. *Agricultural water management*. 2004 Vol. 68. No. 2. P. 135-149. – DOI 10.1016/j.agwat.2004.03.005.
2. Ivakhnenko N.N., Badekin M.Yu. Wastewater treatment by chromatographic processes. Modern development of Russia in the conditions of the new digital economy: materials of the II International scientific and practical conference, Krasnodar, April 19-20, 2018. Krasnodar: Range-B, 2018. P. 353-356.
3. Madramootoo C., Lee P.S., Gopalakrishnan M. International commission on irrigation and drainage (ICID): its objectives, achievements and plans // *Irrigation and Drainage*. 2009 Vol. 58. No S1. P. S22-S31. DOI– 10.1002/ird.475.
4. Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. The elements of statistical learning: data mining, inference, and prediction. New York: springer, 2009. Vol. 2. P. 758.
5. Hawari A.H., Elamine M., Benamor A., Hasan S.W., Ayari M.A., Electorowicz M. Fuzzy logic-based model to predict the impact of flow rate and turbidity on the performance of multimedia filters. *Journal of Environmental Engineering*. 2017. Vol. 143. No 9. P. 04017065-1-04017065-9. – DOI 10.1061/(ASCE)EE.1943-7870.0001262.
6. Koltsov V.B., Potemkin A.Ya., Konoplin N.A., Soshina T.M., Prishchep V.L. Physical and chemical modeling of technological processes – a modern way to create new resource-saving technologies // *Journal Prirodobustrojstvo*. 2010. No. 3. P. 98-102.
7. Kong D., Chen Y., Li N. Force-based tool wear estimation for milling process using Gaussian mixture hidden Markov models // *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2017 Vol. 92. P. 2853-2865. – DOI 10.1007/s00170-017-0367-1
8. Ko J., Fox D. Learning GP-Bayes Filters via Gaussian process latent variable models. *Autonomous Robots*. 2011 Vol. 30. P. 3-23. – DOI 10.1007/s10514-010-9213-0
9. Lawrence N. Probabilistic non-linear principal component analysis with Gaussian process latent variable models. *Journal of Machine Learning Research*, 2010. Vol. 6, P. 1783-1816.
10. Rabiner L., Rosenberg A., Levinson S. Considerations in dynamic time warping algorithms for discrete word recognition. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*. 1978 Vol. 26. P. 575-582.

Shatashvili T.A., Badekin M.Yu., Ivakhnenko N.N., Konoplin N.A. performed practical and theoretical research, on the basis of which they generalized and wrote the manuscript, they have copyright on the article and are responsible for plagiarism.