УДК 502/504:631.6 (075.8) DOI 10.26897/1997-6011/2018-4-73-78

А.И. ГОЛОВАНОВ, С.А. МАКСИМОВ, М.С. МАКСИМОВ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева», г. Москва, Российская Федерация

ТЕОРИЯ ВПИТЫВАНИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЖИДКИХ ЗАГРЯЗНИТЕЛЕЙ

Рассмотрены теория и результаты полевых экспериментов на подзолистых почвах Подмосковья. Исследовались жидкости разной природы: обычная речная вода, используемая при поливах, и широко распространенный керосин, например, реактивный. В опытах установлено, что впитывание обеих жидкостей хорошо аппроксимируется степенной зависимостью А.Н. Костякова. Для случая, когда потоки загрязнителей побуждаются независимой подачей жидкостей в голову потока, это перемещение при постоянной ширине потока может быть описано интегро-дифференциальным балансовым уравнением Вольтерра второго порядка, учитывающим в своей структуре запаздывание начала впитывания. Это уравнение решено аналитически при пренебрежении слоем жидкости на поверхности почвы. Выполнена оценка погрешности решения А.Н. Костякова, которая появляется из-за отсутствия учета времени добегания. Экспериментально исследован случай пространственного растекания, происходивший в секторе. Показано, что это обстоятельство резко замедляет растекание, которое может даже остановиться при длительных проливах при уравнивании слоя впитывания и подачи. Балансовое уравнение при этом усложняется и может решаться конечно-разностным способом.

Объем жидкости, интегро-дифференциальное балансовое уравнение, растекание, преобразование Лапласа, балансовое уравнение, конечно-разностный способ.

Введение. С позиций охраны природы избыточные поливы также вредны, как и недополивы. Совсем недавно наша планета в пределах бывшего СССР потеряла из-за переполивов две реки и одно море. Поэтому при переизбытке вода является уже не благом, а злом, таким же, как и жидкие углеводороды, топливо-смазочные материалы и пр. Поэтому совершенствование способов инженерных расчётов этих процессов является актуальной задачей.

Необходим особый подход к оценке случаев переполивов или разливов при авариях. Подобные разливы имеют специфические особенности и несопоставимы с обычными процессами, наблюдаемыми при движении воды в реках. Обычные критерии оценки таких потоков не подходят, т.к. они текут не «издалека» и не «долго», перефразируя всем известные слова, а имеют короткое время «жизни» и «слабо» развиты в пространстве. Силовым воздействием на эти потоки загрязнителей является внешняя, не зависящая от процесса растекания подача жидкости в голову потока. Поэтому при их расчетах несущественными являются трение, турбулентность, глубины, но очень важны сильно переменное во времени впитывание жидкости и его ограниченность перемещающейся границей смачивания или добегания струи при малом слое затопления. Основой для расчета является баланс жидкости. Несмотря на непохожесть загрязнения, у него есть нечто общее с поливами. Натурные эксперименты процессов впитывания показали их математическую похожесть, что позволяет распространить аналитические решения на оба случая. Особенности впитывания воды в сухую почву выявил вначале XX века основоположник теории мелиорации А.Н. Костяков. Он предложил степенную зависимость скорости впитывания от времени:

$$V_{ж} = \eta t^{-\alpha}, \quad (1)$$

где $V_{ж}$ – скорость впитывания жидкости; η и а – эмпирические коэффициенты, численные значения которых зависят в общем виде от свойств жидкости (плотности, вязкости и смачивающей способности жидкости по отношению к исследуемой среде) и от капиллярных свойств среды и от времени (t – время). При $t = 1$ η по смыслу является скоростью впитывания спустя первую единицу времени и имеет её размерность. Формула (1) является эвристической и применима только для условий её нахождения.

Зависимость (1) в 1932 году была доложена А.Н. Костяковым VI комиссии Советской секции Международной ассоциации почвоведов и была опубликована в журнале «Почвоведение» [1]. Она широко используется в мелиорации. А.Н. Костяков обратил внимание на существенное обстоятельство, а именно: отличие очень неравномерного во времени процесса впитывания от установившейся фильтрации. Формально при больших значениях времени скорость впитывания в зависимости (1) стремится к нулю, поэтому область её применения ограничивают при достижении практически постоянной скорости впитывания, которую условно принимают за коэффициент фильтрации.

Опыт и теория. Слой жидкости, впитавшейся за время t, составит:

$$W_{ж} = \int_0^t V_{ж} dt \quad . \tag{2}$$

На территории стационара кафедры мелиорации и рекультивации земель (д. Селково Сергиев-Посадского района Московской обл.) нами были проведены опыты по впитыванию керосина в верхние горизонты подзолистой почвы с помощью инфильтрометра (рис. 1), а также были измерены скорости растекания керосина по поверхности в секторе с центральным углом в 30^0 (рис. 2, 3) [3, 4].

Подача керосина в опыте 3 составила 5 см^3/сек в течение 50 секунд, в сектор подано 250 см^3 керосина. Лоб потока керосина в конце опыта удалился от центра сектора на 60 см. Растекание керосина по поверхности сухой почвы было быстрым (рис. 3). Аппроксимация кривых впитывания показала, что они хорошо описываются степенной функцией (1). Кривая растекания имеет другое выражение, так как на нее накладываются два замедляющих фактора: затухание скорости впитывания и расширение сектора. При длительном пространственном растекании из-за уравнивания объема впитывания и растекания последнее может даже остановиться.

Для вывода формулы растекания предположим, что увлажняемая территория представляет собой полосу шириной B и что слой жидкости на поверхности почвы постоянен по длине: $h = Const$. Неизвестную скорость движения фронта потока обозначим через $V_Ф$, которая изменяется во времени. Запишем в интегральной форме баланс жидкости за время t, считая от начала растекания и зная, что в начале полосы подается жидкость расходом Q:

$$Qt = Bh\int_0^\tau V_Ф(t)dt + B\int_0^\tau \left[\int_0^t V_Ф(\tau) \cdot V_{ж}(t-\tau)d\tau \right] dt \tag{3}$$

В этом уравнении слева – объем жидкости, поступивший на полосу, справа первое слагаемое – объем жидкости, накопившейся на поверхности почвы, так как интеграл от $V_Ф$ по сути дела – длина добегания на момент времени t. Справа второе слагаемое – объем жидкости, впитавшейся в почву за время t. Здесь учтена особенность процесса впитывания: оно начинается только спустя время t, т.е. после добегания фронта потока до данного сечения x (x – горизонтальная координата, отсчитываемая от начала полосы). Продолжительность впитывания в сечении x равна $t_{ж} = t - t(x)$. При $x = 0$ $t = 0$, поэтому $t_{ж} = t$; а при $x = x_Ф$, т.е. на фронте потока время добегания$t = t$ и поэтому продолжительность впитывания равна нулю.

В случае пространственного растекания жидкости структура уравнения (3) усложняется, оно может быть решено конечно-разностным способом.

Продифференцируем уравнение (3) по t:

$$\frac{Q}{\eta B} = hV_Ф(t) + \int_0^t V_Ф(\tau) \cdot V_{ж}(t-\tau)d\tau. \tag{4}$$

Получаем неоднородное линейное интегральное уравнение Вольтерра второго рода с ядром $V_{ж}(t)$, см. формулу (1), и неизвестным законом движения фронта потока $V_Ф(t)$. Для его аналитического решения пренебрежем объемом воды на поверхности почвы в виду его малости, т.е. положим $h = 0$; с учетом (1) запишем уравнение (4) в виде:

$$\frac{Q}{\eta B} = \int_0^t V_Ф(\tau) \cdot (t-\tau)^{-\alpha} d\tau \tag{5}$$

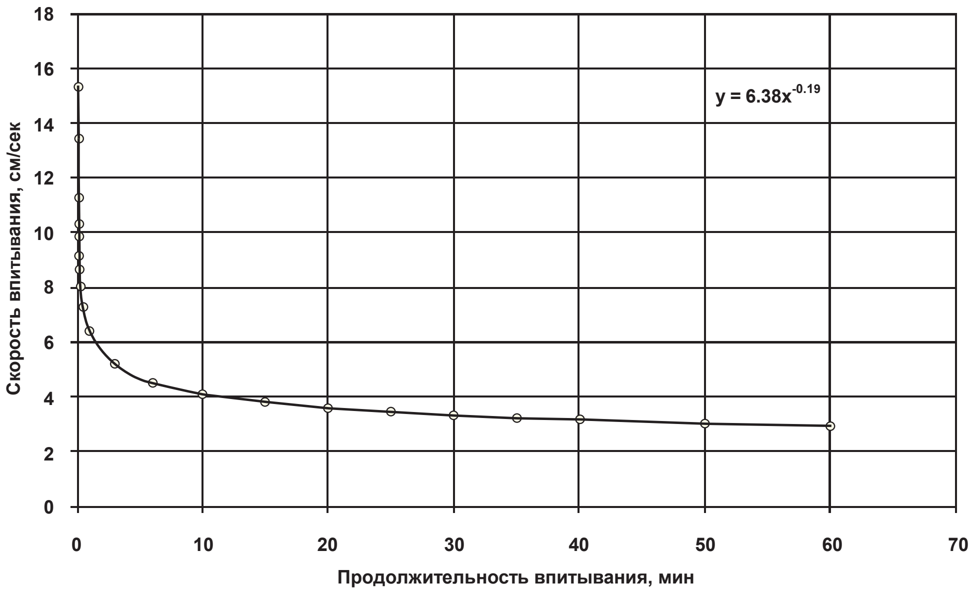

Рис. 1. **График скорости впитывания керосина (Подзолистая почва. Инфильтрометр)**

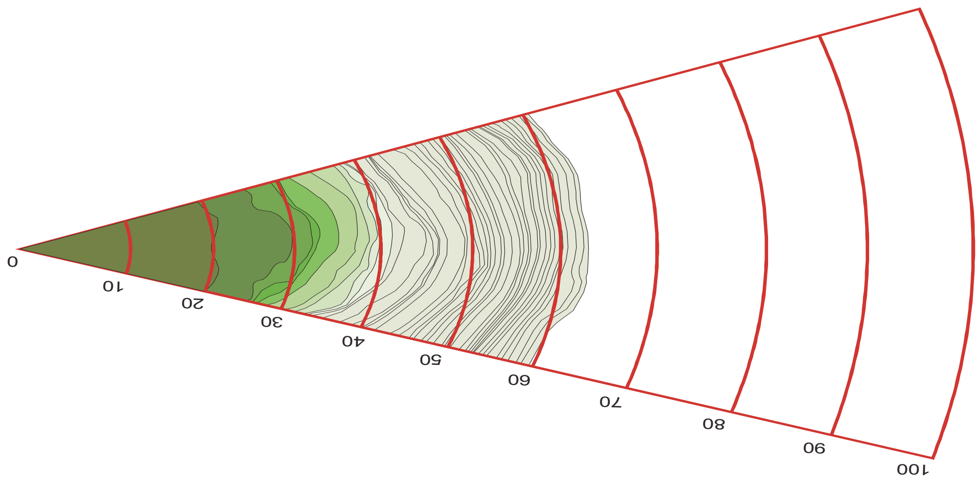

Рис. 2. **Видеозапись растекания керосина в секторе (Подзолистая почва. Опыт № 3)**

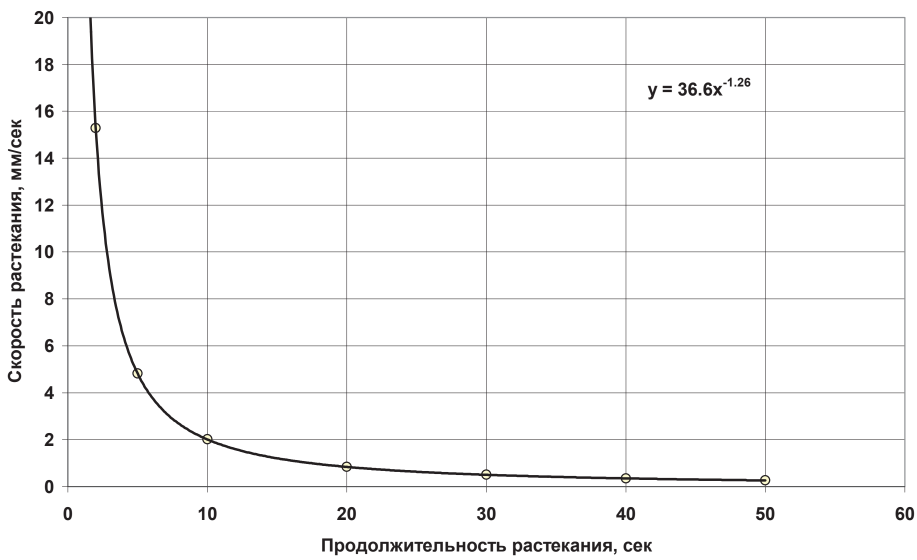

Рис. 3. **Растекание керосина в секторе (Подзолистая почва. Опыт№ 3)**

При решении уравнения (5) воспользуемся методом интегральных преобразований [2]. Применим интегральное преобразование Лапласа к искомой функции $V_Ф(t)$:

$$L\left[V_ф(t)\right] = \int_0^\infty V_Ф(t) \cdot e^{-st} dt = f_1(s) \quad (6)$$

Функция $V_Ф(t)$ называется оригиналом, а ее преобразование по правилу (6) $f_1(s)$ – изображением (L обозначает оператор Лапласа). Преобразование Лапласа или изображение левой части уравнения (5) будет иметь вид:

$$L\left[Q / \eta B\right] = Q / \eta Bs \quad (7)$$

В правой части уравнения (5) имеем так называемую свертку двух функций, т.е. интегральную комбинацию двух функций:

$$F_1(t) = V_Ф(t) \text{ и } F_2(t-t) = (t-t)^{-\alpha},$$

которую символически обозначают $F_1 * F_2$. Известно, что преобразование Лапласа свертки двух функций равно произведению преобразованных функций или произведению изображений [1]:

$$L\left[F_1 * F_2\right] = f_1 \cdot f_2 \quad (8)$$

В этом выражении F_1 – искомая функция, т.е. неизвестный закон движения фронта потока, а f_1 – ее интегральное преобразование; F_2 – закон впитывания, т.е. $F_2 = t^{-\alpha}$, а f_2 – ее интегральное преобразование, которое можно найти в справочниках [1 и другие]:

$$L\left[F_2\right] = L\left[t^{-\alpha}\right] = \Gamma(1-\alpha) / s^{1-\alpha} \quad (9)$$

где $\Gamma(z)$ – полная гамма-функция:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty y^{z-1} e^{-y} dy$$

При целом z $\Gamma(z+1) = \Pi(z) = z!$ При нецелых z используют таблицы функций. Так, например, $\Gamma(1/2) = р^{1/2} = 1{,}772 = (-1/2)!$. Гамма-функция распространяет понятие факториала на любые числа (в том числе на нецелые и комплексные). Из основных свойств гамма-функции отметим также

$$\Gamma(z) \cdot \Gamma(1-z) = \pi / \mathrm{Sin}(\pi z); \; \Gamma(z+1) = z\Gamma(z); \quad (10)$$

Итак, применив интегральное преобразование Лапласа к обеим частям уравнения (5), мы получили его аналог в виде алгебраического уравнения с одним неизвестным $f_1(s)$:

$$Q / \eta Bs = f_1(s) \cdot \Gamma(1\text{-}\alpha)/s^{1-\alpha} \quad (11)$$

откуда находим:

$$f_1(s) = Q \cdot s^{-\alpha} / \eta B\Gamma(1-\alpha) \quad (12)$$

т.е. задача решена для изображения искомой функции.

Для нахождения закона движения фронта потока жидкости применим к выражению (12) обратное преобразование Лапласа, обозначенное как L^{-1}. В справочниках находим, что:

$$L^{-1}\left[s^{-\alpha}\right] = t^{\alpha-1} / \Gamma(\alpha)$$

и тогда скорость движения фронта:

$$V_ф = Q \cdot t^{\alpha-1} / \eta B \cdot \Gamma(\alpha) \cdot \Gamma(1-\alpha) \quad (13)$$

Воспользовавшись свойством произведения двух гамма-функций (10), получаем:

$$V_ф = Q \cdot \mathrm{Sin}(\alpha\pi) \cdot t^{\alpha-1} / \pi\eta B \quad (14)$$

Длину добегания потока жидкости получим, проинтегрировав выражение (14):

$$x_Ф = \int_0^t V_Ф dt = Q \cdot \mathrm{Sin}(\alpha\pi) \cdot t^{\alpha} / \alpha\pi\eta B \quad (15)$$

При $\alpha = 0{,}5$:

$$x_ф = 2Qt^{0,5} / \pi\eta B \quad (15а)$$

С помощью выражения (15) можно определить длину полосы $L_П$, которую можно увлажнить расходом Q за время t без сброса: $L_П = x_Ф$, поливная норма при этом составит:

$$m = Qt / BL_П \quad (16)$$

Анализ и оценка погрешности. А.Н. Костяков [5] получил формулу для вычисления длины увлажняемой полосы, предполагая, что впитывание начинается по всей ее длине **одновременно**:

$$\bar{L}_П = Q(1-\alpha) \cdot t^{-\alpha} / \eta B \quad (17)$$

уменьшая тем самым длину добегания. Сопоставляя (15, 15а) и (17) при $\alpha = 0{,}5$ получаем:

$$\bar{L}_{\Pi} / L_{\Pi} = \pi / 4 = 0,785,$$

т.е. ошибка расчета длины добегания из-за этого допущения равна 22%. При $a = 0,1$, т.е. при медленно уменьшающейся скорости впитывания во времени и при $a = 0,9$, т.е. при очень резко уменьшающейся скорости это соотношение увеличивается до 0,92, т.е. ошибка в определении длины полосы уменьшается с 22 до 8%.

Выводы

1. Экспериментально исследованы процессы впитывания при поверхностных поливах и в сравнении с ними впитывание и растекание одного из распространенных жидких загрязнителей – керосина. Показано, что оба этих процесса впитывания неплохо описываются эмпирическими зависимостями степенного вида.

2. Оба этих процесса побуждаются независимой подачей жидкости в голову потока с заданным расходом, что упрощает его теоретическое описание и может быть сведено к балансовому интегро-дифференциальному уравнению Вольтера второго порядка. Достоинство его в учете времени добегания, так как впитывание начинается не с момента подачи жидкости, а только при достижении лба потока рассматриваемого сечения. Это обстоятельство учитывается не во всех публикациях, что приводит к погрешностям порядка 20%.

3. Такая постановка задачи делает ненужным учет скорости и турбулентности потока и других факторов, характеризующих свойства жидкости и почвы. Все это учитывается косвенно в величинах η и а, входящих в экспериментальную зависимость (1).

4. Опытами показано, что растекание жидкости по поверхности сухой подзолистой почвы (Московская область) происходит быстро, скорость лба потока резко уменьшается, примерно в 50…60 раз и при выливе 250 см^3 находится в пределах 1 мм/сек.

5. Затухание скорости добегания при расширении потока существенно, оно изменяет вид балансового уравнения, усложняя его. Решение такого уравнения возможно конечно-разностным способом.

Библиографический список

1. **Костяков А.Н.** О динамике коэффициента просачивания воды в почвогрунты и необходимости динамического подхода к его изучению в мелиоративных целях. // Почвоведение. – 1932. – № 5.

2. **Дёч Г.** Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. – М.: «Наука», 1965. – 287 с.

3. **Максимов М.С., Голованов А.И.** Изучение процессов растекания лёгких нефтепродуктов по поверхности и впитывания их в почву. Сборник научных трудов МГУП, ч. 1 – М.: МГУП, 2006. – С. 288-296.

4. **Голованов А.И., Сычёв С.М.** Моделирование впитывания нефтепродуктов в почвы для обоснования способов очистки их от загрязнения. // Мелиорация и водное хозяйство. – 2008. – № 6. – С. 31.

5. **Костяков А.Н.** Основы мелиораций. Учебник. – М.: Сельхозгиз, 1951. – 758 с.

Материал поступил в редакцию 26.04.2018 г.

Сведения об авторах

Голованов Александр Иванович, доктор технических наук, профессор, Заслуженный деятель науки РФ, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева; 125550, г. Москва, Б. Академическая ул., д. 44.; тел +7(916)3413551, e-mail: a.i.golovanov@mail.ru

Максимов Сергей Алексеевич, кандидат технических наук, доцент кафедры мелиорация и рекультивация земель, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, 125550, г. Москва, Б. Академическая ул., д. 44; тел.: +7(985)2396891, e-mail: s.a.maksimov@mail.ru

Максимов Максим Сергеевич, соискатель, инженер-эколог ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева; 125550, г. Москва, Б. Академическая ул., д. 44; тел.: +7(906)71333099, e-mail: h_enzo@mail.ru

A.I. GOLOVANOV, S.A. MAKSIMOV, M.S. MAKSIMOV

Federal state budgetary educational institution of higher education «Russian state agrarian university RGAU-MSHA named after C.A. Timiryazev», Moscow, Russian Federation

THEORY OF ABSORPTION AND SPREADING OF LIQUID POLLUTANTS

The theory and results of field experiments on podzolic soils of the Moscow region are considered. Liquids of different nature were investigated: ordinary river water at watering and widespread kerosene, for example, reactive. In experiments it is established *that absorption of both liquids is well approximated by A.N. Kostyakov power dependence. For the case when pollutants flows are induced by an independent flow of liquids into the flow head, its displacement under the constant flow width can be described by an integro-differential balance equation of Volterra of the second order taking into account in its structure the delay of the absorption beginning. This equation is solved analytically under neglecting a liquid layer on the soil surface. There is fulfilled the estimation error of the A.N. Kostyakov solution which appears because of the lag time neglect. The case of spatial spreading occurring in the sector was experimentally investigated. It is shown that this circumstance sharply slows spreading which can even stop under long straits at equalization of the layer of absorption and supply. The balance equation gets more complicated and can be solved by a finite-difference method.*

Liquid volume, integro-differential balance equation, spreading, Laplace's transformation, balance equation, final and differential way.

References

1. **Kostyakov A.N.** O dinamike koeffitsienta prosachivaniya vody v pochvogrunty i neobhodimosti dinamicheskogo podhoda k ego izucheniyu v meliorativnyh tselyah. // Pochvovedenie. – 1932. – № 5.

2. **Djech G.** Rukovodstvo k prakticheskomu primeneniyu preobrazovaniya Laplasa. – M.: «Nauka», 1965. – 287 s.

3. **Maksimov M.S., Golovanov A.I.** Izuchenie protsessov rastekaniya legkih nefteproduktov po poverhnosti i vpityvaniya ih v pochvu. Sbornik nauchnyh trudov MGUP. Ch.1 – M.: MGUP, 2006. – S. 288-296.

4. **Golovanov A.I., Sychev S.M.** Modelirovanie vpityvaniya nefteproduktov v pochvy dlya obosnovaniya sposobov ochistki ih ot zagryazneniya. // Meliotatsiya i vodnoe hozyajstvo. – 2008. – № 6. – S. 31.

5. **Kostyakov A.N.** Osnovy melioratsij. Uchebnik. – M.: Seljkhozgiz, 1951. – 758 s.

The material was received at the editorial office 26.04.2018 g.

Information about the authors

Golovanov Alexandr Ivanovich, doctor of technical sciences, professor, honored scientist of RF, FSBEI HE RGAU-MSHA named after C.A. Timiryazev; 125550, Moscow, B. Akademicheskaya ul., d. 44.; tel. +7(916)3413551, e-mail: a.i.golovanov@mail.ru

Maksimov Sergej Alekseevich, candidate of technical sciences, associate professor of the chair of lands reclamation and recultivation, FSBEI HE RGAU-MSHA named after C.A. Timiryazev; 125550, Moscow, B. Akademicheskaya ul., d. 44.; tel.: +7(985)2396891, e-mail: s.a.maksimov@mail.ru

Maksimov Maksim Sergeevich, a contender, engineer- ecologist,, FSBEI HE RGAU-MSHA named after C.A. Timiryazev; 125550, Moscow, B. Akademicheskaya ul., d. 44.; tel.: +7(906)71333099, e-mail: h_enzo@mail.ru