

**C. H. Карамбиров, доктор техн. наук, профессор**

**C. A. Трикозюк, аспирант**

Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет природообустройства»

## ВЛИЯНИЕ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО УКЛОНА И УЗЛОВЫХ РАСХОДОВ НА РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ

Точность экспериментальных данных и эмпирических формул для расчета гидравлических сопротивлений напорных трубопроводов связана с точностью гидравлических, технико-экономических и переходных расчетов инженерных сетей. Вместе с тем, для приближенной оценки диапазонов изменения решения могут быть применены стохастические методы многомерных случайных величин. При этом считается, что входящие в систему параметры (сосредоточенные и распределенные расходы воды потребителями, гидравлические сопротивления и т. д.) являются случайными величинами с заданными математическими ожиданиями и ковариационными матрицами.

*The accuracy of experimental data and empirical formulas for account of hydraulic resistance of pressure head pipelines is inevitably connected to accuracy of hydraulic, technical and economic and transitive accounts of engineering networks. At the same time, the stochastic methods of multidimensional random sizes can be applied for the approached estimation of ranges of change of the decision. Thus it is considered, that the parameters, included in system, (concentrated and distributed charges of water by the consumers, hydraulic resistance, etc.) are random sizes with the given mathematical expectations and matrixes of co variations.*

Точность экспериментальных данных и эмпирических формул для расчета гидравлических сопротивлений напорных трубопроводов неизбежно связана с точностью гидравлических, технико-экономических и переходных расчетов инженерных сетей. Для гидравлического расчета труб обычно используют следующую формулу гидравлического уклона  $i$ :

$$i = \frac{\lambda}{d_p} \cdot \frac{v^2}{2g}, \quad (1)$$

где  $\lambda$  — коэффициент трения по длине (коэффициент Дарси);  $d_p$  — расчетный внутренний

диаметр трубы, м;  $v$  — средняя скорость движения воды, м/с;  $g$  — ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Для стальных и чугунных труб формулы расчета новых и неновых участков различны [1]. Кроме того, такие формулы составлены для нормальных условий работы трубопроводов. Если внутренняя поверхность труб подвержена усиленной коррозии или идет процесс интенсивного застарания труб, в расчетные значения вводится поправочный коэффициент  $k_1$ , значение которого может быть оценено по потерям напора действующей или аналогичной системы (рис. 1).



Рис. 1. Коррозионное застарание труб после 5, 7, 10 лет (соответственно а, б, в) эксплуатации на Воронежском водопроводе (по В. И. Щербакову)

В любом случае этот коэффициент определяется приближенно. Еще больший разброс гидравлических уклонов получается в процессе проведения мероприятий по восстановлению пропускной способности части участков при реконструкции системы. В расчетные формулы из [1] входит кинематический коэффициент вязкости воды:  $v = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . Это соответствует температуре 10 °C. При колебаниях температуры воды в диапазоне 5...25 °C коэффициент может изменяться до 1,5 раза, что является дополнительным фактором неопределенности. В расчетные формулы для железобетонных труб вводится дополнительный коэффициент  $\varphi = \varphi(Ra)$  [1], где  $Ra$  — среднее арифметическое отклонение профиля от средней линии,

которое может колебаться на разных заводах от 30 до 150 мкм, несмотря на одну и ту же технологию изготовления труб, при этом коэффициент  $\varphi$  меняется в пределах 0,770...1,174. В расчетные формулы для пластмассовых труб вводится поправочный коэффициент  $k_2$ , учитывающий различия качества укладки труб в лабораторных производственных условиях, а также влияние стыков [1]. Рекомендуемое значение  $k_2 = 1,15$  представляется весьма приближенным. Приводимые в [1] формулы, по Шевелеву, показаны в табл. 1. Потери в системах водоснабжения рассчитывают с использованием трехчленной формулы

$$i = kq^n/d^m, \quad (2)$$

где  $d$  — диаметр трубопровода при транспортировании по нему расхода воды  $q$ ;  $i$  — гидравлический уклон.

Таблица 1

## Формулы гидравлического уклона, по Шевелеву

Трубы (по качеству материала)	Гидравлический уклон
Неновые, стальные и чугунные	при $v \geq 1,2 \text{ м/с}$ $i = 0,00107v^2k_1/d_p^{1,3}$
$v < 1,2 \text{ м/с}$	$i = 0.000912v^2/d_p^{1,3}(1 + 0,867/v)^{0,3}k_1$
Новые стальные	$i = 0,000811v^2/d_p^{1,226}(1 + 0,684/v)^{0,226}$
Новые чугунные	$i = 0,000734v^2/d_p^{1,284}(1 + 2,36/v)^{0,284}$
Асбестоцементные класса ВТ 9	$i = 0,000561v^2/d_p^{1,190}(1 + 3,51/v)^{0,190}$
Железобетонные, виброгидропресованные	$i = 0,000802\varphi v^2/d_p^{1,190}(1 + 3,51/v)^{0,190}$
Пластмассовые (из полиэтилена и винипластика)	$i = 0,000685v^{1,774}k_2/d_p^{1,226}$

Значения коэффициента и показателей степеней в формуле (2) в зависимости от материала труб приведены в табл. 2 [1, 2].

Таблица 2

## Коэффициенты потерь напора (по трехчленной зависимости)

Трубы	$n$	$k$	$m$
Стальные	1,9	0,001790	5,1
Чугунные	1,9	0,001790	5,1
Асбестоцементные	1,85	0,001180	4,89
Железобетонные	1,85	0,001688	4,89
Пластмассовые	1,774	0,001052	4,774

При расчете по формуле (1) величину  $\lambda$  можно определить по неявной формуле Колброка–Уайта [3, 4]:

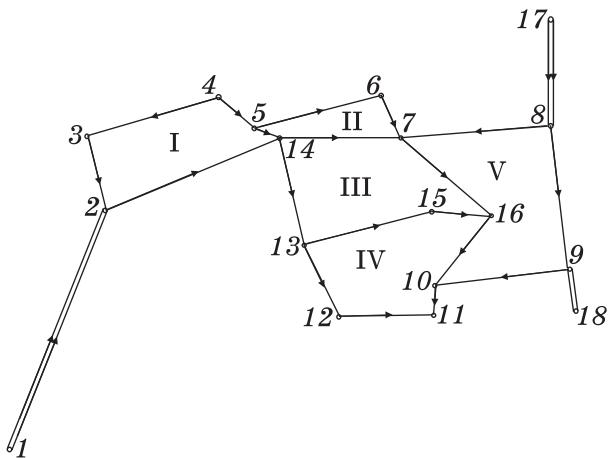
$$\lambda = \{-2\lg[2,51/(\text{Re}\sqrt{\lambda}) + \Delta_s/3,71d]\}^{-2} \quad (3)$$

или по более простой формуле А. Д. Альтшуля:

$$\lambda = 0,11(\Delta_s/d + 68/\text{Re})^{0,25}, \quad (4)$$

где  $\text{Re} = vd/v$  — число Рейнольдса;  $\Delta_s$  — эквивалентная шероховатость, оценка которой приведена в табл. 3 [3].

По приведенным зависимостям были осуществлены гидравлические расчеты сети, схема которой приведена на рис. 2. Численность жителей объект-

Рис. 2. Расчетная схема сети:  
1...18 — узлы сети; I...V — кольца

та водоснабжения — 8 тыс. чел. Общая протяженность линий  $\approx 8$  км. В узлах 1 и 17 расположены насосная станция и башня, а в узлах 11 и 18 — ремонтная мастерская и консервный завод с водопотреблением 100 и 200 м<sup>3</sup>/сут соответственно.

Обозначим методы увязки для чугунных труб, бывших в употреблении:

по трехчленной зависимости — первый метод;

по Шевелеву, новые — второй метод;

по Шевелеву, новые — третий метод;

по Альтшулю, бывшие в употреблении — четвертый метод;

по Колбруку—Уайту, бывшие в употреблении — пятый метод.

**Таблица 3**  
**Значения эквивалентной шероховатости**

	Трубы	$\Delta \cdot 10^3$
Сталь	Новые и старые в хорошем состоянии	0,04...0,1
	Бывшие в употреблении	1,2...1,5
	Сильно корродированные	2,0...4,0
Чугун	Новые	0,25...1,0
	Бывшие в эксплуатации Со значительными отложениями	1,0...1,5 2,0...4,0

**Таблица 4**

**Невязки метода\***

Номер метода	1/2	1/3	2/1	3/1	3/2	2/3	2/4	5/4	5/1
I	-0,517	-0,659	0,064	0,319	0,265	-0,210	0,665	0,530	-0,093
II	-0,307	0,392	-0,296	-0,503	-0,235	0,064	-0,330	-0,053	0,011
III	0,095	0,505	0,507	-0,186	-0,705	0,573	-0,045	-0,431	0,262
IV	0,359	0,445	-0,159	-0,306	-0,144	0,118	-0,296	0,026	0,186
V	0,900	1,176	-0,237	-0,715	-0,369	0,400	-0,724	-0,171	0,537

\*В знаменателе — номер метода, в числителе — номер метода, увязанного до 10<sup>-6</sup>.

Таким образом, сеть, увязанная по одной из формул потерь напора, оказывается не увязанной по другой. В рассмотренной небольшой сети, в отдельных случаях, величина невязок, рассчитанных по разным формулам, приближается к 1 м. Еще большие расхождения наблюдаются при сравнении потерь напора на участках. В нашем случае разность потерь напора достигает 2 м и более. Кроме того, понятия «новые», «неновые», «сильно корродированные» отличаются большим разбросом входящих в формулы параметров.

В приведенных расчетах при интервальном задании параметров выбирали фиксированное число внутри интервала (обычно среднее относительно его границ).

Для адекватного описания системы подачи и распределения воды аналитическими методами (в условиях неопределенности) необходимо использовать многомерные нестационарные стохастические модели случайных функций. Однако возникающие при этом трудности вызывают необходимость

упрощения модели и немыслимы без применения персонального компьютера. Численные методы имитационного моделирования имеют значительные преимущества. Вместе с тем, для приближенной оценки диапазонов изменения решения могут быть применены стохастические методы многомерных случайных величин. В основе методов — записанные специальным образом системы уравнений, описывающие стационарное потокораспределение в инженерных сетях. Считается, что входящие в систему параметры (сосредоточенные и распределенные расходы воды потребителями, гидравлические сопротивления, коэффициенты описания характеристик насосов, регулирующих задвижек и т. д.) являются случайными величинами с заданными математическими ожиданиями и ковариационными матрицами. Оценки этих величин могут быть получены на основе натурных измерений или исходя из приводимых в литературе диапазонов их изменения.

Система, описывающая стационарный режим работы системы подачи и распределения воды, является нелинейной, применение аналитических методов предполагает их линеаризацию в окрестности решения. В результате получается вектор математических ожиданий и ковариационная матрица решения, показывающая меру разброса и связи отдельных его компонентов.

В случае распределения исходных случайных величин по нормальному закону вектор решения также распределяется нормально, а полученных величин достаточно для оценки вероятностей практически важных событий: снижения напоров в узлах ниже требуемого уровня; выхода характеристик насосов за пределы рабочей области; возникновения кавитации; работы системы в целом в области допустимых значений параметров.

Кроме того, стохастический расчет можно использовать при оптимизации системы, когда вместо ограничений на отдельные переменные и функции от них накладывают условия на вероятности событий и находят экстремум функционала математического ожидания затрат с использованием элементов ковариационной матрицы решения. В этом случае пьезометрическая линия превращается в доверительный интервал (коридор) возможных изменений напора. Полный стохастический расчет (распределение расходов на участках, напоров в узлах и подач водопитателей) в чисто гидравлической постановке приведен в [5]. Там же рассмотрен вопрос стохастической оптимизации. В качестве единственного фактора неопределенности принято стохастическое водопотребление.

Авторами рассмотрено применение вероятностных подходов к решению задач потокораспределения в системе подачи и распределения воды для следующих случаев:

гидравлические сопротивления с позиций случайных величин;

совместное влияние на решение вариаций водопотребления и гидравлических уклонов.

При определении вероятностных характеристик потерь напора целесообразно исходить из различных зависимостей их расчета (разных авторов или одного автора при различных состояниях труб). Были рассмотрены формулы Шевелева, Альтшуля, Уайта–Колброка, трехчленные зависимости Андрияшева и Абрамова для новых, бывших в употреблении и сильно корродированных труб из различных материалов.

В общем случае зависимость потерь напора  $h$  от расхода  $q$  представляет собой случайную функцию [6]:

$$h = h(q, \omega), \quad (5)$$

где  $\omega$  — элементарное случайное событие, а при фиксированном расходе — случайная величина.

Для моделирования случайной функции (5) рассмотрим различные зависимости потерь напора: нижняя —  $h_{\min}(q)$ , верхняя —  $h_{\max}(q)$ , проведенная через середину интервалов —  $h_{\text{ср}}(q)$ .

Примем  $h(q, \omega) = h_{\text{ср}}(q) + \delta h$ , где при фиксированном  $q$   $\delta h = \delta h(q, \omega)$  представляет собой случайную величину, нормально распределенную, с нулевым математическим ожиданием и дисперсией:

$$D_{(Q)}^2 = \left( \frac{h_{\max}(q) - h_{\min}(q)}{S} \right)^2, \quad (6)$$

где  $S = 4\dots 6$  — число среднеквадратических отклонений, укладывающихся на отрезке в числителе формулы (6) — правило трех сигм.

Запишем систему нелинейных уравнений стационарного потокораспределения в системе подачи и распределения воды таким образом, чтобы эта система описывала как кольцевые, так и разветвленные сети, и перенесем факторы неопределенности (случайную составляющую гидравлических сопротивлений) в правую часть системы. В результате получим:

$$\begin{cases} \sum_{p, n \in i} q_{pn} + Q_i \phi_i(H_i) = 0; \quad i = 1 \dots m; \\ (Z_i + H_i) - (Z_j + H_j)h_{cp} - h_{cp}(\bar{q}_{ij}) = \delta h_{ij}; \\ i, j = 1 \dots m \in I - I_{\text{еп}} - I_{\text{зд}}; \\ H_{bj} + h_{bj} - H_{Hj} + \frac{S_{Hj}}{k_j^2} q_{bj}^2 = 0; \quad j = 1 \dots k; \\ H_{i2} - H_{i1} - H_{enj} + \frac{S_{enj}}{k_{enj}^2} q_{iy}^2 = 0; \quad i, y \in I_{en}; \\ H_{i1} - H_{i2} - \frac{8\xi_{iy}}{g\pi d_{iy}^4} q_{iy}^2 = 0; \quad i, y \in I_{zd}, \end{cases} \quad (7)$$

где  $Q_i$  — полезное водопотребление в  $i$ -м узле;  $\varphi_i(H_i)$  — функции, учитывающие изменения расходов воды в узлах от напоров;  $H_i$  — свободный напор в  $i$ -м узле;  $q_{pn}$  — расход участка, смежного с  $i$ -м узлом;  $h_{cp}(q_{ij}) = \bar{A}_{ij} |q_{ij}|^\beta \operatorname{sign}(q)$  — среднее значение потерь напора на участке  $ij$ ;  $A_{ij}$  — коэффициент гидравлического сопротивления участка между узлами  $i$  и  $j$ ;  $m$  — число узлов;  $I$  — множество всех участков сети ( $1\dots n$ );  $I_{\text{ст}}$  — множество участков — станций подкачки;  $I_{\text{ад}}$  — множество участков — задвижек;  $k$  — число водопитателей;  $k_j$  — число параллельно работающих насосов  $j$ -го водопитателя;  $Z_i$  — геодезическая высота  $i$ -го узла сети;  $q_{bj}$  — поставка  $j$ -го водопитателя;  $H_{H_i}$  и  $S_{H_i}$  — коэффициенты аналитического выражения характеристик водопитателей;  $H_{\text{ст}}$ ,  $S_{\text{ст}}$  — то же для станций подкачки в участке  $iy$ ;  $H_{i1}$  и  $H_{i2}$  — напор в начале и в конце участка — станции подкачки или задвижки;  $\xi_{iy}$  и  $d_{iy}$  — коэффициент сопротивления и диаметр задвижки на участке  $iy$ ;  $h_{bj}$  — высота всасывания  $j$ -го водопитателя;  $\delta h_{ij}$  — случайная составляющая гидравлических потерь на участке  $ij$ .

В (7) водопитатели (насосные станции и башни) моделируют узлами, а станции подкачки и задвижки — участками. Уравнения (7) описывают первый закон Кирхгофа, связь гидравлических уклонов для каждого участка с напорами на их границах, а также изменение давлений у водопитателей (насосных станций, башен), станций подкачки и регулирующих задвижек в соответствии с их характеристиками.

Размерность системы  $r = n + m + k$ .

Вектор  $\delta h_{ij}$  будем считать случайным, некоррелированным, нормально распределенным и обозначим  $N(0, K\delta h)$ . Для обозначения компонентов этого вектора будем использовать как глобальную, так и локальную системы нумерации.

Тогда ковариационная матрица  $K\delta h$  вектора  $\delta h_{ii}$  будет иметь следующий вид:

$$K_{\text{oh}} = \begin{bmatrix} & m+1 & & m+n & \\ 0 & \vdots & & \vdots & 0 \\ & \vdots & & \vdots & \\ & \vdots & & \vdots & \\ m+1 & \cdots & \cdots & \cdots & \begin{bmatrix} K_{\text{oh},11} & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & K_{\delta,\text{hnn}} \end{bmatrix} \\ m+n & \cdots & \cdots & \cdots & \begin{matrix} n \times n \\ r \times r \end{matrix} \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где  $K_{\delta h_{ij}}$  — соответствующие дисперсии в локальной системе координат.

В общем виде система (7) может быть записана так:

$$F(x) = \delta h, \quad (9)$$

где  $F(x) = (f_1(x) \dots f_r(x))^T$  — вектор-функция, состоящая из левых частей системы (7).

Вектор неизвестных  $x$  имеет следующую структуру:

$$x = (q_1 \dots q_n H_1 \dots H_m q_{Hc1} \dots q_{Hck})^T_{r \times 1}. \quad (10)$$

Вектор

$$\delta h = (0 \dots 0 \ \delta h_{m+1} \dots \delta h_{m+n} \ 0 \dots 0)^T \quad (11)$$

дополнен первыми  $m$  и последними  $k$  значениями — нулями.

Поскольку вектор  $\delta h$  является случайным, решение системы (7) также будет иметь стохастический характер. Для оценки характеристик вектора  $x$  линеаризуем систему (7) в окрестности решения. Тогда вектор  $x$  будет иметь многомерное нормальное распределение [5] с математическим ожиданием, равным решению системы (7) при средних значениях гидравлического сопротивления, и ковариационной матрицей:

$$K_x \cong [F']^{-1} K_{sh} [F']^{-1*}, \quad (12)$$

$$\text{где } F' = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx_1} & \dots & \frac{df_1}{dx_\Gamma} \\ \frac{df_\Gamma}{dx_1} & \dots & \frac{df_\Gamma}{dx_\Gamma} \end{bmatrix}_{x = \bar{x}}, \quad (13)$$

а звездочкой обозначена операция транспонирования.

Стохастическое рассмотрение системы позволяет получить дополнительную информацию о ее свойствах. Итак, вектор решения  $x$  распределен нормально с математическим ожиданием  $\bar{x}$  и ковариационной матрицей  $K_x$ , диагональные элементы которой представляют собой дисперсии компонентов  $x_i$ ,  $- \sigma_{x_i}^2$ .

Вероятность отказа системы получается интегрированием плотности многомерного нормального распределения по области переменных (расходов участков, напоров в узлах, подач водопитателей), соответствующей ненштатным режимам работы системы подачи и распределения воды. В частности, вероятность события, при котором на-

пор в  $i$ -м узле меньше допустимого ( $H_{oi}$ ), определяют следующей формулой:

$$P_{\text{отк}i} = P(H_i < H_{oi}) = 0,5 - \Phi\left(\frac{\bar{H}_i - H_{oi}}{\sigma_{Hi}}\right), \quad (14)$$

где  $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  — функция Лапласа.

Аналогично определяют вероятность возникновения кавитации в насосах, понижений в скважинах больше допустимых и ряд других событий.

К предыдущему рассмотрению добавим учет вероятностного характера водопотребления, которое будем считать нормально распределенным случайным вектором с математическим ожиданием  $\bar{Q} = (\bar{Q}_1 \dots \bar{Q}_m)^T$  и ковариационной матрицей  $K_{Q_{m \times m}}$ .

Преобразуем систему уравнений (7), перенеся в первых  $m$  уравнениях баланса расходов в узлах полезное водопотребление  $Q_i$  в правую часть системы и полагая  $\varphi_i(H_i) \equiv 1$ . Обозначим правую часть новой системы через  $\tilde{F}(x)$ , тогда уравнение (9) можно записать в виде

$$\tilde{F}(x) = \begin{pmatrix} Q \\ A \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где  $\begin{pmatrix} Q \\ A \end{pmatrix} = (Q_1 \dots Q_m, A_{m+1} \dots A_{n+m}, 0 \dots 0)_{r \times 1}^T$  — случайный вектор.

Ковариационная матрица этого вектора  $K_{QA}$  имеет структуру, показанную в следующей зависимости:

$$K_{QA} = \begin{bmatrix} K_{Q_{m \times m}} & 0 \\ 0 & K_{A_{n \times n}} \end{bmatrix}_{r \times r}. \quad (16)$$

Используя приведенные расчетные формулы, получим статистические характеристики решения  $x$  при совместном влиянии неопределенных факторов водопотребления и гидравлических уклонов. Рассмотренные ранее вероятности событий корректируются. Результаты расчетов приведены на рис. 3...5.

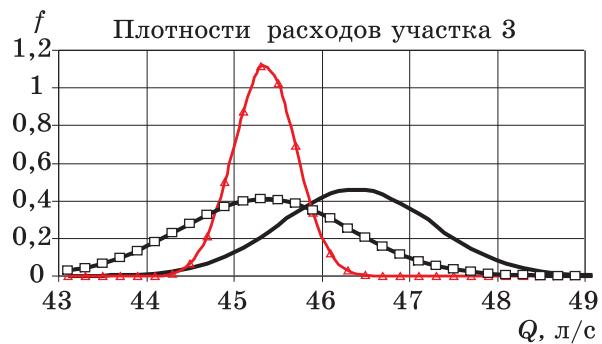


Рис. 3. Распределение расходов участка 3 (узлы 2...14): —  $Q_{\text{узл}}$ ; —  $dh$ ; —  $Q_{\text{узл}} \text{ и } dh$

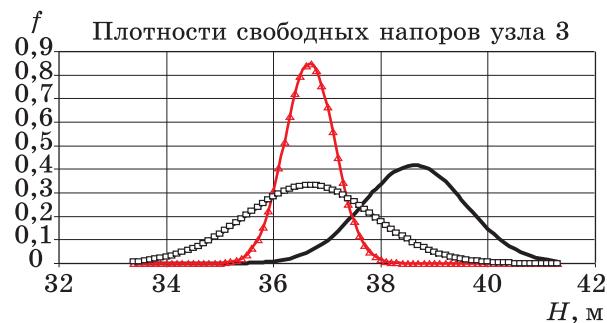


Рис. 4. Распределение свободных напоров узла 3: —  $Q_{\text{узл}}$ ; —  $dh$ ; —  $Q_{\text{узл}} \text{ и } dh$

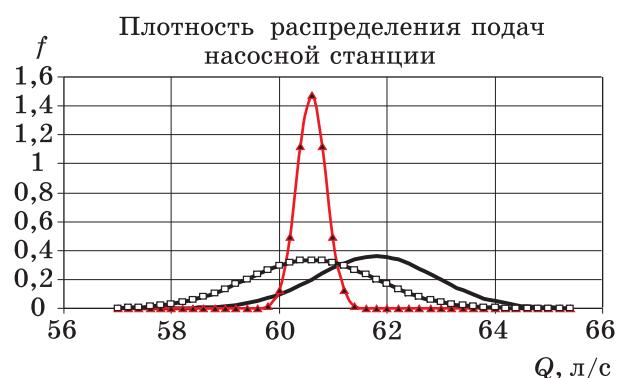


Рис. 5. Распределение подач насосной станции (узел 1): —  $Q_{\text{узл}}$ ; —  $dh$ ; —  $Q_{\text{узл}} \text{ и } dh$

### Выходы

Переход от детерминированного потокораспределения к стохастическому позволяет расширить класс решаемых задач и оценить вероятности наступления непштатных ситуаций. Метод может быть конструктивно использован при решении задач анализа и синтеза трубопроводных систем.

**Ключевые слова:** гидравлический уклон, шероховатость труб, гидравлический расчет, водопотребление, ковариационная матрица.

**Список литературы**

1. **Шевелев, Ф. А.** Таблицы для гидравлического расчета водопроводных труб [Текст] / Ф. А. Шевелев, А. Ф. Шевелев. — М. : Стойиздат, 1984. — 116 с.
2. Расчет водопроводных сетей [Текст] : учебное пособие для вузов / Н. Н. Абрамов [и др.]. — М. : Стойиздат, 1983. — 278 с.
3. **Штеренлихт, Д. В.** Гидравлика [Текст] : учебник для вузов / Д. В. Штеренлихт. — М. : Энергоатомиздат, 1984. — 40 с.
4. **Курганов, А. М.** Гидравлические расчеты систем водоснабжения и водоотведения [Текст] : справочник под общ. ред. А. М. Курганова / А. М. Курганов, Н. В. Федоров. — Л. : Стройиздат, 1986. — 440 с.
5. **Карамбиров, С. Н.** Математическое моделирование систем подачи и распределения воды в условиях многорежимности и неопределенности [Текст] : монография / С. Н. Карамбиров. — М. : МГУП, 2004. — 197 с.
6. **Шарыгин, А. С.** Прикладные методы статистического моделирования [Текст] / А. С. Шарыгин, Ю. И. Палагин. — Л. : Машиностроение, 1986. — 320 с.