

4. Раткович Д. А. Многолетние колебания речного стока. – Л.: Гидрометеиздат, 1976. – 225 с.

5. Христофоров В. А. Статистические модели и методы исследования многолетних колебаний. – Л.: Гидрометеиздат, 1994. – 160 с.

6. Шелутко В. А. Статистические модели и методы исследования многолетних колебаний стока. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 160 с.

Материал поступил в редакцию 16.05.14.

Исмайлов Габил Худушевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой гидрологии, гидрогеологии и регулирования стока

Тел. 8 (499) 976-17-45

E-mail: gabil-1937@mail.ru

Гуськов Виталий Геннадьевич, старший преподаватель кафедры гидрологии, гидрогеологии и регулирования стока

E-mail: vitold.gus@mail.ru

УДК 502/504:550.34.01

В. Н. МАРКИН

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К. А. Тимирязева», г. Москва

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОКА НАНОСОВ

В работе рассматриваются вопросы моделирования режима речных наносов с помощью Марковских цепей на примере реки Нарын, которая протекает в Кыргызстане. Река имеет длину 807 км и площадь водосборного бассейна 59 900 км², питание ледниковое и снеговое. Половодье проходит в период с мая по август. Норма стока 480 м³/с. Проведена статистическая обработка многолетних данных, доказывающих неоднородность цепей. Анализ данных показал, что вариация расходов наносов по месяцам находится в пределах от 0,57...1,07. Автокоррелограмма характерна для гидрологических величин. Многолетние ряды расходов наносов по месяцам неоднородны. Наблюдается выраженная сезонность стока. Собраны матрицы переходных вероятностей, которые позволяют прогнозировать режим наносов. Матрицы переходных вероятностей имеют преимущественно диагональный вид. Полученные результаты свидетельствуют о том, что режим объемов стока наносов в месячных и сезонных интервалах времени описывается с помощью неоднородной цепи Маркова. При моделировании расчеты следует проводить с учетом корреляционной связи. Переход к прогнозированию концентраций наносов позволяет сократить количество расчетных периодов выделяя два интервала: весна–лето и осень–зима.

Стохастическое моделирование, цепь Маркова, расход наносов.

In the work there are considered simulation questions of the regime of river sediments by means of Markov chains by the example of the river Naryn which flows in Kyrgyzstan. The river has a length of 807 km and square of catchment basin 59 900 km², feeding is glacial and snow. Flooding is in a period from May to August. The norm of sediment-load – 480 m³/c. Statistical processing has been fulfilled of long-term data proving the heterogeneity of chains. The data analysis showed that the variation of sediments discharge per months is in the range from 0,57...1,07. The autocorrelogram is typical for hydrological values. Long-term series of sediments discharge per months are not homogeneous. There is observed a seasonality of sediments. Transition probabilities matrixes are collected which allow predict a mode of sediments. Transition probabilities matrixes have mainly a diagonal view. The obtained results confirm that the mode of sediments-load in monthly and seasonal intervals of time is described by means the heterogeneous Markov chain. When modeling the calculations should be performed taking into consideration a correlation. Transition to predicting of sediments concentrations makes it possible to reduce the quantity of rated periods separating two intervals: spring–summer and autumn–winter.

Stochastic simulation, Markov chain, sediments-load.

Стохастическое моделирование применяется для прогноза гидрологических и гидрохимических величин: расходов и уровней воды, скоростей течения, концентраций веществ и др. [1, 2]. Нашли применение модели, основанные на использовании теории Марковских процессов [3–6]. В этом случае для описания процесса строятся матрицы переходных вероятностей $[P_{i,j}]$, объединяющие корреляции временных последовательностей. Каждый элемент матрицы представляет собой вероятность перехода системы из

одного состояния (i) в другое (j) в следующий момент времени τ .

В работе рассматриваются вопросы стохастического моделирования режима стока наносов в реке Нарын, которая протекает в Кыргызстане. Река имеет длину 807 км и площадь водосборного бассейна 59 900 км², питание ледниковое и снеговое. Половодье проходит в период с мая по август. Норма стока 480 м³/с. В таблице 1 [7] представлены данные о стоке наносов за период 27 лет, в таблице 2 – статистические характеристики.

Таблица 1

Среднемесячные расходы наносов реки Нарын, кг/с

Годы	Месяцы												Среднегодовые значения
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1964	10	10	70	60	40	2700	440	68	13	1,4	2	2	285
1965	10	10	24	90	90	120	1100	580	98	37	48	18	185
1966	52	25	40	750	1500	7000	1900	1700	250	50	29	32	1111
1967	15	20	53	970	2500	2000	1200	460	85	30	9,5	17	613
1968	7,2	18	74	470	970	2500	1500	980	120	14	22	9,4	557
1969	18	27	510	1500	5200	5200	4400	1200	530	89	30	18	1600
1970	6,9	31	35	370	1300	1300	1900	700	210	23	15	7,4	490
1971	6,1	31	210	270	360	2500	880	470	65	28	31	16	410
1972	10	10	95	150	590	1600	840	920	71	33	50	11	360
1973	10	20	42	600	1400	3200	2000	670	210	3,2	16	10	680
1974	15	20	5,9	140	370	630	680	330	43	7,7	10	20	190
1975	8	10	6,4	220	220	1900	590	570	64	10	15	4	301
1977	2	10	75	150	900	970	600	400	62	71	46	8,3	275
1978	3,5	1,8	69	1100	1400	930	1000	1000	35	9,1	8	20	460
1979	4,1	6,9	110	1200	1000	2700	1700	880	85	170	23	18	658
1980	2	17	75	180	1700	930	640	380	46	14	6	8	333
1981	15	35	49	230	1300	1100	1100	270	41	19	21	6,4	350
1982	10	6	35	340	340	130	360	450	38	12	10	2	144
1983	1,1	7,9	37	160	880	1300	1100	1100	170	49	14	10	400
1984	5,8	12	110	520	320	720	480	1100	46	15	14	2,8	280
1985	10	10	41	430	280	780	520	230	10	15	17	10	196
1986	2,1	16	32	200	280	940	880	360	54	28	10	7	230
1987	6,7	8,2	120	240	1200	3000	2900	1100	110	100	34	21	740
1989	10	10	110	610	2400	1800	1400	450	90	26	23	12	578
1990	45	35	280	720	2100	1400	1200	520	270	43	24	24	560
1991	15	15	200	320	440	2300	1400	670	170	24	25	10	466
1992	12	10	130	480	580	920	1300	310	63	22	15	15	321

Таблица 2

Статистические характеристики стока наносов реки Нарын, кг/с

Параметры*	Месяцы											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X_{cp}	12	16	98	462	1099	1873	1260	662	113	35	21	13
σ	12	9	104	370	1072	1504	856	374	109	36	13	7
C_v	1,00	0,58	1,07	0,80	0,98	0,80	0,68	0,57	0,97	1,04	0,60	0,58
δ	2,23	1,79	20,1	71	206	289	164	72	21,06	7,00	2,43	1,40
r	–	0,52	0,35	0,54	0,73	0,49	0,66	0,54	0,53	0,33	0,42	0,32
$t_{факт}$	–	–1,56	–4,05	–4,92	–2,92	–2,18	1,84	3,32	7,31	3,51	1,88	3,01
$X_{cp} - \delta t_{5\%}$	7	12	57	316	676	1279	922	514	70	21	16	10
$X_{cp} + \delta t_{5\%}$	58	53	519	1954	5420	7940	4713	2171	554	182	72	42

* X_{cp} – среднегодовое значение; σ – среднеквадратическое отклонение; C_v – коэффициент вариации; δ – ошибка среднего; r – коэффициент корреляции смежных месячных данных; $X_{cp} - \delta t_{5\%}$ и $X_{cp} + \delta t_{5\%}$ – доверительный интервал; $t_{факт}$ – фактический коэффициент Стьюдента; $t_{5\%}$ – теоретический коэффициент Стьюдента при уровне значимости 5 %.

Анализ данных таблица 2 показал, что вариация расходов наносов по месяцам находится в пределах от 0,57...1,07

(47 %). Достоверной корреляционной связи между расходами наносов в смежные месяцы не выявлено, кроме рядов за 4 и 5

месяцы ($r = 0,73$). Гипотеза о существенности различий между многолетними рядами данных по месяцам не отвергается на уровне значимости 5 %, кроме данных за 1 и 2, 6 и 7, 10 и 11 месяцы. Проверка проведена на основе сравнения фактического $t_{\text{факт}}$ и теоретического $t_{5\%} = 2$ значения коэффициента Стьюдента для числа степеней свободы $n = 27 + 27 - 2 = 52$. Различия считались существенными при выполнении условия:

$$t_{\text{факт}} > t_{5\%};$$

$$t_{\text{факт}} = \frac{X_p^i - X_{\text{ср}}^{i+1}}{\sqrt{\delta_1^2 + \delta_{i+1}^2}}.$$

Автокоррелограмма расходов наносов (рис. 1) показывает ярко выраженный годовой циклический характер изменения данных, что характерно для гидрологических величин.

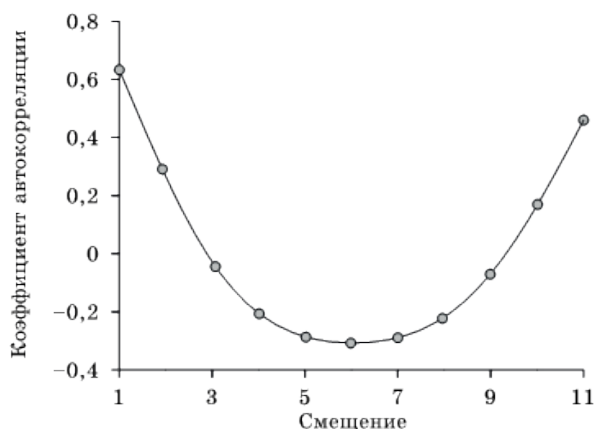


Рис. 1. Изменение коэффициентов автокорреляции между последовательными расходами наносов со сдвигом в месяц

Многолетние ряды расходов наносов по месяцам неоднородны, что свидетельствует о необходимости рассмотрения их как независимые выборки. В данном случае возможно стохастическое моделирование неоднородного Марковского процесса.

Матрицы переходных вероятностей построены для каждого двух смежных расчетных периодов (месяцев). При этом изменяются и диапазоны D состояний для данных переходов (табл. 3). Подсчет частоты переходов, например, из месяца 2 в 3 проводился с учетом того, что в месяце 2 диапазоны состояний кратны 20 кг/с, а в 3 — 260 кг/с. Учитывалось отсутствие различий между многолетними рядами данных за 1 и 2, 6 и 7, 10 и 11 месяцы.

Матрицы переходных вероятностей имеют преимущественно диагональный вид, то есть наиболее вероятно, что система сохранит свое состояние на следующий момент времени. Наличие поглощающих состояний (нулевых элементов) связано с выбором диапазонов состояний и не говорит о недостаточности исходных данных, которые включают весь многолетний цикл продолжительностью 22 года. Кривая обеспеченности среднегодовых расходов наносов показана на рис. 2.

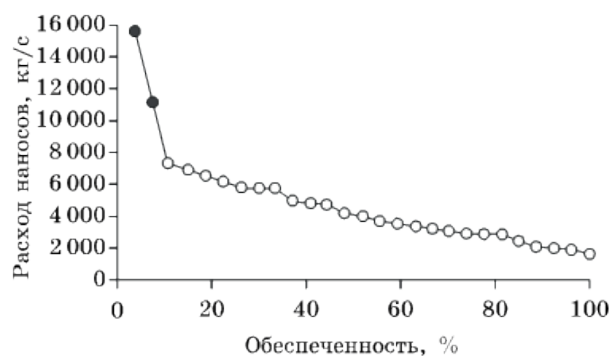


Рис. 2. Кривая обеспеченности среднегодовых расходов наносов: • — максимальные значения с обеспеченностью 4 и 7 %; ○ — значимый диапазон 10...99 %

Максимальные значения с обеспеченностью 4 и 7 % отбракованы при уровне значимости 5 %, так как фактическое значение критерия

Таблица 3

Диапазоны состояний, кг/с

Состояние	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$D_{\text{мин}}$	< 30	< 30	< 260	< 780	< 2600	< 3600	< 2400	< 900	< 270	< 90	< 30	< 30
$D_{\text{макс}}$	> 30	> 30	> 260	> 780	> 2600	> 3600	> 2400	> 900	> 270	> 90	> 30	> 30

$t_{\text{факт}} = 0,32$ и $0,39$ соответственно больше теоретического $t_{5\%} = 0,295$ [8]. Поэтому гипотеза о принадлежности данных к выборке отрицается.

$$\begin{aligned}
 |P_{i,j}|^1 &= \begin{vmatrix} 0,84 & 0,16 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} |P_{i,j}|^2 = \begin{vmatrix} 0,81 & 0,19 \\ 0,50 & 0,50 \end{vmatrix} |P_{i,j}|^3 = \\
 &= \begin{vmatrix} 0,43 & 0,57 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} |P_{i,j}|^4 = \begin{vmatrix} 0,50 & 0,50 \\ 0,35 & 0,65 \end{vmatrix} |P_{i,j}|^5 = \\
 &= \begin{vmatrix} 0,86 & 0,14 \\ 0,67 & 0,33 \end{vmatrix} |P_{i,j}|^6 = \begin{vmatrix} 0,79 & 0,21 \\ 0,30 & 0,70 \end{vmatrix} |P_{i,j}|^7 = \\
 &= \begin{vmatrix} 0,79 & 0,21 \\ 0,11 & 0,89 \end{vmatrix} |P_{i,j}|^8 = \begin{vmatrix} 0,94 & 0,06 \\ 0,46 & 0,54 \end{vmatrix} |P_{i,j}|^9 = \\
 &= \begin{vmatrix} 0,84 & 0,14 \\ 0,75 & 0,25 \end{vmatrix} |P_{i,j}|^{10} = \begin{vmatrix} 0,82 & 0,18 \\ 0,29 & 0,71 \end{vmatrix} |P_{i,j}|^{11} = \\
 &= \begin{vmatrix} 0,75 & 0,25 \\ 0,29 & 0,71 \end{vmatrix}.
 \end{aligned}$$

Представленные матрицы сходятся к предельному состоянию, что подтверждается возведением их в степень. Для $|P_{i,j}|^2$ при возведении в степень 4 матрица принимает постоянный вид:

$$\begin{vmatrix} 0,81 & 0,19 \\ 0,50 & 0,50 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,43 & 0,57 \\ 0,40 & 0,60 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,42 & 0,58 \\ 0,41 & 0,59 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,41 & 0,59 \\ 0,41 & 0,59 \end{vmatrix}.$$

Результат прогноза изменения расходов веществ в течение года при начальном состоянии $|C_{i,j}|^0 = \begin{vmatrix} 1 & 50 \end{vmatrix}$ показан на рис. 3. На следующие моменты времени расходы определяются умножением матрицы состояний на матрицу переходных вероятностей с учетом изменения диапазонов состояний $A_{i,j}^\tau = D_{i,j}^\tau / D_{i,j}^{\tau-1}$: $|C_{i,j}|^\tau = |C_{i,j}|^{\tau-1} \cdot |P_{i,j}|^\tau \cdot A_{i,j}^\tau$.

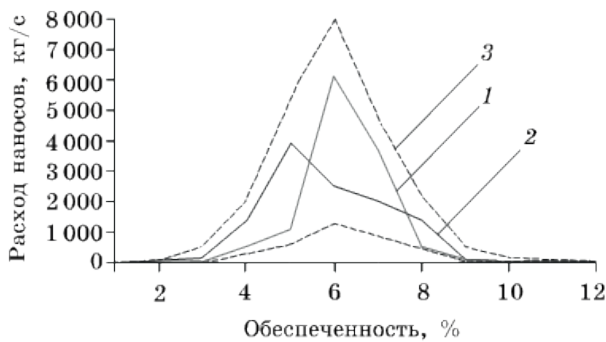


Рис. 3. Прогноз изменения среднемесячных расходов наносов реки Нарын при начальном состоянии: 1 - $C_{0,j} = 50$ кг/с; 2 - $C_{i,0} = 1$ кг/с; 3 - доверительный интервал

Прогнозные значения соответствуют доверительному интервалу фактических данных, что говорит о хорошем соответствии результата прогноза фактическим условиям.

Изменение среднемесячных расходов наносов в течение года имеет вид, характерный для изменения объемов стока воды (рис. 4). Коэффициент корреляции данных характеристик равен $r = 0,94$, что говорит о тесной связи. Учитывая выраженную сезонность стока воды, представляет интерес проверка возможности стохастического моделирования режима наносов по периодам года. Связь осредненных по сезонам расходов наносов по смежным сезонам не достоверная, но несколько теснее чем в отношении месячных расходов (табл. 4).

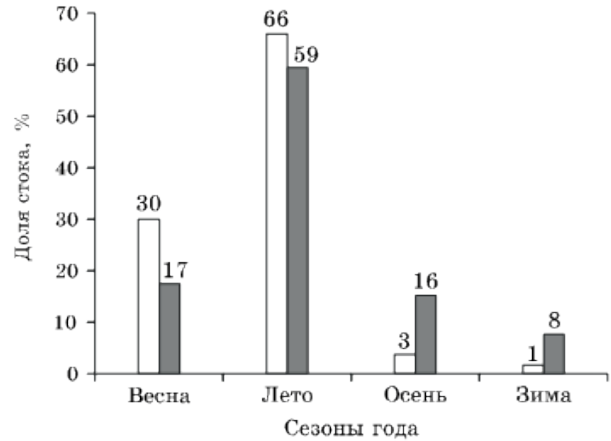


Рис. 4. Изменение расхода наносов и стока воды по сезонам года

Таблица 4
Статистические характеристики рядов средних за сезон расходов наносов, кг/с

Показатель	Сезон			
	Весна	Лето	Осень	Зима
$X_{\text{ср}}$	553	1669	56	13
σ	479	1211	44	8
δ	92,24	233,08	8,39	1,47
r	-	0,60	0,74	0,52
$t_{\text{факт}}^*$	-	-4,45	6,91	5,04

* Теоретическое значение коэффициента Стьюдента $t_{5\%} = 2$ и $t_{0,1\%} = 3,5$ при уровне значимости 5 и 0,1 % соответственно и количестве степеней свободы $n = 52$

Фактическое значение коэффициента Стьюдента для всех парных сравнений сезонных значений превышает теоретические

величины (даже для уровня значимости 0,1 %). Это говорит о существенном отличии рядов. Учитывая представленные в таблице 2 результаты анализа, можно сделать вывод, что сезонное распределение оправдано. В этом случае так же имеет место неоднородная Марковская цепь.

Величина расхода наносов (кг/с) непосредственно учитывает их концентрацию (мг/л) и расход влекущей их воды. Выделение гидрологической составляющей позволяет устранить влияние данного признака на характеристику режима наносов (табл. 5), в частности, не подтверждается достоверность отличия рядов концентраций наносов весной и летом ($t_{\text{факт}} = 0,58 < t_{5\%} = 2$).

Таблица 5

Статистические характеристики рядов средних за сезон концентраций наносов, мг/л

Показатель	Сезон			
	Весна	Лето	Осень	Зима
$X_{\text{ср}}$	1640	1442	184	90
σ	1422	1046	143	51
δ	273,64	201,39	27,43	9,91
$t_{\text{факт}}$	–	0,58	6,19	3,21

Достоверное отличие не подтверждается для сезонов осень и зима при уровне значимости 0,1 %. Это позволяет перейти к выделению только двух периодов весна-лето и осень-зима (табл. 6). Корреляционная связь между рядами становится более тесной ($r = 0,82$) и возможно использование постоянных диапазонов состояний.

Таблица 6

Статистические характеристики рядов средних концентраций наносов, мг/л

Показатель	Сезон	
	Весна-лето	Осень-зима
$X_{\text{ср}}$	1541	185
σ	1108	142
δ	213,23	27,30
$t_{\text{факт}}$	6,31	
r	0,82	

В последнем случае матрица переходных вероятностей, полученная для диапазонов двух состояний в таблице 7 для

рядов концентраций, имеет поглощающее состояние.

Таблица 7

Диапазоны состояний для матрицы концентраций, мг/л

Состояние	1	2
Диапазоны	< 200	> 200

Матрица отражает вероятности изменения концентраций при переходе от сезона весна-лето к сезону осень-зима $|P_{i,j}|^{1,2}$. Поэтому наиболее вероятен переход в первое состояние с низкими концентрациями (менее 200 мг/л):

$$|P_{i,j}|^{1,2} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0,64 & 0,36 \end{vmatrix}.$$

Выводы

Описание режима наносов возможно с помощью неоднородной цепи Маркова.

Требуется учет переменных во времени диапазонов состояний системы и их корреляционной связи.

Переход к прогнозированию концентраций наносов позволяет сократить количество достоверно отличающихся периодов и использовать постоянные диапазоны.

Стохастическое моделирование может применяться для целей мониторинга русловых процессов и заиления водохранилищ.

1. Дегтярева Е. Е. Математическое моделирование транспорта донных отложений с учетом гидродинамических процессов [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.gramota.net/materials/1/2013/1/15.html> (дата обращения 30.03.2014).

2. Пшеникова Н. А. Закономерности образования донных отложений в соленых озерах баргузинской впадины (опыты физико-химического моделирования) [Электронный ресурс]. – URL: <http://conf.nsc.ru/youngconf-2011/ru/reportview/49389> (дата обращения 30.03.2014).

3. Планирование и управление водохозяйственными системами. Введение в методы, модели приложения: монография: [пер. с англ.] / И. ван Бик, П. Лаукс; под ред. М. В. Селеверстовой. – М.: Юстицинформ, 2009. – С.660.

4. Маркин В. Н. Описание процесса из-

менения содержания NO_3 , NH_4 , K_2O в почве во времени // Повышение эффективности мелиорируемых и использования водных ресурсов в мелиорации: сб. трудов. – М: МГМИ, 1987. – С. 9.

5. Маркин В. Н., Костюков И. С. Изучение стохастического процесса изменения концентрации нитратов в грунтовых водах // Комплексные мелиорации: сб. трудов. – М: МГМИ, 1986. – С. 8.

6. Шабанов В. В., Маркин В. Н. Прогноз изменения концентрации биогенов в дренажном стоке // Комплексное мелиоративное регулирование: сб. трудов. – М:

МГМИ, 1988. – С. 9.

7. Биленко В. А. Заиление водохранилищ на реке Нарын [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.planet.elcat.kg/?cont=article&article=6> (дата обращения 16.06.2013).

8. Доспехов А. А. Методика полевого опыта. – М.: Колос, 1979. – 416 с.

Материал поступил в редакцию 07.04.14.

Маркин Вячеслав Николаевич, кандидат технических наук, доцент кафедры комплексного использования водных ресурсов и гидравлики

E-mail: MVNarkin@mail.ru

УДК 502/504:556

Н. ДЖАНДАГИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К. А. Тимирязева», г. Москва

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЯДОВ РЕЧНОГО СТОКА РЕК ИРАНА

В статье рассматривается исследование двух речных бассейнов, расположенных на территории Ирана – Гарасу и Хаблируд. Ряды наблюдений на этих водосборах ограничены 30 годами и содержат небольшое количество сочетаний маловодных и многоводных периодов. Уточнены вероятностные характеристики перспективного водопользования на основе моделирования гидрологических рядов. Получены вероятностные характеристики перспективного водопользования из поверхностных источников и возможного регулирования стока на реках Хаблируд и Гарасу. Проведено сравнение искусственных смоделированных и исходных гидрологических рядов годового стока, рассмотрена степень различия их статистических параметров. Различия между ними устанавливались по величине средних квадратических ошибок исходного ряда наблюдений. Показана высокая (94,7 %) обеспеченность плановой годовой водоотдачи в естественных условиях реки Хаблируд является достаточно высокой, что свидетельствует о достаточности сезонного регулирования стока. Для реки Гарасу обеспеченность плановой годовой водоотдачи составляет всего 70,2 %, что обуславливает необходимость проведения мероприятий по многолетнему регулированию.

Стохастическое моделирование, речной сток, водохранилище, реки Ирана.

The article considers investigation of two river basins situated in the territory of Iran – Garasu and Khablirud. The observation series on these water catchments are limited by 30 years and contain a small quantity of combinations of shallow and high water periods. Probability characteristics are defined for a perspective water use on the basis of simulation of hydrological series. There are obtained probability characteristics of the perspective water use from surface sources and possible flow regulation on the rivers Garasu and Khablirud. Comparison of artificial simulated and initial hydrological series of an annual flow was carried out, the degree of their difference of statistical parameters was considered. Differences between them were established according to the value of quadratic mean errors of the initial series of observations. There was shown a high (94,7 %) provision with a planned annual water yield under the natural conditions of the Khablirud river which confirms a sufficiency of the flow seasonal regulation. For the river Garasu provision with a planned annual water yield is only 70,2 % which stipulates the necessity of arranging measures on the long-term regulation.

Stochastic simulation, river flow, reservoir, rivers of Iran.