УДК 502/504:627.82.034.93

В. Я. ЖАРНИЦКИЙ, А. М. СИЛКИН
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет природообустройства»

ОЦЕНКА УПЛОТНЕНИЯ ТЕЛА ГРУНТОВОЙ ПЛОТИНЫ МЕТОДОМ ВЕРОЯТНОСТНОГО ПРОГНОЗА

По данным эмпирического распределения коэффициента уплотнения грунта в сооружении представляется возможным определить величину осадки тела грунтовой плотины и вероятность ожидаемого события.

Грунтовая плотина; коэффициент (степень) уплотнения; вероятностный метод расчета; характеристики эмпирического распределения, гипотезы о нормальности распределения, гамма-распределении, логарифмически-нормальном распределении, распределении Вейбулла и бэта-распределении, распределение случайной величины, линеаризация формулы, вероятность ожидаемого события.

According to the data of the empiric distribution of the coefficient of the soil consolidation in the structure it becomes possible to determine a value of the soil dam body and probability of the expected event.

Soil dam; coefficient (degree) of consolidation; probabilistic method of estimation; characteristics of empiric distribution, hypotheses on the normality of distribution, gamma-distribution, logarithmical-normal distribution, Weibull distribution and beta-distribution, random distribution, linearization of formula, probability of the expected event.

В материалах Комитета по разрушениям и авариям плотин отмечается, что угрозу безопасности плотин, помимо плохого качества строительных работ, несоответствия грунтовых материалов проектным условиям, недостаточной пропускной способности водосбросных сооружений, создают возможные деформации плотин и их оснований [1 и др.]. Дифференцирование аварий в зависимости от типа плотин и места в сооружении свидетельствует о том, что преобладающая часть аварий произошла на грунтовых плотинах – 77 % от общего числа известных повреждений и разрушений плотин, из них 38 % приходится на тело плотины, 25 % – на основание, 9 % – на водосбросные или водосливные сооружения и 5 % – на разные другие части плотины.

Для грунтовых плотин, помимо обеспечения устойчивости откосов и оснований, приходится решать вопросы предотвращения больших осадок тела самого сооружения. Для предотвращения больших (недопустимых) осадок грунтовые элементы плотин устраиваются с послойным уплотнением грунта с помощью специальных машин (катков). Технологические параметры послойной укладки грунтов (толщина отсыпаемого слоя и число проходок катка по одному следу) устанавливаются опытным путем, который обязательно предшествует основному производственному циклу. С помощью параметров качества и достаточности выполненного уплотнения грунта на соответствие проектным требованиям при использовании современных методов и приемов геотехнического контроля оценивают возможную деформацию (осадку) тела грунтовой плотины.

Прогноз деформации тела плотины выполняют не только для оценки и анализа неравномерностей осадки, установления требуемой величины строительного подъема, но и для уточнения общего количества грунта, укладываемого в сооружение. Для расчета осадок плотины в ней выделяют характерные поперечные и продольные сечения, и в каждом таком сечении намечают несколько расчетных вертикалей, проходящих в различных элементах плотины (в ядре, в переходной зоне, в упорной призме). По намеченным расчетным вертикалям и производят определение осадок.

Использование сложных и трудоемких универсальных методик, учитывающих особенности конструкции, воздействий и нюансы поведения грунтов тела плотины, часто оказывается неэффективным из-за большого разнообразия свойств используемого карьерного грунта и невозможности прогнозировать фактическую степень уплотнения тела плотины, не построив самого сооружения. Поэтому такие расчеты можно выполнять на основе решения линейного уравнения, не прибегая к трудоемким решениям нелинейных уравнений уплотнения грунтов, путем введения упрощающих предположений при схематизации свойств грунта и его деформации или вероятностных методов. При решении практических задач следует рассматривать только такие характеристики грунтов, которые могут быть получены с достаточной степенью надежности.

Чтобы избежать недоуплотнения грунтов в теле плотины, схему контроля качества послойной укладки грунтового материала выполняют по коэффициенту (степени) уплотнения ($k_{\text{com}i} \geq k_{\text{comпроект}}$, где $k_{\text{comпроект}}$ – коэффициент уплотнения, устанавливаемый проектом), т.е. степень уплотнения грунта в образце, слое и в сооружении в целом должна быть не менее проектного требования.

Величина $1 - k_{\text{com}}$ показывает относительное изменение объема грунта. Касте и Санглером получена зависимость, которая устанавливает связь между деформацией тела грунтовой насыпи и степенью уплотнения грунта в ней [3]:

$$S = H_{\text{пл}}\left(1 - 0,3k_{\text{com}} - 0,7\sqrt[3]{k_{\text{com}}}\right), \quad (1)$$

где S – деформация тела грунтового сооружения; $H_{\text{пл}}$ – высота плотины.

Выражение (1) может служить прогнозным определением осадки грунтовой насыпи или ее элементов, подтверждая, что чем больше степень уплотнения грунта, тем меньше будет ожидаемая величина осадки сооружения. Оценка вероятности снижения деформации может быть установлена по выборке значений показателя k_{com}, полученной по результатам оценки послойного уплотнения грунта в теле сооружения.

При разработке и использовании вероятностных методов расчета необходима проверка ряда статистических гипотез (моделей), так как обоснование типа распределения случайной величины с позиции физической сущности модели рассматриваемого процесса является важным и необходимым для объективной оценки вероятности такого события. Использование одной какой-то статистической модели может привести к неверным заключениям и выводам. Значение k_{com} изменчиво в результате влияния на процесс уплотнения грунта множества случайных факторов, в результате чего распределение значений коэффициента уплотнения грунта k_{com} в силу указанных условий не может соответствовать одной статистической модели, иначе говоря, значение k_{com} есть результат случайного процесса (случайная функция от независимых переменных).

Таким образом, представляется возможным следующее: получив выборочные характеристики эмпирического распределения k_{com}, установить распределение величины S (функционально связанной с k_{com}) и метод оценки вероятности ожидаемого значения S.

Предлагается проверять гипотезы о нормальности распределения, о принадлежности выборки гамма-распределению, логарифмически-нормальному распределению, распределению Вейбулла и бэта-распределению [1–7].

В силу предположения о том, что значение k_{com} изменчиво в результате влияния на процесс случайных факторов, воздействие которых носит аддитивный характер и в совокупности никакой из факторов нельзя считать ведущим, можно считать, что распределение k_{com} в силу указанных условий описывается предельной теоремой, т. е. является асимптотически нормальным (рис. 1).

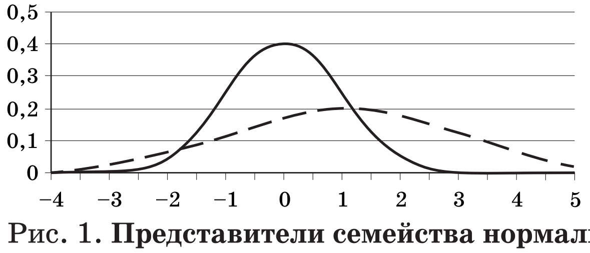

Рис. 1. **Представители семейства нормального распределения**

Гипотеза о гамма-распределении имеет следующее логическое объяснение (рис. 2). Пусть характеристика некоторого технологического процесса k_{com} является результатом n-кратного циклического воздействия, интенсивность воздействия каждого цикла описывается постоянной величиной λ. Результат каждого j-го цикла описывается значением характеристики k_{com}^{j}, распределение которой имеет экспоненциальное распределение. Таким образом, характеристика $k_{com} = k_{com}^{1} + k_{com}^{2} + {}$ $+ \ldots k_{com}^{n}$ будет иметь гамма-распределение с параметрами λ и $\eta = n$. (Такой подход реализуется в теории массового обслуживания, предложенный Эрлангом.)

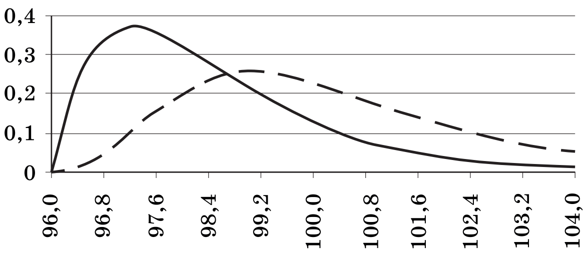

Рис. 2. **Представители семейства гамма-распределения**

Логарифмически-нормальное распределение описывает закономерность, реализующуюся при возможности представить значение случайной величины k_{com} в виде $k_{com} = k_{com}^{1} \cdot k_{com}^{2} \cdot \ldots \cdot k_{com}^{n}$, где k_{com}^{1} – характеристики случайных независимых факторов, распределения которых имеют конечные моменты и удовлетворяют некоторым условиям (рис. 3).

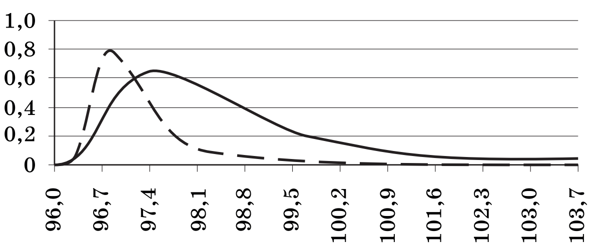

Рис. 3. **Представители семейства логнормального распределения**

В математической теории надежности распределение Вейбулла описывает, например, длительность безотказной работы агрегата, интенсивность выхода из строя которого выражается формулой (рис. 4):

$$h(t) = \frac{\eta}{\sigma}\left(\frac{t}{\sigma}\right)^{\eta - 1},$$

где t – время.

Поскольку в результате проведения мероприятий по уплотнению грунта показатель k_{com} может необратимо увеличиваться (как параметр t), то верно предположение: интенсивность – условная вероятность того, что окончание работ по уплотнению грунта (т. е. достижения значения из интервала k_{com}, $k_{com} + \Delta k_{com}$) произошло при условии достижения значения k_{com} в режиме уплотнения. Если такая условная вероятность описывается как

$$h(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \frac{\eta}{\sigma}\left(\frac{x - k_{\text{проект}}}{\sigma}\right)^{\eta - 1},$$

где $F(x)$ – функция распределения случайной величины k_{com},

то распределение k_{com} описывается как распределение Вейбулла.

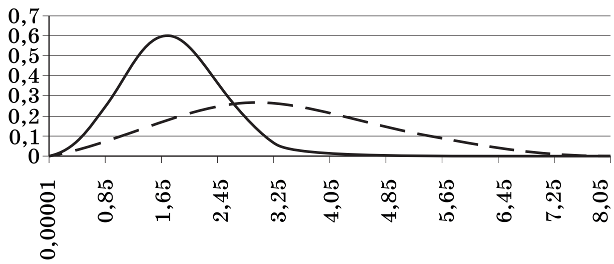

Рис. 4. **Представители семейства распределения Вейбула**

Выбор бэта-распределения оправдан тем, что оно описывает закономерности появления величин, которые не могут принимать значения вне некоторого ограниченного множества: $k_{comпроек} \le k_{com} \le$ $\le k_{comпред}$ (рис. 5).

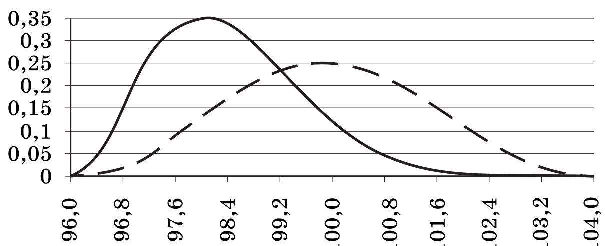

Рис. 5. **Представители семейства бэта-распределения**

Вторым этапом является построение плотности распределения S. Если случайная величина k_{com} имеет плотность распределения $f = f(x)$, случайная величина S определяется как $S = h(k_{com})$, где $h(k_{com})$ – строго монотонная функция, то плотность распределения случайной величины $Sp(t)$ определится так:

$$p(t) = f(h^{-1}(t)) \cdot \left|\frac{dx}{dt}\right|.$$

Для решения задачи в классе элементарных функций выполнена линеаризация формулы (1) методом разложения ее в ряд Тейлора. В результате в окрестности точки $k_{com} = \bar{k}_{com}$ формулу $S = h(k_{com})$ представим в виде

$$S(k_{com}) = H_{пл}\left(A_1 - A_2 k_{com}\right), \qquad (2)$$

где коэффициенты A_1 и A_2 определяются так:

$$A_1 = 1 - 0,7\left(\sqrt[3]{\bar{k}_{com}}\,\frac{2}{3}\right);$$

$$A_2 = 0,3 + \frac{0,7}{3\sqrt[3]{\bar{k}_{com}^2}}. \qquad (3)$$

Плотность распределения случайной величины $Sp(t)$ зависит от плотности распределения случайной величины $k_{com}\,f(x)$:

$$p(t) = f\left(\frac{A_1}{A_2} - \frac{t}{A_2 H_{пл}}\right)\cdot\frac{1}{A_2 H_{пл}}.$$

Для каждой гипотезы получена расчетная формула нахождения вероятности достижения ожидаемых значений S. В этих формулах значения функций вычисляются с помощью программного обеспечения MicrosoftExcel.

Если принимается статистическая гипотеза о нормальном распределении k_{com} с параметрами ($\bar{x}$; σ), то

$$\mathrm{P}\left(0 \le S \le s_2\right) = 1 - \Phi\left(\frac{A_1 H_{пл} - s_2 - H_{пл}\bar{x}A_2}{\sigma A_2 H_{пл}}\right), \qquad (4)$$

где $\Phi(x)$ – функция распределения стандартного нормально закона.

Если принимается статистическая гипотеза о гамма-распределении k_{com} с параметрами (η; λ), то

$$\mathrm{P}\left(0 \le S \le s_2\right) = 1 - \mathrm{F}\left(\frac{H_{пл}A_1 - s_2}{H_{пл}A_2} - k_{проект}, \eta, \lambda\right), \qquad (5)$$

где $\mathrm{F}\left(x, \eta, \lambda\right) = \dfrac{\lambda^{\eta}}{\Gamma(\eta)}\int\limits_0^x t^{\eta-1}e^{-\lambda t}dt$; $\Gamma(\eta) = \int\limits_0^{\infty} t^{\eta-1}e^{-t}dt.$

Если принимается статистическая гипотеза о логарифмически-нормальном распределении величины k_{com} с параметрами (μ; σ; ε), то

$$\mathrm{P}\left(0 \le S \le s_2\right) = 1 - \mathrm{F}\left(\frac{H_{пл}A_1 - s_2}{H_{пл}A_2}, \mu, \sigma, k_{проект}\right), \qquad (7)$$

где $\mathrm{F}\left(x, \mu, \sigma, \varepsilon\right) = \int\limits_{\varepsilon}^{x}\dfrac{\eta}{\sqrt{2\pi}\,\sigma\,(t-\varepsilon)}\exp\left[-\dfrac{\left(\ln(t-\varepsilon)-\mu\right)^2}{2\sigma^2}\right]dt$.

Если принимается статистическая гипотеза о бэта-распределении величины k_{com} с параметрами (α; β) на отрезке [$k_{compпроек}$; $k_{compпред}$], то

$$\mathrm{P}(0 \le S \le s_2) = 1 - \mathrm{F}\left(\left(\frac{H_{пл}A_1 - s_2}{H_{пл}A_2}\right), \alpha, \beta, k_{compпроект}, k_{compпред}\right), \qquad (8)$$

где

$$\mathrm{F}\left(x, \alpha, \beta, k_{compпроект}, k_{compпред}\right) = \int\limits_{k_{compпроект}}^{x}\frac{1}{(k_{compпред} - k_{compпроект})}\cdot \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\cdot\left(\frac{t - k_{compпроект}}{k_{compпред} - k_{compпроект}}\right)^{\alpha-1}\left(1 - \frac{t - k_{compпроект}}{k_{compпред} - k_{compпроект}}\right)^{\beta-1}dt.$$

Проверка соответствия статистических гипотез конкретной выборке коэффициентов уплотнения k_{com}, полученной по результатам послойной укладки грунта в тело сооружения, целесообразно выполнять путем численного решения оптимизационной задачи, где целевой функцией (мерой расхождения) является непараметрический критерий Пирсона [7] . Использование параметрических критериев исключается, так как все данные рассматриваемой выборки случайных величин k_{com} должны соответствовать нормальному закону. Непараметрические критерии проверяют свойства гипотетического распределения, которые не сводятся к значениям параметров идентичности и не требуют знания типа распределения выборки случайных величин. Среди прочих непараметрических критериев критерий Пирсона предпочтителен тем, что не требует создания специальных подпрограмм и определяется простыми арифметическими операциями.

Гипотеза принимается в случае, если расчетное значение критерия Пирсона оказывается меньше, чем значение границы 100α-процентного множества возможных значений статистики, попадание в которое маловероятно.

Выводы

Имея конкретную выборку коэффициентов (степени) уплотнения, полученную по результатам послойной укладки грунта в тело плотины, представляется возможным определить величину осадки тела грунтовой плотины и вероятность ожидаемого события.

1. **Жарницкий В. Я.** Обеспечение качества и надежности каменно-земляных плотин при строительстве. – Иваново: изд-во ИГЭУ, 2005.–156с.

2. **Егоров В. Н., Коровин Д. И.** Статистические проблемы моделирования надежности производственных систем // Вестник ИГУ. – 2000. – Вып. 4. – С.67–72.

3. **Косте Ж., Санглера Г.** Механика грунтов: практический курс; перевод с франц. В.А. Барвашова/ Под ред. Б.И. Кулачкина. – М.: Стройиздат, 1981. – 455 с.

4. **Крамер Г.** Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.

5. **Севастьянов Б. А.** Курс теории вероятностей и математической статистики. – М.: Наука, 1982. – С. 236–239.

6. **Хан Г., Шапиро Г.** Статистические модели в инженерных задачах. – М.: Мир, 1969. – 395 с.

7. **Harter H. L.** New Tables of the Incomplete Gamma-Function Ratio and of Percentage Points of the Chi-square and Beta Distributions: Aerospace Research Laboratories. – U.S.Air Force, 1964. – 245 p.

Материал поступил в редакцию15.03.12.

Жарницкий Валерий Яковлевич, *доктор технических наук, профессор кафедры «Экспертиза и управление недвижимостью»*
Тел. 8-905-720-30-72
E-mail: Zharnitskiy@msuee.ru
Силкин Александр Михайлович, *доктор технических наук, профессор кафедры «Основания и фундаменты»*
Тел. 8-916-510-43-64

УДК 502/504:627.8

О. Д. РУБИН, С. П. НОВИКОВ
Открытое акционерное общество
«Научно-исследовательский институт энергетических сооружений», Москва

РАСЧЕТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НАПЛАВНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БЛОКОВ ДЛЯ СЕВЕРНОЙ ПРИЛИВНОЙ ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ

Приведены результаты расчетов напряженно-деформированного состояния и прочности железобетонных наплавных блоков приливных электростанций методом конечных элементов, в том числе с учетом сейсмических воздействий. Обосновано предложение по установке наплавных блоков на подводное основание без его предварительной подготовки.

Приливные электростанции, железобетонные наплавные блоки, установка без предварительной подготовки на основание, метод конечных элементов, задачи теории упругости, напряженно-деформированное состояние, обоснование проектных решений.

There are given estimation results of the mode of deformation and strength of reinforced float-on blocks of tidal power stations by the finite-element method including taking seismic impacts into consideration. The proposal is substantiated on installation of float-on blocks on the submerged base without a preliminary preparation.

Tidal power stations, reinforced concrete float-on blocks, installation without a preliminary preparation on the base, finite-element method, tasks of theory of elasticity, mode of deformation, substantiation of design decisions.

Наплавной блок, разработанный в проекте Северной приливной электростанции, представляет собой доковую конструкцию. Внешняя стенка блока имеет толщину 50 см, внутренняя – 30 см, переборки толщиной 30 см располагаются с шагом 5 м. В верхней части конструкции предусмотрены поперечные ригели высотой сечения 5 м и шириной 30 см, располагаемые также с шагом 5 м. Верх