

В.А. ФАРТУКОВ, М.В. ЗЕМЛЯНИКОВА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева, Институт мелиорации, водного хозяйства и строительства имени А.Н. Костякова, г. Москва, Российская Федерация

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ВОДНОГО ПОТОКА ПРИ СОПРЯЖЕНИИ БЬЕФОВ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ

Представлено определение структуры решения колебательного движения воды при сопряжении бьефов. Приведен анализ гипотез образования различных форм свободной поверхности потока, а также условий образования гидравлического прыжка в русле водного потока. Было установлено пять гипотез, определяющих потерю энергии водного потока в гидравлическом прыжке при сопряжении бьефов гидротехнических сооружений. По результатам анализа было установлено наличие колебательного процесса, образованного незамкнутым объемом массы воды. Приведен асимптотический метод при расчетах в области экстремальных параметров как наиболее эффективный. Дана оценка устойчивости решения дифференциального уравнения, описывающего стационарные нелинейные колебания в нижнем бьефе согласно теории А.М. Ляпунова. В основе теории, описывающей колебательный характер движения воды, лежит уравнение Бальтазара Ван дер Поля. Проведенный качественный анализ уравнения Ван дер Поля позволил определить фактор, оказывающий влияние на формирование колебательного движения водного потока. Полученные результаты позволяют получать достоверные инженерные решения по расчету параметров колебательного движения водного потока на основе асимптотических методов.

Гидравлический прыжок, форма свободной поверхности, колебательное движение, асимптотический метод расчета.

Введение. Анализ форм свободной поверхности потока позволяет установить, при каких условиях образуется отогнанный или затопленный прыжок и его длину. Однако образование той или иной формы гидравлического прыжка (крутой, пологий, с вальцами), макро и микропроцессы, возникающие

в прыжке, определяющие потери энергии, еще не полностью описаны [1, 2, 3, 4, 6, 9, 10].

Цель работы – определение структуры решения дифференциального уравнения, описывающего колебательное движение водного потока в зоне гидравлического прыжка асимптотическими методами.

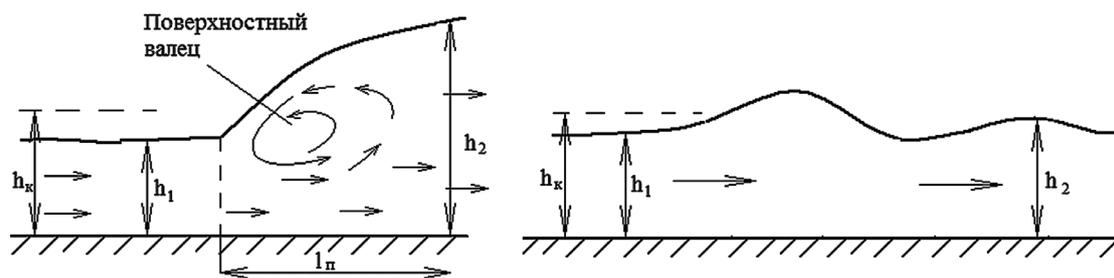


Рис. 1. Схема формирования гидравлического прыжка

Материалы и методы исследований. При проведении исторического экскурса можно заключить, что существует несколько гипотез, поясняющих причины потери энергии в гидравлическом прыжке. Так в разное время исследователи выдвигали следующие гипотезы:

1. Потеря энергии водного потока в гидравлическом прыжке происходит

из-за трений, возникающих на стенках русла (Буссинеск Ж.В.) [2,5];

2. Потеря энергии происходит при внезапном изменении скорости и глубины потока, которые образуют «удар» [2, 9];

3. Потеря энергии происходит за счет образования вальцов (Ребок Т.) [10]. Исследователь приводит эмпирическую формулу, которая определяет объем вальцов W ,

образующийся падением некоторого количества воды Q с высоты H .

$$W = k \cdot Q \sqrt{H/g},$$

где коэффициент k изменяется в широких пределах (3,6-7,2).

Энергия, образованная этим вальцом, определяется:

$$E = \gamma \cdot Q \cdot H$$

Общий вид формулы Ребока [10], а также большой диапазон изменения коэффициента k и принятие замкнутой и эллиптической формы вальца показывают приближенную оценку потерь энергии водного потока в гидравлическом прыжке;

4. Образование турбулентности, образование вихревых и поперечных течений. Величина энергетических потерь в гидравлическом прыжке зависит от степени турбулентности и соотношения скоростного потока $V^2/2g$ и начальной глубины h ;

5. Потеря энергии объясняется поднятием дополнительного расхода, т.е. образовавшийся валец является источником потерь энергии. Происходит разделение расхода потока на две части: основная соответствует основному направлению потока и обратная – обратному направлению движения потока. Обратный поток поднимается вверх и падает в основной поток, образуя некоторый колебательный процесс.

Результаты исследований. Исходя из этого, можно заключить, что потеря энергии водного потока в гидравлическом прыжке состоит из двух частей:

- потеря энергии при переходе из механической энергии в тепловую энергию (влияние гидравлических сопротивлений);

- потеря энергии в результате подъема массы воды на высоту выше динамической оси потока перед прыжком и возврат её (массы) в основной поток.

Трудность определения величины потерь энергии водного потока, определяется возникающими различными явлениями в нем, образованием колебательных и автоколебательных процессов.

Основной причиной возбуждения автоколебаний являются гидравлические сопротивления, порождаемые трением на границе двух сред вода-стенка русла. Появление

сил трения на границе вода-стенка русла больше при меньших значениях скорости течения водного потока, чем при больших значениях скорости потока. Возникновение переменной составляющей силы трения, совпадающей по направлению движения водного потока, приводит к образованию неустойчивых колебаний. Подобное явление было замечено голландским ученым Балтазаром Ван дер Поль [12] при исследовании движения деревянного бруска на пружине, лежащего на движущейся резиновой ленте. Во время движения ленты брусок совершал колебания, которые были неустойчивыми. Общий вид уравнения автоколебаний имеет следующий вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \varepsilon(1-x^2)\frac{dx}{dt} + x = 0, \quad (1)$$

где x – координата положения, ε – некоторая положительная постоянная.

Качественный анализ уравнения (1) показывает, что при $x^2 < 1$, коэффициент при члене $\frac{dx}{dt}$, описывающий трение, отрицателен, что приводит к образованию колебания. Рост колебания увеличивает координаты x и при значениях $x^2 > 1$, трение становится положительным, тем самым происходит снижение амплитуды колебаний – x . Противоположные направления колебаний замедляются, движение неограниченно приближается к колебанию с постоянной амплитудой, происходит уравнивание и снижение влияния x^2 .

Аналогичные процессы наблюдаются и других неконсервативных средах, в том числе при сопряжении двух водных потоков разного энергетического состояния. К таким сопряжениям водных потоков относится случай сопряжения уровней верхнего и нижнего бьефа при пропуске паводковых и других вод через водопроводные гидротехнические сооружения. Возникающие при этом колебательные движения, порождаемые трением на границе двух сред вода-русло, представляют собой неустойчивое колебание и совпадают с описанием автоколебания. Определение параметров автоколебательного процесса, таких как амплитуда, фаза, длина волны, сложно и решать эту задачу необходимо асимптотическими методами. Асимптотические методы очень эффективны при расчетах в области экстремальных параметров. Обычные методы численного

интегрирования не позволяют проводить вычисления при числе переменных, входящих в состав уравнения более пяти, а число независимых переменных должно быть не более трёх.

Асимптотические методы позволяют определить структуру решения, математическую и физическую основу для проведения инженерных решений. Однако основной проблемой асимптотического метода является неравномерность разложения уравнения в ряд, а также появление секулярных членов, которые стремятся к бесконечности при $t \rightarrow \infty$. Устранение секулярных членов решается путем введения новой переменной $\tau = \omega t$, разложенной по степеням малого параметра μ [1, 8]. Устойчивость решения определяется согласно теории А.М. Ляпунова. Суть теории А.М. Ляпунова заключается в понятии близости начальных траекторий движения, не расходящихся во времени движения [8].

Исходя из этого, определилась структура решения уравнения (2) описывающего стационарные нелинейные колебания, порождённые трением на границе вода-стенка русла при сопряжении бьефов [7].

$$\begin{aligned} & \frac{d\zeta}{dt} - \mu \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{d\zeta}{dt} + \\ & + \mu \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 - \mu^2 \cdot \frac{4}{9} \cdot \zeta \cdot \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 + \\ & + \mu^2 \cdot \frac{5}{36} \cdot \zeta^2 - \mu^2 \cdot \frac{\zeta}{18} + \mu \cdot \frac{\zeta}{3} = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

В этом уравнении приняты следующие условные обозначения: $\zeta = h_2 - h_1$, h_1 и h_2 – соответственно, первая и вторая сопряженные глубины, $\mu = 1/h^2$ – малый параметр, h – среднее значение второй сопряженной глубины, $h_{kp} = q^2/g$, q – удельный расход на рисберме.

Сомножитель при первой производной $\mu^{3/2} \cdot \frac{4 \cdot h^{3/2}_{kp}}{3} \cdot \frac{d\zeta}{dt} + \mu \cdot \frac{4}{3}$ характеризует трение, возникающее на границе вода – русло, которое является генератором колебательного движения воды. При положительном его значении происходит снижение амплитуды колебания ζ , а при отрицательных значениях происходит ее нарастание. Изменение знака приводит к замедлению колебания, то есть:

$$\mu^{3/2} \cdot \frac{4 \cdot h^{3/2}_{kp}}{3} \cdot \frac{d\zeta}{dt} + \mu \cdot \frac{4}{3} < 1.$$

Выводы

1. Структура решения дифференциального уравнения, описывающего колебательный процесс в зоне гидравлического прыжка асимптотическими методами, включает в себя разложение членов уравнения по степеням, методом малого параметра, проверку на устойчивость решения по теории А.М. Ляпунова и устранение секулярных членов.

2. Определена кривая, показывающая возрастание параметра ζ , асимптотически приближающегося к некоторой границе, не достигая её, тем самым определяя колебательный характер движения.

3. Установлена возможность построения алгоритма расчета колебательного процесса, возникающего в гидравлическом прыжке на основе асимптотических методов расчета. Определенная структура расчета позволяет получить достоверные инженерные решения параметров колебательного движения воды в зоне гидравлического прыжка (амплитуда, длина, фаза волны).

Библиографический список

1. Ахутин А.Н. Специальный курс гидравлики: учебник. – М.-Л.: ОНТИ, 1935. – 214 с.
2. Андрианов И.В., Баранцев Р.Г., Маневич Л.И. Асимптотическая математика и синергетика: Путь к целостной простоте. Изд. 2-е. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 304 с.
3. Вызго М.С. Об исследованиях длины совершенного незатопленного гидравлического прыжка. // Гидротехническое строительство. – 1965. – № 8. – С. 69-72.
4. Гришанин К.В. Пульсация давления на дне потока при сопряжении бьефов по типу донного затопленного прыжка. // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1968. – № 7. – С. 31-36.
5. Гунько Ф.Г. Классификация форм сопряжения бьефов в пространственных условиях для случаев плотин с уступом при гладком водобое и без уступа при наличии водобойной стенки. т. 71. / Изв. ВНИИГ им. Веденеева. – 1962. – С. 39-59.
6. Пособие по гидравлическим расчётам малых водопропускных сооружений. / ред. Г.Я. Волченкова. – М.: Транспорт, 1992. – 408 с.
7. Земляникова М.В., Фартуков В.А. Диссипация энергии водного потока

в нижнем бьефе. / Сб. материалов XXXIX Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы в современной науке и пути их решения». – М.: Евразийский союз ученых (ЕСУ), 2017. – С. 56-60.

8. **Ланда П.С.** Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2016. – 360 с.

9. Руководство по гидравлическим расчётам малых искусственных сооружений и русел. – 3-е изд., перераб. и доп: утв. «ГИПРОТРАНСТЭИ» МПС: введ. в действие с 01.01.1967. – М.: Транспорт, 1967. – 168 с.

10. **Rehbock T.** Bekämpfung der Sohlenauska lung bei Wehredurch Zahnschweller, ZVDI, № 44, 1925

11. **Stevens I.C.** “Engineering News Record” № 23, 1925, p. 928

12. Van der Pol B. A theory of the amplitude of free and forced triode vibration// Radio review, 1920. № 1. p. 701-712.

Материал поступил в редакцию 05.12.2018 г.

Сведения об авторах

Фартуков Василий Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры гидротехнические сооружения, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева; 127550, г. Москва, ул. Б. Академическая д. 44; e-mail: vasfar@mail.ru

Земляникова Марина Владимировна, кандидат технических наук, профессор кафедры гидрологии, гидрогеологии и регулирования стока, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева; 127550, г. Москва, ул. Прянишникова, д. 19; e-mail: vasfar@mail.ru

V.A. FARTUKOV, M.V. ZEMLYANNIKOVA

Federal state budgetary educational institution of higher education «Russian state agrarian university – MAA named after C.A. Timiryazev», Institute of land reclamation, water economy and building named after A.N. Kostyakov, Moscow, Russian Federation

ASYMPTOTIC METHOD OF CALCULATING FLOW PARAMETERS AT CONJUGATING POOLS OF HYDRAULIC STRUCTURES

There is given a definition of the solution structure of water oscillatory motion at the conjugation of pools. The analysis of the formation hypotheses of various forms of the free flow surface as well as conditions of formation of the hydraulic jump in the flow channel is given. Five hypotheses were established that determine the loss of energy of the water flow in the hydraulic jump under conjugating pools of hydraulic structures. According to the analysis results the availability of the oscillatory process formed by an open volume of water mass was established. The asymptotic method is given in the calculations in the field of extreme parameters as the most effective. The stability assessment is given for solution of a differential equation describing stationary nonlinear oscillations in the downstream according to A.M. Lyapunov. The theory describing the oscillatory nature of water movement is based on the Balthazar Van der Pol equation. The qualitative analysis of the van der Pol equation made it possible to determine a factor influencing the formation of the oscillatory motion of water flow. The received results make it possible to obtain reliable engineering solutions for calculating parameters of the oscillating motion of water flow based on asymptotic methods.

Hydraulic jump, free surface shape, oscillatory motion, asymptotic calculation method.

References

1. **Akhutin A.N.** Sopetsialny kurs gidravliki: uchebnik. – M-L.: ONTI, 1935. – 214 s.

2. **Andrianov I.V., Barantsev R.G., Manevich L.I.** Asimptoticheskaya matematika i sinergetika: Put k tselostnoj prostote. Izd. 2-e. – М.: Knizhny dom «LIBROCOM», 2009. – 304 s.

3. **Vyzgo M.S.** Ob issledovaniyah dliny sovershennogo nezatoplennoogo gidravlicheskoogo pryzhka. // Gidrotehnicheskoe stroitelstvo. – 1965. – № 8. – S. 69-72.

4. **Grishanin K.V.** Pulsatsiya davleniya na dne potoka pri sopryazhanii bjefov po tipu donnogo zatoplennoogo pryzhka. // Izvestiya vuzov. Stroitelstvo i arhitektura. – 1968. – № 7. – S. 31-36.

5. **Gunko F.G.** Klassifikatsiya form sopryazheniya bjefov v prostranstvennyh usloviyah dlya slychaev plotin s ustupom pri gladkom vodoboe i bez ustupa pri nalichii vodobojnoj stenki. t.71. / Izv. VNIIG im. Vedeneeva. – 1962. – S. 39-59.

6. Posobie po gidravlicheskim raschetam malyh vodopropusknyh sooruzhenij. / red. G.Ya. Volchenkova. – M.: Transport, 1992. – 408 s.

7. **Zemlyannikova M.V., Fartukov V.A.** Dissipatsiya energii vodnogo potoka v nizhnem bjeфе. / Sb. materialov XXXIX Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferentsii «Aktualnye problem v sovremennoj nauke i puti ih resheniya». – M.: Evrazijskiy soyuz uchenyh (ESU), 2017. – S. 56-60.

8. **Landa P.S.** Avtokolebaniya v sistemah s konechnym chislom stepenej svobody. – M.: Knizhny dom «LIBROKOM», 2016. – 360 s.

9. Rukovodstvo po gidravlicheskim raschetam malyh iskusstvennyh sooruzhenij i rusel. – 3-e izd., pererab. i dop. utv. «GIPROTRANS-TEI» MPS: vved. v dejstvie s 01.01.1967. – M.: Transport, 1967.

10. **Rehbock T.** Bekämpfung der Sohlenauska lkung bei Wehredurch Zahnschweller, ZVDI, No. 44, 1925

11. **Stevens I.C.** “Engineering News Record” No. 23, 1925, p. 928

12. **Van der Pol B.** A theory of the amplitude of free and forced triode vibration // Radio review, 1920. No 1. p. 701-712.

The material was received at the editorial office
05.12.2018 g.

Information about the authors

Fartukov Vasilij Aleksandrovich, candidate of technical sciences, associate professor of the Department of hydrotechnical structures, “Russian state agrarian University – MAA named after C.A. Timiryazev”, Moscow, 12550, ul. Pryanishnikova, d. 19; e-mail: vasfar@mail.ru

Zemlyannikova Marina Vladimirovna, candidate of technical sciences, professor of the Department hydrology, hedrogeology and flow regulation, Federal state budgetary educational institution of higher education “Russian state agrarian University – MAA named after C.A. Timiryazev”, Moscow, 12550, ul. Pryanishnikova, d. 19, e-mail: vasfar@mail.ru

УДК 502/504:69.035.4:539.31

DOI 10.34677/1997-6011/2019-2-100-105

И.Ж. АТАБИЕВ, У.И. АТАБИЕВ, А.Н. КЛЮЕВ, Т.В. НЕКРАСОВА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева», г. Москва, Российская Федерация

ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ИЗ-ПОД ВОДОБОЯ С ГЕОМЕМБРАНОЙ В ОСНОВАНИИ

Статья посвящена проблеме фильтрационных исследований. Проведен фильтрационный расчет и анализ противофильтрационной геомембраны подземного контура гидротехнических сооружений. Для определения коэффициентов сопротивления области фильтрации противофильтрационной геомембраны в основании подземного контура, преобразовано комформное отображение области коэффициента сопротивления (ζ), на комплексный потенциал фильтрации. Рассчитан коэффициент сопротивления. при использовании аналитической связи, расчетных схем противофильтрационного экрана, в основании с проницаемым креплением, с любой другой областью простейшего очертания с известными. Произведя простые преобразования, принимая последовательно, что $x \rightarrow (-\infty)$ и $x \rightarrow (+\infty)$, получим соответственно $\Psi_r \rightarrow \infty$ и $\Psi_r \rightarrow q_r$, исходя из этого максимальный градиент напора, найдём приравняв первую производную к нулю. Полученная зависимость имеет такую же структуру, что и известная формула Р.Р. Чугаева для выходного уступа и шпунта, полученная им на основании гидромеханического решения С.Н. Нумерова. При практических соотношениях $\frac{t}{T_1} \leq 0.3$ коэффициент сопротивления на выходе из-под горизонтального экрана будет на 10% ниже, чем для уступа. Уменьшился напор в конце подземного контура, до $\delta \Delta h = 45\%$, при этом – выходные градиенты снижаются на $\delta(Y) = 41...53\%$.

Фильтрационный поток, шпунт, обтекание, завеса, геомембрана, горизонтальный экран, гидротехнические сооружения.