

Оригинальная статья

<https://doi.org/10.26897/1997-6011-2024-4-108-114>

УДК 556.3: 004.032.26



ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ ПОДЗЕМНЫХ ВОД С ПОМОЩЬЮ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Т.А. Шаташвили^{1✉}, М.Ю. Бадекин², Д.М. Бенин³, Н.Н. Ивахненко³, Н.А. Коноплин³¹ ФГБОУ ВО «Донецкий национальный университет экономики и торговли имени М. Туган-Барановского»; 283048, г. Донецк, ул. Шорса, 31, Россия² ФГБОУ ВО «Донецкий национальный университет»; 283001, г. Донецк, ул. Университетская, 24, Россия³ ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева»; 127434, г. Москва, ул. Тимирязевская, 49, Россия

Аннотация. Исследована возможность решения обратной задачи с помощью искусственных нейронных сетей. Для демонстрации подхода рассматривается пример, состоящий из аналитической модели переноса загрязняющих веществ из точечного источника в стационарном поле потока. Модель использовалась для моделирования поведения систем подземных вод при различных значениях коэффициента дисперсии. Далее набор контролируемых многослойных нейронных сетей прямого распространения обучали оценке, определению, подбору параметра, соответствующего заданным историям концентрации. Полученные результаты показали удовлетворительную точность оценок нейронной сети, что подтверждает устойчивость подхода к анализу данных в полевых экспериментах. При обучении четырех искусственных нейронных сетей контролируемого, многослойного и прямого типов установлено, что каждая из них специализировалась в широком диапазоне значений. Это привело к более точным прогнозам по сравнению со случаем обучения одной сети на всем диапазоне значений. Кроме того, в статье показана способность нейронной сети идентифицировать параметр дисперсии при заданной концентрации при влиянии «шума». В результате анализа топологий применяемых нейронных сетей установлено, что для обеспечения удовлетворительного уровня точности расчетов достаточным является наличие 10 скрытых узлов.

Ключевые слова: стационарный поток, математическая модель, нейронные сети, обучение, устойчивость, дисперсия

Формат цитирования: Шаташвили Т.А., Бадекин М.Ю., Бенин Д.М., Ивахненко Н.Н., Коноплин Н.А. Оценка параметров моделей подземных вод с помощью искусственных нейронных сетей // Природообустройство. 2024. № 4. С. 108-114. <https://doi.org/10.26897/1997-6011-2024-4-108-114>

Original article

ASSESSMENT OF PARAMETERS OF GROUNDWATER MODELS USING ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS

Т.А. Shatashvili^{1✉}, M.Yu. Badekin², D.M. Benin³, N.N. Ivakhnenko³, N.A. Konoplin³¹ FSBEI HE «Donetsk National University OF Economics and Trade named after Mikhail Tugan-Baranovsky» 283048, Donetsk, st. Shchorsa, 31, Russia² FSBEI HE «Donetsk State University», 283001, Donetsk, st. Universitetskaya, 24, Russia³ FSBEI HE «Russian State Agrarian University – Moscow Agricultural Academy named after С.А. Timiryazev», 127434, Moscow, str. Timiryazevskaya, 49, Russia

Abstract. The paper investigates the possibility of solving the inverse problem using artificial neural networks. To demonstrate the approach, an example is considered consisting of an analytical model of the transfer of pollutants from a point source to a stationary flow field. The model was used to model the behavior of groundwater systems at different values of the dispersion coefficient. Next, a set of controlled multilayer neural networks of direct propagation was trained to evaluate, determine, and select a parameter corresponding to given concentration histories. The results obtained in the work showed satisfactory accuracy of neural network estimates, which confirms the stability of the approach to data analysis in field experiments. When training four artificial neural networks of a controlled, multilayer and direct type, it was found that each of them specialized in a wide range of values. This led to more accurate predictions compared to the case of training a single network over the entire range of values. In addition, the paper shows the ability of a neural network to identify the dispersion parameter at a given concentration under the influence of “noise”. An analysis of the topologies of the applied neural networks has established that the presence of 10 hidden nodes is sufficient to ensure a satisfactory level of calculation accuracy.

Keywords: stationary flow, mathematical model, neural networks, training, stability, dispersion

Format of citation: Shatashvili T.A., Benin D.M., Badekin M.Yu., Ivakhnenko N.N., Konoplin N.A. Assessment of parameters of groundwater models using artificial neural networks // Prirodoobustrojstvo. 2024. No 4. P. 108-114. <https://doi.org/10.26897/1997-6011-2024-4-108-114>

Введение. В последние годы математические модели часто использовали для моделирования систем подземных вод и анализа их поведения в различных физических сценариях. Множество применений было выполнено в области управления ресурсами подземных вод [1], диффузии морской воды [2], восстановления водоносного горизонта [3], оценки эффективности хранилищ высокоактивных радиоактивных отходов [4]. В силу значительной инерциальной невозможно проводить реальные испытания или мониторинг, поэтому оценка должна основываться на применении прогнозных моделей. В целом эти физически обоснованные модели относятся к типу распределенных параметров, поскольку реакция системы водоносного горизонта определяется уравнениями в частных производных, которые описывают изменение концентрации вещества в зависимости от пространственных координат и времени. Эти уравнения учитывают различные процессы, происходящие в системе: такие, как диффузия, адвекция, дисперсия и химические реакции.

Уравнения в частных производных позволяют моделировать динамику системы водоносного горизонта и предсказывать ее реакцию на различные воздействия. Они широко используются в гидрогеологии, экологии и других областях, где необходимо изучать процессы, происходящие в пористых средах.

Гидравлические параметры и параметры качества воды (вязкость и плотность воды, химический состав, наличие примесей), заложенные в модели, не поддаются прямому измерению с физической точки зрения и должны оцениваться на основе наблюдений гидравлического напора или массовой концентрации. Эта проблема определения параметров модели называется обратной задачей. Она имеет первостепенное значение в процессе моделирования, поскольку способность модели подземных вод прогнозировать поведение водоносного горизонта зависит от надежности и точности оценок указанных параметров. Это связано с тем, что модель подземных вод представляет собой сложную систему уравнений, описывающих физические, химические и биологические процессы, происходящие в водоносном горизонте.

В работе исследовалась возможность решения обратной задачи идентификации параметров с помощью искусственных нейронных сетей (ИНС), представлено исследование потока

подземных вод и переноса загрязняющих веществ из точечного источника в однородном изотропном водоносном горизонте в условиях насыщения. В ходе исследований применялась простая модель, поскольку цель работы заключается только в изучении потенциальной способности ИНС решать обратную задачу и получать оценки параметров, а не в фактическом применении этой методологии для решения данной задачи.

Материалы и методы исследований. В процессе работы сети обучаются распознавать значения параметра модели с помощью наборов данных, приводящих к соответствующему распределению концентрации на выходе. После обучения свойства сети можно использовать для оценки значений параметров модели, соответствующих новым данным концентрации, представленных во время обучения, но все еще в пределах объема пространства входных переменных, охватываемого во время обучения.

Результаты и их обсуждение. Разработка математической модели для описания эволюции системы подземных вод требует решения двух задач: прямой и обратной.

Прямая задача заключается в определении состояния системы подземных вод в определенный момент при известных начальных условиях и параметрах модели. Это позволяет оценить текущее состояние системы и спрогнозировать ее развитие в будущем.

Обратная задача заключается в определении параметров модели, которые наилучшим образом соответствуют наблюдаемым данным о системе подземных вод. Это более сложная задача, требующая применения методов оптимизации и статистического анализа.

Решение обеих задач необходимо для создания точной и эффективной математической модели, которая сможет адекватно описывать эволюцию системы подземных вод и предсказывать ее поведение в различных условиях.

Определение параметров водоносного горизонта осуществлялось эмпирическим путем в предположении того, что водоносный горизонт является однородным и изотропным и существует решение уравнения диффузии в замкнутой форме для основного уравнения. Однако такие методы неприменимы в ситуациях, когда параметры водоносного горизонта меняются в зависимости от местоположения.

В линейном приближении примером методов является метод наименьших квадратов [5]. В нелинейном случае задача пока не получила строгого решения. Этот факт вынуждает применять неоптимальные решения, которые по сути являются локальными минимумами анализируемой функции.

Для решения обратной задачи идентификации параметров разработаны различные методы [6]. Нейман классифицировал эти методы как прямые и косвенные. Косвенный метод основан на критерии выходной ошибки, при котором существующая оценка параметров итеративно улучшается до тех пор, пока отклик модели не станет достаточно близким к измеренному выходному сигналу. Вычисленные выходные значения получаются из решения прямой задачи с помощью значений параметров, оцененных на каждой итерации. Набор «наилучших подходящих» параметров можно найти путем решения задачи оптимизации. Однако если функция ошибок имеет более одного минимума в допустимом множестве решений, этот подход может привести к локальному, а не к глобальному минимуму, как указывалось ранее.

Развитие методов обратного решения затруднено ввиду ряда присущих им трудностей. Это связано с тем, что обратная задача часто является некорректной и характеризуется неоднозначностью и нестабильностью идентифицируемых параметров. Неустойчивость обратного решения обусловлена ошибками наблюдаемых значений зависимых переменных, отражающихся в больших ошибках идентифицируемых параметров. Проблема уникальности связана с концепцией идентифицируемости, рассматривающей вопрос о том, возможно ли вообще получить уникальное решение для неизвестных параметров модели из собранных наблюдений.

Другая сложность, присущая обратной задаче, связана с тем, что количество и качество наблюдаемых данных зачастую недостаточны. Число наблюдений обязательно конечно и ограничено, тогда как пространственная область обычно непрерывна. Для неоднородного водоносного горизонта размерность параметра теоретически бесконечна. На практике пространственные переменные аппроксимируются конечно-разностной схемой или схемой конечных элементов. При этом водоносная система подразделяется на зоны, характеризующиеся постоянными значениями параметров.

В нейронной сети прямого распространения сигнал обрабатывали напрямую от входного слоя к выходному. Каждый узел собирает выходные значения, умноженные на соответствующие веса соединений, со всех узлов предыдущего

уровня с помощью сигмоидальной функции $f(x) = (1 + e^{-x})^{-1}$, и результат доставляется через все связи с узлами последующего слоя.

Значения весов соединений определяли посредством процедуры обучения. В работе использовали обычный алгоритм обратного распространения ошибки, следующий из общего метода градиентного спуска. Этот алгоритм состоит в многократном представлении набора данных ввода-вывода n_p и итеративной корректировке значений весов соединений так, чтобы минимизировать среднеквадратическую функцию ошибки отклонения выходного сигнала или функцию энергии D по всем шаблонам обучения и всем отсутствием выходных данных. D определяли следующим образом:

$$D = \frac{1}{2n_p n_o} \sum_{p=1}^{n_p} \sum_{l=1}^{n_o} (t_{pl} - o_{pl})^2, \quad (1)$$

где t_{pl} и o_{pl} – истинные и предсказанные сетью значения l -го выходного узла для представленного p -го набора данных.

Алгоритм обратного распространения ошибки выполняет крутой спуск по поверхности в пространстве весов, высота которого в любой точке равна соответствующему значению функции ошибок. Точнее на n -й итерации вес w_{ij} каждого соединения обновляется в соответствии с процедурой релаксации:

$$\Delta w_{ij}^{(n)} = -\alpha \frac{\partial D}{\partial w_{ij}} + \eta \Delta w_{ij}^{(n-1)}, \quad (2)$$

где α и η – коэффициенты обучения и импульса соответственно. Первый член в правой части уравнения называется градиентным членом и следует из обычного метода наискорейшего спуска. Второй член – момент импульса – вводит своего рода эффект гистерезиса: в весовом пространстве, где поверхность ошибок D сильно искривлена, градиентный член велик и могут возникнуть колебания значений w_{ij} . Импульс добавляет своего рода память, позволяющую избежать или уменьшить резкие изменения весов:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} C(r, t) = 0, \quad t > 0; \quad (3)$$

$$4\pi\vartheta \int_0^{\infty} Cr^2 dr = M, \quad t \geq 0, \quad (4)$$

где ϑ – объемная доля жидкости, совпадающая с пористостью n , поскольку для простоты мы предполагаем, что поле течения является насыщенным. Это означает, что жидкость заполняет все пространство, в котором она может находиться, и ее движение определяется исключительно внешними силами – такими, как градиент давления или сила тяжести. В таком случае можно использовать упрощенные модели и методы расчета, которые позволяют получить достаточно точные результаты без учета сложных процессов, происходящих в жидкости. Однако стоит отметить, что в реальных условиях поле течения редко бывает полностью насыщенным. Обычно в жидкости присутствуют пузырьки воздуха или другие примеси, которые могут влиять на ее свойства и поведение.

Уравнение (4) представляет собой принцип сохранения массы, утверждающий, что сумма масс растворенного вещества во всей области в любой момент времени равна M . Применяя преобразование Больцмана и вводя соответствующие безразмерные переменные, можно преобразовать уравнение в частных производных в обыкновенное дифференциальное уравнение. Решая последнее с соответствующими преобразованными дополнительными условиями и затем преобразуя обратно к сферическим координатам, получим решение для поля концентрации на расстоянии r от начала координат в момент времени t :

$$C(r, t) = \frac{M / 9}{8(\pi Dt)^{3/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{4Dr}\right). \quad (5)$$

На рисунке 1 показана зависимость r от C/M для заданных значений D и в случае неизменной пористости. С увеличением времени растворенное вещество постепенно распространяется, и максимальная концентрация в источнике становится все меньше. Ввиду линейности уравнений, управляющих этим процессом, полученное решение можно использовать для построения решений других задач, применяя принцип суперпозиции. В общем аналитические решения задач адвекции-дисперсии могут иметь два основных применения. Прежде всего, поскольку аналитические решения обеспечивают точные решения проблем, их можно использовать в процессе калибровки модели и проверки кода программного продукта для машинного обучения. Кроме того, аналитические решения могут использоваться для моделирования некоторых простых испытаний как в полевых, так и в лабораторных условиях, для объяснения наблюдаемых данных и определения значений параметров, связанных с явлением дисперсии.

Благодаря этой процедуре обучения сеть может построить внутреннее представление отношений ввода/вывода, характеризующее исследуемую задачу. Успех обучения сильно зависит от нормализации данных и выбора параметров обучения, а именно коэффициентов обучения и импульса. В данной работе каждую выборку данных передавали в интервале (0,2; 0,8) с помощью аффинного отображения; коэффициенты обучения и импульса были выбраны равными 0,7 и 0,8 соответственно. Более того, веса соединений инициализировали случайным образом в интервале (-0,3; 0,3). После завершения обучения окончательные веса соединений оставляли фиксированными и в сеть передавали новые входные шаблоны, способные вызывать

информацию, хранящуюся в весах соединений во время обучения, для получения соответствующего вывода, согласованного с внутренним представлением входных данных.

Нелинейность сигмоидальной функции в элементах обработки позволяет нейронной сети изучать произвольные нелинейные отображения. При этом каждый узел действует независимо от всех остальных, и его функционирование опирается только на локальную информацию, предоставляемую через соединения, то есть функционирование одного узла не зависит от состояний тех других узлов, с которыми он не связан. Это обеспечивает эффективное распределенное представление и параллельную обработку, а также внутреннюю отказоустойчивость и возможность обобщения.

Рассмотрим бесконечную, однородную и изотропную область, в которой поле потока стационарно, а масса растворенного вещества впрыскивается мгновенно в точку. Тогда общее гидродинамическое дисперсионное уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right), \quad (6)$$

где C – концентрация растворенного вещества в точке (x, y, z) и времени t , а D – коэффициент молекулярной диффузии в пористой среде.

Несмотря на то, что поле течения стационарно, концентрация $C(x, y, z, t)$ является функцией времени. Если предположить, что точечный источник расположен в начале отсчетной

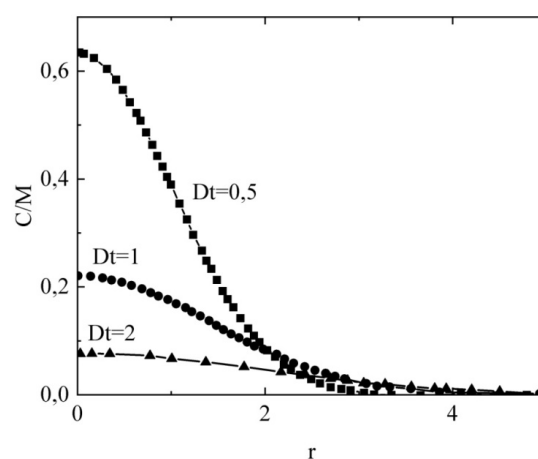


Рис. 1. Серия зависимостей отношения от расстояния r при фиксированном произведении коэффициента молекулярной диффузии D на время t

Fig. 1. A series of dependencies of the ratio on the distance r with a fixed product of the molecular diffusion coefficient D and the time t

декартовой системы, то при переходе к сферической системе координат (r, Θ, φ) , с учетом того, что $\partial C/\partial\Theta = 0$ и $\partial C/\partial\varphi = 0$, уравнение (6) можно переписать как

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{D}{r^2} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial C}{\partial r} \right) \right). \quad (7)$$

Условия задачи задаются начальными и граничными условиями:

$$C(r, 0) = 0, \quad r > 0. \quad (8)$$

Способность сети идентифицировать параметр дисперсии, соответствующий заданной концентрации, была исследована с точки зрения простоты обработки зашумленных данных. Вопрос влияния шума на экспериментальные данные имеет большое значение в обратных задачах, поскольку флуктуации усиливаются в обратном процессе идентификации параметров или исходных условиях. В качестве примера были взяты значения D в диапазоне (1, 10), и все 18 входных данных случайным образом варьировались путем добавления гауссового белого шума с относительным стандартным отклонением в диапазоне от нескольких процентов до 0,1 [7, 8].

На рисунке 2 представлены относительные ошибки, допущенные сетью при прогнозировании значений параметра распределения для 500 зашумленных историй концентрации.

На графике наблюдается удовлетворительная точность оценок сети, что подтверждает

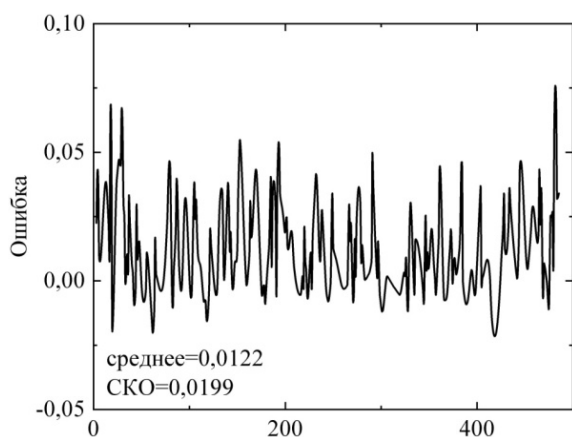


Рис. 2. Относительные ошибки нейронной сети в предсказании параметра дисперсии $1 < D < 10$ в случае зашумленных паттернов.

По оси абсцисс отображается номер набора данных

Fig. 2. Relative errors of the neural network in predicting the dispersion parameter of $1 < D < 10$ in the case of noisy patterns. The abscissa axis displays the dataset number

устойчивость подхода к зашумленным данным, встречающимся в полевых экспериментах. Аналитическую модель, представленную выше, использовали для моделирования наблюдений поля концентрации в водоносном горизонте для различных значений параметра дисперсии.

Полученные концентрации были использованы для обучения нейронных сетей решению обратной задачи идентификации параметров. Для нашего исследования, касающегося точечного источника в поле стационарного потока, для параметра D рассматривали диапазон значений $[0,1; 500]$. Четыре искусственные нейронные сети контролируемого, многослойного, прямого типа были обучены с помощью метода ошибок, для определения значений параметра, создающего заданную историю концентрации. [9, 10]. Каждая сеть специализировалась на определенном поддиапазоне общего диапазона. Точнее одна сеть была обучена на поддиапазоне $[0,1; 1]$, одна – на $[1, 10]$, одна – на $[10, 100]$, последняя – на поддиапазоне $[100, 500]$. Специализация обучения сетей привела к более точным прогнозам по сравнению со случаем обучения одной сети на всем диапазоне значений.

В ходе обучения каждая сеть получила на вход 500 наборов данных, состоящих из 18 входов и одного соответствующего значения на выходе. При этом 18 входных данных были заданы значениями концентрации при $r = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ и $t = 1, 2, 3$ в соответствующих единицах. Выходные данные состояли из значений коэффициента дисперсии D в соответствующем поддиапазоне. С учетом наблюдений оказалось, что подходящим для расчетов есть число из 10 скрытых узлов. Время обучения на персональном компьютере на базе четырех ядерного процессора Intel Core i5-2430M варьировалось от 27 до 35 мин.

После завершения обучения свойства обобщения и предсказательная способность сетей были протестированы на четырех выборках из 500 новых шаблонов, ранее не использовавшихся на этапе обучения. Новый набор данных был передан в соответствующую нейронную сеть, что было определено в результате анализа предварительной обработки значений входных данных, позволяющих определить домен, которому принадлежит набор данных.

Выводы

На основании полученных результатов можно утверждать, что новый подход к решению обратной задачи идентификации параметров в моделях подземных вод, основанный

на применении искусственных нейронных сетей, показывает удовлетворительную точность оценок сети. Это подтверждает устойчивость подхода к анализу данных в полевых экспериментах.

В исследованиях показана также способность сети идентифицировать параметр дисперсии, соответствующий заданной концентрации, на предмет влияния «шума» на данные. В результате обучения четырех искусственных нейронных сетей контролируемого, многослойного и прямого типов показано, что каждая сеть специализировалась в широком диапазоне значений, и это привело к более точным прогнозам по сравнению со случаем обучения одной сети на всем диапазоне значений.

Анализ топологий применяемых сетей показал, что для обеспечения удовлетворительного

уровня точности расчетов достаточным является наличие 10 скрытых узлов.

Таким образом, подход применения искусственных нейронных сетей подтвердил способность идентифицировать неизвестные параметры с хорошей точностью даже при наличии значительного шума в данных.

В настоящее время изучается также возможность применения неконтролируемых самоорганизующихся искусственных нейронных сетей для выполнения предварительной обработки данных и связанной с этим идентификации домена новых входящих наборов данных, которые затем передаются в правильные контролируемые многоуровневые структуры нейронных сетей прямого распространения, обученных методом обратного распространения ошибки для фактической оценки параметров.

Список использованных источников

1. **Троянский М.С.** Компьютерное моделирование фильтрации подземных вод // Статистика и экономика. 2012. № 3. С. 175-178.
2. **Чикин А.Л., Кулыгин В.В., Чикина Л.Г.** Моделирование колебаний уровня воды в дельте Дона по прогнозам ветровой ситуации // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математическое моделирование и программирование». 2023. Т. 16, № 3. С. 83-92.
3. **Hamid Vahdat-Aboueshagh, Frank T. – C. Tsai, Dependra Bhatta, Krishna P. Paudel.** Irrigation-Intensive Groundwater Modeling of Complex Aquifer Systems Through Integration of Big Geological Data // *Frontiers in Water*. 2021. Т. 3. С. 623476.
4. **Урманов Д.И., Маневич А.И., Лосев И.В.** Геоинформационное моделирование напряженно-деформационного состояния геологической среды для обеспечения безопасной подземной изоляции высокоактивных радиоактивных отходов // Геоинформационное картографирование в регионах России: Сборник. Воронеж: Изд-во «Цифровая полиграфия», 2020. С. 243-246
5. **Цыплаков А.А.** Введение в моделирование в пространстве состояний // Квантиль. 2011. Т. 9. С. 1-24.
6. **Atangana A.** (2018). Fractional Operators and Their Applications. Fractional Operators with Constant and Variable Order with Application to Geo-Hydrology, 79-112. DOI: 10.1016/b978-0-12-809670-3.00005-9.
7. **Шаташвили Т.А., Бадекин М.Ю., Ивахненко Н.Н., Коноплин Н.А.** Прогноз параметра «Мутность» на выходе из песчаных фильтров, питаемых сточными водами // Природообустройство. 2023. № 5. С. 60-65. DOI: 10.26897/1997-6011-2023-5-60-65.
8. **Шаташвили А.Д., Папазова Е.Н., Фомина-Шаташвили Т.А., Ивахненко Н.Н.** Некоторые линейные эквивалентные преобразования гауссовских случайных полей в n -мерном евклидовом пространстве R^n . Ч. II. Об эквивалентности двух гауссовских мер, порожденных решениями двумя разными краевыми задачами Дирихле-Неймана в евклидовом пространстве R^n // Вестник Луганского государственного университета имени Владимира Даля. 2022. Т. 59, № 5. С. 250-261.

References

1. **Troyansky M.S.** Computer modeling of underground water filtration // *Statistics and economics*. 2012. No. 3. P. 175-178.
2. **Chikin A.L., Kulygin V.V., Chikina L.G.** Modeling of fluctuating water levels in the Don delta according to forecasts of the wind situation // *Bulletin of the South-Ural State University. Series: Mathematical modeling and programming*. 2023. Vol. 16. No. 3. P. 83-92.
3. **Hamid Vahdat-Aboueshagh, Frank T. – C. Tsai, Dependra Bhatta, Krishna P. Paudel.** Irrigation-Intensive Groundwater Modeling of Complex Aquifer Systems Through Integration of Big Geological Data // *Frontiers in Water*. 2021. Vol. 3. P. 623476.
4. **Uрманov D.I., Маневич A.I., Лосев I.V.** Geo-information modeling of the stress-strain state of the geological environment to ensure safe underground isolation of highly active radioactive waste // *Geoinformation mapping in the regions of Russia*. 2020. P. 243-246.
5. **Tsyplakov A.A.** Introduction to modeling in solid space // *Quantil*. 2011. Vol. 9. P. 1-24.
6. **Atangana A.** (2018). Fractional Operators and Their Applications. Fractional Operators with Constant and Variable Order with Application to Geo-Hydrology, 79-112. doi:10.1016/b978-0-12-809670-3.00005-9
7. **Shatashvili T.A., Badekin M.Yu., Ivakhnenko N.N., Konoplin N.A.** Prediction of the “Turbidity” parameter at the outlet of sand filters supplied with wastewater // *Prirodoobustrojstvo*. 2023. No. 5. P. 60-65. DOI 10.26897/1997-6011-2023-5-60-65.
8. **Shatashvili A.D., Papazova E.N., Fomina-Shatashvili T.A., Ivakhnenko N.N.** Some linear equivalent transformations of Gaussian random fields in the n -dimensional Euclidean space R^n part II: on the equivalence of two Gaussian measures generated by the solutions of two different Dirichlet-Neumann boundary value problems in the Euclidean space R^n // *Bulletin of the Luhansk State University named after Vladimir Dahl*. 2022. V. 59. No. 5. P. 250-261.
9. **Lyasheva S.A., Shleymovich M.P., Kirpichnikov A.P., Leonova I.V.** Neuronet forecasting of thermodynamic characteristics of individual substances // *Bulletin*

8. Ляшева С.А., Шлеймович М.П., Кирпичников А.П., Леонова И.В. Нейросетевое прогнозирование термодинамических характеристик индивидуальных веществ // Вестник Казанского технологического университета. 2017. Т. 20, № 18. С. 111-114.

9. Абросимов М.А., Бровко А.В. Метод обучения слоев свертки в искусственной нейронной сети с помощью ограниченной машины Больцмана // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2015. Т. 3, № 1 (80). С. 114-117.

Об авторах

Тамара Александровна Шаташвили, канд. физ.-мат. наук доцент; shatal@bk.ru

Максим Юрьевич Бадекин, старший преподаватель; SPIN-код: 1447-7503, Author ID: 201633, korund2002@list.ru

Дмитрий Михайлович Бенин, канд. техн. наук, доцент, директор Института мелиорации, водного хозяйства и строительства имени А.Н. Костякова; SPIN-код: 6243-0567, Author ID: 708496, dbenin@rgau-msha.ru

Наталья Николаевна Ивахненко, канд. физ.-мат. наук, доцент; SPIN-код: 5082-0613, Author ID: 836861; ivakhnenko_nn@rgau-msha.ru

Николай Александрович Коноплин, канд. физ.-мат. наук, доцент, зав. кафедрой физики; SPIN-код: 6797-4550, Author ID: 580233; konoplin@rgau-msha.ru

Критерии авторства / Criteria of authorship

Шаташвили Т.А., Бадекин М.Ю., Бенин Д.М., Ивахненко Н.Н., Коноплин Н.А. выполнили практические и теоретические исследования, на основании которых провели обобщение и написали рукопись, имеют на статью авторское право и несут ответственность за плагиат.

Конфликт интересов / Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests / Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

Вклад авторов

Все авторы сделали равный вклад в подготовку публикации / All authors made an equal contribution to the preparation of the publication

Поступила в редакцию / Received at the editorial office 02.05.2024

Поступила после рецензирования / Received after peer review 22.07.2024

Принята к публикации / Accepted for publication 22.07.2024

of Kazan Technological University. 2017. Vol. 20. No. 18. P. 111-114.

10. **Abrosimov M.A., Brovko A.V.** A method of learning convolution layers in an artificial neural network using a constrained Boltzmann machine // Bulletin of the Saratov State Technical University. 2015. Vol. 3. No. 1 (80). P. 114-117.

Author information

Tamara A. Shatashvili, CSc (Phys-math), associate professor; shatal@bk.ru

Maxim Yu. Badekin, senior lecturer; SPIN code: 1447-7503, Author ID: 201633, korund2002@list.ru

Dmitry M. Benin, CSc (Eng), associate professor; Director of the A.N. Kostyakov Institute of Land Reclamation, Water Management and Construction; SPIN-код: 6243-0567, Author ID: 708496, dbenin@rgau-msha.ru

Natalya N. Ivakhnenko, CSc (Phys-math), associate professor; SPIN: 5082-0613, Author ID: 836861; ivakhnenko_nn@rgau-msha.ru

Nikolai A. Konoplin, CSc (Phys-math), associate professor; SPIN: 6797-4550, Author ID: 580233; konoplin@rgau-msha.ru

Shatashvili T.A., Badekin M.Yu., Benin D.M., Ivakhnenko N.N., Konoplin N.A. performed practical and theoretical research, on the basis of which they generalized and wrote the manuscript, they have copyright on the article and are responsible for plagiarism.