

Гидравлика и инженерная гидрология

УДК 502/504:628.147:626.882:577.4

С. Н. Карамбиров, доктор техн. наук, профессор

Ю. Г. Буркова, канд. техн. наук, доцент

Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Московский государственный университет природообустройства»

ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ ПОДАЧИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДЫ МЕТОДОМ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Для решения более широкого круга задач оптимизации систем подачи и распределения воды предложены новые ограничения задачи линейного программирования, позволяющие увеличивать область допустимых решений и учитывать ряд дополнительных требований: обеспечение заданных подач водопитателей, применение оптимальной подкачки, гарантирование равных диаметров параллельных участков и т. д. Разработан метод приближения суточного графика водопотребления к ступенчатому графику с меньшим числом ступеней и на его основе задана многорежимная оптимизация, при которой ограничения формируются для каждого режима потокораспределения, а целевая функция обеспечивает минимум дисконтированных затрат для всех режимов с учетом их продолжительности.

For a solution of a wider range of the tasks of optimization of systems of water supply and distribution there were proposed new restrictions of the linear programming allowing to increase a region of admissible decisions and take into consideration a number of additional requirements including provision of the needed water feeders, usage of the optimal pumping, guarantee of equal diameters of parallel sections and etc. There was developed an approximation method of a daily schedule of water consumption to the step schedule with a less number of steps and on its base a multimode optimization was set under which restrictions are formed for each regime of flow distribution and the goal function provides a minimum of discounted expenses for all the modes taking into account their duration.

В основу расчета положен метод линейного программирования. Каждый участок представлен в виде телескопической трубы с рядом допустимых для него стандартных диаметров подучастков. Расчет базируется на подходящем для этого метода выборе основной ис-

комой переменной — протяженности труб определенного стандартного сечения, прокладываемых на каждом участке. Это означает, что допускается их последовательная укладка, т. е. участок разбивается на несколько подучастков в зависимости от числа предусмотрен-

ных к укладке сечений, среди которых впоследствии выбирают оптимальное. Такое представление неизвестных позволяет обойти нелинейную зависимость между расходами, напорами и диаметрами и линеаризовать задачу не путем аппроксимации, а заменой переменных, позволяющей построить линейную математическую модель без каких-либо упрощений и допущений.

Пусть j — порядковые номера сечений, предусмотренных к укладке на всех участках системы $j = 1, 2, \dots, m_s$, где m_s — число рассматриваемых стандартных сечений. Обозначим: J_i — подмножество диаметров из множества J , которые допускаются к укладке на i -м участке; x_{ij} — протяженность труб j -го диаметра, укладываемого на i -м участке (рис. 1).

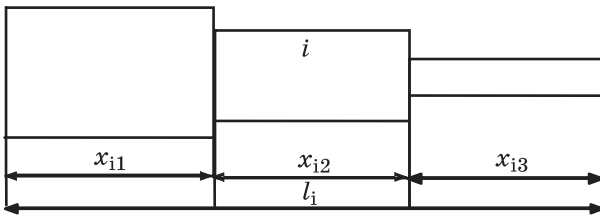


Рис. 1. Телескопическое представление i -го участка

Величины x_{ij} являются основными искомыми параметрами. Очевидно, что $\sum_{j \in J_i} x_{ij} = l_i, i = 1, \dots, n.$ (1)

Потери напора на i -м участке:

$$h_i = \sum_{j \in J_i} A_{ij} x_{ij},$$

где A_{ij} — потери напора на единицу длины трубопровода диаметром j на i -м участке при заданном расходе q_i .

Общую стоимость водопроводной сети, состоящей из n участков, можно выразить так:

$$C_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j \in J_i} C_{ij} x_{ij},$$

где C_{ij} — стоимость строительства 1 м трубопровода j -го диаметра при укладке его на i -м участке.

При оптимизации систем подачи и распределения воды методом линейного программирования наличие контуров учитывается в системе ограничений, как правило, путем приравнивания потерь напора от узлов схода потоков

до водопитателей [1]. Целесообразно отметить, что этот метод иногда применяется и при обычной увязке сети. Однако следует иметь в виду, что расходы участков кольцевой сети определяют в ходе гидравлического расчета лишь приближенно, а ограничения в виде равенства значительно сужают область допустимых решений задачи линейного программирования. При этом чем больше переменных входит в эти ограничения, тем сложнее обеспечить требуемое равенство.

По этой причине авторы использовали и более «естественные» ограничения для независимых контуров в виде второго закона Кирхгофа (для k -го контура) [2]:

$$\sum_{i \in k} \sum_{j=1}^{n_i} A_{ij} x_{ij} = 0,$$

где j — номер возможного диаметра i -го участка; n_i — число возможных диаметров труб на i -м участке.

При этом величина невязки в гидравлическом расчете уменьшалась до $\varepsilon = 10^{-8}$.

Уравнение внешней увязки для водопитателей b_i и b_j записывают в следующем виде:

$$(H_{b_i} + Z_{b_i}) - (H_{b_j} + Z_{b_j}) -$$

$$- \sum_{i \in k} \sum_{j=1}^{n_i} A_{ij} x_{ij} = 0,$$

где i — совокупность участков, соединяющих водопитатели; Z_{b_i} и H_{b_i} — отметка и напор b_i -го водопитателя соответственно.

Расчеты показали хорошую сходимость алгоритма при использовании последних соотношений. Однако в многокритериальной оптимизации с ростом числа ограничений и сужением допустимой области не всегда удавалось получить оптимальное решение. Выходом из положения явилось использование более «мягких» ограничений в виде неравенств:

$$\left| \sum_{i \in k} \sum_{j=1}^{n_i} A_{ij} x_{ij} \right| \leq \varepsilon,$$

что эквивалентно системе

$$\begin{cases} \sum_{i \in k} \sum_{j=1}^{n_i} A_{ij} x_{ij} \leq \varepsilon, \\ - \sum_{i \in k} \sum_{j=1}^{n_i} A_{ij} x_{ij} \leq \varepsilon. \end{cases}$$

Аналогично решается вопрос с внешней увязкой. Для повышения надежности систем подачи и распределения воды отдельные участки сети укладывают в две нитки с равными диаметрами. Расчеты показывают, что после оптимизации диаметров параллельных участков, диаметры, как правило, продолжают совпадать, однако бывают и вырожденные случаи их различия. Избежать этого можно, если закрепить равенство длин параллельных подучастков в системе ограничений при условии, что возможные диаметры этих участков совпадают. Для участков i и j такие ограничения могут иметь вид:

$$\begin{aligned} x_{i1} &= x_{j1}; \\ x_{i2} &= x_{j2}; \\ &\dots \\ x_{ik} &= x_{jk}. \end{aligned}$$

При оптимизации не учитывают многих требований, налагаемых на проектируемую систему, например намеченный график водоподдачи в случае нескольких водопитателей. Даже если в начальном приближении выдержаны требуемые подачи, технико-экономический расчет не накладывает на них никаких ограничений, и в полученном решении подачи перераспределяются. Хотя такое изменение для данного часа оправдано с точки зрения минимума функционала, оно может привести к значительной корректировке принятых решений, удорожанию сооружений, параметры которых непосредственно не входят в число оптимизируемых, к невозможности практической реализации полученных решений и т. д. В результате не исключено регулирование напоров насосных станций и увеличение объемов водонапорных башен.

Таким образом, решения требует следующая задача: провести технико-экономический расчет с дополнительными ограничениями на необходимые подачи водопитателей. Так как оптимизация кольцевых сетей методом линейного программирования осуществляется в несколько этапов, на каждом этапе нужно стремиться варьировать

диаметры таким образом, чтобы расходы участков, смежных с водопитателями, не менялись или менялись в заданных пределах. Этого можно достичь, если зафиксировать диаметры таких участков (или их части) и ввести в технико-экономический расчет дополнительные ограничения. Обозначим длину фиксированного участка, примыкающего к i -му водопитателю через l_{1i} , а геодезический напор на соответствующем расстоянии — H_{1i} . Тогда, чтобы подача i -го водопитателя находилась на отрезке $q_{1i} \dots q_{2i}$, необходимо выполнить следующие условия:

$$|H_{bi} - H_{1i}| \geq \Delta_{1i};$$

$$|H_{bi} - H_{1i}| \leq \Delta_{2i},$$

где $\Delta_{1i} = k \frac{q_{1i}^\beta}{d_{1i}^m} \cdot l_{1i}$, $\Delta_{2i} = k \frac{q_{2i}^\beta}{d_{1i}^m} \cdot l_{1i}$ — потери напора, соответствующие расходам q_{1i} и q_{2i} ; k , b , m — коэффициенты; H_{bi} — переменная задачи оптимизации; H_{1i} определяется из гидравлического расчета; в случае $q_{1i} = q_{2i}$ одно ограничение получается в виде равенства.

При проведении технико-экономических расчетов в качестве минимизируемого функционала выбирают, как правило, некоторый экономический показатель, например: приведенные затраты, интегральные дисконтированные затраты и т. д. При этом ограничениями гарантируется, что напоры в узлах будут не ниже требуемых, однако сверху величины напоров ограничиваются прочностными характеристиками труб только у водопитателей. На практике значительное завышение напора может привести к утечкам, нерациональному расходованию воды, износу запорно-регулирующей арматуры, более частым авариям и т. д. В таких случаях целесообразно использовать регулирование напоров основных насосных станций и станций подкачки, а также задвижки, понижающие напоры в отдельных зонах систем подачи и распределения воды. В расчетной схеме задвижка моделируется участком нулевой длины и заданной потерей напора, что позволяет не выделять ее при увязке сети. Определение оптимальных напоров водопитателей и степеней открытия задвижек

является частью как гидравлического, так и технико-экономического расчетов. Величина потерь напора в задвижках входит в ограничения для узлов, расположенных за задвижкой. Целевая функция является взвешенной суммой экономической и гидравлической частей. Последнее слагаемое пропорционально избыточному напору в нескольких характерных узлах сети. Таким образом, оптимизируются режимы. При оптимизации же системы в целом искомыми являются также диаметры участков.

С целью снижения напоров на головных насосных станциях применяют принцип зонирования групповых водопроводов и сетей, т. е. их делят на отдельные части, между которыми устанавливают станции подкачки. Во многих случаях станции подкачки — альтернатива установке труб большего диаметра. Выбор того или иного решения подтверждается экономическим расчетом вариантов, который позволяет найти лучшее из предложенных, но, как правило, не оптимальное решение. Сложность системы заключается во множестве одновременно влияющих факторов: стоимости электроэнергии, насосных станций и труб различных диаметров; величины требуемых и допустимых напоров; выполнения законов гидравлики; практической реализуемости проекта и др. В результате получается оптимальное соотношение между напорами головных насосных станций, станций подкачки и диаметрами труб при выполнении необходимых ограничений. В процессе расчета может оказаться, что станция подкачки не нужна. Целевой функцией являются интегральные дисконтированные затраты за весь срок строительства и эксплуатации системы. В основу расчета положен метод линейного программирования с известными ограничениями на длины участков, на выполнение внешней и внутренней увязки, на напоры водопитателей и в узлах сети.

Кроме того, вводятся дополнительные ограничения для напоров узлов H_u ,

питаемых от станции подкачки с напором $H_{\text{снк}}$:

$$H_u = H_B - \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^{n_i} A_{ij} x_{ij} + Z_B - Z_u + \sum_{k \in I} H_{\text{снк}} \geq H_{\text{требу}},$$

где H_B, Z_B — напор и отметка головной насосной станции, питающей u -й узел; I — множество участков (путь), соединяющих эту станцию с u -м узлом; Z_u — отметка u -го узла.

Дополнительно вводятся ограничения на допустимый напор за станциями подкачки. Расходование воды из сети для расчетных суток принято определять суммарными ступенчатыми графиками водопотребления. Обычно такие графики имеют несколько характерных многочасовых ступеней (режимов), вокруг которых происходят незначительные колебания часовых расходов. Один из способов получения Q графика характерных режимов заключается в осреднении на нескольких характерных интервалах исходного или ранжированного графика водопотребления. Искомый график условно назовем «графиком подач насосных станций». Ранжированный график водопотребления можно описать следующей формулой:

$$Q = \frac{Q_{\text{сут}}}{24} K T^{K-1},$$

где Q — часовой расход воды в момент времени T ($T = t/24$); $Q_{\text{сут}}$ — суточное потребление воды; K — коэффициент часовой неравномерности.

Формально мерой близости обоих графиков может быть выбрана величина суммы квадратов их разностей для каждого часа суток, а оптимальной — значения $Q_{\text{нс}}$, минимизирующие это выражение. Рассмотрим процесс такой оптимизации как многошаговый процесс управления системой «подача — потребление». На i -м этапе значение $Q_{\text{нс}i}$ выбирают из условия:

$$\sum_{j \in i} (Q_{\text{нс}i} - Q_j)^2 \Rightarrow \min.$$

Необходимое условие экстремума дает следующий результат:

$$\frac{\partial \sum (Q_{\text{нс}i} - Q_j)^2}{\partial Q_{\text{нс}i}} = 0,$$

или

$$Q_{nci} = \frac{\sum_{j \in i} Q_j}{n}$$

где n — число часов i -го периода постоянного значения Q_{nc} .

Таким образом, оптимальным значением Q_{nc} на заданном отрезке является усредненное на этом отрезке водопотребление. Методом математической индукции легко показать, что это условие должно выполняться для каждого шага, а процесс оптимизации сводить к выбору времени переключения, где график водопотребления усредняется на некотором периоде. Для небольших систем водоснабжения графики работы насосов имеют простую форму. В случае постоянной подачи задача оптимизации становится тривиальной и сводится к решению выражения

$$Q_{nc} = \frac{\sum_{j \in i}^{24} Q_j}{24}$$

При полном отключении насосов или переходе на пониженную подачу в режиме уменьшения водопотребления (двухступенчатый график) задача решается простым перебором вариантов. При этом для упрощения алгоритма расчета целесообразно смещать время начала суток таким образом, чтобы вместо двух ступеней переключения осталась одна. В более сложных случаях задача решается методом динамического программирования. Необходимо найти моменты «переключения» t_i , обеспечивающие:

$$\min \sum_{i=1}^k \sum_{j=t_i}^{t_{i+1}} (Q_{nci} - Q_j)^2$$

где $Q_{nci} = \frac{\sum_{j=t_i}^{t_{i+1}} Q_j}{t_{i+1} - t_i}$; k — число ступеней, $t_i \in [1...24]$.

В общем виде эта задача может быть записана так:

$$f_k(S) = \min_U [Q(S, U) + f_{k-1}(S')],$$

где S — состояние системы (время переключения), U — управление (ширина интервала), $Q(S, U)$ — значение целевой функции (сумма квадратов разностей) при U -м варианте управления на k -м шаге; S' — состояние системы за $k-1$ ступеней до конца графика; $f_k(S)$ — сумма квадратов разностей при оптимальном управлении за k ступеней до конца графика для S -го варианта состояния.

Расчет начинается с последней ступени. График четырехступенчатого приближения неранжированного графика водопотребления приведен на рис. 2. Следует отметить, что полученное приближение ступенчатого графика водопотребления при использовании его в качестве графика подач насосных станций необязательно соответствует минимальному объему регулирующих емкостей. Для уменьшения регулирующего объема можно перераспределить значения расходов с соблюдением их общего баланса в пределах полученных ступеней. Этот метод реализован с помощью компьютера. Расчеты показали, что по сравнению с выбором подач насосных станций «на глазок» регулирующие объемы можно уменьшить до 20...25 %.

Суммарное водопотребление Q , л/ч ($Q_{min} = 3$, $Q_{max} = 19$)

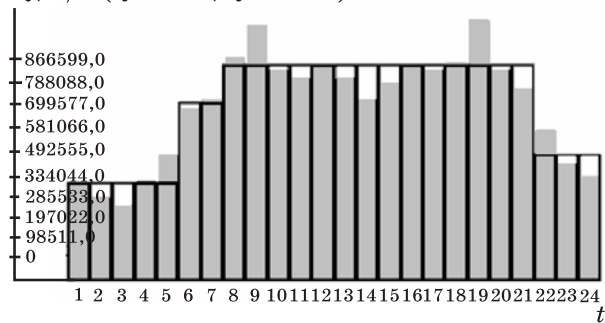


Рис. 2. Приближение графика водопотребления

Многорежимная оптимизация.

Авторы предлагают выбрать параметры системы, обеспечивающие ее оптимальное функционирование на нескольких характерных режимах работы в целом с учетом величины требуемых подач и их продолжительности. В основу расчета положен метод линейного программирования.

Первое ограничение задается формулой (1).

Гидравлические ограничения второго закона Кирхгофа для кольца, условия внешней увязки напоров v_i -го и v_j -го водопитателей, а также ограничения обеспечения у потребителей напоров не ниже требуемых, а у водопитателей не выше допустимых, записываются для каждого режима t_i :

$$\left| \sum_{i \in M} \sum_{j=1}^{n_i} A_{ij}^{ti} x_{ij} \right| \leq \varepsilon ; \quad (2)$$

$$\left| (H_{vi}^{ti} + Z_{vi}) - (H_{vj}^{ti} - Z_{vj}) - \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^{n_i} A_{ij}^{ti} x_{ij} \right| \leq \varepsilon ; \quad (3)$$

$$H_u^{ti} = H_{vi}^{ti} - \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^{n_i} A_{ij}^{ti} x_{ij} + Z_{vi} - Z_u \geq H_{\text{требу}} ; \quad (4)$$

$$H_{vi}^{ti} \leq H_{\text{доп}} ; \quad (5)$$

где H_u^{ti} и H_{vi}^{ti} — напоры соответственно у u -го узла и связанного с ним vi -го водопитателя для режима t ; Z_u и Z_{vi} — аналогичные отметки; I — путь (номера участков), соединяющий узел u с водопитателем; $H_{\text{требу}}$ — требуемый напор u -го узла; $H_{\text{доп}}$ — предельный допустимый напор у vi -го водопитателя; ε — точность увязки; M — номер кольца.

Для существующих участков (при реконструкции) соответствующий член суммы переносится в правую часть ограничения.

Целевой функцией являются интегральные дисконтированные затраты на строительство и эксплуатацию системы:

$$Z = \sum_{t=0}^{T_p} \left(\frac{K_t}{(1+E)} + \frac{C_t}{(1+E)} \right),$$

где K_t — капиталовложения на t -м интервале времени; C_t — текущие затраты на t -м интервале, за исключением капиталовложений; E — норма дисконта (требуемая инвестором норма доходности на единицу авансированного капитала [3]); T_p — продолжительность расчетного периода.

Величина интервала расчетного периода принята равной одному году.

Приводя затраты к началу строительства ($t = 0$) и считая продолжительность строительства равной одному году, получим:

$$Z = K_0 + C_1 \left(\frac{1}{1+E} - \left(\frac{1}{1+E} \right)^{T_p+1} + 1 \right),$$

где $K_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} c_{ij} x_{ij}$; c_{ij} — стоимость единицы длины подучастка j -го диаметра (стоимость насосных станций для рассматриваемых вариантов принимают постоянными); C_1 — ежегодные эксплуатационные затраты (средние за расчетный период);

$$C_1 = \sum_{i=1}^n P_i \sum_{j=1}^{n_i} c_{ij} x_{ij} + \sum_{ti} \sum_{i=1}^{K_b} \frac{Q_{vi}^{ti} t_{\text{пери}} \sigma_e}{102 \eta_{vi}} H_{vi}^{ti},$$

где P_i — амортизационные отчисления для i -го участка; σ_e — стоимость 1 кВт·ч электро-

энергии; $t_{\text{пери}}$ — длительность периода t в году; η_{vi} — коэффициент полезного действия насосных установок водопитателя vi ; K_b — число насосных станций с подачами Q_{vi}^{ti} , л/с, в период ti .

В функционал интегральных дисконтированных затрат, кроме затрат на строительство сетей, входят суммарные затраты на электроэнергию по периодам. Если водопитателем является башня, ее высота входит одной переменной для всех периодов. Для насосных станций с каждым режимом связана своя величина оптимального напора H_{vi}^{ti} , что на практике сводится к изменению числа работающих насосов или к их регулированию.

Минимизация функционала Z с ограничениями (1), (2)...(5) составляет задачу линейного программирования. Решение находят итерационно при заданном потокораспределении для всех характерных режимов до совпадения начальных и конечных диаметров. В большинстве случаев в оптимальном решении превалирует один диаметр подучастка, который распространяется на всю длину участка. Возможно и введение дополнительных узлов для получения диаметров, более близких к оптимальным.

Остальные режимы работы, в том числе на случай максимального водопотребления или транзита, являются повременными и могут незначительно изменить диаметры отдельных участков сети. Аналогично учитываются сезонные и годовые колебания водопотребления.

Ключевые слова: система подачи и распределения воды, многорежимная оптимизация, оптимизация кольцевых сетей, интегральные дисконтированные затраты.

Список литературы

1. **Кикачейшвили, Г. Е.** Расчет оптимальных параметров систем подачи и распределения воды [Текст] / Г. Е. Кикачейшвили. — Тбилиси : Сабчота Сапартвело, 1980. — 199 с.
2. **Карамбиров, С. Н.** Математическое моделирование систем подачи и распределения воды в условиях многорежимности и неопределенности [Текст] / С. Н. Карамбиров : монография. — М.:

МГУП, 2004. — 197 с.

3. Марголин, А. М. Финансовое обеспечение и оценка эффективности инвестици-

онных проектов [Текст] / А. М. Марголин. — М. : Изд-во «Мелиорация и водное хозяйство», 1997. — 144 с.

УДК 502/504:532.5:627.83

Н. В. Ханов, доктор техн. наук, профессор

М. В. Беспрозванный, аспирант

Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет природообустройства»

ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МАЛЫХ ДОЖДЕПРИЕМНЫХ РЕШЕТОК С ПРОДОЛЬНОМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ СТЕРЖНЕЙ

Изложены результаты гидравлических исследований малых дождеприемных решеток с продольным расположением стержней. Установлена принципиальная возможность для отвода воды с мостов, путепроводов и искусственных покрытий.

There are given the results of hydraulic researches of small rain inlet lattices with longitudinal rods. The principal possibility is established for water drainage from bridges, viaducts and artificial coverings.

Одной из основных задач повышения технического уровня автомобильных дорог, безопасного движения по ним, сохранения экологической стабильности в городе является обеспечение своевременного и целенаправленного сбора и отвода воды с поверхности автомобильных дорог и последующая ее очистка от загрязнений [1, 2]. Результаты обследования дорог и искусственных сооружений неоднократно подтверждали, что в большинстве случаев неудовлетворительное состояние дорог объясняется некачественной работой системы поверхностного водоотвода с покрытий дорог и мостов [3]. Авторами были проведены исследования, направленные на решение вопроса водоотвода с искусственных твердых покрытий. Были проанализированы все конструкции малых дождеприемных решеток с разными рисунками отверстий с целью выбора таких, которые обладают повышенной пропускной способностью. Решетки исследовали на гидравлической модели автодорожного полотна. Ее прототипом является автодорожное полотно моста, имеющее следующие уклоны: продольный $i_0 =$

0,02 и поперечный $i_{\text{п}} = 0,02$ [4].

Исследовали следующие решетки (рис. 1): решетка 1а (РосдорНИИ); решетка 1б со скругленными кромками стержней; решетка 1в со спрямленными отверстиями; решетка 1г с зауженными отверстиями и стержнями; решетка 1д с овальными отверстиями; решетка 1е с зигзагообразными отверстиями и стержнями; решетка 1ж со спрямленными и зауженными отверстиями и стержнями; решетка 1з со скошенными кромками стержней; решетка 1к с закругленными кромками стержней; решетка 1л со стержнями (выпуклыми) вверх.

Решетка 1в отличается от исходной решетки 1а РосдорНИИ формой отверстий в плане. Если у решетки 1а отверстия имеют форму вытянутого овала, то у решетки 1в сделаны прямоугольные отверстия, которые незначительно увеличивают площадь. Так, суммарная площадь отверстий решетки 1а равняется 335,32 см², а суммарная площадь прямоугольных отверстий решетки 1в — 345 см². Увеличение площади составило 2,8 %.

Все решетки установили большей стороной вдоль потока. Глубина пото-