Технология и средства механизации

УДК 502/504:624.04+534.1

А.И. Голышев, *канд. техн. наук, доцент*
П.Ф. Сабодаш, *доктор техн. наук, профессор*
А.В. Шумилин, *аспирант*

Федеральное государственной образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет природообустройства»

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПОДВИЖНОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ В ВОЗДУШНОЙ СРЕДЕ

Построена линейная математическая модель механической системы, состоящей из сосредоточенной массы, опирающейся на пружину, которая связана с колесом, перемещающимся с постоянной скоростью по рельсу, расположенному на вязкоупругом основании.

In the linear approximation there has been built a dynamic model of the mechanical model consisting of the localized spring-supported mass, the spring is connected with the wheel moving at a constant speed on the rail located on the viscous and elastic basis.

Развитие современного научно-технического прогресса немыслимо без интенсификации работы всего народно-хозяйственного комплекса страны. Ключом к разрешению этой проблемы является интенсификация работы всех отраслей народного хозяйства на основе научных исследований и разработок по приоритетным направлениям развития научно-технического комплекса России.

Одним из приоритетных направлений является железнодорожный транспорт. В первую очередь это связано с тем, что в настоящее время значительно возрастают скорости подвижного состава (средняя скорость поезда на трассе Москва — Санкт-Петербург достигает 200...250 км/ч, а рекордные скорости за рубежом — 500 км/ч). При таких режимах движения возникает ряд проблем, для разрешения которых необходимо использовать комплексный подход. Значительное динамическое воздействие на элементы железнодорожного пути, большой износ рельсов и вагонных колес, уменьшение прочностных свойств металла — все это в большой степени сказывается на интенсификации работы железнодорожного транспорта, следствием чего является шумовое загрязнение среды обитания человека.

В настоящей работе построена линейная математическая модель, позволяющая дать ответ хотя бы на некоторые возникающие вопросы, не отбрасывая a priori и других возможных подходов.

Целесообразно подчеркнуть, что за последние 30–40 лет в нашей стране и за рубежом в этой области выполнен и опубликован ряд серьезных научных работ. Так, в работе [1] решена плоская двумерная задача динамической теории упругости о распространении плоских упругих волн, вызванных движением вдоль границ источника нормального давления. Установившиеся колебания в упругой слоистой системе, обусловленные действием подвижных нагрузок, рассмотрены в [2]. Задача о подвижной нагрузке на упругую балку, прикрепленную к упругому основанию, решена в работе [3]. В монографии [4] содержится решение проблемы горизонтального движения подрессоренной точечной массы с постоянной скоростью по неровному профилю синусоидального очертания. Геометрический профиль (направляющая) не изменяется во времени. Определено наибольшее допустимое значение жесткости пружинной подвески (при ограничении на амплитуду колебаний осциллятора).

Рассмотрим горизонтальное движение подрессоренной массы на пружине, один конец которой прикреплен к колесу, которое перекатывается по вибрирующему основанию (рельсу), как по направляющей. Рельс покоится на амортизирующем вязкоупругом основании, нижняя плоская граница последнего абсолютно твердая и неподвижная (рисунок).

Кинематическое взаимодействие между различными элементами механической системы таково. Осциллятор *1* — точечная масса, движущаяся в горизонтальном направлении с постоянной скоростью v = const. Эта масса через пружину с колесом приводит его в движение по вибрирующему рельсу по подвижному основанию. Колесо находится в неотрывном контакте с рельсом в точке K. Поперечные колебания рельса приводят в движение систему вязкоупругой

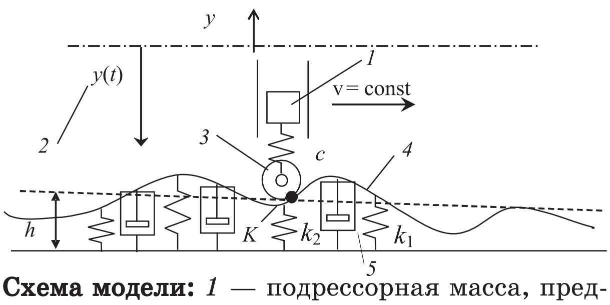

Схема модели: *1* — подрессорная масса, представляющая собой половину массы вагона, сложенной с массой вагонной тележки; *2* — удлинение пружины; *3* — колесо; *4* — изгибаемый рельс; *5* — вязкоупругий амортизатор (обычно резина); h — толщина амортизатора

амортизации *5*. Рельс моделируется упругой балкой с постоянной площадью поперечного сечения и имеет большую протяженность. Обод колеса *3* находится в контакте с рельсом только в одной точке — K.

Дифференциальное уравнение поперечных колебаний рельса можно описать моделью Лява–Кирхгофа (пренебрегая инерцией вращения элементов):

$$EJ\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+k_1 w+k_2\frac{\partial w}{\partial t}=0 \qquad (1)$$

$(|x| < 0)$,

где ρ — плотность материала рельса; A — площадь поперечного сечения; E — модуль упругости материала; J — момент инерции поперечного сечения рельса; $w(x, t)$ — прогиб; k_1 — коэффициент упругого отпора амортизации; k_2 — коэффициент вязкого сопротивления амортизатора; x — продольная координата (абсцисса); y — ордината прогиба рельса, равная осадке основания.

Дифференциальное уравнение колебательного движения осциллятора m на упругой (жесткости C) пружине, закрепленной нижним концом на смещаемом на величину $y(t)$ основании, имеет следующий вид:

$$m\ddot{y}(t)+C[y(t)-w(x,t)\big|_{x=0}]=0. \qquad (2)$$

Ограничимся стационарным процессом, пренебрегая начальными условиями. В этом случае можно ввести в рассмотрение подвижную координату x, непосредственно связанную с равномерно движущейся механической системой.

В механике одним из фундаментальных является принцип относительности Галилея–Ньютона. Суть этого принципа состоит в утверждении, что все физические законы и уравнения должны быть одинаковыми во всех инерциальных системах, т.е. в равномерно и прямолинейно движущихся относительно друг друга системах отсчета, и удовлетворять следующему равенству:

$$\xi = x - \mathrm{v}t. \qquad (3)$$

Используя известные правила дифференцирования

$$\frac{\partial}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial \xi},\ \frac{\partial}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial \xi},\ \frac{\partial \xi}{\partial t}=-\mathrm{v}\frac{\partial}{\partial \xi},\quad \frac{\partial^2}{\partial t^2}=\mathrm{v}^2\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}, \qquad (4)$$

дифференциальное уравнение четвертого порядка с постоянными коэффициентами (1) можно представить так:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4}+a_1\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2}-a_2\frac{\partial w}{\partial \xi}-a_3 w=0\ \ (-\infty < \xi < \infty), \qquad (5)$$

где $a_1 = \dfrac{\rho A \mathrm{v}^2}{EJ}$; $a_2 = \dfrac{k_2}{EJ}$; $a_3 = \dfrac{k_1}{EJ}$.

Обозначим корни характеристического уравнения через λ_i, $i = 1, ..., 4$. Тогда общее его решение, выраженное через четыре произвольные постоянные интегрирования, записывают таким образом:

$$w(\xi) = \sum_{i=1}^{4} C_i e^{-\lambda_i \xi} \quad (-\infty < \xi < \infty). \tag{6}$$

Предположим, что первые два корня λ_1 и λ_2 имеют отрицательную действительную часть, а λ_3 и λ_4 — положительную. Тогда прогибы рельса при $\xi > 0$ и $\xi < 0$ будут иметь различные аналитические выражения:

$$\begin{cases} w = w_1(\xi) = C_1 e^{-\lambda_1 \xi} + C_2 e^{-\lambda_2 \xi}, & 0 < \xi < \infty \ (x > \mathrm{v}t) \\ w = w_2(\xi) = C_3 e^{-\lambda_3 \xi} + C_4 e^{-\lambda_4 \xi}. & -\infty < \xi < 0 \ (x > \mathrm{v}t) \end{cases}$$

В нашем случае уравнение (2) выполняет роль контактного (граничного) условия, в одной точке $\xi = 0$ ($x = \mathrm{v}t$) — условие неотрывного контакта обода колеса с рельсом:

$$m\mathrm{v}^2 \frac{\partial^2 y(\xi)}{\partial \xi^2} + C[y(\xi) - w(\xi)] = 0. \tag{7}$$

Его можно переписать в такой эквивалентной форме:

$$\frac{\partial^2 y(\xi)}{\partial \xi^2} + \frac{C}{m\mathrm{v}^2} y(\xi) = w(\xi) \frac{C}{m\mathrm{v}^2}. \tag{8}$$

Общее решение можно записать так [1]: $y(\xi) = De^{-\lambda\xi} + y^*$ $(\xi > 0)$.

Общее решение для железнодорожного рельса и осциллятора выражено через пять произвольных постоянных интегрирования, которые находятся из следующих условий в точке $\xi(x = \mathrm{v}t)$ — условий сопряжения решений на границе $x = \mathrm{v}t$:

$$\begin{cases} w_1 = w_2;\ w_1' = w_2';\ w_1'' = w_2''; \\ w_1''' = w_2''';\ y(\xi) = w_1 = w_2. \end{cases} \quad (\xi = 0). \tag{9}$$

Приравнивая нулю главный определитель системы уравнений относительно C_i и D, получаем трансцендентное уравнение, которое определяет дисперсионные свойства механической системы. Из него находим резонансные частоты ω_1, ω_2, ω_3, ... и резонансные скорости движения системы v_1, v_2, v_3, ...

Следовательно, можно найти кинематические параметры перемещения, скорости и ускорения. Самостоятельный интерес представляет вычисление изгибающих моментов и поперечных сил в различных сечениях рельса.

Если корни ω_1, ω_2, ω_3, ... — действительные, то решение представляет собой волны постоянной амплитуды, которые рассеивают энергию от движущейся механической системы.

Кроме качественного анализа, крайне желательно выполнить и количественный анализ построенного решения.

Для того чтобы подобрать вязкоупругие свойства k_1 и k_2 звукопоглощающих материалов [5] и толщину h поглощающего слоя, можно воспользоваться модифицированной зависимостью для давления в воздушной среде проезжающего железнодорожного транспорта:

$$p = f \frac{L}{2\pi r} \rho_0 \dot{w} u,$$

где p — звуковое давление; f — эмпирический коэффициент; L — некоторый характерный размер; ρ_0 — плотность воздуха; u — наблюдаемая колебательная скорость воздуха; r — расстояние от наблюдаемой точки до источника звука.

Величина колебательной скорости воздуха коррелирует с вязкоупругими свойствами резиновых материалов k_1 и k_2, толщиной h амортизатора.

Для построения замкнутой математической модели необходимо решить задачу о связи акустики с движением осциллятора (1)...(9).

Вывод

Анализ зависимости амплитуды звуковой волны от вязкоупругих характеристик основания позволит оптимизировать их значения, исходя из допустимого уровня шумового загрязнения окружающей среды.

Ключевые слова: *подвижный излучатель, вязкоупругое основание, уравнения движения, модель Лява–Кирхгофа.*

Список литературы

1. **Сабадаш, П. Ф.** О поведении упругой полосы при движении вдоль ее границы нормального давления [Текст] / П. Ф. Сабадаш // Инженерный журнал. – Т. 5. – Вып. 4. – М.: АН СССР, 1965. – С. 124–130.
2. **Пожуев, В. И.** Установившиеся колебания пластины на упругом деформируемом неоднородном слое под действием подвижной нагрузки [Текст] / В. И. Пожуев // Кн. Устойчивость и прочность элементов конструкции. – Днепропетровск: Изд-во ДГУ, 1975. – С. 178–186.
3. **Муравский, Г. Б.** Действие подвижной нагрузки на балку, лежащую на упругом одностороннем основании [Текст] / Г. Б. Муравский // Строительная механика и расчет сооружений. – 1975. – № 1. – С. 45–59.
4. **Пановко, Я. Г.** Введение в теорию механических колебаний [Текст] / Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1991. – 252 с.
5. **Цвикер, К.** Звукопоглощающие материалы [Текст] / К. Цвикер, К. Костин. – М.: Изд-во ИЛ, 1952. – 245 с.