

УДК 502/504:624.012

Т. К. Ксенофонтова, канд. техн. наукФедеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Московский государственный университет природообустройства»

МЕТОДИКА РАСЧЕТА СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ УСИЛИЙ ПРИ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИИ

Расчет статически неопределимых железобетонных конструкций по раскрытию трещин делают на усилия, полученные на основе методов строительной механики при рассмотрении конструкций как упругих тел. Однако с образованием трещин в таких конструкциях происходит перераспределение усилий, в результате чего максимальные значения наибольших моментов в сечениях с трещинами уменьшаются. Часто это приводит к пересмотру армирования. Предложенная в статье методика расчета железобетонных конструкций, базирующаяся на перераспределении усилий при трещинообразовании, позволяет учесть реальные условия работы и не допустить необоснованного перерасхода арматуры.

Calculation of statically indeterminable reinforced concrete structures on cracks opening at present is carried out on the efforts obtained by calculation on the basis of the construction mechanics methods at considering structures as elastic bodies. However with the origin of cracks in such structures there is happening redistribution of forces as a result of which the maximal values of the biggest moments in the cross-sections with cracks decrease. Often it leads to changing reinforcement towards increasing. The proposed method of calculation of reinforced concrete structures taking into account redistribution of forces at cracking makes it possible to consider their factual operating conditions and not to allow an unreasonable over-consumption of armature.

При расчете статически неопределимых железобетонных конструкций по второй группе предельных состояний внутренние усилия определяют как для упругого тела с помощью методов строительной механики. Это подходит для конструкций, работающих без трещин, в частности для напряженных конструкций, целостность сечений которых обеспечивается обжатием предварительно напряженной арматурой. В конструкциях без предварительного напряжения трещины, как правило, образуются за счет перераспределения усилий. Расчет с учетом этого фактора рассмотрен в [1, 2]. Однако в проектировании предложенные методы расчета не нашли применения из-за сложности определения длины зон трещинообразования. Вместе с тем, на практике часто необходимо быстро оценить железобетонную конструкцию, работающую с трещинами, например при

проверке ширины раскрытия трещин. С выходом новых нормативных документов СНиП 52-01-2003 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» и СП 52-101-2003 «Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры» требования к трещиностойкости конструкций стали более жесткими, так как расчетная ширина раскрытия трещин по новым нормам получается больше, чем по СНиП 2.03.01-84 [3, 4]. Часто расчет приводит к пересмотру армирования в сторону увеличения. Чтобы не допустить необоснованного перерасхода арматуры распределение усилий в конструкциях уточняют в соответствии с реальными условиями их работы. В статье рассматривается методика расчета стержневых железобетонных конструкций, позволяющая достаточно просто определить длину участка, где произошло трещинообра-

зование, и внутренние усилия в нем.

Расчет выполнен по программе «Ли́ра — Паке́ты прикладных программ». Стержневые элементы конструкции моделировали линейными конечными элементами с помощью метода итераций. На первом этапе расчет сделан без учета образования трещин. Жесткость сечений определена по зависимости, приведенной в [4]:

$$D = E_{bl} I_{red}, \quad (1)$$

где E_{bl} — модуль деформации бетона, определяемый в зависимости от продолжительности действия нагрузки; I_{red} — момент инерции приведенного сечения, в котором арматура условно приведена к площади бетона;

$$I_{red} = I_b + \alpha(I_s + I'_s), \quad (2)$$

где I_b — момент инерции бетона без учета арматуры; I_s, I'_s — соответственно моменты инерции растянутой и сжатой арматуры относительно геометрической оси сечения; $\alpha = E_s/E_b$ — коэффициент приведения площади арматуры к площади бетона.

По полученным расчетным данным построена эпюра изгибающих моментов. Значения моментов трещиностойкости M_{crc} определены по зависимости

$$M_{crc} = R_{bt,ser} W\gamma + Ne_x. \quad (3)$$

На полученную в результате расчета по методу конечных элементов (МКЭ) эпюру изгибающих моментов нанесена линия, соответствующая значениям моментов трещинообразования. На участках, где $|M_i| > M_{crc}$, трещины образуются (рис. 1), жесткость сечений резко падает (рис. 2).

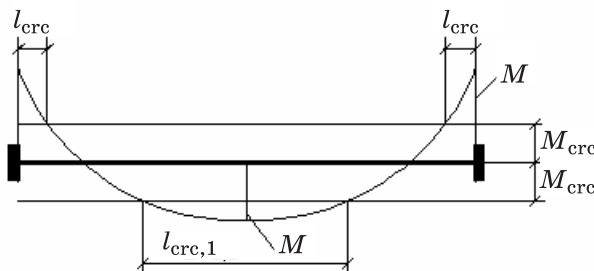


Рис. 1. Определение длин участков трещинообразования

Жесткость сечений с трещинами определена в соответствии со СНиП 52-101-2003. В расчете учтена только сжатая зона бетона и приведенная площадь сжатой и растянутой арматуры.

Момент инерции такого сечения:

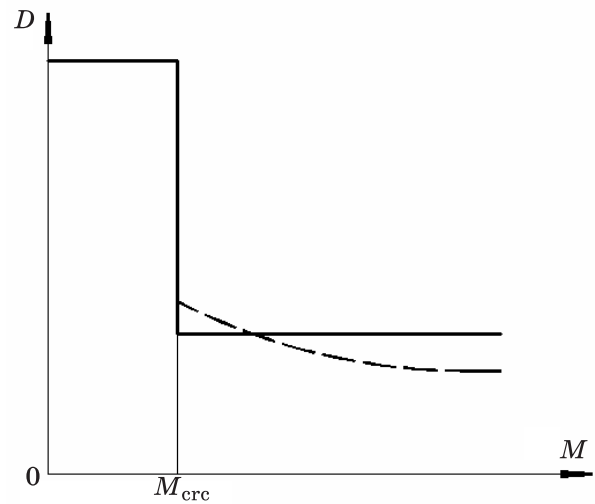


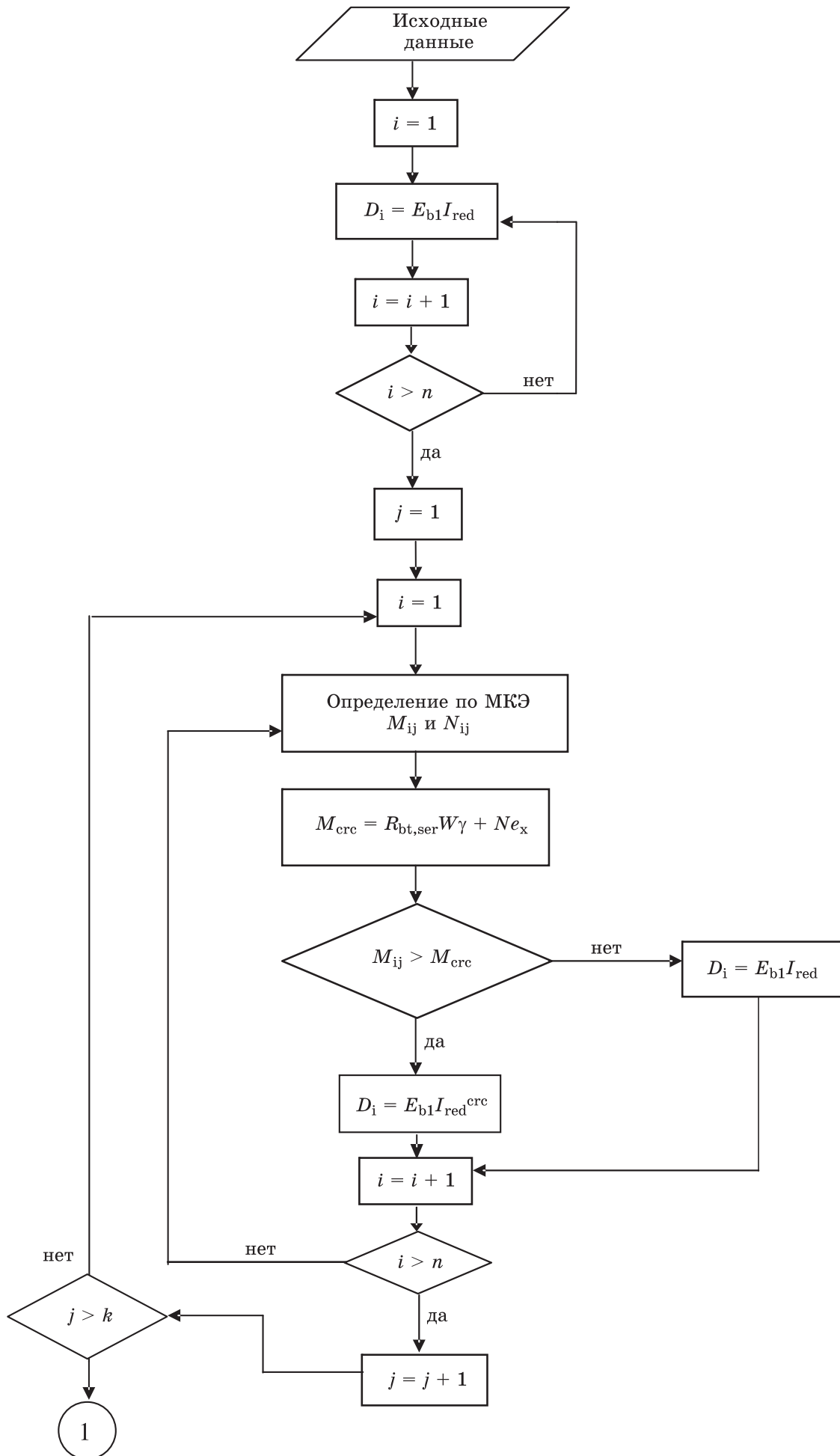
Рис. 2. Изменение жесткости сечений при трещинообразовании

$$I_{red} = I_b + I_s \alpha_{s2} + I'_s \alpha_{s1}, \quad (4)$$

где α_{s1}, α_{s2} — соответственно коэффициенты приведения сжатой и растянутой арматуры; I_b, I_s, I'_s — моменты инерции площадей сечения соответственно сжатой зоны бетона, растянутой и сжатой арматуры относительно центра тяжести приведенного без учета бетона растянутой зоны поперечного сечения.

Как видно из рис. 2, жесткость сечений после образования трещин падает сразу практически до минимума и незначительно меняется с ростом внутренних усилий [3]. Для того чтобы определить величину жесткости на участках с трещинами, достаточно посчитать ее для какого-либо сечения и принять для всех сечений, попавших в зоны трещинообразования. Далее, при новом распределении жесткостей, сделать повторный расчет по определению внутренних усилий.

На рис. 3 приведена блок-схема расчета трубы с учетом перераспределения усилий по предлагаемой методике. Расчет начинается с цикла по переменной i . Во всех расчетных сечениях вычисляют жесткость по формулам (1) и (2). Далее открываются два цикла: цикл по j — внешний цикл, в котором задано условие, сколько раз пользователю необходимо уточнять распределение жесткостей и соответственно определять внутренние усилия (параметр k); цикл по i — внутренний цикл, в ходе которого определяют сечения, в которых образовались трещины. Для этих



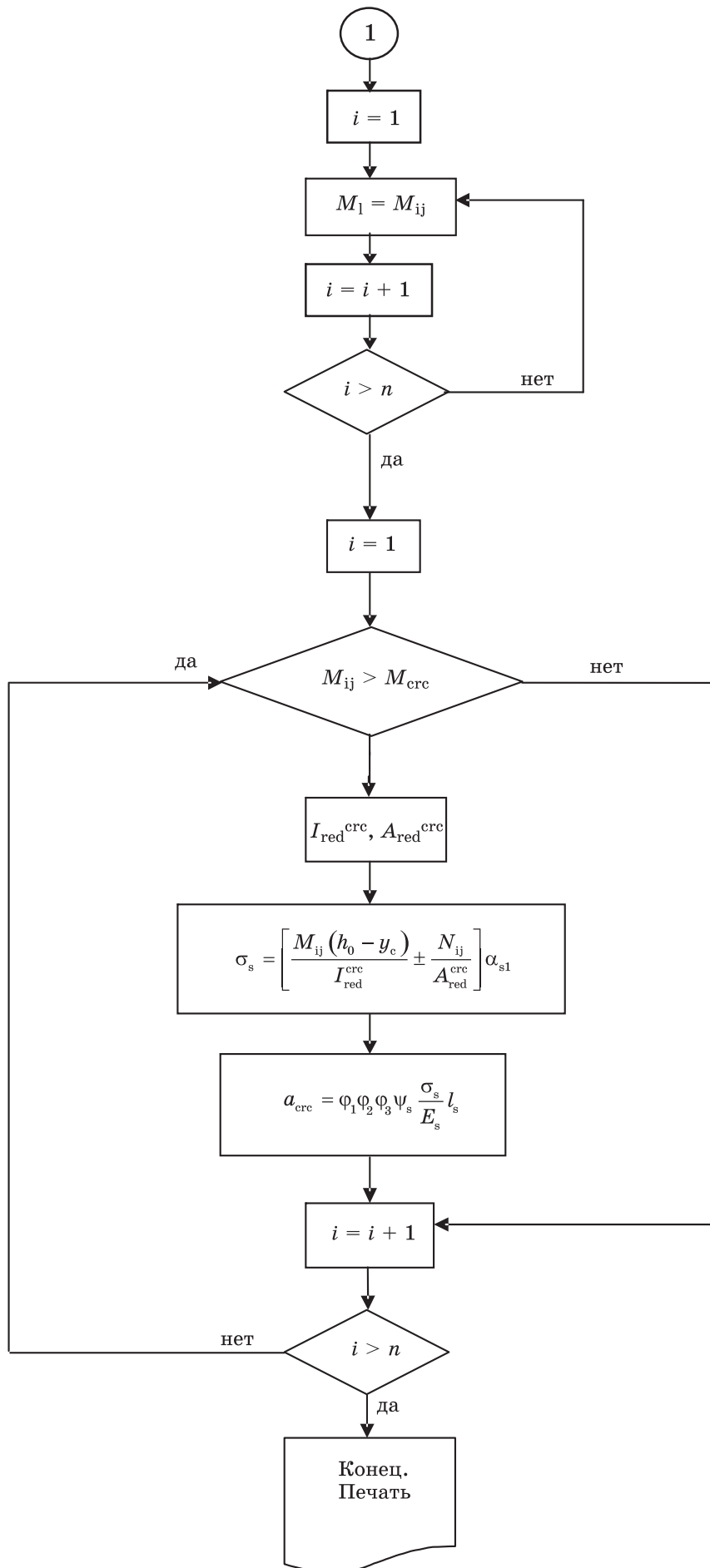


Рис. 3. Блок-схема расчета труб с учетом трещинообразования

сечений вычисляют новые жесткости, у которых момент инерции $I_{\text{crc}}^{\text{red}}$ определяется по формуле (4). Если в процессе расчета получается, что в предыдущем цикле в каком-либо сечении была трещина, а в последующем цикле трещина исчезла, то жесткость такого сечения восстанавливается до величины, соответствующей целому сечению. После того как внутренние усилия в трубе найдены, для всех сечений с трещинами определяется расчетная ширина раскрытия трещин a_{crc} .

Пример. Рассмотрим расчет кольца типовой безнапорной железобетонной трубы с внутренним диаметром $D_{\text{in}} = 800$ мм. Ширину кольца принимаем $b = 1$ м. Толщина стенки — $h = 80$ мм. Труба армирована кольцевым каркасом, расположенным на расстоянии 35 мм от внутренней поверхности (рис. 4). Спиральная арматура кольцевого каркаса Ж6 А400 с шагом $s = 85$ мм. Класс бетона — В25.

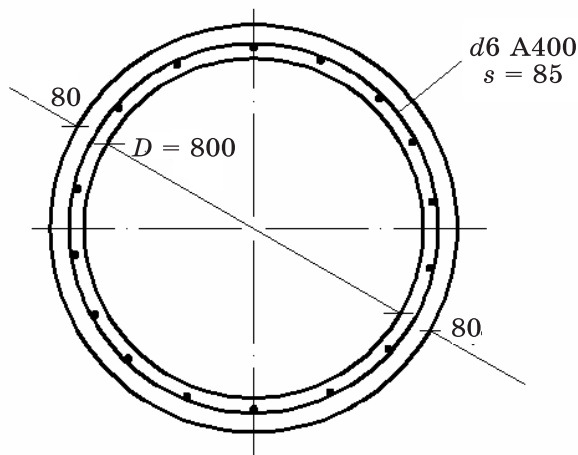


Рис. 4. Схема армирования трубы

На рис. 5 показана схема нагрузки на трубу, а на рис. 6 приведена расчетная схема кольца трубы по МКЭ.

Кольцо трубы аппроксимируют стержневыми конечными элементами. Граничными условиями является заделка нижнего сечения кольца в лотке. На рис. 6 показана схема разбивки кольца на конечные элементы.

Жесткость продольных сечений трубы определяют, рассматривая при-

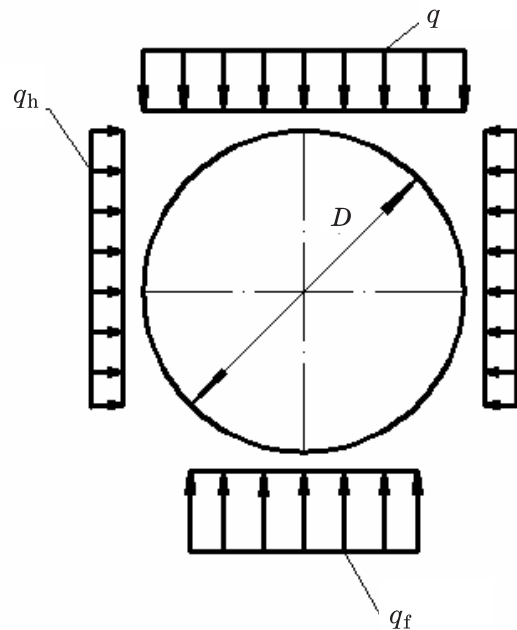


Рис. 5. Схема нагрузки на кольцо трубы

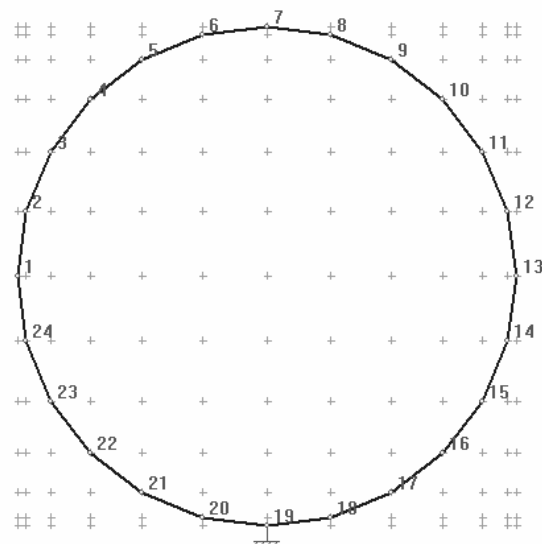


Рис. 6. Расчетная схема трубы

веденные сечения, в которых площадь кольцевой арматуры условно заменена площадью бетона. Изгибную жесткость сечений определяют по выражению (1). Жесткость сечений при растяжении-сжатии равна $E_{\text{бл}} A_{\text{red}}$. Ниже приведено вычисление жесткостей кольца трубы.

Расчетная площадь арматуры, приходящаяся на 1 погонный метр трубы:

$$A_s = \frac{1000}{85} 0,283 = 3,33 \text{ см}^2;$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{2 \cdot 10^5}{30 \cdot 10^3} = 6,67.$$

$$A_{red} = bh + \alpha A_s = 100 \cdot 8 + 6,67 \cdot 3,33 = 822,21 \text{ см}^2;$$

$$S_{red} = bh \frac{h}{2} + \alpha A_s a = \frac{100 \cdot 8^2}{2} + 6,67 \cdot 3,33 \times 3,5 = 3277,74 \text{ см}^3;$$

$$y_t = S_{red} / A_{red} = 3,99 \text{ см};$$

$$I_{red} = \frac{bh^3}{12} + bh \left(\frac{h}{2} - y_t \right)^2 + \alpha A_s (y_t - a)^2 = \frac{100 \cdot 8^3}{12} + 6,67 \cdot 3,33 (4 - 3,5)^2 = 4272,22 \text{ см}^4;$$

$$E_{b1} = \frac{E_b}{1 + \varphi_{b,cr}} = \frac{30 \cdot 10^3}{1 + 1,8} = 10 \ 714,3 \text{ МПа},$$

где $\varphi_{b,cr}$ — характеристика ползучести, принимаемая по СНиП 52-101-2003;

$$D_i = E_{b1} I_{red} = 10 \ 714,3 \cdot 4 \ 272,22 = 45 \ 774 \cdot 10^5 \text{ кН} \cdot \text{см}^2.$$

$$E_{b1} A_{red} = 10 \ 714,3 \cdot 822,21 = 880 \ 940 \text{ кН}.$$

При расчете было принято, что труба опирается на профилированное грунтовое основание с углом охвата $2\alpha = 90^\circ$. Нагрузками на трубу являются собственный вес трубы, вертикальное и боковое давление грунта. Погонная нагрузка от собственного веса трубы $g_d = A_{red} \gamma_b$, где $\gamma_b = 25 \text{ кН/м}^3$ — объемный вес железобетона.

Вертикальное давление грунта

$$g = k_n \gamma_p H = 1,4 \cdot 18 \cdot 4,5 = 113,4 \text{ кН/м},$$

где k_n — коэффициент концентрации давления грунта над шельгой трубы; H, γ_p — высота слоя грунта над шельгой и объемный вес грунта соответственно.

Боковое давление грунта определено по зависимости

$$q_h = \xi \gamma_p H = \frac{1}{3} 18 \cdot 4,5 = 27 \text{ кН/м},$$

где $\xi = \text{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$ — коэффициент бокового давления грунта.

Реакция грунтового основания имеет вид равномерно распределенной нагрузки с ординатой:

$$q_f = \frac{q D_e}{a} = \frac{113,4 \cdot 0,96}{0,62225} = 174,95 \text{ кН/м},$$

где $D_e = D_i + 2h$ — наружный диаметр трубы; $a = 2R \sin \alpha$ — горизонтальная проекция

зоны опоры трубы на профилированное грунтовое основание.

В табл. 1 приведены внутренние усилия в стенке трубы, на рис. 7 и рис. 8 показаны эпюры моментов и продольных сил, на рис. 9 — деформированная схема кольца трубы.

На основе полученных данных были вычислены моменты трещиностойкости по зависимости

$$M_{crc} = R_{b1,ser} W \gamma \pm N e_x,$$

$$\text{где } e_x = \frac{W}{A_{red}} = \frac{1070,732}{822,21} = 1,3 \text{ см};$$

$$W = \frac{I_{red}}{y_t} = 1070,732 \text{ см}^3.$$

Результаты вычисления M_{crc} приведены в табл. 1.

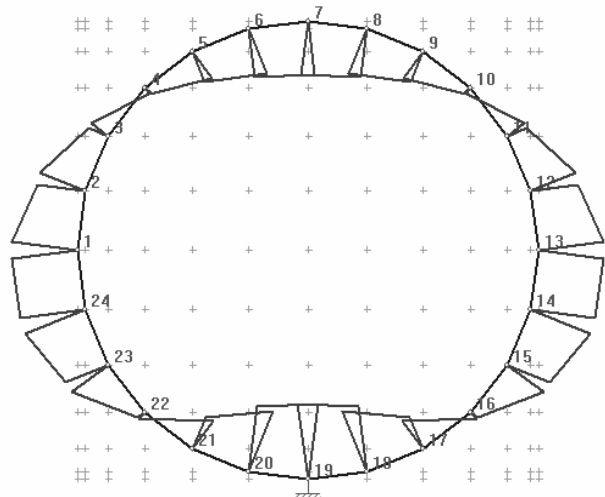


Рис. 7. Эпюра моментов в кольце трубы

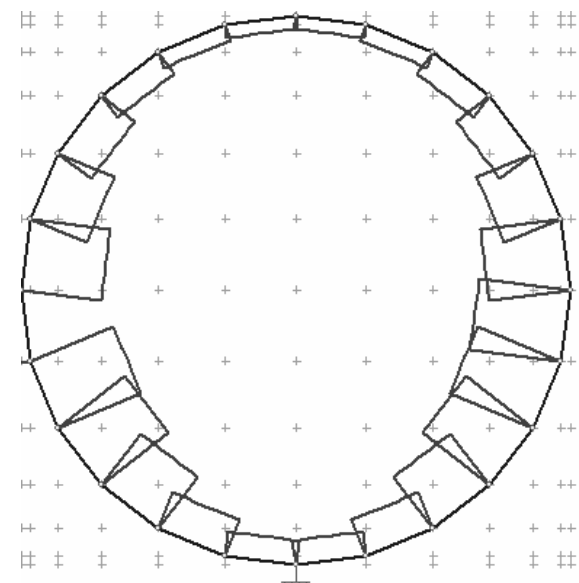


Рис. 8. Эпюра продольных сил

Таблица 1

Усилия на концах стержней

Стержень	Узел	Загружение				$M_{сгс},$ кН·м
		$N, \text{ кН}$	$Q, \text{ кН}$	$M, \text{ кН·м}$		
1	1	-50,21	11,46	-5,07	2,81*	
1	2	-49,98	11,43	-3,75	2,81*	
2	2	-37,86	18,27	-3,75	2,65*	
2	3	-37,65	18,18	-1,66	2,647	
3	3	-25,96	19,84	-1,66	2,495	
3	4	-25,77	19,70	0,61	2,49	
4	4	-16,28	16,96	0,61	2,37	
4	5	-16,14	16,78	2,54	2,367*	
5	5	-10,03	11,07	2,54	2,288*	
5	6	-9,94	10,86	3,80	2,287*	
6	6	-8,03	3,75	3,80	2,26*	
6	7	-8,00	3,52	4,22	2,26*	
7	7	-8,00	-3,52	4,22	2,26*	
7	8	-8,03	-3,75	3,80	2,26*	
8	8	-9,94	-10,86	3,80	2,287*	
8	9	-10,03	-11,07	2,54	2,288*	
9	9	-16,14	-16,78	2,54	2,367*	
9	10	-16,28	-16,96	0,61	2,37	
10	10	-25,77	-19,70	0,61	2,49	
10	11	-25,96	-19,84	-1,66	2,495	
11	11	-37,65	-18,18	-1,66	2,647	
11	12	-37,86	-18,27	-3,75	2,65*	
12	12	-49,98	-11,43	-3,75	2,81*	
12	13	-50,21	-11,46	-5,07	2,81*	
13	13	-56,28	0,07	-5,07	2,89*	
13	14	-56,51	0,10	-5,06	2,89*	
14	14	-55,49	12,50	-5,06	2,88*	
14	15	-55,70	1,258	-3,62	2,88*	
15	15	-52,03	24,65	-3,62	2,83*	
15	16	-52,22	24,79	-0,79	2,83	
16	16	-39,55	29,41	-0,79	2,67	
16	17	-39,69	29,59	2,60	2,67	
17	17	-23,71	22,11	2,60	2,466*	
17	18	-23,80	22,32	5,15	2,46*	
18	18	-14,82	9,75	5,15	2,35*	
18	19	-14,85	9,98	6,29	2,35*	
19	19	-14,85	-9,98	6,29	2,35*	
19	20	-14,82	-9,75	5,15	2,35*	
20	20	-23,80	-22,32	5,15	2,46*	
20	21	-23,71	-22,11	2,60	2,466*	
21	21	-39,69	-29,59	2,60	2,67	
21	22	-39,55	-29,41	-0,79	2,67	
22	22	-52,22	-24,79	-0,79	2,83	
22	23	-52,03	-24,65	-3,62	2,83*	
23	23	-55,70	-12,58	-3,62	2,88*	
23	24	-55,49	-12,50	-5,06	2,88*	
24	1	-56,28	-0,07	5,07	2,89*	
24	24	-56,51	-0,10	5,06	2,89*	

Примечания: * Сечения трубы, в которых образуются трещины; N — продольная сила, Q — поперечная сила, M — изгибающий момент сечения.

Таблица 2

Усилия на концах стержней

Стержень	Узел	Загружение 1			Отклонение, %
		$N, \text{ кН}$	$Q, \text{ кН}$	$M, \text{ кН·м}$	
1	1	-50,18	11,65	-5,57	9,86
1	2	-49,95	11,62	-4,24	13,07
2	2	-37,79	18,45	-4,24	13,07
2	3	-37,58	18,36	-2,12	27,71
3	3	-25,84	19,99	-2,12	27,71
3	4	-25,66	19,85	0,16	—
4	4	-16,12	17,08	0,16	—
4	5	-15,98	16,90	2,11	16,93
5	5	-9,85	11,14	2,11	16,93
5	6	-9,76	10,93	3,38	11,05
6	6	-7,84	3,78	3,38	11,05
6	7	-7,81	3,55	3,80	9,95
7	7	-7,81	-3,55	3,80	9,95
7	8	-7,84	-3,78	3,38	11,05
8	8	-9,76	-10,93	3,38	11,05
8	9	-9,85	-11,14	2,11	16,93
9	9	-15,98	-16,90	2,11	16,93
9	10	-16,12	-17,08	0,16	—
10	10	-25,66	-19,85	0,16	—
10	11	-25,84	-19,99	-2,12	27,71
11	11	-37,58	-18,36	-2,12	27,71
11	12	-37,79	-18,45	-4,24	13,07
12	12	-49,95	-11,62	-4,24	13,07
12	13	-50,18	-11,65	-5,57	9,86
13	13	-56,31	-0,12	-5,57	9,86
13	14	-56,54	-0,09	-5,59	9,88
14	14	-55,56	12,32	-5,59	9,88
14	15	-55,77	12,41	-4,17	15,19
15	15	-52,15	24,49	-4,17	15,19
15	16	-52,33	24,63	-1,35	—
16	16	-39,71	29,29	-1,35	—
16	17	-39,85	29,47	2,03	21,92
17	17	-23,89	22,04	2,03	21,92
17	18	-23,97	22,25	4,57	11,26
18	18	-15,01	9,72	4,57	11,26
18	19	-15,04	9,95	5,70	9,38
19	19	-15,04	-9,95	5,70	9,38
19	20	-15,01	-9,72	4,57	11,26
20	20	-23,97	-22,25	4,57	11,26
20	21	-23,89	-22,04	2,03	21,92
21	21	-39,85	-29,47	2,03	21,92
21	22	-39,71	-29,29	-1,35	—
22	22	-52,33	-24,63	-1,35	—
22	23	-52,15	-24,49	-4,17	15,19
23	23	-55,77	-12,41	-4,17	15,19
23	24	-55,56	-12,32	-5,59	9,88
24	1	-56,31	0,12	5,57	9,86
24	24	-56,54	0,09	5,59	9,88

Примечание. Процент отклонения момента за счет трещинообразования определен по зависимости $\frac{M_i - M_i^c}{M_i} 100 \%$, где M_i — изгибающий момент в i -м сечении стенки трубы без учета образования трещин; M_i^c — то же с учетом образования трещин.

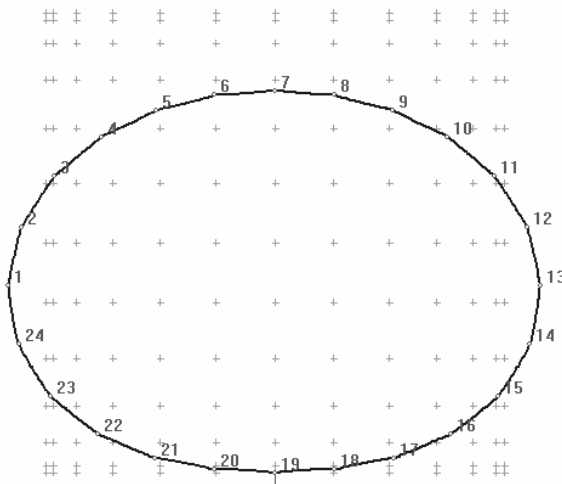


Рис. 9. Деформированная схема кольца трубы

Для сечений трубы с трещинами по зависимостям (1), (4) и (5) были уточнены жесткости и для нового распределения жесткостей вновь вычислены в кольце внутренние усилия. Их значения приведены в табл. 2.

Как видно из табл. 2, в результате трещинообразования произошло перераспределение внутренних усилий по кольцу трубы. Изгибающие моменты в наиболее опасных сечениях в лотке и шельге уменьшились примерно на 10 %, а в боковых сечениях возросли на ту же величину.

Выводы

Предложена практическая методика расчета статически неопределимых железобетонных конструкций с учетом перераспределения усилий при трещинообразовании, позволяющая учитывать их реальную работу.

Разработана блок-схема расчета.

Доказано, что образование трещин приводит к перераспределению усилий в элементах конструкций. В частности,

как видно из примера расчета трубы, в ее стенке перераспределение усилий составляет примерно 10 %. За счет этого расчетная ширина раскрытия трещин может быть снижена на ту же величину.

Ключевые слова: статически неопределимые железобетонные конструкции, перераспределение усилий, ширина раскрытия трещин, армирование конструкций, жесткость сечений, приведенные геометрические характеристики сечения: площадь, момент инерции.

Список литературы

1. Ксенофонтова, Т. К. Учет нелинейности работы грунта засыпки и материала железобетонных труб [Текст] / Т. К. Ксенофонтова // Расчет элементов конструкций на статические и динамические воздействия : сб. науч. трудов. — М. : МГМИ, 1987. — С. 112–119.
2. Ксенофонтова, Т. К. Расчет подземных железобетонных труб с учетом трещинообразования и нелинейной работы грунта [Текст] / Т. К. Ксенофонтова // Роль обустройства сельских территорий в обеспечении устойчивого развития АПК : сб. науч. трудов. — М. : МГУП, 2007. — С. 77–80.
3. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения [Текст] : СНиП 52-01-2003 ; утв. и введены в действие Постановлением Государственного комитета РФ по строительным и жилищно-коммунальным комплексам от 30.06.2003 г. № 127. — М. : ФГУП ЦПП, 2004. — 24 с.
4. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры [Текст] : свод правил. СП 52-101-2003 ; одобрен для применения Постановлением Госстроя России от 25.12.2003 г. № 215. — М. : ФГУП ЦПП, 2005. — 54 с.