

УДК 502/504:532.543

Е. В. ДУВАНСКАЯГосударственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Южно-Российский государственный университет экономики и сервиса»**ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИЙ ТОКА И ЛИНИЙ РАВНЫХ ГЛУБИН
В ЗАДАЧЕ СВОБОДНОГО РАСТЕКЕНИЯ
БУРНОГО ВОДНОГО ПОТОКА
ЗА МАЛЫМИ ВОДОПРОПУСКНЫМИ СООРУЖЕНИЯМИ**

Представлена разработанная автором методика аналитического расчета гидравлических параметров потока при характерном для дорожных условий свободном растекании бурного потока. Проведен сравнительный анализ графиков плана течения потока, построенных с помощью графоаналитического метода и предложенной методики.

Расчет гидравлических параметров потока, план течения потока, графоаналитический метод.

The authors have developed a method of the computational analytical procedure of hydraulic flow parameters under a free spreading of the turbulent flow typical for road conditions. There is carried out a comparative analysis of the flow plan diagrams built by means of the graphical-analytical method and proposed methods.

Calculation of hydraulic flow parameters, plan of flow current.

В работе предложена методика аналитического расчета гидравлических параметров свободно растекающегося бурного водного потока за малыми водопропускными сооружениями, работающими в безнапорном или полунпорном режимах. Как показывает сравнение экспериментальных исследований по свободному растеканию бурного планового потока [1] с теоретическими методами, метод расчета с использованием плоскости годографа скорости дает наиболее высокую адекватность по всему комплексу точечных параметров и интегральных характеристик потока. Основные принципы математического моделирования бурного свободно растекающегося планового потока изложены в работе [2], там же приведен алгоритм и программы по расчету параметров потока. По разработанной методике на выходе потока из безнапорного отверстия (при известных параметрах) строится график в координатах y/b , $x/b\sqrt{F_0}$ в терминах линий тока и линий равных глубин так же, как и в графике И. А. Шеренкова. Это позволяет наложением соответствующих графиков на график И. А. Шеренкова сравнить рассогласование по области растекания потока, а также скорости и глубины потока в сопоставимых точках и сделать выводы по их

практическому использованию.

Прежде чем построить отмеченный график, необходимо заметить, что в данной работе, как и у И. А. Шеренкова, использовались уравнения движения плановых стационарных потоков без учета сил сопротивления потоку при его свободном растекании в широкое отводящее русло. Однако И. А. Шеренков для построения графика применял метод характеристик, который, являясь графоаналитическим, накапливает трудноуловимые ошибки округления [3]. В данной работе использованы точные аналитические выражения для построения подобного графика.

Исходными данными для составления алгоритма расчета параметров потока являются следующие: b – ширина прямоугольной трубы; Q – расход потока; h_0 – глубина потока на его выходе из трубы.

Схема свободного растекания потока симметрична относительно оси OX , поэтому для иллюстрации методики на рис. 1 показана только верхняя полуплоскость.

Расчет проводится в три этапа в следующей последовательности:

1 этап – определение параметров потока вдоль его продольной оси симметрии.

1. Определяем скорость потока на его выходе из трубы: $V_0 = \frac{Q}{h_0 b}$ (1)

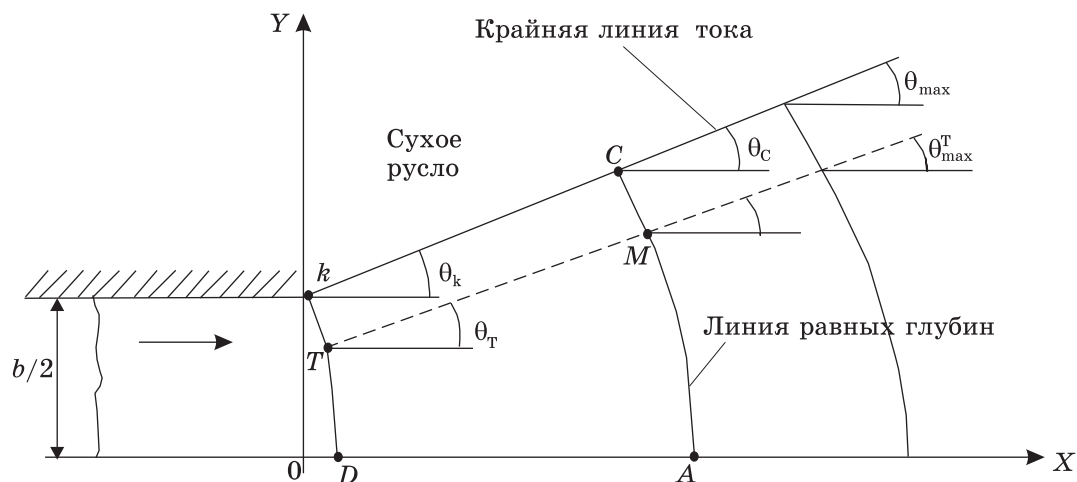


Рис. 1. Схема свободного растекания потока в положительной полуплоскости

2. Определяем критерий Фруда F_0 :

$$F_0 = \frac{v_0^2}{gh_0}, \quad (2)$$

где g – ускорение силы тяжести.

3. Определяем постоянную в интеграле Бернулли H_0 :

$$H_0 = h_0 + \frac{v_0^2}{2g}. \quad (3)$$

4. Определяем квадрат скоростного коэффициента потока τ_0 на его выходе из трубы:

$$\tau_0 = \frac{v_0^2}{2gH_0}. \quad (4)$$

5. Определяем постоянную C_1 :

$$C_1 = \arctg \sqrt{\frac{3\tau_0 - 1}{1 - \tau_0}} - \sqrt{3} \arctg \left(\sqrt{\frac{3\tau_0 - 1}{1 - \tau_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right). \quad (5)$$

6. Определяем максимальный угол θ_{max} между вектором скорости жидкой частицы и положительным направлением оси OX на бесконечности для крайней линии тока:

$$\theta_{max} = C_1 + (\sqrt{3} - 1) \frac{\pi}{2}. \quad (6)$$

7. Определяем постоянную A :

$$A = \frac{v_0 b}{2 \sin \theta_{max}}. \quad (7)$$

8. Определяем квадрат скоростного коэффициента τ_k в точке k (фиктивный

коэффициент) из следующего уравнения:

$$\frac{\tau_k(1 - \tau_k)^2}{\tau_0(1 - \tau_0)^2} + \tau_k \sin^2 \theta_{max} = 1. \quad (8)$$

9. Определяем фиктивный угол θ_k наклона вектора скорости в точке k к положительному направлению оси OX :

$$\theta_k = \arcsin[\tau_k^{1/2} \sin \theta_{max}]. \quad (9)$$

10. Определяем расстояние X_D :

$$X_D = \frac{b(1 - \cos \theta_k)}{2 \sin \theta_k}. \quad (10)$$

11. Задаем величину S_A для линии равных глубин.

12. Определяем глубину h_A :

$$h_A = S_A h_0. \quad (11)$$

13. Определяем параметр τ_A :

$$\tau_A = \frac{H_0 - h_A}{H_0}. \quad (12)$$

14. Определяем абсциссу x_A :

$$x_A = x_D + \frac{v_0 h_0 b}{4H_0 \sqrt{2gH_0} \sin \theta_{max}} \left[\frac{1 + \tau_A}{\tau_A(1 - \tau_A)} - \ln \frac{1 - \tau_A}{\tau_A} - \frac{1 + \tau_0}{\tau_0(1 - \tau_0)} + \ln \frac{1 - \tau_0}{\tau_0} \right]. \quad (13)$$

15. Определяем величину скорости в точке A на оси симметрии потока:

$$v_A = \tau_A^{1/2} \sqrt{2gH_0}. \quad (14)$$

16. Определяем точки $x_A/b\sqrt{F_0}$, соответствующие значениям $S_A = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9$.

II этап – определение координат точек пересечения линий равных глубин

с крайней линией тока, а также скорости и глубины в этих точках.

1. Задаем значение параметра S_A .

2. В точке C определяем: квадрат скоростного коэффициента ($\tau_c = \tau_A$), глубину ($h_c = h_A$) и скорость ($v_c = v_A$).

3. Определяем абсциссу точки C вдоль крайней линии тока с параметром $\tau_c = \tau_A$:

$$x_c = \frac{Ah_0}{2H_0\sqrt{2gH_0}} \left[\frac{1 + \tau_c}{\tau_c(1 - \tau_c)} - \frac{2 \sin^2 \theta_{\max}}{1 - \tau_c} - \ln \frac{1 - \tau_c}{\tau_c} - \frac{1 + \tau_k}{\tau_k(1 - \tau_k)} + \ln \frac{1 - \tau_k}{\tau_k} + \frac{2 \sin^2 \theta_{\max}}{1 - \tau_k} \right] \quad (15)$$

4. Определяем угол θ_c :

Из равенства $\sin^2 \theta_c = \tau_c \sin^2 \theta_{\max}$ находим:

$$\theta_c = \arcsin(\tau_c^{1/2} \sin \theta_{\max}). \quad (16)$$

5. Определяем ординату точки C вдоль крайней линии тока с параметром $\tau_c = \tau_A$:

$$y_c = \frac{b}{2} + \frac{Ah_0 \sin \theta_{\max}}{H_0 \sqrt{2gH_0}} \times \left[\frac{\cos \theta_c}{\tau_c^{1/2}(1 - \tau_c)} - \frac{\cos \theta_k}{\tau_k^{1/2}(1 - \tau_k)} \right], \quad (17)$$

где $\cos \theta_c = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_c}$.

III этап – определение координат точек пересечения линии равных глубин с произвольной линией тока.

1. Задаем значение параметра S_A .

2. В точке M определяем: квадрат скоростного коэффициента ($\tau_M = \tau_A$), глубину ($h_M = h_A$) и скорость ($v_M = v_A$).

3. Задаем коэффициент расхода выбранной линии тока:

$$\beta = 1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0.$$

4. Определяем угол θ_{\max}^T :

$$\theta_{\max}^T = \arcsin(\beta \sin \theta_{\max}). \quad (18)$$

5. Из уравнения (19) определяем параметр τ_T :

$$\frac{\sqrt{1 - \tau_T \sin^2 \theta_{\max}^T}}{\tau_T^{1/2}(1 - \tau_T)} = \frac{1}{\tau_0^{1/2}(1 - \tau_0)}, \quad (19)$$

где $\tau_0 \leq \tau_T \leq 1$.

6. Определяем величину угла θ_T :

$$\theta_T = \arcsin(\tau_T^{1/2} \sin \theta_{\max}^T). \quad (20)$$

7. Определяем абсциссу в точке T :

$$x_T = R \cos \theta_T - R \cos \theta_k. \quad (21)$$

8. Определяем ординату в точке T :

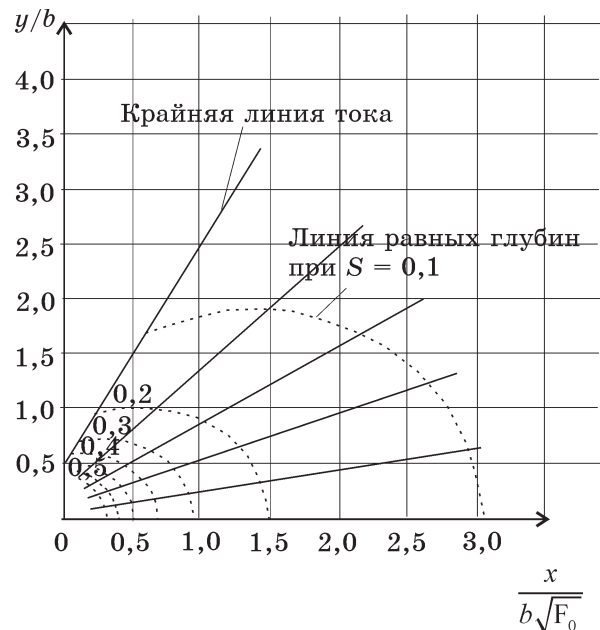
$$y_T = R \sin \theta_T. \quad (22)$$

9. Определяем угол θ_M :

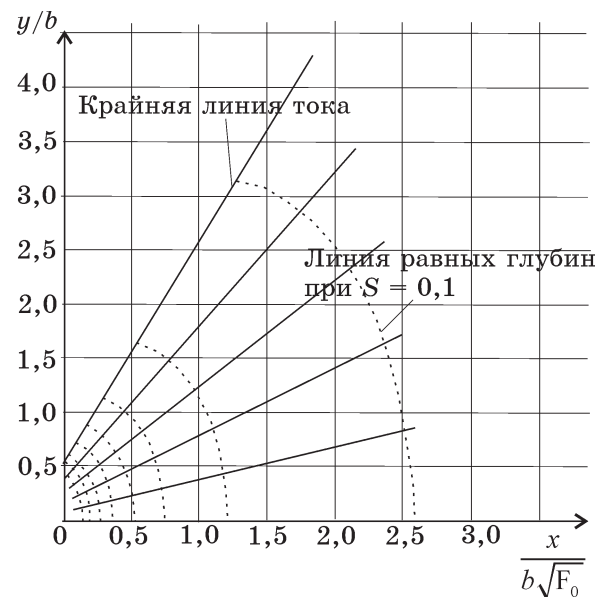
$$\theta_M = \arcsin(\tau_A^{1/2} \sin \theta_{\max}^T). \quad (23)$$

10. Определяем ординату точки M :

$$y_M = y_T + \frac{A \sin \theta_{\max}^k}{\sqrt{2gH_0}} \times \left[\frac{\cos \theta_M}{\tau_A^{1/2}(1 - \tau_A)} - \frac{\cos \theta_T}{\tau_T^{1/2}(1 - \tau_T)} \right]. \quad (24)$$



а



б

Рис. 2. План течения потока по описанной методике для различных чисел Фруда: $F_0 = 1,5$ (а); $F_0 = 2$ (б)

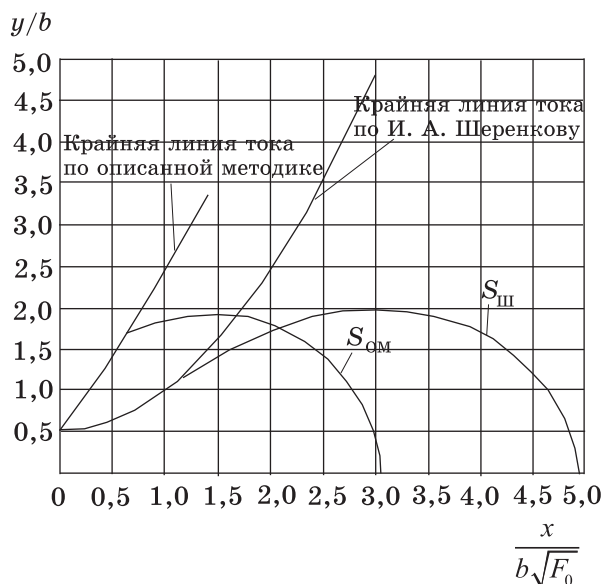


Рис. 3. Графики крайней линии тока и линии равных глубин для $F_0 = 1,5$: $S_{шп}$ – линия равных глубин h/h_0 (по И.А. Шеренкову); $S_{см}$ – линия равных глубин h/h_0 (по описанной методике)

11. Определяем абсциссу точки М:

$$x_M = x_T + \frac{Ah_0}{2H_0\sqrt{2gH_0}} \times \{J_1 - K^*J_2 - K^*J_3\} \Big|_{\tau_T}^{\tau_A}, \quad (25)$$

где $K^* = \sin^2 \theta_{\max}^k$.

Таким образом, можно построить график зоны растекания потока в координатах y/b ; $\frac{x}{b\sqrt{F_0}}$ для заданных значений b , F_0 в терминах: линия тока – линия равных глубин. На рис. 2 показан план растекания потока для различных чисел Фруда, построенный с помощью компьютерной программы, разработанной по описанной методике.

Как видно из рис. 2, геометрия растекания зависит от числа Фруда на выходе из трубы. Интенсивность растекания обратно пропорциональна числу Фруда, в отличие от универсального графика И. А. Шеренкова, вид которого не зависит от F_0 на выходе из трубы.

Для проведения сравнительного анализа на рис. 3 приведены графики крайней линии тока и линии равных глубин, построенные по описанной методике и методу И. А. Шеренкова для $F_0 = 1,5$. Графики построены с помощью программы, разработанной в пакете Matcad.

Выводы

Из рисунка видно, что крайняя линия тока по описанной методике расположена значительно левее, чем крайняя линия тока, построенная по методике И. А. Шеренкова. Отсюда следует, что расстояние от выхода потока из трубы до сечения полного растекания (характеризуемого точкой удара крайней линии тока о боковую стенку) значительно отличается. Это влияет на выбор крепления отводящего русла.

Линии равных глубин также имеют разную геометрию. Из сравнения линий равных глубин видно, что глубины потока, рассчитанные аналитически, уменьшаются гораздо интенсивнее, соответственно скорости будут интенсивнее увеличиваться. А от скорости зависит выбор толщины плиты, глубины предохранительного откоса и размера булыжника, которым засыпают откос. Такая ситуация может привести к понижению эксплуатационной надежности сооружения вследствие неверных расчетов и ошибочного выбора места крепления боковых стенок, что приводит к преждевременному выходу из строя нижнего бьефа гидросооружения.

1. Ширяев В. В., Мицик М. Ф., Дуванская Е. В. Развитие теории двухмерных открытых водных потоков: монография. – Шахты: Изд-во ЮРГУЭС, 2007. – 133 с.

2. Мицик М. Ф., Косиченко Н. В., Лемешко М. А. Метод с использованием годографа скорости применительно к расчету параметров бурного двухмерного потока / Математическое и компьютерное моделирование естественно-научных и социальных проблем: сб. статей IV Междунар. научн.-техн. конф. молодых специалистов, аспирантов и студентов. – Пенза: Приволжский Дом знаний, 2010. – С. 130–141.

3. Справочник по гидравлике / Под ред. В. А. Большакова. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – Киев: Вища школа, 1984. – 343 с.

Материал поступил в редакцию 26.10.10.
Дуванская Елена Викторовна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Сервис»
 Тел. 8-903-431-77-26
 E-mail: delvik2004@list.ru