

стоимость системы.

1. Коршунова Л. Н., Проданова Н. А. Оценка и анализ рисков. – Ростов на Дону: Феникс, 2007. – 96 с.

2. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений (пер. с нем.) – М.: Мир, 1990. – 208 с.

3. Карамбиров С. Н. Математическое моделирование систем подачи и распределения воды в условиях многорежимности и неопределенности: монография. – М.: ФГОУ ВПО МГУП, 2004. – 197 с.

4. Вантеева О. В. Вероятностные

модели и методы анализа режимов функционирования трубопроводных систем: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Иркутск, 2011.

Материал поступил в редакцию 15.04.11.

*Карамбиров Сергей Николаевич, доктор технических наук, профессор кафедры «Вычислительная техника и математическое программирование»*  
Тел. 8(499)153-97-66

*Бекишева Лаура Борисовна, аспирантка*  
Тел. 8-909-948-51-73

*Трикозюк Сергей Алексеевич, аспирант*  
Тел. 8 (495) 798-63-38, 8 (495) 485-77-32

УДК 502/504:532.5:627.13

**А. П. ГУРЬЕВ, Р. А. ХАЙРУЛЛИН**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет природообустройства»

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК БЕЗНАПОРНОГО ПОТОКА В ВЕРТИКАЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫХ СОПРЯГАЮЩИХ КОЛЕНАХ**

*Статья посвящена вопросу определения усредненного гидродинамического давления потока на сопрягающих круглоцилиндрических поверхностях колен шахтных водосбросов и водосливных плотин для безнапорных потоков. Сделаны теоретические выводы определения гидродинамического давления с использованием результатов экспериментов.*

*Сопрягающее колено шахтного водосброса, сопрягающий криволинейный участок водосливной плотины, центробежное давление, усредненное гидродинамическое давление.*

*The article deals with the question of determination of the flow average hydrodynamic pressure on conjugating circular cylindrical surfaces of bends of shaft spillways and spillway dams for water free flows. There are drawn theoretical conclusions of determination of the hydrodynamic pressure using the results of experiments.*

*Conjugating bend of shaft spillway, conjugating curvilinear part of spillway dam, centrifugal pressure, average hydrodynamic pressure.*

Вертикально расположенные сопрягающие колена имеют достаточно широкое распространение в гидротехнических сооружениях. К ним относятся безнапорные колена шахтных водосбросов, участки сопряжения наклонной грани водосливной плотины с рисбермой, цилиндрические носки-трамплины. Как правило, на этих участках потоки имеют

большие скорости, которые могут формировать зоны с кавитационным разрушением бетона. Наличие центробежных сил, направленных внутрь потока, снижает опасность возникновения кавитации, не исключая совсем возможности ее появления. В [1] отмечено, что из-за неудовлетворительного производства работ на вогнутой поверхности сопрягающего

колена шахты возникли очаги кавитационной эрозии бетона, достигающие глубины 60 см. В связи с этим умение определять величину центробежного давления на сопрягающих цилиндрических участках, ориентированных в вертикальной плоскости, – актуальная задача для правильной оценки опасности кавитационной эрозии бетона.

Расчеты давления в безнапорном колене, ориентированном в вертикальной плоскости, до настоящего времени остаются нерешенной задачей. Были попытки решить эту задачу теоретически из предположения, что линии тока внутри потока представляют собой концентрические окружности, центр кривизны которых находится в центре кривизны колена [2, 3]. Однако эти допущения справедливы для потоков с малой толщиной струи при отношении толщины струи к радиусу кривизны колена  $h/R < 0,1$ . В реальных условиях отношение  $h/R$  может достигать 0,5...0,55. В этом случае зоны с искривлением поверхности потока и негидростатичным распределением давления по глубине начинаются и заканчиваются далеко за пределами искривленного участка водовода. Определение кривизны поверхности потока, а тем более внутренних линий тока настолько сложная задача, что авторы «Основ практической гидродинамики» Кох и Карстаньен вынуждены были допустить реплику: «Кривизну поверхностных струй еще можно определить с трудом, а внутренних струй – никогда» [4].

В [5] получены выражения для определения распределения скоростей и давлений по глубине криволинейного потока:

$$u = \frac{q}{h} \cdot \frac{e^{(a_n \bar{y} + \frac{\Delta a}{m+1} \bar{y}^{m+1})}}{\int_0^1 e^{(a_n \bar{y} + \frac{\Delta a}{m+1} \bar{y}^{m+1})} \cdot d\bar{y}}; \quad (1)$$

$$\frac{p_{ц}}{\gamma} = \frac{q^2}{h^2 J^2 g \cos \varphi_{cp}} \cdot \int_{\bar{y}}^1 (a_n + \Delta a \bar{y}^m) e^{-2(a_n \bar{y} + \frac{\Delta a}{m+1} \bar{y}^{m+1})} \cdot d\bar{y}, \quad (2)$$

где  $a = h/R$  – безразмерная кривизна линии тока;  $\Delta a = a_n - a_n$  – разница безразмерной кривизны донной и поверхностной линий тока;  $\bar{y} = y/h$  – относительное расстояние от дна до линии тока;  $m$  – показатель степени изменения кривизны по глубине потока.

Для решения зависимостей (1) и (2) необходимо знать кривизну поверхностной и донной струек и закон изменения их кривизны по глубине (определяемый показателем степени  $m$ ).

Для определения кривизны необходимо иметь значения первой  $y'$  и второй  $y''$  производной криволинейной линии, которые можно определить двумя способами: графическим и графоаналитическим [6].

В [5] был использован графический способ определения производных поверхностных струй. Этот способ трудоемкий, имеет низкую точность, поскольку приходится оперировать с весьма малыми величинами при определении второй производной кривой свободной поверхности потока. Кривизна  $k$  кривой в декартовой системе координат определяется по следующей зависимости:

$$\frac{1}{r} = k = \frac{y''}{[1 + (y')^2]^{3/2}}. \quad (3)$$

При графоаналитическом способе для определения производных необходимо аппроксимировать свободную поверхность потока аналитической кривой, уравнение которой дальше можно дифференцировать. Существуют три способа задания уравнения кривой свободной поверхности:

в декартовой системе координат –  $y = f(x)$ ;

в полярной системе координат –  $R = a(\beta)$ , где  $\beta$  – полярный угол;

в параметрической форме –

$$x = f_1(\beta);$$

$$y = f_2(\beta).$$

Аналитический способ определения кривизны свободной поверхности потока заключается в следующем: сначала выполнить аппроксимацию координат точек свободной поверхности, а затем аналитически определить кривизну аппроксимирующей кривой. Для применения этого способа вычисления кривизны свободной поверхности требуется достаточно подробное задание координат свободной поверхности. Это несложно сделать, имея, например, фото соответствующей свободной поверхности потока.

При выполнении аппроксимации

в полярной форме за полюс принимается центр кривизны вогнутой поверхности сопрягающего колена, а за угловую координату  $\beta$  – угол поворота радиуса  $R$  точки поверхности относительно плоскости выходного сечения конфузора. Угол поворота сечения определяется как  $\arcsin(y/r)$ , где в качестве координаты  $y$  принимается вертикальное расстояние от плоскости выходного сечения конфузора до рассматриваемой точки. При аппроксимации свободной поверхности в полярной системе координат ее кривизна определяется так:

$$k = \frac{r^2 + 2r'^2 - r \cdot r''}{(r^2 + r'^2)^{3/2}}. \quad (4)$$

При выполнении аппроксимации в параметрической форме за параметр принимается также угол поворота  $\beta$  относительно плоскости выходного сечения конфузора, за центр координат – центр кривизны вогнутой поверхности сопрягающего колена, ось  $x$  располагается в начальном сечении сопрягающего колена и направлена в сторону его вогнутой стенки, а за ось  $y$  принимается перпендикуляр к оси  $x$ , проходящий через центр кривизны вогнутой поверхности сопрягающего колена и направленный вниз. Угол поворота сечения  $\beta = \arctg(y/x)$ .

При аппроксимации свободной поверхности в полярной системе координат ее кривизна определяется по следующей зависимости:

$$k = \frac{r^2 + 2 \cdot r'^2 - r \cdot r''}{(r^2 + r'^2)^{3/2}}. \quad (5)$$

Попытки представить свободную поверхность потока кривой в виде зависимости  $z = f(x)$  в декартовой системе координат не увенчались успехом. Лучшие результаты получились при использовании системы полярных координат.

При выполнении анализа возможных вариантов аппроксимации была принята аппроксимация кривых полиномом шестой степени. Одним из достоинств аппроксимации свободной поверхности потока является возможность выявления грубых ошибок при

определении координат точек поверхности.

В качестве примера результатов обработки на рис. 1 представлены графики зависимости кривизны свободной поверхности в сопрягающем колене шахтного водосброса для варианта конфузора прямоугольного поперечного сечения с выходным сечением высотой  $a = 5$  м (получены графоаналитическим способом).

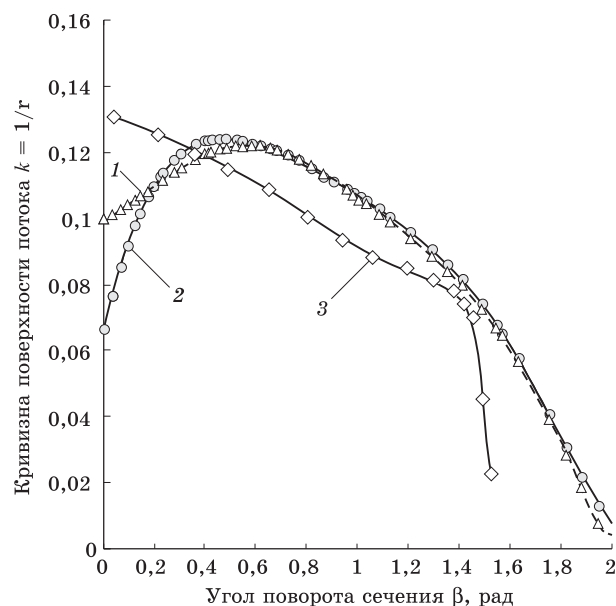


Рис. 1. Изменение кривизны поверхности потока в сопрягающем колене в зависимости от метода расчета при высоте выходного сечения конфузора,  $a = 5$  м: 1 –  $k = f(x, z)$ ; 2 –  $k = f(r)$ ; 3 – графический способ

Для дальнейшей обработки экспериментальных материалов была использована аппроксимация в параметрической форме.

Как видно из этих графиков, в центральной части кривой свободной поверхности характер изменения кривизны графоаналитическим и аналитическим способами сходный. Оба способа аналитической аппроксимации дают полное совпадение изменения кривизны свободной поверхности потока, за исключением начального участка кривой, где происходит резкая деформация свободной поверхности потока после выходного сечения конфузора. На этом участке лучшее совпадение дает аппроксимация в

параметрической форме.

В [5] априори было принято линейное изменение кривизны струек по глубине потока. Для уточнения правомерности принятого допущения по (2) были построены кривые распределения давления на вогнутой поверхности сопрягающего колена шахтного водосброса в зависимости от величины показателя степени  $m$  в уравнениях (1) и (2) для расхода  $Q = 727 \text{ м}^3/\text{с}$  при высоте выходного сечения конфузора  $a = 5 \text{ м}$  (рис. 2).

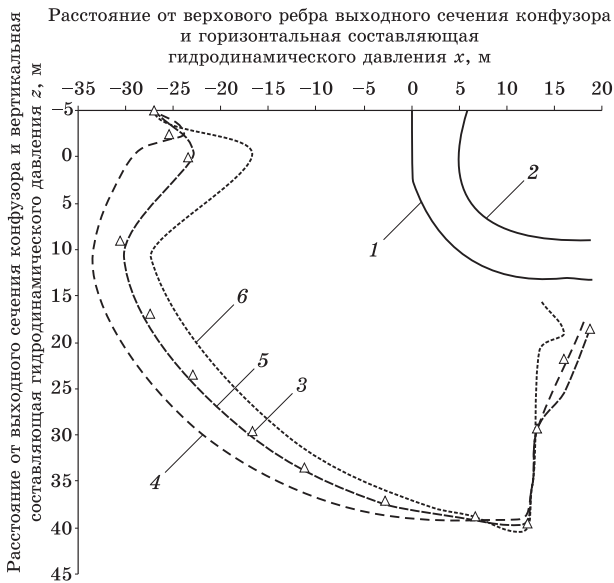


Рис. 2. Распределение давлений на вогнутой поверхности сопрягающего колена шахтного водосброса в соответствии с законом изменения кривизны потока:  $a_0 = 5 \text{ м}$ ;  $Q = 727 \text{ м}^3/\text{с}$ ; 1 – конфузор и колено; 2 – поверхность потока; 3 – эксперимент; 4 – расчет при  $m = 0,5$ ; 5 – расчет при  $m = 1$ ; 6 – расчет при  $m = 2$

Как видно из рис. 2, принятие значения  $m = 1$  полностью подтвердилось. Чтобы получить выражение для определения давления на вогнутую поверхность сопрягающего колена с учетом центробежного давления, необходимо интегрировать уравнение (2) (в общем виде интеграл в (2) не берется). Для его определения воспользуемся разложением в ряд подынтегрального выражения. Взяв первые два члена разложения для  $m = 1$ , получим выражение для определения полного давления на вогнутую поверхность сопрягающего колена:

$$\frac{p}{\gamma} = h \sin \beta + 2 \cdot \left[ \frac{a_d + a_d^2 + \frac{2a_d^3}{3} + a_d \Delta a + a_d^2 \Delta a + \frac{a_d \Delta a^2}{2} + \frac{\Delta a}{2} + \frac{\Delta a^2}{4} + \frac{\Delta a^3}{12} \right] \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} \left[ 1 + \frac{a_d}{2} + \frac{\Delta a}{6} + \frac{a_d^2}{6} + \frac{a_d \Delta a}{8} + \frac{\Delta a^2}{40} \right]^2, \quad (6)$$

где  $v$  – средняя скорость потока.

На рис. 3 приведено сопоставление расчетных значений усредненного гидродинамического давления, полученного по данным эксперимента для шахтного водосброса полигонального поперечного сечения гидроузла Джедра [7] и по расчетам по (6) для нескольких значений расхода.

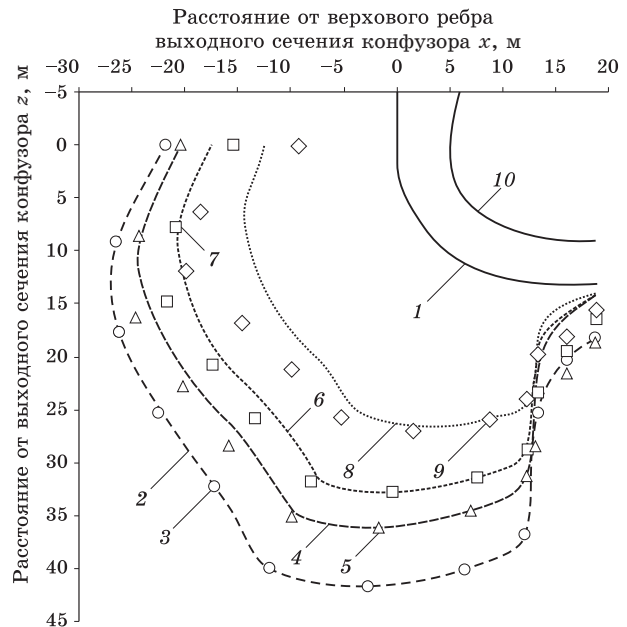


Рис. 3. Распределение давления на вогнутой поверхности сопрягающего колена шахтного водосброса при высоте выходного сечения конфузора  $a = 5,0 \text{ м}$ : 1 – конфузор и колено; 2 –  $Q = 704 \text{ м}^3/\text{с}$ , расчет; 3 –  $Q = 704 \text{ м}^3/\text{с}$ , опыт; 4 –  $Q = 684 \text{ м}^3/\text{с}$ , расчет; 5 –  $Q = 684 \text{ м}^3/\text{с}$ , опыт; 6 –  $Q = 634 \text{ м}^3/\text{с}$ , опыт; 7 –  $Q = 634 \text{ м}^3/\text{с}$ , расчет; 8 –  $Q = 531 \text{ м}^3/\text{с}$ , расчет; 9 –  $Q = 531 \text{ м}^3/\text{с}$ , опыт; 10 – поверхность потока

Аналогичные расчеты были выполнены для определения усредненного гидродинамического давления на цилиндрический участок, сопрягающий

сливную поверхность и рисберму водосброса 2 с отбросом струи Богучанской ГЭС [8, 9]. На рис. 4 показано сопоставление результатов расчета и эксперимента (представленно в виде графиков на развертке сливной поверхности для расхода  $Q = 480 \text{ м}^3/\text{с}$ ).

Как видно из рис. 4, и в этом случае имеется достаточно хорошее совпадение результатов расчета с данными экспериментов.

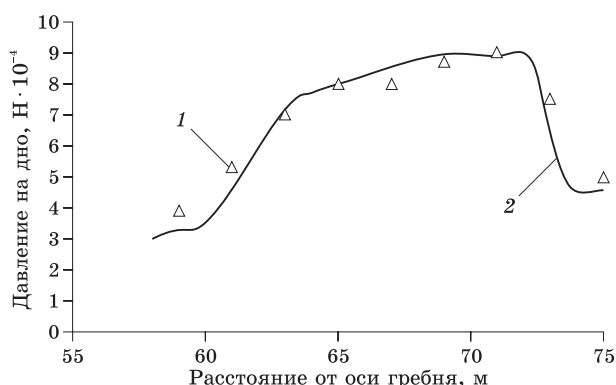


Рис. 4. Сопоставление результатов расчета и экспериментального изучения давления на сопрягающем участке наклонной грани и рисбермы водосброса 2 Богучанской ГЭС развертки сливной поверхности для расхода  $Q = 480 \text{ м}^3/\text{с}$ : 1 – эксперимент; 2 – расчет

### Выводы

Предложенный способ определения усредненного гидродинамического давления на криволинейные поверхности позволяет рассчитать усилия от усредненного гидродинамического давления на криволинейные поверхности и более точно выполнить прогноз возможности возникновения кавитационной эрозии бетона.

1. **Bredley I. N.** Morning-Glory shaft spillway: prototype behavior: Proceedings of the American Society of civil engineers: Discussion Separaten. – New York, 1954. – Vol. 80. – № 431.

2. **Сабанеев А. А.** О распределении давления в установившемся потоке жидкости – Л.: Известия ВНИИГ, 1931. – Т. 1. – С. 57–82.

3. **Слиский С. М.** Гидравлические расчеты высоконапорных гидротехнических сооружений. – М.: Энергия, 1979. – 336 с.

4. **Кох и Карстаньен.** Основы практической гидродинамики. – М. – Л.: ОНТИ, 1933. – 180 с.

5. **Гурьев А. П., Хайруллин Р. А.** Определение кинематических характеристик безнапорного потока на сопрягающем колене шахтных водосбросов: Роль природообустройства в обеспечении устойчивого функционирования и развития экосистем: материалы Международной научно-практической конференции. – М.: ФГОУ ВПО МГУП, 2006. – Ч. 1. – С. 371–379.

6. **Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.** Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1964. – 608 с.

7. **Гурьев А. П.** Совершенствование конструкции шахтного водосброса полигонального поперечного сечения // Известия ВНИИГ имени Б. Е. Веденеева. – 2009. – Т. 256. – С. 35–45.

8. **Гурьев А. П., Румянцев И. С., Козлов Д. В., Ханов Н. В.** Модельные гидравлические исследования водосброса 2 Богучанской ГЭС с отбросом струи с длинными разделительными стенками // Приволжский научный журнал. – 2009. – № 1. – С. 57–66.

9. **Гурьев А. П., Румянцев И. С., Козлов Д. В., Ханов Н. В.** Исследования пропускной способности водосброса 2 Богучанской при свободном переливе через его гребень // Приволжский научный журнал. – 2009. – № 2. – С. 20–32.

Материал поступил в редакцию 06.02.13.  
**Гурьев Алим Петрович**, кандидат технических наук, профессор кафедры «Комплексное использование водных ресурсов» Тел. 8 (495) 570-34-40  
**Хайруллин Ринат Аббясович**, инженер