

УДК 502/504:630*5

В.К. ХЛЮСТОВ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева», г. Москва, Российская Федерация

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРОЕНИЯ СОСНОВЫХ ДРЕВОСТОЕВ МЕТОДОМ РЕГРЕССИЙ

Представлена принципиально новая методика моделирования возрастной динамики распределения числа деревьев по классам толщины. Для разработки методики использованы непараметрические методы распределения случайных величин в сочетании с методами парной и множественной регрессии. Изложены приёмы пошаговой реализации методики сглаживания эмпирических частот рядов распределения по 10 классам толщины деревьев. На первом шаге выявляется размах варьирования диаметров деревьев в зависимости от среднеквадратического диаметра древостоев по степенному уравнению регрессии, что характеризует масштаб ряда распределения. На втором шаге моделируется показатель формы распределения – ранг деревьев в середине ряда в зависимости от среднеквадратического, минимального и максимального диаметров древостоя. На третьем шаге для каждого из 10 классов по регрессиям рассчитывается накопленная частота ряда и непосредственно теоретическая кривая распределения числа деревьев по классам толщины. Динамика строения древостоев достоверно отображается сочетанием моделей и таблиц хода роста древостоев с регрессиями масштаба и формы рядов распределения. Предложенная методика моделирования кривых распределения позволила охватить весь возможный для сосновых древостоев диапазон масштаба и форм кривых распределения, о чём свидетельствуют предельные значения ранга деревьев в середине вариационного ряда ($\lim R_5 = 40 \div 90\%$). Предлагаемые к практическому использованию модели возрастной динамики роста, строения и продуктивности древостоев позволяют увязать весь набор разрозненных лесотаксационных нормативов в единую информационно-справочную систему.

Динамика строения древостоев, параметрические и непараметрические методы распределения частот, статистические показатели, квантили, размах варьирования, масштаб и форма распределения.

Введение. Оценка качественного состояния лесов базируется на знании закономерностей роста и строения древостоев, которые определяют динамику их продуктивности. Под закономерностями строения древостоев понимается распределение числа деревьев, суммы площадей сечения, запаса, категорий крупности, дровяной древесины, фракционного состава фитомассы в размахе варьирования размера деревьев и, прежде всего, по толщине. Изучение динамики формирования структуры этих показателей в древостоях разной начальной густоты по типам ле-

сорастительных условий имеет исключительно важное значение для выбора наиболее продуктивных, с лучшими товарными характеристиками древостоев. А это в свою очередь позволяет скорректировать и оптимизировать режим промежуточного и главного лесопользования, построить модели прогнозирования производительности лесов. Наряду с этим знание закономерностей динамики строения древостоев является теоретической основой разработки методов таксации и учёта лесного и лесосечного фонда, формирования товарно-денежного потенциала лесов.

Существующие методы строения древостоев подробно изложены в работе А.А. Макаренко (1982), цитируя которого, следует указать на три направления исследований [1].

Развитие первого направления нашло отражение в работах Вейзе, Вимменауера, Гуттенберга и Гергардта (1880-1901), предусматривающих аппроксимацию рядов распределения числа деревьев по их размерам (прежде всего, толщине) с нахождением места среднего дерева в насаждении и анализ редуцированных чисел, т.е. отношение размеров стволов деревьев, занимающих определённое место в древостое, к среднему диаметру ряда распределения. Дальнейшую модификацию направление получило в трудах А.В. Тюрина (1923, 1931), который выразил величину ступеней таксационного признака в долях среднего значения. Десять доли полученных ступеней им названы естественными ступенями толщины. Метод естественных ступеней широко использовался в отечественных лесотаксационных исследованиях.

Второе направление обосновано Шиффелем в 1903 г. Он также при построении редуцированных чисел использовал метод индексов. Этот подход при изучении строения древостоев широко применялся до настоящего времени. На его основе Н.В. Третьяков (1927) сформулировал так называемый закон единства строения насаждений, по которому положением деревьев в древостое (их рангам) определяется вся внутренняя структура древостоя и свойства составляющих его деревьев. В обобщённом виде закономерности строения освещены Н.П. Анучиным (1971) и сформулированы следующим образом: в спелых, естественно-сформировавшихся нормальных насаждениях, состоящих из одного элемента леса, распределение деревьев по ступеням толщины характеризуется симметричной одновершинной кривой, близкой к кривой нормального распределения. Среднее по толщине дерево древостоя занимает строго определенное место. Число деревьев тоньше среднего диаметра составляет 58% от общего их числа, а толще – 42%.

В молодняках или насаждениях, пройденных рубками ухода по низовому методу, вершина кривой смещается вправо, в сторону толстых ступеней, а в древостое, пройденном выборочными рубками, проявляется левосторонняя асимметрия.

Если средний диаметр древостоя D_{cp} принять за 1,0, то редуцированное число R_d самых тонких его деревьев равно половине среднего диаметра $0,5 D_{cp}$ (по другим данным, $0,4 D_{cp}$), а самых толстых – $1,7 D_{cp}$ (в молодняках $2...2,5 D_{cp}$), т.е. самое толстое дерево в древостое примерно в 4 раза толще самого тонкого. Таким образом, все число стволов, по данным А.В. Тюрина, укладывается в рамки 13 естественных ступеней толщины.

Анализ многочисленных данных по изучению строения древостоев показал, что метод естественных ступеней не является наилучшим при исследовании рядов распределения, так как к ним нельзя применять критерий «Хи-квадрат».

По рекомендации А.А. Макаренко, следует использовать метод исследования с постоянным числом классов, равным 10. Такое число отвечает требованиям математической статистики, обеспечивает нахождение достоверных параметров или статистик рядов распределения при минимально возможном числе наблюдений.

К третьему направлению исследований относятся параметрические методы распределения, которые представлены четырёхпараметрическими кривыми Шарлье (тип А) и более совершенными типами распределения К. Пирсона с параметрами: средней арифметической (X_{cp}), стандартного отклонения (σ), асимметрией (As, r_3), эксцессом (E, r_4). Теоретические модели указанных распределений используются в основном в научных работах для сглаживания эмпирических частот. Ограниченность такого использования не решает задачи возрастных изменений в строении древостоев, которые должны быть увязаны с таблицами хода роста и возрастной динамики древостоев с разной начальной густотой.

Материал и методы. Современные методы изучения строения древостоев базируются на выявлении взаимосвязей статистик рядов распределения с таксационными показателями насаждений. При этом весь процесс исследования можно разделить на три этапа. На первом этапе осуществляется:

- 1) представление эмпирических частот распределения деревьев по ступеням толщины;
- 2) расчёт статистических показателей рядов распределения: среднего арифмети-

ческого диаметра (D), среднеквадратического отклонения (σ); показателей асимметрии (Ac) и эксцесса (E); ошибок репрезентативности статистических показателей ($\pm m_D$, $\pm m_\sigma$, $\pm m_{Ac}$, $\pm m_E$);

3) расчёт теоретических (выравненных) частот по различным типам кривых с выявлением кривой, наиболее точно описывающей эмпирический ряд.

На втором этапе осуществляется выравнивание статистических показателей рядов распределения от возраста и других таксационных показателей древостоев. Так, В.В. Кузьмичёв (1977) при изучении строения древостоев использовал уравнения регрессии вида:

$$D = e^{3,88} A^{0,35} N^{-0,36}; R^2 = 0,962$$

$$\sigma = 2,78 A^{0,42} N^{-0,12}; R^2 = 0,515$$

$$Ac = 1,869 D^{0,69} \sigma^{0,25} H^{0,52}; R^2 = 0,334$$

$$E = 1,363 Ac^2 - 0,19 Ac - 0,517; R^2 = 0,601$$

где A – возраст, лет; N – густота, шт/га; H – средняя высота, м; R^2 – коэффициент детерминации [2].

А.А. Макаренко (1987), совершенствуя методы прогнозирования продуктивности древостоев, рекомендует при расчёте численных коэффициентов регрессий статистик рядов распределения использовать функционалы вида:

$$D = f(D_{\text{скв}}; \sigma); \sigma = f(A, N, H_{40}, \Pi, D_{\text{скв}});$$

$$Ac = f(A, D_{\text{скв}}, H_{40}, \Pi, N); E = f(Ac),$$

где $D_{\text{скв}}$ – среднеквадратический диаметр, см; Π – полнота древостоя, ед.; H_{40} – средняя высота древостоя в 40 лет [3].

На третьем этапе осуществляется расчёт теоретических частот распределения по данным статистик, определённых по регрессиям, полученным на втором этапе методики. Примером реализации третьего этапа может служить публикация А.А. Макаренко, А.И. Колтуновой, Е.А. Рапп (1978), в которой описана возможность построения теоретических кривых на основе семейства кривых Пирсона [4]. Однако следует отметить, что моделируемые статистические показатели, рассчитанные с ошибками ($\pm m_D$, $\pm m_\sigma$, $\pm m_{Ac}$, $\pm m_E$), на втором этапе выравниваются уравнениями множественной регрессии с невысокой теснотой связи ($R^2 = 0,334-0,601$),

что, соответственно, указывает на существенные отклонения теоретически полученных значений от фактических. Это несоответствие в конечном счёте сказывается на результатах расчёта теоретических рядов распределения как по форме, так и по масштабу распределений.

Использование непараметрического метода представления кривых распределения частот основано на квантилях вариационного ряда. Методика аппроксимации эмпирических частот теоретическими распределениями Джонсона и В.К. Хлюстова (2010) изложена в учебном пособии [5].

Материалом для разработки новых методических положений и теоретических моделей строения сосновых древостоев служили перечёты на 240 постоянных и временных пробных площадях, заложенных в разных лесорастительных условиях Центрального лесотаксационного района, а также теоретические ряды распределения из лесотаксационных справочников.

Результаты и обсуждение. Работа является фрагментом исполнения Государственного контракта с Федеральным агентством лесного хозяйства № МГ-06-06/63к от 3 июля 2007 г. по теме «Разработка методических рекомендаций и нормативов актуализации таксационных показателей древостоев для основных лесобразующих пород по лесным районам», выполненным под руководством автора статьи [6].

Сложные математические представления изложенных моделей распределения, хотя зачастую и демонстрируют положительные результаты аппроксимации эмпирических распределений, всё же называть их в полной мере приемлемыми для отображения возрастной динамики древостоев нельзя. В основном существующие нормативы распределения частот оторваны от возрастной динамики древостоя, а следовательно, не позволяют решать задачи, связанные с возрастной аппроксимацией структуры товарной продуктивности древостоев.

Поставленная задача моделирования возрастных изменений в строении древостоев была решена принципиально новыми методами. Для этого пришлось отказаться от параметрических методов моделирования строения древостоев и перейти на простые и более надёжные оценки рядов по параметрам масштаба и формы рядов распределения. В качестве масштабной

составляющей были использованы среднеквадратический ($D_{скв}$), максимальный (d_{max}) и минимальный (d_{min}) диаметры древостоев в ряду с десятью классовыми промежутками:

$$d_{max} = 3,8157D^{0,7766}; R^2 = 0,986$$

$$d_{min} = 0,0896D^{1,323}; R^2 = 0,947$$

В качестве показателя формы предлагается использовать не асимметрию (As или r3) и не эксцесс (E или r4), а процент накопленной частоты в 5-м классе вариационного ряда (R_v). Для отображения формы ряда

распределения следует воспользоваться регрессией вида:

$$R_v = \exp(5,24472 + 0,17793 \ln d_{min} - 0,29143 \ln^2 D_{скв} - 0,87059 \ln d_{max} + 0,33622 \ln^2 d_{max})$$

$$R^2 = 0,995; t > t_{05} = 2,0; F = 632,0.$$

Для расчёта значений накопленной частоты по каждому из 10 классовых промежутков ряда распределения следует воспользоваться регрессиями вида:

$$R_{I-IV} = a \exp(bR_v) \text{ для I-IV классов}$$

$$\text{и } R_{VI-X} = a (R_v)^b \text{ для VI-X классов, сведёнными в таблицу.}$$

Таблица

Численные коэффициенты уравнений регрессии

Класс	Коэффициент регрессии		Класс	Коэффициент регрессии	
	a	b		a	b
I	0,00002	0,1058	VI	11,435	-0,5275
II	0,0020	0,0621	VII	41,619	-0,8089
III	0,0400	0,0323	VIII	75,644	-0,9393
IV	0,2869	0,0125	IX	94,009	-0,9865
V	1,0	1,0	X	100,000	-1,0000

Построением моделей изменения относительной накопленной частоты по классам толщины деревьев от ранга деревьев в 5-м классе были получены кривые изменения формы распределения (рис. 1, 2).

Получением взаимосвязей d_{min} , d_{max} со среднеквадратическим диаметром, а затем R_v с этими тремя показателями масштаба рядов получаем накопленное распределение частот в каждом из 10 классов толщины

деревьев. Именно этот методический прием позволяет состыковать модель возрастной динамики среднего диаметра и числа стволов с распределением деревьев по толщине во всем диапазоне продуктивности, полноты древостоев. Для наглядности изложенного на рисунках 3 и 4 показаны итоговые фрагменты решения поставленной задачи моделирования возрастной динамики строения древостоев.

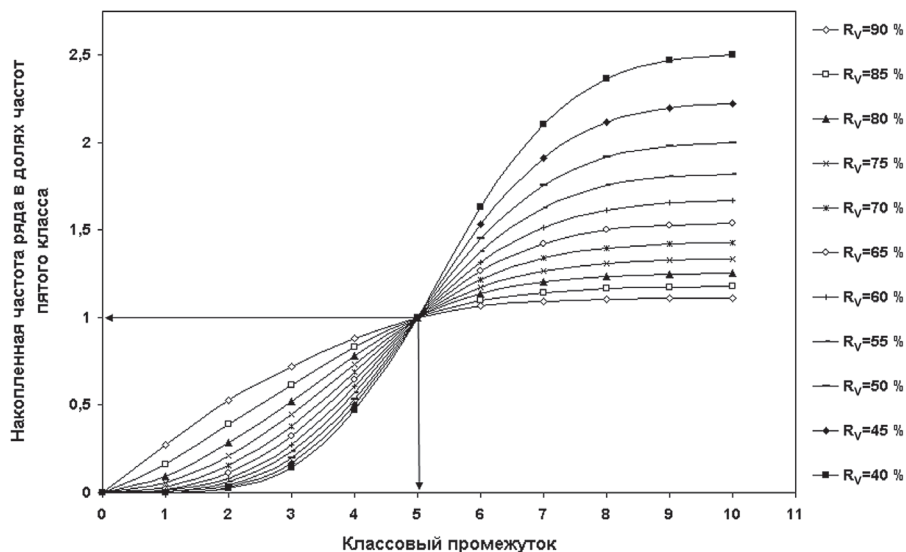


Рис. 1. Изменение относительной накопленной частоты по классовым промежуткам сосновых древостоев при разном ранге деревьев в пятом классе

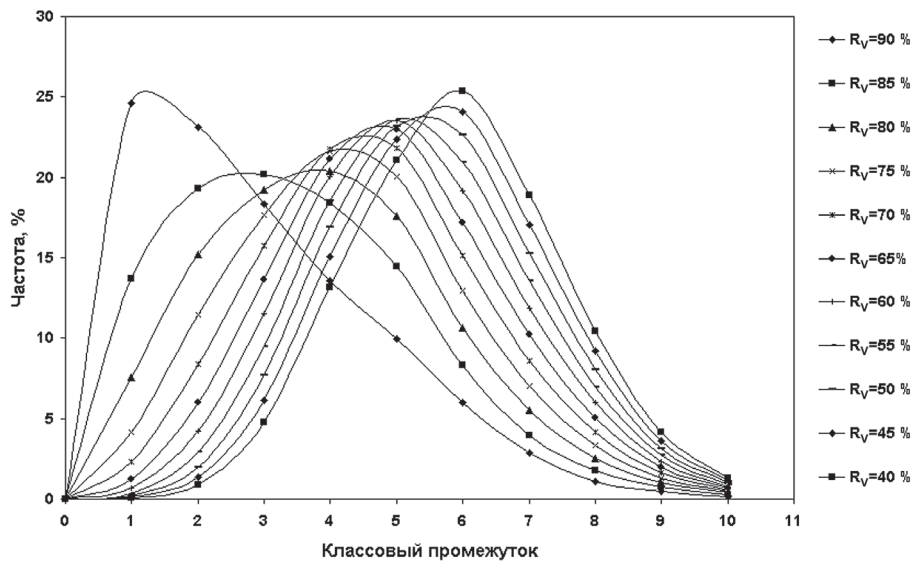


Рис. 2. Распределение частот по классовым промежуткам сосновых древостоев при разном ранге деревьев в пятом классе

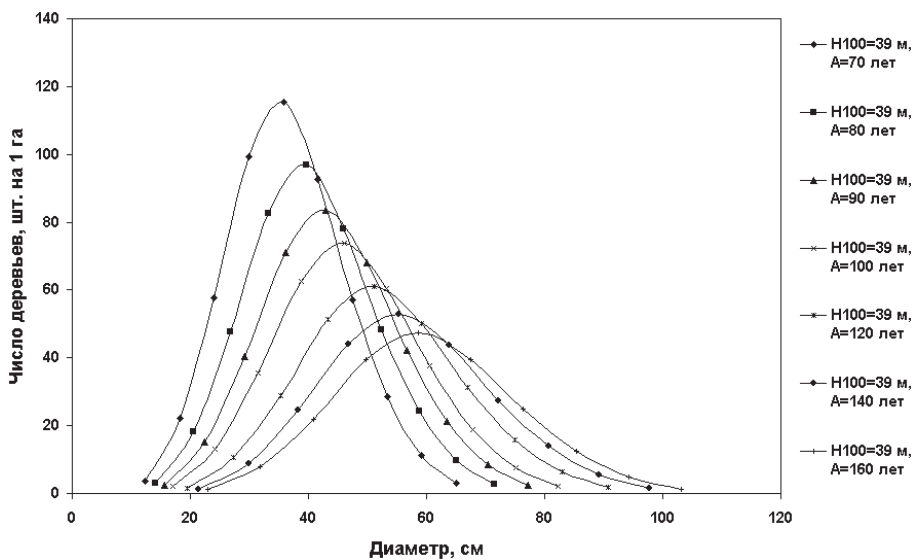


Рис. 3. Распределение числа деревьев по классам толщины деревьев в сомкнутых сосновых древостоях различного возраста (70-160 лет) при $H_{100} = 39$ м

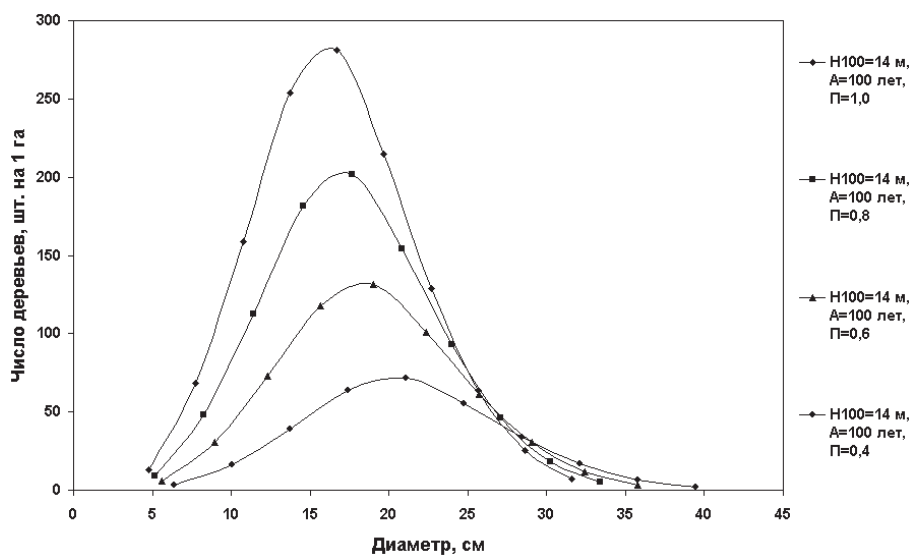


Рис. 4. Распределение числа деревьев по классам толщины деревьев в сосновых древостоях 100-летнего возраста с разной полнотой при $H_{100} = 14$ м

Заключение

1. Приведенные результаты убедительно указывают на правомерность использования непараметрических методов представления вариационных рядов в сочетании с пошаговыми методами регрессий, описывающими масштаб и форму распределений в разрезе 10 классовых промежутков. В отличие от параметрических методов распределений предложенные решения значительно надежней и позволяют увязать в единый системный комплекс лесотаксационных нормативов ход роста, строение, общую, товарную и биологическую продуктивности древостоев разных уровней продуктивности и густоты.

Динамика строения древостоев достоверно отображается сочетанием моделей и таблиц хода роста древостоев с регрессиями масштаба и формы рядов распределения.

Масштаб кривых распределения описывается степенными (аллометрическими) уравнениями связи минимального и максимального диаметра деревьев со среднеквадратическим диаметром древостоя ($R^2 = 0,947-0,984$).

Форма кривых распределения характеризуется значением ранга деревьев в середине вариационного ряда (в V классе).

Ранг деревьев в середине вариационного ряда имеет тесную взаимосвязь с параметрами масштаба ряда: среднеквадратическим диаметром древостоя, минимальной и максимальной толщиной деревьев ($R^2 = 0,995$).

Предложенная методика моделирования кривых распределения позволила охватить весь возможный для сосновых древостоев диапазон масштаба и форм кривых распределения, о чём свидетельствуют предельные значения ранга деревьев в середине вариационного ряда ($\lim R_v = 40 \div 90\%$).

Предлагаемые к практическому использованию модели возрастной динамики

роста, строения и продуктивности древостоев позволяют увязать весь набор разрозненных лесотаксационных нормативов в единую информационно-справочную систему.

Библиографический список

1. Макаренко А.А. Строение древостоев. Алма-Ата: Кайнар, 1982. 68 с.
2. Кузьмичёв В.В. Закономерности роста древостоев. Новосибирск: Наука, 1977. 160 с.
3. Макаренко А.А. Рекомендации по прогнозированию продуктивности древостоев, утв. Минлесхозом КазССР 22.09.1987 г. Алма-Ата: Минлесхозом КазССР, 1987. 19 с.
4. Макаренко А.А., Колтунова А.И., Рапп Е.А. О возможности применения семейства кривых Пирсона в лесоводственных исследованиях / Сб. «Интенсификация лесного хозяйства Казахстана»: Тр. КазНИИЛХА. Т.Х. Алма-Ата: «Кайнар», 1978.
5. Хлюстов В.К. Методическое пособие по выполнению курсовой работы учебной дисциплины системный анализ и моделирование экосистем. М.: Изд-во РГАУ-МСХА им. К.А. Тимирязева, 2010. 177 с.
6. Хлюстов В.К. Разработка методических рекомендаций и нормативов актуализации таксационных показателей древостоев для основных лесобразующих пород по лесным районам. Шифр 23-ИО. Заключительный отчёт об итогах научной работы по Государственному контракту № МГ-06-06/63к от 3 июля 2007 г. 219 с.

Материал поступил в редакцию 09.02.2017 г.

Сведения об авторе

Хлюстов Виталий Константинович, доктор сельскохозяйственных наук, профессор кафедры лесоводства и мелиорации ландшафтов, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, 127550, г. Москва, ул. Тимирязевская, д. 49; тел.: +79035269073; e-mail: vitakhlustov@mail.ru

V.K. KHLUSTOV

Federal state budget educational institution of higher education «Russian state agrarian university – MAA named after C.A. Timiryazev», Moscow, Russian Federation

PINE STAND TEXTURE SIMULATION BY THE METHOD OF REGRESSIONS

There is presented a principally new modeling method of age dynamics of tree number distribution according to a thickness class. For the development of the method there were used nonparametric methods of random variables distribution together with the methods of two-dimensional and multiple regressions. There are stated stepped realization methods of smoothing empirical frequencies of distribution on the basis of 10 classes of tree thickness.

At the first step there is revealed a range of tree diameters depending on a mean-square diameter of stands by the exponential equation of regression which characterizes the row distribution scale. At the second step there is simulated a distribution indicator – trees rank in the middle of the row depending on the mean-square, minimal and maximal diameters of tree stands. At the third-step for every of 10 regression thickness classes there is calculated an accumulated frequency of the row and theoretical curve of tree number distribution according to the thickness class. The dynamics of a tree stands texture is reliably reflected by a combination of models and tables of stands growth with regressions of the scale and form of distribution rows. The proposed method of curve distribution simulation allowed to cover the whole possible scale range and forms of distribution curves which is proved by limited tree rank values in the middle of the variation row ($\lim R_5 = 40 \div 90\%$). The proposed models of age growth dynamics and stand productivity let unite all separated forest inventory standards into a single information-reference system.

Dynamics of stands texture, parametric and non-parametric methods of frequencies distribution, statistical indices, fractiles, range of variability, distribution scale and structure.

References

1. Makarenko A.A. Stroenie drevostoev. Alama-Ata: Kainar, 1982. 68 s.
2. Kuzjmichev V.V. Zakonomernosti rosta drevostoev. Novosibirsk.: Nauka, 1977. 160 s.
3. Makarenko A.A. Rekomendatsii po prognozirovaniyu productivnosti drevostoev, utv. Minleskhozom KazSSR 22.09.1987 g. Alama-Ata: Minleskhozom KazSSR, 1987. 19 s.
4. Makarenko A.A., Koltunova A.I., Rapp E.A. O vozmozhnosti primeneniya semeistva krivyh Pirsona v lesovodstvennyh issledovanuyah / Sb. «Intensificatsiya lesnogo hozyaistva Kazakhstana»: Tr. KazNIILHA T.H. Alama-Ata: «Kainar», 1978.
5. Khlyustov V.K. Metodicheskoe posobie po vypolneniyu kursovoj raboty uchebnoj distsipliny sistemny analiz i modelirovanie ekosistem. M.: Izd-vo RGAU-MSHA im. C.A. Timiryazeva, 2010. 177 s.

6. Khlyustov V.K. Razrabotka metodicheskikh rekomendatsij i normativov actualizatsii taksatsionnyh pokazatelej drevostoev dlya osnovnyh lesobrazuyushchih porod po lesnym rajonom. Shifr 23-IO. Zaklyuchiteljnyy otchet ob itogah nauchnoj raboty po Gosudarstvennomu contractu № MG-06-06/63K ot 3 iyulya 2007 g. 219 s.

The material was received at the editorial office
09.02.2017

Information about the author

Khlyustov Vitalij Konstantinovich, doctor of agricultural sciences, professor of the chair of forestry and landscapes reclamation, FSBEI HE RGAU-MAA named after C.A. Timiryazev, 127550, Moscow, ul. Timiryazevskaya, d. 49; tel.: +79035269073; e-mail: vitakhlustov@mail.ru