

Оригинальная статья

УДК 630.2\*:528.94

DOI: 10.26897/1997-6011-2023-2-120-123



## ПОСТРОЕНИЕ УНИВЕРСАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ СТЕПЕНИ ИЗМЕНЕНИЯ ПЛОЩАДИ ЛЕСНЫХ ПОКРЫТИЙ

*Тахмазов Табриз*, докторант

Thmzovtbriz66@gmail.com

Национальное Аэрокосмическое Агентство, г. Баку, Азербайджанская Республика

**Аннотация.** Статья посвящена построению универсальной модели скорости изменения площади лесных покрытий. Предложен вариант показателя скорости обезлесения, в котором площадь лесного покрытия в конце рассматриваемого интервала времени является функцией его длительности. Отмечено, что введение указанной функциональной зависимости приводит к универсальности вводимой оценки скорости процесса, так как появляется возможность оценивать не только процесс обезлесения, но и процессы лесопосадки. Проанализирован показатель усредненной по рассматриваемому интервалу времени скорости процесса обезлесения. Сформирована и решена задача вариационной оптимизации введенного усредненного показателя с учетом вновь введенного ограничительного условия применительно к вышеотмеченной функциональной зависимости. Вычислена конкретная оценка нововведенного усредненного показателя в виде смещаемой оценки по оси времени при наличии жесткой связи между конечными точками рассматриваемого временного интервала усреднения.

**Ключевые слова:** обезлесение, оптимизация, математическая модель, вырубка леса, биоразнообразие

**Формат цитирования:** Тахмазов Табриз. Построение универсальной модели оценки степени изменения площади лесных покрытий // Природообустройство. 2023. № 2. С. 120-123. DOI: 10.26897/1997-6011-2023-2-120-123.

© Тахмазов Табриз, 2023

Original article

## CONSTRUCTION OF A UNIVERSAL MODEL FOR ASSESSING THE DEGREE OF CHANGE IN THE AREA OF FOREST COVERINGS

*Tahmazov Tabriz*, doctoral student

Thmzovtbriz66@gmail.com

National Aerospace Agency, Baku, Republic of Azerbaijan

**Annotation.** The article is devoted to the construction of a universal model of the rate of change in the area of forest coverings. A variant of the deforestation rate indicator is proposed, in which the area of forest cover at the end of the time interval under consideration is a function of the duration of the specified time interval. It is noted that the introduction of this functional dependence leads to the universality of the introduced assessment of the speed of the process, since it becomes possible to evaluate not only the deforestation process, but also the processes of forest planting. The indicator of the speed of the deforestation process averaged over the considered time interval is analyzed. The problem of variational optimization of the introduced average indicator has been formed and solved, taking into account the newly introduced restrictive condition in relation to the above-mentioned functional dependence. A specific estimate of the new averaged indicator is calculated in the form of a shifted estimate along the time axis in the presence of a rigid connection between the endpoints of the considered averaging time interval.

**Keywords:** disafforestation, optimization, mathematical model, deforestation, biodiversity

**Format of citation:** Tahmazov Tabriz. Construction of a universal model for assessing the degree of change in the area of forest coverings // Prirodoobustrojstvo. 2023. No. 2. S. 120-123. DOI: 10.26897/1997-6011-2023-2-120-123.

**Введение.** Как отмечается в исследованиях [1], обезлесение, или вырубка лесов (deforestation), является одним из важнейших вопросов в период глобального изменения климата. Обезлесение приводит к таким негативным событиям, как уменьшение биоразнообразия и увеличение эмиссии парниковых газов. При этом основные причины, приводящие к обезлесению, подразделяются на непосредственные и косвенные. К непосредственным причинам относятся в основном прямая вырубка леса и природные бедствия. К косвенным причинам относятся те факторы, которые формируются посредством социально-экономических процессов. Вместе с тем [2] обезлесение является двунаправленным процессом, то есть факторы, приводящие к обезлесению, также способны содействовать развитию лесов. Например, развитие сельскохозяйственных технологий может привести как к обезлесению, так и к развитию лесов, или, например, охрана государственного управления, введя прозрачные нормы, может улучшить сохраняемость лесов и в то же время, снижая штрафы за незаконную вырубку лесов, содействовать этому процессу.

Процесс обезлесения происходит при выполнении условия [3]:

$$A_i + DV_i > F_i \cdot H_i + IP_i \quad (1)$$

где  $A_i$  – чистая стоимость сельского хозяйства;  $DV_i$  – стоимость обезлесения;  $F_i$  – чистая стоимость лесоводства;  $IP_i$  – платежи по стимулированию;  $H_i$  – коэффициент пропорциональности,  $H = 1,5$  [3].

Как следует из выражения (1), наличие обезлесения определяется путем сравнения чистой стоимости сельского хозяйства и лесоводства. При этом в левую сторону (1) добавлена выгода ввиду обезлесения и уменьшения углеродных запасов, а в правую сторону – платежи по укреплению лесоводства.

Существует модель Чапмана-Ричардса [4], определяющая процесс изменения площади лесного покрытия в зависимости от демографических и экологических факторов:

$$\frac{dy}{dp} = b_1 \cdot y^{b_2} - b_3 \cdot y \quad (2)$$

где  $y$  – процент территории, не покрытой лесом;  $\frac{dy}{dp}$  – производная  $y$  по плотности населения;  $b_1, b_2, b_3$  – параметры процесса.

При этом показатель  $y$  определяется как

$$y = \frac{S - y}{S} \cdot 100\% \quad (3)$$

где  $S$  – общая площадь территории.

Интегрирование (3) дает [4]:

$$y = a_0 \cdot (1 - a_1 \cdot \exp[-a_2 P])^{a_3} \quad (4)$$

где  $P$  – плотность населения;  $a_0, a_1, a_2, a_3$  – параметры процесса.

Как следует из выражения (4), рост плотности населения приводит к увеличению площади территории, не покрытой лесом.

Как видим из вышеприведенных модельных построений, модели (1)–(4) в основном направлены на оценку процесса обезлесения, и их возможности для процессов развития лесов детально не изучены.

С учетом вышесказанного имеет смысл разработать новую модель процесса изменения площади лесных территорий – в частности, через показатель скорости (степени) таких изменений. Далее рассмотрим возможность построения такой универсальной модели на базе известного выражения для оценки степени (скорости) процесса обезлесения.

*Предлагаемый метод.* Существует закон [5] совместной заинтересованности (Compound Interest Law), в соответствии с которым среднегодовой уровень изменения площади лесных покрытий определяется как

$$q = \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^{\frac{1}{t_2 - t_1}} - 1 \quad (6)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – площади лесных покрытий во временные моменты  $t_2$  и  $t_1$ .

На основе (5) можно вывести формулу [6-10] для вычисления скорости обезлесения:

$$R = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \ln \left( \frac{A_2}{A_1} \right) \quad (6)$$

Формула (6) интуитивно более понятна [11], чем формула (5). При этом оценки, полученные по формуле (6), всегда выше, чем оценки по формуле (5).

Детальные вычисления скорости обезлесения, например, приведены в работе [12]. Рассмотрим предлагаемую модификацию формулы (6) для придания ей более высокой универсальности.

Модификация показателя (6) осуществляется по следующим пунктам.

1) Выражение (6) приводится к виду

$$R = \frac{1}{\tau} \cdot \ln \frac{A_2}{A_1} \quad (7)$$

где  $\tau = t_2 - t_1$ .

2) Вводится на рассмотрение функция

$$A_2 = f(\tau) \quad (8)$$

3) Принимается следующее ограничительное условие:

$$\int_0^{\tau_{max}} f(\tau) d\tau = C; C = const \quad (9)$$

Отметим, что условие (9) определяет универсальность введенной функции  $f(\tau)$ , т.е. показатель  $A_2$  на интервале  $0 \div \tau_{max}$  может как расти от нуля до  $A_{2max}$ , так и уменьшаться в обратном порядке (рис. 1).

4) Вводится на рассмотрение среднеинтегральная величина  $R$ , то есть

$$R_{\text{ср.инт}} = \frac{1}{\tau_{max} - \tau_{min}} \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \frac{1}{\tau} \ln \frac{A_2(\tau)}{A_1} d\tau \quad (10)$$

5) Решается оптимизационная задача вычисления экстремала функционала (10) с учетом условия (9), при котором  $R_{\text{ср.инт}}$  достигает экстремальной величины.

Представим решение сформулированной оптимизационной задачи. С учетом выражений (9) и (10) сформулируем функционал  $F$  безусловной вариационной оптимизации:

$$F = \frac{1}{\tau_{max} - \tau_{min}} \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \frac{1}{\tau} \ln \frac{A_2(\tau)}{A_1} d\tau + \lambda \left[ \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} A_2(\tau) d\tau - C \right] \quad (11)$$

где  $\lambda$  – множитель Лагранжа.

Согласно условию уравнения Эйлера [12] решение задачи должно отвечать условию:

$$\frac{d \left\{ \frac{1}{\tau} \ln \frac{A_2(\tau)}{A_1} d\tau + \lambda A_2(\tau) \right\}}{dA_2(\tau)} = 0 \quad (12)$$

Из (12) получаем

$$\frac{1}{\tau \cdot A_2(\tau)} + \lambda = 0 \quad (13)$$

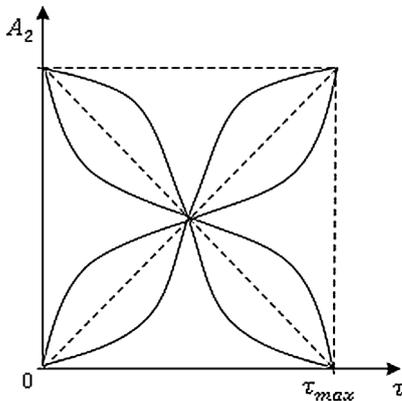


Рис. Геометрическая интерпретация условия (9) в отношении введенной функции  $f(\tau)$

Fig. Geometrical interpretation of condition (9) as to the introduced function  $f(\tau)$

Из (13) находим

$$A_2(\tau) = -\frac{1}{\tau \lambda} \quad (14)$$

С учетом (9) и (14) имеем

$$-\int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \frac{1}{\tau} d\tau = C \quad (15)$$

Из (15) находим:

$$\lambda = -\frac{1}{C} \ln \left( \frac{\tau_{max}}{\tau_{min}} \right) \quad (16)$$

Из выражений (15) и (16) находим

$$A_2(\tau) = \frac{C}{\tau \ln \left( \frac{\tau_{max}}{\tau_{min}} \right)} \quad (17)$$

Таким образом, (17) представляет собой решение оптимизационной задачи (11).

Чтобы определить тип экстремума (минимум или максимум), вычислим производную (13) относительно  $A_2(\tau)$  и определим, что знак получаемого результата является минусовым, то есть при решении (17) достигается максимум функционала (11).

Вычислим значение указанного максимума функционала (10). С учетом (10) и (17) получим:

$$R_{\text{ср.инт}} = \frac{1}{\Delta \tau} \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \frac{1}{\tau} \ln \frac{C}{\tau \ln \left( \frac{\tau_{max}}{\tau_{min}} \right) \cdot A_1} d\tau \quad (18)$$

где  $\Delta \tau = \tau_2 - \tau_1$ .

Примем, что

$$\ln \left( \frac{\tau_{max}}{\tau_{min}} \right) = C_1; \frac{C}{C_1 A_1} = C_2 \quad (19)$$

С учетом (19) выражение (18) приведем к виду:

$$R_{\text{ср.инт}} = \frac{1}{\Delta \tau \cdot C_2} \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \frac{C_2}{\tau} \ln \frac{C_2}{\tau} d\tau \quad (20)$$

В выражении (20) осуществим замену переменной интегрирования  $\tau$  на  $x = \frac{C_2}{\tau}$ . В этом случае (20) приобретает следующий вид

$$R_{\text{ср.инт}} = \frac{1}{\Delta \tau \cdot C_2} \int_{C_2/\tau_{max}}^{C_2/\tau_{min}} x \ln x dx \quad (21)$$

С учетом известной формулы [12]

$$\int_{C_2/\tau_{min}}^{C_2/\tau_{max}} x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} \quad (22)$$

С учетом (21) и (22) получим следующую формулу для вычисления  $R_{\text{ср.инт}}$ :

$$R_{\text{ср.инт}} = \frac{\left(\frac{C_2}{\tau_{\min}}\right)^2 \left[1 - 2 \ln \frac{C_2}{\tau_{\min}}\right] - \left(\frac{C_2}{\tau_{\max}}\right)^2 \left[1 - 2 \ln \frac{C_2}{\tau_{\max}}\right]}{4 \cdot \Delta \tau \cdot C_2} \quad (23)$$

Из выражения (23), например, при  $\tau_{\max} = e \cdot \tau_{\min}$ , где  $e = 2,73$  можно получить следующую оценку:

$$R_{\text{ср.инт}} = \frac{e^2(1 - 2 \ln 1,73) + 2 \ln 1,73 + 1}{4z_{\max}^2}$$

или

$$R_{\text{ср.инт}} \cdot z_{\max}^2 \approx 0,34 \quad (24)$$

Как следует из оценки (24), с ростом  $\tau_{\max}$  оценка  $R_{\text{ср.инт}}$  будет убывать по квадратичному закону учитывая исходное условие расчета  $\frac{\tau_{\max}}{\tau_{\min}} = e$ , то есть (24) является смещаемой оценкой  $R_{\text{ср.инт}}$  по оси  $\tau$ .

### Заключение

Проведены модельные исследования известной формулы для оценки скорости обезлесения. Предложен модифицированный вариант

показателя скорости обезлесения, в котором площадь лесного покрытия в конце рассматриваемого интервала времени является функцией его длительности. Отмечено, что введение указанной функциональной зависимости приводит к универсальности вводимой оценки скорости процесса, так как появляется возможность оценивать не только процесс обезлесения, но и процессы лесопосадки.

Предложен показатель усредненной по рассматриваемому интервалу времени скорости процесса обезлесения. Сформирована и решена задача вариационной оптимизации введенного усредненного показателя с учетом вновь введенного ограничительного условия применительно к вышеотмеченной функциональной зависимости. Вычислена конкретная оценка нововведенного усредненного показателя в виде смещаемой оценки по оси времени при наличии жесткой связи между конечными точками рассматриваемого временного интервала усреднения.

Показано, что нововведенный усредненный показатель скорости процесса имеет максимум, который убывает по обратному квадратичному закону в зависимости от величины конечной точки рассматриваемого интервала времени.

### Список использованных источников / References

1. **Indarto J., Mutaqin D.J.** An overview of theoretical and empirical studies on deforestation // *Journal of International Development and Cooperation*. Vol. 22. No 1& No 2. 2016. Pp. 107-120
2. **Robinson B.E., Holland M.B., Naughton-Treves L.** Does secure land tenure save forests? A meta-analysis of the relationship between land tenure and tropical deforestation // *Global Environmental Change*. 29(2014). Pp. 281-293
3. **Kindermann G.E., Obersteiner M., Rametsteiner E., McCallum I.** Carbon balance and management // *Biomed Central*.
4. **Marzoli W.A.** Appendix 3: Modeling deforestation baselines using the forest area change model for the Calakmul and Meseta Purepecha regions in Mexico.
5. **Fearnside P.M.** Deforestation in Brazilian Amazonia // *Forest resources assessment 1990*. Global Synthesis. FAO. Rome.
6. **Puyravaud J.P.** Standardizing the calculation of the annual rate of deforestation // *Forest ecology and management* 177. 2003. Pp. 593-596
7. **Menon S., Bawa K.S.** Applications of geographic information systems, remote sensing and a landscape ecology

- approach to biodiversity conservation in the Western Ghats // *Curr. Sci.* vol. 73. Pp. 134-145. 1997
8. **Ramesh B.R., Menon S., Bawa K.S.** A vegetation based approach to biodiversity gap analysis in the Agastya-malai region, Western Ghats, India // *Ambio*. Vol. 26. Pp. 536-539. 1997.
9. **Puyravaud J.P.** Standardizing the calculation of the annual rate of deforestation // *Forest ecology and Management*. Vol. 177(1-3). Pp. 593-596. 2003
10. **Prasad N.S.** Conservation planning for the western Ghats of Kerala: assessment of habitat loss and degradation // *Curr. Sci.* Vol. 75. Pp. 228-235. 1998
11. **Rijal S., Saleh M.B., Jaya N.S., Tiryana T.** Deforestation profile of regency level in Sumatra // *International Journal of sciences basic and applied research*. ISSN2307-4531
12. **Rijal S., Vicayana D.P., Barkey R.A., Aki-muddin I., Mukhlisa A.N.** Spatial patterns analysis of deforestation in palopo municipality and east luwu regency // *The 4<sup>th</sup> International Conference of Indonesian Society for remote Sensing*. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science 280. 2019. Doi: 10.1088/1755-1315/280/1/012028

### Критерии авторства

Тахмазов Табриз выполнил практические и теоретические исследования, на основании которых провел обобщение и написал рукопись, имеет на статью авторское право и несет ответственность за плагиат.

Статья поступила в редакцию 27.01.2023

Одобрена после рецензирования 01.03.2023

Принята к публикации 01.03.2023

### Criteria of authorship

Tahmazov Tabriz carried out theoretical and practical studies, on the basis of which he generalized and wrote the manuscript. He has a copyright on the article and is responsible for plagiarism.

The article was submitted to the editorial office 27.01.2023

Approved after reviewing 01.03.2023

Accepted for publication 01.03.2023