

8. Inman D. L., Bowen A. J. Flume experiments on sand transport by waves and current // Proc. 8th conf. Coastal. Eng. – Mexico City, 1963. – Vol. 2. – P. 137–150.

9. Jonsson I. Wave boundare layers and frietion factors // Proc. 10th Conf. Coastal. Eng. – ASCE, 1967. – P. 75–123.

10. Nilsen P. Some basic concepts of wave sediment transport // Inst. of Hydrodyn and Hydraulic. Eng. Tech. Univ. Den. – Lyngby, 1979. – 160 p.

11. Сидорчук А. Ю., Михинов А. Е. Морфология и динамика руслового релье-

фа // Итоги науки и техники. – 1985. – Т. 5. – Серия «Гидрология суши». – 161 с.

12. Lambakos K. F. Seabed wave boundare layer measurements and analysis // J. Geophys. – 1982. – V. 87. – P. 4171–4189.

Материал поступил в редакцию 05.10.11.

Эшев Сабир Саматович, кандидат технических наук, доцент

Тел. 8 (99875) 203-70-00

E-mail: telnets@mail.ru

Мурадов Навруз Курбанович, аспирант

Тел. 8 (99875) 112-32-36

УДК 502/504:532.5

Д. М. ГРЕКОВ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет природообустройства»

РАСЧЕТ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В СТАБИЛИЗАТОРЕ ДАВЛЕНИЯ

Приведены различные математические модели стабилизаторов давления: линейная и нелинейная. В линейной модели стабилизатора давления рассмотрены свободные колебания жидкости и аперриодическое движение жидкости, выполнен расчет движения жидкости в стабилизаторе.

Переходные процессы, стабилизаторы давления, пневмостабилизаторы, гидравлический удар, математическая модель.

There are given different mathematical models of pressure stabilizer: linear and non-linear. In the linear model of pressure stabilizer there are considered free liquid fluctuations and aperiodic liquid motion, calculation of liquid motion in the stabilizer is fulfilled.

Transitional processes, pressure stabilizers, pneumostabilizers, hydraulic impact, mathematical model.

В процессе проектирования и эксплуатации напорных систем водоподачи трубопроводов необходимо учитывать происходящие в них гидравлические переходные процессы. Резкие колебания давления могут привести к разрушению трубопроводов [1].

При гидравлических ударах возникают аварии, которые наносят существенный экономический и экологический ущерб, поэтому вопросы охраны природы с основами экологии в водохозяйственном строительстве весьма актуальны. Кроме того, воздействия волновых, вибрацион-

ных и ударных процессов на трубопровод приводят к многократному увеличению скорости коррозии и уменьшению срока его эксплуатации. Стабилизаторы давления являются эффективным и современным способом разрешения перечисленных проблем. Стабилизаторы предназначены для гашения пульсаций давления, вызванных изменением режима работы насосного агрегата или трубопроводной арматуры.

В настоящей статье рассмотрены линейная и нелинейная модели стабилизатора давления и выполнен расчет движения

жидкости в стабилизаторе. Материалы, изложенные в статье, являются продолжением исследований, приведенных в [2].

Стабилизатор работает следующим образом. В установившемся режиме движущая жидкость, протекающая по трубопроводу, через перфорацию заполняет полость, охватываемую разделителями. Полость между корпусом и разделителем заполнена упругим материалом. При появлении пульсаций в трубопроводе давление в жидкостной полости стабилизатора не совпадает с давлением упругой полости, и разделитель под воздействием этого перепада испытывает упругие деформации, при которых объем жидкостной полости изменяется, обеспечивая податливость стабилизатора для гашения волновых процессов.

Объем жидкости, перетекший из трубопровода в стабилизатор, далее перетекает через патрубок в ту часть жидкостной полости, которая примыкает к разделительным элементам. Из условия сохранения массы имеем [3, 4]:

$$2\pi RLx_2 = n_{\text{гп}} S_p x_1, \quad (1)$$

где R – радиус трубопровода; L – длина стабилизатора давления; x_2 – отклонение центра массы жидкости от положения равновесия; $n_{\text{гп}}$ – число газовых полостей; S_p – площадь разделительных элементов; x_1 – смещение разделительного элемента при изменении давления в трубопроводе.

Отсюда

$$x_1 = \frac{2\pi RL}{n_{\text{гп}} S_p} x_2. \quad (2)$$

Полученное уравнение для свободных колебаний жидкости имеет следующий вид [2]:

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} + \frac{4(\pi RL)^2}{m} \left(\frac{s_{\text{пер}}}{k} + s_{\text{пат}} \right) \frac{dx_2}{dt} \left(\frac{dx_2}{dt} \right) + \frac{2\pi RL}{S_p m} \left[\left(C_2 + \frac{n C_1}{(\ell - \frac{2\pi RL}{n S_p} x_2) \ell} \right) \right] x_2 = 0, \quad (3)$$

где m – масса жидкости в жидкостной полости; $S_{\text{пер}}$ – коэффициент гидравлического сопротивления перфорации; $S_{\text{пат}}$ – коэффициент гидравлического сопротивления патрубка; C_1 – константа состояния воздуха в газовой полости; C_2 – жесткость разделительного элемента; ℓ – длина газовой полости в начальный момент времени; $n_{\text{пат}}$ – число газовых полостей;

$$\ell - \frac{2\pi RL}{n_{\text{гп}} S_p} x_2 \geq 0. \quad (4)$$

Следовательно, величина x_2 ограничена сверху, т. е.

$$x_2 \leq \frac{n_{\text{гп}} \ell S_p}{2\pi RL}. \quad (5)$$

Рассмотрим линейную модель стабилизатора давления. Допустим, что смещение жидкости в стабилизаторе достаточно мало. Тогда уравнение (3) станет линейным, допускающим точное решение:

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} + \frac{4(\pi RL)^2}{m} \left(\frac{s_{\text{пер}}}{n_{\text{пер}}} + \frac{s_{\text{пат}}}{n_{\text{пат}}} \right) v_{\text{ср}} \frac{dx_2}{dt} + \frac{2\pi RL}{S_p m} \left[\left(C_2 + \frac{C_1}{\ell} \right) \right] x_2 = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (6) следует, что характер движения жидкости в жидкостной камере при малых смещениях не зависит от количества газовых полостей.

Введем обозначения:

$$\alpha = \frac{4(\pi RL)^2}{m} \left(\frac{s_{\text{пер}}}{k} + \frac{s_{\text{пат}}}{n_{\text{пат}}} \right) v_{\text{ср}};$$

$$\beta^2 = \frac{2\pi RL}{S_p m} \left[\left(C_2 + \frac{C_1}{\ell} \right) \right].$$

Тогда уравнение (6) примет следующий вид:

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} + \alpha \frac{dx_2}{dt} + \beta^2 x_2 = 0. \quad (7)$$

Решение уравнения (6) зависит от дискриминанта. Свободные колебания жидкости возникают, если дискриминант отрицателен. Соответственно

$$x_2 = e^{-0,5\alpha t} [A \cos(\gamma t) + B \sin(\gamma t)]. \quad (8)$$

Константы A и B определяются из начальных условий:

$$x_2 = x_{20}, \quad \frac{dx_2}{dt} = C_3 \quad \text{при } t = 0. \quad (9)$$

Если известно смещение разделительных элементов $x_1 = x_{10}$ при $t = 0$, то x_{20} можно определить из (2).

Из (8) следует, что колебания жидкости в стабилизаторе будут затухающими, т. е. стабилизатор будет гасить возникающие в трубопроводе вибрации.

Запишем выражение дискриминанта полностью:

$$\frac{4(\pi RL)^4 \left(\frac{S_{пер}}{n_{пер}} + \frac{S_{пат}}{n_{пат}} \right)^2 v_{ср}^2 - 2\pi RL \left[\left(C_2 + \frac{C_1}{\ell} \right) \right]}{m^2} < 0;$$

$$\frac{2\pi RL \left[\frac{2(\pi RL)^3 \left(\frac{S_{пер}}{n_{пер}} + \frac{S_{пат}}{n_{пат}} \right)^2 v_{ср}^2 - 1}{S_p} \left(C_2 + \frac{C_1}{\ell} \right) \right]}{m} < 0; \quad (10)$$

$$\frac{2(\pi RL)^3 \left(\frac{S_{пер}}{n_{пер}} + \frac{S_{пат}}{n_{пат}} \right)^2 v_{ср}^2 - 1}{m} \left(C_2 + \frac{C_1}{\ell} \right) < 0.$$

Из последнего неравенства следует условие колебательного движения жидкости в жидкостной камере:

$$\frac{1}{S_p} \left(C_2 + \frac{C_1}{\ell} \right) > \frac{2(\pi RL)^3 \left(\frac{S_{пер}}{n_{пер}} + \frac{S_{пат}}{n_{пат}} \right)^2 v_{ср}^2}{m}. \quad (11)$$

Апериодическое движение жидкости возникает, если дискриминант равен нулю. Тогда решение будет следующим:

$$x_2 = e^{-0,5\alpha t} (A + Bt). \quad (12)$$

Для начальных условий типа

$$x_2 = x_{20}, \quad \frac{dx_2}{dt} = 0 \quad \text{при } t = 0$$

постоянные A и B примут следующие значения:

$$A = x_{20} = \frac{n_{гп} S_p}{2\pi RL} x_{10};$$

$$B = \frac{n_{гп} \pi R L S_p}{m} \left(\frac{S_{пер}}{n_{пер}} + \frac{S_{пат}}{n_{пат}} \right) v_{ср} x_{10}. \quad (13)$$

Условие аperiодического затухающего движения в жидкостной камере:

$$\frac{1}{S_p} \left(C_2 + \frac{C_1}{\ell^2} \right) = \frac{2(\pi RL)^3 \left(\frac{S_{пер}}{n_{пер}} + \frac{S_{пат}}{n_{пат}} \right)^2 v_{ср}^2}{m}. \quad (14)$$

Если дискриминант положителен, то решение уравнения будет выглядеть так:

$$x_2 = A e^{\gamma_1 t} + B e^{\gamma_2 t}, \quad (15)$$

где

$$\gamma_1 = -\frac{\alpha}{2} + \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2} \right)^2 - \beta^2};$$

$$\gamma_2 = -\frac{\alpha}{2} - \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2} \right)^2 - \beta^2}. \quad (16)$$

Так как $\alpha > 0$ и $\beta > 0$, то из дискриминанта следует, что $\gamma_1 < 0$ и $\gamma_2 < 0$. Поэтому и в этом случае движение будет затухающим.

Таким образом, условие аperiодического затухающего движения имеет следующий вид:

$$\frac{1}{S_p} \left(C_2 + \frac{C_1}{\ell^2} \right) < \frac{2(\pi RL)^3 \left(\frac{S_{пер}}{n_{пер}} + \frac{S_{пат}}{n_{пат}} \right)^2 v_{ср}^2}{m}. \quad (17)$$

Для начальных условий типа (9):

$$A = \frac{\gamma_2 n_{гп} S_p}{2\pi RL (\gamma_2 - \gamma_1)} x_{10},$$

$$B = \frac{\gamma_1 n_{гп} S_p}{2\pi RL (\gamma_2 - \gamma_1)} x_{10}. \quad (18)$$

Уравнение (3) представляет собой нелинейную модель стабилизатора. Аналитическое решение можно получить численными методами, не прибегая к линеаризации.

На интервале $t \in (0; t_{кон})$ введем разностную сетку с постоянным шагом Δt . Допустим, что $x_2 = x$ и заменим первую и вторую производные разностными аналогами:

$$\frac{dx}{dt} \Big|_j \approx \frac{x_j - x_{j-1}}{\Delta t}, \quad \frac{d^2x}{dt^2} \Big|_j \approx \frac{x_{j+1} - 2x_j + x_{j-1}}{(\Delta t)^2}. \quad (19)$$

Аналоги первой и второй производных имеют первый и второй порядок точности соответственно.

Подставив (17) в (3), получим явное разностное уравнение первого порядка точности для определения x_{j+1} на шаге $j+1$ по времени:

$$\frac{x_{j+1} - 2x_j + x_{j-1}}{(\Delta t)^2} + \frac{4(\pi RL)^2}{m} \times$$

$$\times \left(\frac{S_{пер}}{n_{пер}} + \frac{S_{пат}}{n_{пат}} \right) \Big| \frac{x_j - x_{j-1}}{\Delta t} \Big| \left(\frac{x_j - x_{j-1}}{\Delta t} \right) +$$

$$+ \frac{2\pi RL}{S_p m} \left[C_2 + \frac{C_1}{\ell - \frac{2\pi RL}{n_{гп} S_p} x_j} \right] x_j = 0. \quad (20)$$

Отсюда

$$x_{j+1} = 2x_j - x_{j-1} - \frac{4(\pi RL)^2 (\Delta t)}{m} \times$$

$$\times \left(\frac{S_{пер}}{n_{пер}} + \frac{S_{пат}}{n_{пат}} \right) \Big| x_j - x_{j-1} \Big| (x_j - x_{j-1}) +$$

$$+ \frac{2\pi RL (\Delta t)^2}{S_p m} \left[C_2 + \frac{C_1}{\ell - \frac{2\pi RL}{n_{гп} S_p} x_j} \right] x_j. \quad (21)$$

Начальные условия (9) запишем так:

$$x_0 = \frac{n_{гп} S_p}{\pi DL} x_{10}; \quad (22)$$

$$x_1 = x_0 + C_3 \Delta t.$$

Введем обозначения:

$$\frac{2\pi RL}{S_p} = \frac{S_{гр}}{S_p} = \eta_1;$$

$$\frac{(2\pi RL)^2}{m} = \eta_1^2 \frac{S_p}{m}; \quad (23)$$

$$\frac{S_{пер}}{n_{пер}} + \frac{S_{пар}}{n_{пар}} = \eta_2.$$

Величина η_1 – это отношение площади боковой поверхности перфорированного участка трубы к площади поверхности разделительного элемента.

С учетом (23) уравнение (20) и начальные условия (22) примут вид:

$$x_{j+1} = 2x_j - x_{j-1} - \frac{\eta_1^2 S_p}{m} \eta_2 |x_j - x_{j-1}| (x_j - x_{j-1}) + \frac{\eta_1 (\Delta t)^2}{m} \left(C_2 + \frac{C_1}{\ell - \frac{\eta_1}{n_{гп}} x_j} \right) x_j; \quad (24)$$

$$x_0 = \frac{n_{гп}}{\eta_1} x_{10}; \quad x_1 = x_0 + C_3 \Delta t.$$

Для линейной модели разностная схема будет следующей:

$$x_{j+1} = 2x_j - x_{j-1} - \frac{\eta_1^2 S_p}{m} \eta_2 \Delta t v_{ср} (x_j - x_{j-1}) + \frac{\eta_1 (\Delta t)^2}{m} \left(C_2 + \frac{C_1}{\ell - \frac{\eta_1}{n_{гп}} x_j} \right) x_j; \quad (25)$$

$$x_0 = \frac{n_{гп}}{\eta_1} x_{10}; \quad x_1 = x_0 + C_3 \Delta t.$$

Для расчетов движения свободной жидкости в стабилизаторе была разработана специальная компьютерная программа. Программа составлена с учетом следующих условий: время счета T и начальный шаг разностной сетки Δt и точность счета ε задаются пользователем; расчет производится итерационно с пересчетом шага $\Delta t = (1/2)\Delta t$ до тех пор, пока не выполнится условие

$$\max(x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}) < \varepsilon, \quad (26)$$

где k – номер итерации.

Входные данные: время счета одной итерации T ; начальный шаг разностной

сетки Δt ; точность счета ε ; величины $n_{гп}, S_p, \eta_1, \eta_2, m, \ell, p_0, C_1, C_2, x_{10}, C_3, v_{ср}, \varepsilon$, определенные в предыдущих разделах. Выходные данные приведены в таблице.

Алгоритм решения задачи:

1. Начало.
2. Установить номер итерации $k = 0$.
3. Установить начальное значение времени $t_0 = 0$.
4. Вычислить $t_{j+1} = t_j + \Delta t$.
5. Если модель нелинейная, то по формуле (24) вычислить x_{j+1} , иначе вычислить x_{j+1} по формуле (25).
6. Сохранить t_{j+1}, x_{j+1} .
7. Если $t_{j+1} + 0,5\Delta t < T$, идти к пункту 4 данного алгоритма.
8. Увеличить номер итерации: $k = k + 1$.
9. Если $k > 1$, вычислить $q = \max(x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)})$, иначе идти к пункту 4 данного алгоритма.
10. Если $q < \varepsilon$, то идти к концу алгоритма.
11. Пересчитать $\Delta t_k = (1/2)\Delta t$.
12. Идти к пункту 3.
13. Конец.

Выходные данные по программе расчета движения свободной жидкости в стабилизаторе

$n_{гп}$	S_p	η_1	η_2
2	0,101788	4	2000
m	Δt	$t_{кон}$	ℓ
110	0,05	15	1,6
p_0	C_1	C_2	x_{10}
1,5	0,152681	120	0,04
$x_0 = x_1$	Средняя скорость	C_3	
0,02	0,0147	0	

Примечание: m – масса жидкости в жидкостной полости; p_0 – давление в начальной момент.

Результаты расчетов движения жидкости по линейной и нелинейной моделям приведены на рис. 1.

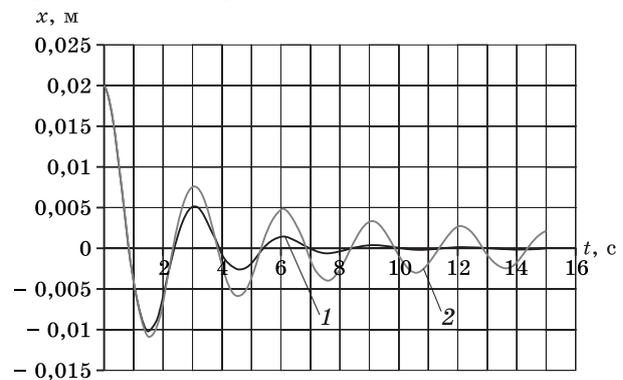


Рис. 1. Расчеты смещений по линейной и нелинейной моделям: 1 – линейная модель; 2 – нелинейная модель

На рис. 2. приведены расчеты динамической нагрузки p_d на перфорированную поверхность трубопровода:

$$p_d \Big|_{t=t_i} = \frac{m}{S_{\text{от}}} \frac{d^2 x}{dt^2} \Big|_{t=t_i} \approx \frac{m}{S_{\text{от}}} \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{(\Delta t)^2}. \quad (27)$$

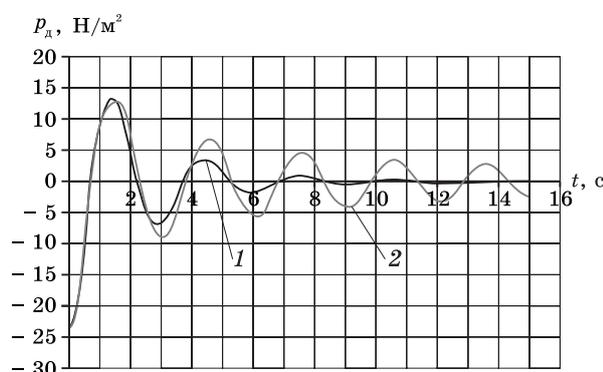


Рис. 2. Расчеты динамического давления по линейной и нелинейной моделям: 1 – линейная модель; 2 – нелинейная модель

Выводы

Получено уравнение движения жидкости в стабилизаторе давления с выносными камерами. При выводе формулы (2) были сделаны следующие допущения: изменение положения разделительных элементов относительно начального равновесного положения незначительно; масса жидкости в жидкостной полости является постоянной величиной; процесс сжатия и расширения в газовой полости принят изотермическим.

Расчеты показывают, что линейная модель существенно занижает время затухания колебаний.

Очевидно, это связано с выбором средней скорости.

На частоту колебаний линеаризация уравнения движения жидкости заметного влияния не оказывает, так как в течение всего времени расчета считалось, что смещение жидкости в стабилизаторе достаточно мало.

Из приведенных расчетов следует, что движение жидкости в стабилизаторе следует рассчитывать по нелинейной модели, так как линейная модель, к которой прибегают во многих случаях, может дать неверные результаты.

1. Роскин А. Б. Устройства для стабилизации колебаний давления и расхода в тепловых сетях // Новости теплоснабжения. – 2004. – № 3. – С. 36–40.

2. Бегляров Д. С., Греков Д. М. Моделирование движения жидкости в стабилизаторе давления с выносными камерами // Природообустройство. – 2011. – № 5. – С. 63–66.

3. Аршеневский Н. Н., Поспелов Б. Б. Переходные процессы в крупных насосных станциях. – М.: Энергия, 1980. – 111 с.

4. Ганиев Р. Ф., Низамов Х. Н., Дербуков Е. И. Волновая стабилизация и предупреждение аварий на трубопроводах. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1996. – 260 с.

Материал поступил в редакцию 27.09.11.

Греков Дмитрий Михайлович, аспирант

Тел. 8 (499) 976-11-85