осуществить установкой на трубопроводе двух аэрационных клапанов на расстояниях 630 и 1020 м от насосной станции.

Равномерное закрытие дисковых затворов диаметром 2800 мм, установленных на напорных линиях насосов за время не менее 90 с, не вызывает дополнительного повышения давления в напорных трубопроводах.

Дополнение, сделанное для программы расчета переходных процессов методом характеристик с различными шагами Δx и Δt, позволяет более точно делать расчеты для случаев отключения или пуска одного насоса из нескольких параллельно соединенных насосов и при резком подъеме профиля напорного трубопровода в его начале, а также полностью моделировать автоматическую работу напорных систем водоподачи.

---

1. **Бегляров Д. С., Концевич И. А.** Методика расчетов переходных процессов в напорных системах водоподачи с насосными станциями: Природообустройство и рациональное природопользование – необходимые условия социально-экономического развития России: сб. науч. трудов. – М.: ФГОУ ВПО МГУП, 2005. – С. 47–53.

2. **Виссарионов В. И., Елистратов В. В., Исхан-Ходжаев Р. С.** Исследование переходных процессов в насосных станциях // Известия высших учебных заведений. – 1980. – № 5. – С. 76–81.

3. **Вишневский К. П.** Переходные процессы в напорных системах водоподачи. – М.: Агропромиздат, 1986. – 135 с.

4. **Карелин В. Я., Новодережкин Р. А.** Насосные станции с центробежными насосами. – М.: Стройиздат, 1983. – 224 с.

Материал поступил в редакцию 22.10.13.

Переверзев Сергей Юрьевич, *аспирант*
E-mail: persei87@gmail.com

УДК 502/504:532.543

В. Н. КОХАНЕНКО

Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Донской государственный аграрный университет», Новочеркасск, Ростовская область

М. Ф. МИЦИК

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Южно-Российский государственный университет экономики и сервиса», Шахты, Ростовская область

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРАВНЕНИЯ КРАЙНЕЙ ЛИНИИ ТОКА В ЗАДАЧЕ СВОБОДНОГО РАСТЕКАНИЯ БУРНОГО ПОТЕНЦИАЛЬНОГО В СРЕДНЕМ ПЛАНОВОГО ПОТОКА ЗА БЕЗНАПОРНОЙ ТРУБОЙ

В работе получено уравнение крайней линии тока бурного стационарного потока воды в физической плоскости. Поток рассматривается как потенциальный в среднем при свободном растекании в широком горизонтальном отводящем русле. Приводится сравнение полученной в работе крайней линий тока с модельной крайней линией тока для потенциального течения. Приведена формула определения расстояния до створа полного растекания потока.

Безнапорная прямоугольная труба, широкое отводящее горизонтальное русло, бурный поток, крайняя линия тока, потенциальное течение, свободное растекание потока.

In this paper we obtain an equation of the end current line of a rapid stationary water flow in the physical plane. The flow is considered as potential in average under free spreading in a wide horizontal discharge channel. There is given a comparison of the end current line obtained in the work with the model current end line for a potential flow. The formula is given for estimation of the distance to the site of full flow spreading.

Non-pressure rectangular pipe, wide discharge horizontal channel, rapid flow, extreme current line, potential flow, flow free spreading.

Для решения задачи растекания бурного потенциального открытого потока использовали план, представленный на рис. 1 [1].

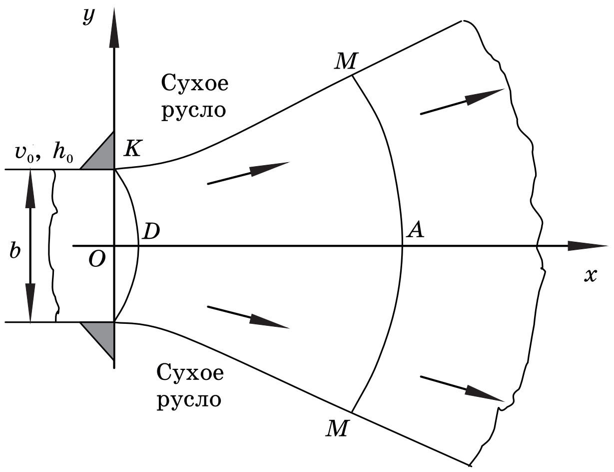

Рис. 1. **План растекания потока:** v_0 – скорость потока; h_0 – глубина потока

Поток, выходя из прямоугольной трубы шириной b с параметрами v_0, h_0, входит в расширение. При этом, согласно интегралу Бернулли, для плановых потенциальных потоков

$$\frac{v^2}{2g}+h=H_0, \tag{1}$$

где $H_0=v_0^2/2g+h_0$; v – модуль местной скорости жидких частиц на вертикали; h – местная глубина на вертикали к плану потока.

Поток свободно растекается до бесконечности, при этом $h\to 0; v\to v_{\max}=\sqrt{2gH_0}$, угол направления вектора скорости θ стремится к максимальному углу $\theta_{\max}$ на бесконечности вдоль крайней линии тока [2].

Задачу решали с использованием промежуточной плоскости годографа скорости, в которой функциями являются: функция тока ψ и потенциальная функция φ, а аргументами θ угол между направлением вектора скорости и осью OX; $\tau=v^2/2gH_0$ – квадрат скоростного коэффициента.

В плоскости годографа скорости было получено следующее решение:

$$\psi=\psi(\tau;\theta)=A_1\frac{\sin\theta}{\tau^{1/2}};\ \varphi=A_1\frac{h_0}{H_0}\frac{\cos\theta}{\tau^{1/2}(1-\tau)}, \tag{2}$$

где $A_1=v_0b/(2\sin\theta_{\max})$.

Между физической плоскостью течения потока и плоскостью годографа скорости установлена дифференциальная связь:

$$dx+idy=\left(d\varphi+i\frac{h_0}{h}d\psi\right)\frac{1}{v}e^{i\theta}. \tag{3}$$

Поскольку вдоль линии тока $d\psi=0$, то из (3) следует система равенств:

$$\begin{cases} dx=\dfrac{d\varphi}{v}\cos\theta; \\ dy=\dfrac{d\varphi}{v}\sin\theta. \end{cases} \tag{4}$$

Воспользуемся соотношением, справедливым вдоль крайней линии тока:

$$\frac{\sin\theta}{\tau^{1/2}}=\sin\theta_{\max}. \tag{5}$$

Поскольку $v=\tau^{1/2}\sqrt{2gH_0}$, то второе уравнение системы (4) преобразуем к следующему виду:

$$dy=\frac{\sin\theta_{\max}}{\sqrt{2gH_0}}d\varphi. \tag{6}$$

Интегрируем уравнение (6) от точки K до текущей точки M на линии тока (см. рис. 1):

$$y_M-\frac{b}{2}=\frac{A_1h_0\sin\theta_{\max}}{\sqrt{2gH_0}H_0}\cdot\left\{\frac{\cos\theta_M}{\tau_M^{1/2}(1-\tau_M)}-\frac{\cos\theta_K}{\tau_K^{1/2}(1-\tau_K)}\right\}, \tag{7}$$

где τ_K,θ_K – значения параметров τ,θ в точке K; τ_M,θ_M – значения параметров τ,θ в точке M.

Найдя $d\varphi$ из (2), первое уравнение системы (4) перепишем:

$$dx=\frac{A_1h_0\cos\theta}{H_0\sqrt{2gH_0}\tau^{1/2}}\cdot\left\{\frac{(3\tau-1)\cos\theta}{2\tau^{3/2}(1-\tau)^2}d\tau-\frac{\sin\theta}{\tau^{1/2}(1-\tau)}d\theta\right\}. \tag{8}$$

Вдоль крайней линии тока между параметрами потока наблюдается дифференциальная связь:

$$\cos\theta\,d\theta=\frac{1}{2}\sin\theta\frac{d\tau}{\tau}. \tag{9}$$

Учитывая равенства (5), (9) и основное тригонометрическое тождество, уравнение (8) преобразуем к следующему виду:

$$dx=\frac{A_1h_0}{2H_0\sqrt{2gH_0}}\cdot\left[\frac{3\tau-1}{\tau^2(1-\tau)^2}-\frac{2\sin^2\theta_{\max}}{(1-\tau)^2}\right]d\tau. \tag{10}$$

Интегрируя уравнение (10), получим [3]:

$$x_M = \frac{A_1 h_0}{2H_0\sqrt{2gH_0}}\left[\frac{1+\tau_M}{\tau_M(1-\tau_M)} - \right.$$

$$-\ln\frac{1-\tau_M}{\tau_M} - \frac{2\sin^2\theta_{\max}}{1-\tau_M} +$$

$$\left. -\frac{1+\tau_K}{\tau_K(1-\tau_K)} + \ln\frac{1-\tau_K}{\tau_K} + \frac{2\sin^2\theta_{\max}}{1-\tau_K}\right]. \qquad (11)$$

Параметры τ_K, θ_K определяются из системы

$$\begin{cases} \dfrac{\sin\theta_K}{\tau_K^{1/2}} = \sin\theta_{\max}; \\ \dfrac{\cos\theta_K}{\tau_K^{1/2}(1-\tau_K)} = \dfrac{1}{\tau_0^{1/2}(1-\tau_0)}, \end{cases} \qquad (12)$$

где $\tau_0 = v_0^2/2gH_0$ – значение параметра τ на выходе потока из трубы.

Для решения системы (12) возведем в квадрат обе части первого уравнения системы и обе части второго уравнения. Выразив $\sin^2\theta_K$, $\cos^2\theta_K$ и сложив их, получим следующее кубическое уравнение относительно τ_K:

$$\tau_K(1-\tau_K)^2 + M_1\tau_K - M_2 = 0, \qquad (13)$$

где $M_1 = \tau_0(1-\tau_0)^2\sin^2\theta_{\max}$; $M_2 = \tau_0(1-\tau_0)^2$.

Искомым решением уравнения (13), согласно [3], является корень

$$\tau_K = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}\sqrt{1-3M_1}\cdot$$

$$\cdot\cos\left\{\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3}\arccos\frac{27M_2 - 2 - 18M_1}{2\sqrt{(1-3M_1)^3}}\right\}. \qquad (14)$$

Угол θ_K определяем из первого уравнения системы (12):

$$\theta_K = \arcsin\left[\tau_K^{1/2}\sin\theta_{\max}\right]. \qquad (15)$$

Учитывая, что

$$\cos\theta_M = \sqrt{1-\tau_M\sin^2\theta_{\max}} \qquad (16)$$

и задавая в уравнении (7) произвольное значение $y_M > b/2$, получим уравнение относительно τ_M:

$$\frac{\sqrt{2gH_0}(2y_M - b)H_0}{2A_1h_0\sin\theta_{\max}} + \frac{\cos\theta_K}{\tau_K^{1/2}(1-\tau_K)} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-\tau_M\sin^2\theta_{\max}}}{\tau_M^{1/2}(1-\tau_M)}. \qquad (17)$$

Возводя обе части уравнения (17) в квадрат, получим:

$$\left[\frac{\sqrt{2gH_0}(2y_M - b)H_0}{2A_1h_0\sin\theta_{\max}} + \frac{\cos\theta_K}{\tau_K^{1/2}(1-\tau_K)}\right]^2 =$$

$$= \frac{1-\tau_M\sin^2\theta_{\max}}{\tau_M(1-\tau_M)^2}. \qquad (18)$$

Уравнение (18) перепишем так:

$$\tau_M(1-\tau_M)^2 + \sin^2\theta_{\max}M_1^*\tau_M - M_1^* = 0, \qquad (19)$$

где $M_1 = \dfrac{1}{\left[\dfrac{\sqrt{2gH_0}(2y_M-b)H_0}{2A_1h_0\sin\theta_{\max}} + \dfrac{\cos\theta_K}{\tau_K^{1/2}(1-\tau_K)}\right]^2}$.

Искомым корнем уравнения (19), согласно [3], является корень τ_M, принадлежащий интервалу $\tau_K < \tau_M < 1$:

$$\tau_M = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}\sqrt{1-3M_1^*}\cdot$$

$$\cdot\cos\left\{\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3}\arccos\frac{27M_2^* - 2 - 18M_1^*}{2\sqrt{(1-3M_1^*)^3}}\right\}. \qquad (20)$$

Угол θ_M определяем аналогично углу θ_K:

$$\theta_M = \arcsin\left[\tau_M^{1/2}\sin\theta_{\max}\right]. \qquad (21)$$

Учитывая, что

$$\theta_{\max} = C_1 + \left(\sqrt{3}-1\right)\frac{\pi}{2}, \qquad (22)$$

где $C_1 = \mathrm{arctg}\sqrt{\dfrac{3\tau_0 - 1}{1-\tau_0}} - \sqrt{3}\cdot\mathrm{arctg}\sqrt{\dfrac{3\tau_0-1}{3(1-\tau_0)}}$,

согласно выводам в работе [5], получим, что по формулам (14), (15), (20), (21) определяются следующие параметры:

$$\tau_K = \tau_K(\tau_0); \theta_K = \theta_K(\tau_0); \tau_M = \tau_M(b, h_0, v_0, \tau_0, H_0, y_M). \qquad (23)$$

Подставляя далее правые части выражений (23) в уравнение (11), получим зависимость

$$x_M = \Phi(b, h_0, v_0, y_M), \qquad (24)$$

так как τ_0 и H_0 зависят от h_0, v_0, т. е. выражаются через параметры потока на его выходе из трубы. При этом τ_M в формуле (11) необходимо заменить, пользуясь представлением (20). Опуская индекс M в (24), получим уравнение крайней линии тока в форме обратной зависимости:

$$x = \Phi(b, h_0, v_0, y). \qquad (25)$$

Задавая произвольные значения y, получим соответствующие ему значения x вдоль крайней линии тока.

Такая форма уравнения позволит проще решить задачу определения расстояния до створа набегания крайней линии тока на боковую стенку отводящего русла, если задано расширение отводящего русла:

$$\beta = \frac{B}{b}. \qquad (26)$$

Соответственно ордината точки набегания крайней линии тока на боковую стенку и расстояние до створа полного растекания потока определяем по формулам:

$$y_p = \frac{\beta \cdot b}{2}; \quad l_p = \Phi\left(y_p\right). \qquad (27)$$

Легко определяется далее и средний угол растекания потока до набегания крайней линии тока на боковую стенку русла:

$$\mathrm{tg}\gamma_1 = \frac{B-b}{2l_p}; \quad \gamma_{cp} = 2\gamma_1, \qquad (28)$$

где γ_{cp} – угол растекания потока.

Можно решить и задачу определения расширения потока при заданном x.

На рисунке 2 для сравнения приведены крайние линии тока по предлагаемой модели и экспериментальные. Из графиков видно, что до расширения $\beta = 5$ относительное рассогласование в ординатах y при совпадающих значениях абсцисс не превосходит 7 %.

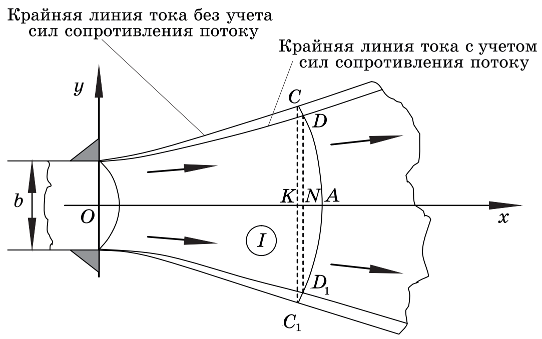

Рис. 2. **План свободного растекания бурного потенциального потока за безнапорными водопропускными трубами**

Выводы

Решение этих практических задач очень значимо при проектировании водопропускных гидротехнических сооружений, в которых наблюдается свободное растекание бурного потока.

1. **Коханенко В. Н., Волосухин Я. В., Ширяев В. В., Коханенко Н. В.** Моделирование одномерных и двухмерных открытых водных потоков: монография; под общей ред. В. Н. Коханенко. – Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2007. – 168 с.

2. **Ширяев В. В., Мицик М. Ф., Дуванская Е. В.** Развитие теории двухмерных плановых потоков в современных условиях: монография; под общей ред. В. В. Ширяева. – Шахты: ЮРГУЭС, 2007. – 193 с.

3. **Коханенко В. Н., Папченко И. В., Лемешко М. А., Мицик М. Ф.** Аналитическое решение системы для определения параметров потока в плоскости годографа скорости / Инновации в науке, образовании и бизнесе – основа эффективного развития АПК: материалы Международной научно-практ. конф. – ДонГАУ, 2011. – Т. 2. – С. 190–193.

Материал поступил в редакцию 03.10.12.

Коханенко Виктор Николаевич, *доктор технических наук, профессор кафедры «Механика и оборудование процессов пищевых производств»*
Тел. 8 (8951) 490-70-09
Email: krutoi_ded08@rambler.ru
Мицик Михаил Федорович, *кандидат технических наук, доцент кафедры «Математика»*
Тел. 8 (8906) 424-27-16
E-mail: m_mits@ mail.ru