10. **Аронович Г. В., Картвелишвили Н. А., Любимцев Я. К.** Гидравлический удар и уравнительные резервуары. – М.: Наука, 1968. – 247 с.

11. **Алышев В. М.** Неустановившееся напорное движение реальной жидкости в трубопроводных системах: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – М.: МГМИ, 1987. – 527 с.

12. **Тарасевич В. В.** О максимальном давлении при гидравлическом ударе, сопровождающемся разрывом сплошности потока // Гидротехническое строительство. – 1980. – № 8. – С. 15–18.

13. Рекомендации по расчету неустановившегося движения многофазной жидкости в напорных системах / Масс Е. И. [и др.] – М.: ВНИИ транспортного строительства, 1984. – 104 с.

14. **Двухшерстов Г. И.** Гидравлический удар в трубах некругового сечения и потоке жидкости между упругими стенками // Ученые записки МГУ. – 1948. – Т. 2. – С. 17–76.

15. **Карамбиров С. Н.** Совершенствование методов расчета систем подачи и распределения воды в условиях многорежимности и неполной исходной информации: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – М.: МГУП, 2005. – 46 с.

16. **Szumovski A.** Pressure ave pattern in a liquid filling an elastic pipe // Arch. Mech., Stosow. – 1978. – Vol. 30. – №№ 4 and 5. – P. 645–656.

17. **Егиазаров И. В., Картвелишвили Н. А., Первозванский А. А.** К влиянию резинового шланга с воздухом при моделировании гидравлического удара // Известия АН СССР. Отделение технических наук. – 1957. – № 11. – С. 160–166.

18. **Бегляров Д. С.** Научное обоснование методов расчетов переходных процессов в напорных системах водоподачи с насосными станциями: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – М.: МГУП, 2007. – 59 с.

Материал поступил в редакцию 15.08.12.

Картвелишвили Леонид Николаевич, *доктор технических наук, главный научный сотрудник*
E-mail: l_n_k@mail.ru

УДК 502/504:532.5

Л. Н. КАРТВЕЛИШВИЛИ

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
Центр научно-технической информации «Мелиоводинформ»

ПРИНЦИПЫ РАСЧЕТА ГИДРАВЛИЧЕСКОГО УДАРА И ИХ РАЗВИТИЕ

Дан краткий обзор современного состояния теории гидравлического удара. Отмечено, что для консервативных (без учета потерь энергии) трубопроводов теория разработана детально. Выделены направления, касающиеся того, какие выражения принимать за исходные при составлении расчетных алгоритмов.

Напорный трубопровод, гидравлический удар, скорость течения жидкости, потери энергии, система труб, граничные условия, принципы расчета, расчетные алгоритмы.

There is given a brief survey of the present state of the hydraulic impact theory. It is pointed out that for conservative (without consideration of energy losses) pipelines the theory is developed in detail. The directions are singled out concerning what expressions should be taken for the initial data when working out calculation algorithms.

Head pipeline, pressure pipeline, hydraulic impact, fluid flow velocity, losses of energy, system of pipes, boundary conditions, principles of calculation, calculated algorithms.

Теоретически гидравлический удар рассматривали сначала как удар идеальной упругой жидкости в упругой трубе или в системе упругих труб, т. е. в гидравлических системах, без учета потерь энергии. Это консервативные системы. Исследования, в процессе которых определяли только скорость распространения ударных волн по трубам, начали проводить в конце XVIII века. Как указывается в [1], еще в 1775 году Л. Эйлер анализировал решения волновых уравнений применительно к системам кровообращения. В конце XIX столетия появилась фундаментальная работа Н. Е. Жуковского, в которой исследован весь процесс гидравлического удара в консервативной системе [2].

Уравнения гидравлического удара. Вывод дифференциальных уравнений гидравлического удара выполняется двумя путями. Гидравлический путь основан на следующих допущениях [2]:

инерция поперечных перемещений жидкости и оболочки трубопровода не учитывается;

неустановившееся движение жидкости в трубе рассматривается как одномерное;

деформация каждого кольца, выделенного из оболочки двумя сечениями, нормальными к ее оси и бесконечно близкими одно к другому, рассматривается независимо от деформации соседних колец.

Применение второго закона механики к массе жидкости, заключенной между двумя указанными сечениями, приводит к уравнению движения:

$$\frac{1}{g}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+\frac{d}{\mathrm{d}x}\left(y+\frac{\alpha_1 u^2}{2g}\right)+i=0, \qquad (1)$$

где g – ускорение свободного падения; u – средняя по сечению скорость потока; t – время; x – расстояние по оси трубы; $y = z + p/(\rho g)$ – пьезометрический напор; z – отметка оси трубы в сечении с абсциссой x; p – давление в этом сечении на оси; ρ – плотность жидкости; α_1 – корректив количества движения; i – гидравлический уклон.

Рассматривая баланс вещества в отсеке между теми же сечениями, можно получить уравнение неразрывности для жидкости, подчиняющейся закону Гука:

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}t}+\frac{F}{E_0}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}+\frac{4w}{d}=0, \qquad (2)$$

где $Q = Fu$ – расход жидкости; F – площадь сечения трубы; E_0 – ее объемный адиабатический модуль упругости; d – диаметр трубы; w – расход жидкости через единицу площади внутренней поверхности стенок трубы (для проницаемых стенок).

Уравнения (1) и (2) должны быть дополнены реологическим уравнением для материала трубы и выражениями для i и w. Реологическое уравнение для «упругой» трубы при справедливости гипотезы Жуковского есть

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}t}=\frac{4F}{Kd}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}, \qquad (3)$$

где K – коэффициент упругого отпора стенок, т. е. давление, вызывающее приращение внутреннего радиуса на единицу длины.

Формулы расчета K для труб различных конструкций из упругих материалов приводятся в работе [3].

Из (2) и (3) в случае непроницаемых стенок, т. е. при $w = 0$ можно получить уравнение

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}+\frac{c^2}{g}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}=0, \qquad (4)$$

где c – скорость распространения упругих возмущений по трубопроводу, т. е. скорость распространения ударных волн;

$$c=\frac{c_0}{\sqrt{1+\frac{4E_0}{K\mathrm{d}}}}, \qquad (5)$$

где c_0 – скорость распространения звука в жидкости.

Основные дифференциальные уравнения гидравлического удара (1) и (4) справедливы и для труб некруглого сечения, но скорость распространения ударных волн в таких трубах определяется по другим формулам [2]. При этом, например, небольшая эллиптичность трубы (отношение длин осей эллипса 0,9...0,95), как указано в [4], практически не влияет на эту скорость, но при отношении длин осей около 0,6 скорость распространения ударных волн снижается в несколько раз. Вообще значительные отклонения сечения трубы от формы круга приводят к значительному снижению скорости ударных волн [5].

Второй путь вывода уравнений гидравлического удара – из уравнений гидродинамики, уравнений теории оболочек и условий контакта жидкости и оболочки – является более строгим. Таким путем получены уравнения только для консервативных систем с тонкостенными трубами [4].

Отношение скоростного напора $\alpha_1 u^2/(2g)$, входящего в уравнение (1), к изменениям пьезометрического напора при гидравлическом ударе, имеет порядок u/c, как было показано еще Жуковским. Величина u/c очень мала, так как значения

c в среднем около 1000 м/с, а u обычно не превышает 7 м/с. В связи с этим скоростным напором в теории гидравлического удара пренебрегают. Тогда уравнение (1) принимает следующий вид:

$$\frac{1}{g}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+i=0. \tag{6}$$

Для идеальной жидкости $i=0$. В этом случае, дифференцируя уравнение (4) по t, а уравнение (6) по x и исключая переменную u, а затем дифференцируя уравнение (4) по x, а (6) по t и исключая переменную y, можно получить выражения

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2},\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \tag{7}$$

совпадающие с уравнениями колебаний струны.

Существует также другая аналогия, которой посвящена монография [6]. Если считать, что гидравлический уклон i линейно зависит от скорости ($i = mu$) и что имеется соответствие: y – напряжение; u – сила тока; $m, 1/g$, g/c^2 – соответственно омическое сопротивление, самоиндукция и емкость на единицу длины проводника – то уравнения (4) и (6) совпадают с уравнениями течения электрического тока по линейному проводнику. Если труба пористая и βy – утечка жидкости на единицу длины, а проводимостью изоляции проводника G нельзя пренебречь, то β соответствует G. Значение данной аналогии уравнений ограничено из-за различия граничных условий, от которых зависит решение – эти условия совпадают лишь для узлов гидравлических и электрических сетей и не совпадают для устройств на концах ветвей.

Получив уравнения (7) первым из описанных путей, Жуковский указал их общий интеграл:

$$\Delta y=y-y_0=\varphi\left(t-\frac{x}{c}\right)+\mathrm{f}\left(t+\frac{x}{c}\right);$$

$$\Delta u=u-u_0=\frac{g}{c}\left[\varphi\left(t-\frac{x}{c}\right)-\mathrm{f}\left(t+\frac{x}{c}\right)\right], \tag{8}$$

где φ и f – произвольные функции, зависящие от краевых условий; y_0 и u_0 – начальные значения y и u.

Используя выражения (8), он сделал физический анализ гидравлического удара, получил широко известную и широко применяемую формулу прямого удара – $\Delta y = c\Delta u/g$, рассмотрел приложения этих результатов. Во всех последующих исследованиях гидравлического удара в консервативных системах использовались выражения (8) или выражения, полученные из них путем тождественных преобразований.

Гидравлический удар в простых трубопроводах. Л. Аллиеви исследовал гидравлический удар в простом трубопроводе [6, 7]. (Простым называют трубопровод, имеющий постоянный диаметр и постоянную скорость распространения ударных волн, начинающийся от большого резервуара, давление во входном сечении которого можно считать постоянным, и заканчивающийся запорным устройством, через которое жидкость вытекает в атмосферу). В работе [6] Аллиеви употреблял выражения (8), а в [7], используя граничное условие в начале трубопровода $y-y_0=0$, выразил функцию f через φ и, исключив φ из (8), получил уравнение в конечных разностях:

$$y_{t-\mu}+y_t-2y_0=\frac{c}{g}(u_{t-\mu}-u_t), \tag{9}$$

имеющее название цепного уравнения Аллиеви. Индексы указывают моменты времени, к которым относятся значения y и u на расстоянии x от начала трубопровода, где $\mu = 2x/c$ – двойное время пробега волной удара расстояния x. Если $x = l$ – длина трубопровода, то μ называют фазой гидравлического удара. Закон истечения, связывающий расход запорного устройства или скорость в конце трубопровода с напором, под которым происходит истечение, Аллиеви принимал в следующей форме:

$$\frac{u}{u_*}=\alpha\sqrt{\frac{y}{y_*}}, \tag{10}$$

где $\alpha = A/A_0$ – гидравлическое открытие, характеризующее положение запорного устройства; A – некоторая функция открытия запорного устройства, зависящая от его конструкции; A_0 – значение A при полностью открытом запорном устройстве; u_* и y_* – значения u и y при установившемся режиме с полностью открытым запорным устройством ($\alpha = 1$).

В работе также принято, что гидравлическое открытие изменяется от начального значения α_0 до конечного $\alpha_к$ за некоторое время T_s по линейному закону. Из выражений (9) при $x = l$ и (10) получается нелинейное уравнение в конечных разностях:

$$\frac{y_{t-\mu}+y_t}{y_*}-2=\frac{cu_*}{gy_*}\left(\alpha_{t-\mu}\sqrt{\frac{y_{t-\mu}}{y_*}}-\alpha_t\sqrt{\frac{y_t}{y_*}}\right). \tag{11}$$

Аллиеви, анализируя данное уравнение, определил, что при линейном изменении α величина $|y - y_*|$ достигает максимального значения в конце первой фазы ($t = \mu$) или в конце движения запорного устройства (в последнем случае удар называется предельным: давление в трубе постепенно приближается к некоторому предельному значению).

Используя теорию Аллиеви, М. Гариель рассмотрел вопрос о наибольшем возможном гидравлическом ударе и установил, что если полностью ($\alpha_к = 0$) закрывать запорное устройство от различных начальных открытий α_0, во всех случаях с одной и той же скоростью $1/T_s$, то $y - y_*$ будет иметь максимальное значение не при $\alpha_0 = 1$, а при $\alpha_0 = \mu/T_s$, т. е. при таком начальном открытии, когда время закрытия равно фазе удара [8].

Для этого случая Гариель получил

$$y_\mu - y_* = \frac{2\,lu_*}{gT_s}. \tag{12}$$

Такой удар называется коротким ударом.

Решения для сложных трубопроводов. Следующим этапом в развитии теории гидравлического удара был переход к трубопроводам, которые характеризуются сложной интерференцией ударных волн в точках разветвления (узлах): волна удара, подойдя к узлу по какой-либо ветви трубопровода, частично проходит в другие ветви – преломляется, а частично отражается обратно в ту же ветвь. (Частным случаем сложного трубопровода является телескопический трубопровод, у которого к каждому узлу примыкают только две ветви). В работе «О гидравлическом ударе в водопроводных трубах» Н. Е. Жуковский рассмотрел сложные трубопроводы с небольшим количеством ветвей при мгновенном закрытии запорных устройств. Решения для более сложных случаев, найденные из анализа многократного отражения и преломления ударных волн (представленные, например, Ч. Егером в 1933 году), громоздки и не совсем удобны для использования даже с применением компьютера. Значительно более удобным является применение уравнений Шнидера–Бержерона, получающихся путем исключения произвольных функций φ и f из уравнений (8):

$$y^M_{t+\frac{\mu}{2}} - y^N_t = -\frac{c}{g}\left(u^M_{t+\frac{\mu}{2}} - u^N_t\right);$$

$$y^M_{t-\frac{\mu}{2}} - y^N_t = \frac{c}{g}\left(u^M_{t-\frac{\mu}{2}} - u^N_t\right), \tag{13}$$

где M и N – сечения; индексы – моменты времени, к которым относятся значения y и u; μ – двойное время пробега волной удара расстояния между сечениями M и N.

Сложение уравнений (13) и замена в них t на $t - \mu/2$ дает [9]:

$$y^M_{t-\mu} + y^M_t - 2y^N_{t-\frac{\mu}{2}} = \frac{c}{g}\left(u^M_{t-\mu} - u^M_t\right). \tag{14}$$

В ряде случаев выражением (14) пользоваться проще, чем уравнениями Шнидера–Бержерона, из которых оно получено. Если сечение N совпадает с началом простого трубопровода, то $y^N_{t-\frac{\mu}{2}} = y_0$ и (14) обращается в цепное уравнение Аллиеви (9).

На основе выражений (13) Р. Леви (1928), О. Шнидер и Л. Бержерон разработали способы графического расчета гидравлического удара в сложных трубопроводах [10]. Уравнения (13) описывают сразу суммарное действие всех волн, учтенных в функциях φ и f, поэтому при их использовании не надо рассматривать отдельные волны, их отражение и преломление в местах разветвления трубопровода. Но сегодня и эти методы не имеют широкого применения в связи с неудобством их реализации на компьютере.

В 1948 и 1952 годах были опубликованы два алгоритма, не имеющие подобного недостатка [11, 12]. Первый из них заключается в следующем. В (14) t заменяется сначала на $t - \mu$, затем на $t - 2\mu$, на $t - 3\mu$ и так далее до тех пор, пока все индексы в этом выражении не станут такими, при которых соответствующие y и u будут относиться к установившемуся режиму, т. е. иметь значения y_0 и u. Затем все строки суммируются, и после перехода к безразмерным величинам получается:

$$U^M_\tau = U^M_0 - \frac{1}{\rho}\vartheta^M_\tau - \frac{2}{\rho}\left(\sum_{i=1}\vartheta^M_{\tau - i\nu} - \sum_{i=0}\vartheta^N_{\tau-\frac{\nu}{2}-i\nu}\right), \tag{15}$$

где $U = \frac{Q}{Q_*}$; $\vartheta = \frac{y - y_0}{H_*}$; $\tau = \frac{t}{T}$; $\rho = \frac{cQ_*}{gFH_*}$; $\nu = \frac{\mu}{T_*}$; Q_*, H_*, T_* – одинаковые для всей исследуемой системы (а в остальном произвольные) расход, напор и время соответственно.

Если считать M за точку разветвления, а $N_1,...,N_n$ – за противоположные концы отходящих от M ветвей, то из (15) и уравнения неразрывности

$\boldsymbol{Q}_t^{N_1} + \ldots + \boldsymbol{Q}_t^{N_n} = 0$ (16)

получается:

$$\vartheta_{\tau}^{M} + s_1\left(\sum_{i=1} J_{\tau-i\nu_1}^{M} - \sum_{i=0} \vartheta_{\tau-\frac{\nu_1}{2}-i\nu_1}^{N_1}\right) + s_2\left(\sum_{i=1} \vartheta_{\tau-i\nu}^{M} - \right.$$
$$\left. - \sum_{i=0} \vartheta_{\tau-\frac{\nu_2}{2}-i\nu_1}^{N_2}\right) + \ldots + s_n\left(\sum_{i=1} \vartheta_{\tau-i\nu_n}^{M} - \right.$$
$$\left. - \sum_{i=0} \vartheta_{\tau-\frac{\nu_n}{2}-i\nu_n}^{N_n}\right) = 0, \qquad (17)$$

где $s_k = \frac{2}{\rho_k} \Big/ \sum_{m=1}^{n} \frac{1}{\rho_m}$ $(k = 1, \ldots, n)$ – коэффициенты преломления ударных волн в точке M.

Величина T_* выбирается так, чтобы для всей системы каждое ϑ было целым числом. Получающаяся система уравнений, дополненная граничными условиями, связывающими ϑ и U в указанных вершинах, позволяет последовательно определить ϑ во всех вершинах графа сети для целых значений τ.

Второй метод [12] основан на записи уравнений (13) в следующей форме:

$$\Omega_{\tau-\frac{\nu}{2}}^{M} = \Omega_{\tau}^{N}, \qquad \Pi_{\tau-\frac{\nu}{2}}^{M} = \Pi_{\tau}^{N}, \qquad (18)$$

где $\Omega = \frac{1}{\rho}\vartheta + U, \qquad \Pi = \frac{1}{\rho}\vartheta - U.$ (19)

Из (19) следует:

$$\Omega + \Pi = \frac{2}{\rho}; \qquad \Omega - \Pi = 2U. \qquad (20)$$

После подстановки в уравнение неразрывности (16) значения U из (19) получаем:

$$\vartheta_{\tau}^{M} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Omega_{\tau}^{M_i}}{\sum_{i=1}^{n} 1/\rho_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Pi_{\tau}^{M_i}}{\sum_{i=1}^{n} 1/\rho_i}. \qquad (21)$$

Пользуясь этим выражением, гидравлический удар в точке разветвления следует выражать через функции П, если скорости течения считаются положительными по направлению от точки разветвления, и через функции Ω, если скорости течения считаются положительными по направлению к точке разветвления. В 1981 году Д. Авакумовичем был предложен алгоритм, основанный на операторном преобразовании уравнения (14).

При проведении расчетов для сложных трубопроводов необходимо, чтобы ϑ были целыми числами. Для этого в качестве T_* принимают наибольший общий делитель фаз μ всех ветвей системы, причем T_* может оказаться очень малым числом. В подобных случаях изменяют длины ветвей системы так, чтобы увеличить T_* и соответственно уменьшить максимальное значение ϑ. Описанные решения получены в предположении, что гидравлические сопротивления по длине отсутствуют ($i = 0$).

Граничные условия, создаваемые запорными устройствами на трубопроводах. Граничными условиями для уравнений гидравлического удара обычно называют условия, характеризующие запорные устройства на трубопроводах. Например, условие (10) соответствует обычным запорным устройствам (задвижки, краны и др.) при истечении жидкости в атмосферу, а, например, для реактивных турбин связь расхода с напором сложнее и может быть выражена полуэмпирической формулой [9]:

$$\frac{u}{u_*} = \alpha\left[k\frac{n}{n_0} + (1-k)\sqrt{\frac{y}{y_*}}\right], \qquad (23)$$

где k – постоянная, зависящая от типа турбины (а для поворотно-лопастных турбин – и от угла установки лопастей); n, n_0 – соответственно фактическая и синхронная частота вращения турбины.

Для активных турбин $k = 0$ и (23) переходит в (10). Для насосов и насосотурбин формул, аналогичных (23), нет, и связь между расходом, напором, частотой вращения и открытием регулирующих устройств дается в виде характеристик насосов и насосотурбин. Часто и для турбин используют не формулу (23), а их универсальные характеристики.

Граничные условия для уравнений гидравлического удара можно разделить на конечные, когда гидравлическое открытие заранее задано в виде функции $\alpha = \alpha(t)$, и дифференциальные, когда эта функция заранее не может быть задана и определяется системой уравнений, среди которых могут быть дифференциальные, например дифференциальные уравнения вращения насоса.

Правильное задание краевых условий очень значимо. В [4] показано, что процессы гидравлического удара при граничном условии типа (10)

$$\frac{u}{u_*} = \alpha\sqrt{\frac{y_1 - y_2}{y_*}} \qquad (24)$$

(y_1 и y_2 – пьезометрические напоры, соответственно выше и ниже по течению относительно запорного устройства) и при упрощенном условии $u/u_* = \alpha$, часто встречающемся в теоретических работах, с одинаковой функцией $\alpha(t)$ протекают совершенно по-разному.

В то же время, как показал Д. Спарр (1915), условие (24) можно упростить, приняв $y_1 - y_2 = y_* + \Delta y$, разлагая с учетом этого правую часть (24) в ряд по степеням Δy и отбрасывая высшие степени Δy. Это приводит к замене нелинейной зависимости (24) линейной:

$$\frac{u}{u_*} = \alpha\left(1 + \frac{\Delta y}{2y_*}\right), \qquad (25)$$

использование которой дает ошибку менее 1% в максимальной величине удара, если $\max|\Delta y| \le y_*/2$.

Выводы

Таким образом, состояние теории гидравлического удара характеризуется следующими главными положениями.

Для консервативных (без учета потерь энергии) трубопроводов теория разработана детально. Существует общий интеграл дифференциальных уравнений гидравлического удара. Представленный в виде уравнений Шнидера–Бержерона (13) или обобщенного уравнения Аллиеви (14), он применяется для расчетов удара в простых трубопроводах. На основе этих уравнений получены алгоритмы расчета для сложных трубопроводных сетей.

Для трубопроводных систем с диссипацией (с учетом потерь) энергии общего способа расчета гидравлического удара нет.

Среди различных направлений развития теории гидравлического удара можно выделить два направления, касающиеся того, какие выражения принимать за исходные при составлении расчетных алгоритмов. Многие исследования основаны на решении дифференциальных уравнений гидравлического удара как без учета сопротивлений, так и для линейного или линеаризованного законов сопротивлений при определенных граничных условиях. Такой подход позволяет проводить детальные исследования и расчеты, но не всегда удобен из-за недостаточной гибкости. Другое направление связано с использованием в качестве исходных не дифференциальных уравнений удара, а их общего интеграла в виде уравнений Шнидера–Бержерона (13), уравнения Аллиеви или обобщенного уравнения Аллиеви (14). Как уже отмечалось, на основе этих зависимостей получены удобные для реализации на компьютере методы расчета гидравлического удара в сложных трубопроводах (без учета сопротивлений по длине) [11, 12]. М. Маршал, Г. Флеш и П. Сьютер (1968) использовали решения Аллиеви для разработки программы расчета гидравлического удара в трубопроводах сложных гидроэнергетических систем. В [4] дано обобщение (14) для малых линеаризованных гидравлических сопротивлений. Сделаны попытки обобщить уравнение Аллиеви на случай сложных коаксиальных трубопроводов. При этом необходимо подчеркнуть, что не следует противопоставлять два этих подхода, так как оба они имеют как преимущества, так и недостатки, и должны дополнять, а не заменять друг друга.

1. **Paynter H. M.** Fluid Transients in Engineering Systems: Handbook of Fluid Dynamics; V.L. Streeter, Ed. – New York: McGraw-Hill, 1961. – Chapter 20.

2. **Жуковский Н. Е.** О гидравлическом ударе в водопроводных трубах: полн. собр. соч. – М. – Л.: Гл. ред. авиац. литературы, 1937. – Т. 7. – С. 58–157.

3. **Мостков М. А.** Гидравлический справочник. – М.–Л.: Госстройиздат, 1954. – 532 с.

4. **Картвелишвили Н. А.** Динамика напорных трубопроводов. – М.: Энергия, 1979. – 224 с.

5. **Daily J. W. and Deemer K.** The Unsteady-Flow Water Tunnel at the Massachusetts Institute of Technology // Trans. Asme. – 1954. – № 1. – P. 81–88.

6. **Allievi L.** Teoria generale del moto perturbato dell' acqua nei tubi in pressione. – Annali della Societa' degli Ingeneri ed Architetti, 1903.

7. **Allievi L.** Teoria del colpo d'ariete. – Milano, 1913. – 210 p.

8. **Gariel M.** Etude sur les maxima de surpression dans les phe'nomenes de coup de b'elier // Revue generale de l' electricite. – 1918. – № 23. – P. 403–410.

9. **Картвелишвили Н. А.** Неустановившиеся режимы в силовых узлах гидроэлектрических станций. – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1951. — 136 с.

10. **Бержерон Л.** От гидравлического удара в трубопроводах до разряда в электрической сети (общий графический метод расчета); пер. с франц. (с приложением И. А. Чарного и Г. Д. Розенберга). – М.: Машгиз, 1962. – 348 с.

11. **Картвелишвили Н. А.** Расчет гидравлического удара в сложных системах // Гидротехническое строительство. – 1948. – № 3. – С. 15–20.

12. **Мостков М. А., Башкиров А. А.** Расчеты гидравлического удара. – М. – Л.: Госэнергоиздат, 1952. – 248 с.

Материал поступил в редакцию 15.08.12.

Картвелишвили Леонид Николаевич, *доктор технических наук, главный научный сотрудник*
E-mail: l_n_k@mail.ru