Проблемы научного обеспечения развития эколого-экономического потенциала России: сб. науч. трудов. – М.: ФГОУ ВПО МГУП, 2004. – С. 196–199.

- 4. Землянникова М. В., Фартуков В. А. Качественная оценка динамической системы нелинейных колебаний прыжкового сопряжения бьефов: Роль природообустройств в обеспечении устойчивого функционирования и развития экосистем: материалы Международной научнопрактической конференции. М.: ФГОУ ВПО МГУП, 2006. Ч. 1. С. 398—401.
- 5. Боголюбов Н. Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Государственное издательство техникотеоретической литературы, 1955. 380 с.
- 6. **Кузьмина Р. П.** Асимптотические методы для обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Едиториал УРСС, 2003. 336 с.
 - 7. Марсден Дж. Э. Математические

- основы механики жидкости. Москва Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. 197 с.
- 8. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. М.: Мир, 1972. 274 с.
- 9. Горяченко В. Д. Элементы теории колебаний: учебное пособие. Красноярск: изд-во Красноярского университета, 1995. 110 с.
- 10. Гукенхеймер Дж. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. Москва Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 210 с.

Материал поступил в редакцию 18.04.11. Землянникова Марина Владимировна, кандидат технических наук, доцент Тел. 8 (499) 976-22-27

Фартуков Василий Александрович, кандидат технических наук, доцент Тел. 8-916-653-17-59 E-mail:vasfar@mail.ru

УДК 502/504:626.83

Д. Ш. АПРЕСЯН

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет природообустройства»

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ, ВЫЗЫВАЕМЫХ ПУСКОМ НАСОСОВ ПРИ ПОДАЧЕ ВОДЫ В ПОЛНОСТЬЮ ЗАПОЛНЕНЫЕ ВОДОВОДЫ

Представлена методика расчета переходных процессов, возникающих вследствие пуска насосного агрегата при подаче воды в полностью заполненные водоводы. Предусмотрен расчет вращательного движения рабочего колеса насосного агрегата.

Напорная система водоподачи, насосная станция, насос, напорный трубопровод, обратный клапан, переходные процессы, рабочее колесо насоса, электродвигатель.

There is given a calculation method of transients occurring as a result of the pump aggregate startup under water supply to the conduits completely filled water. Calculation of the rotary movement of the pump aggregate wheel is provided.

Pressure system of water supply, pumping station, pump, pressure pipeline, back-pressure valve, transients, pump wheel, electric engine.

Пуск насосов на полностью заполненные водоводы происходит тогда, когда на напорных линиях или в начале водовода установлены обратные клапаны. В этих случаях, пока развиваемый насосом напор будет меньше статического ($H_{_{\rm H}} < H_{_{\rm CT}}$), дви-

жения воды в водоводе не происходит и динамика вращательного движения ротора насосного агрегата (частота вращения, развиваемый напор и потребляемый момент) будет определяться только характеристиками насоса и двигателя.

№ 5' 2012 **77**

Как только развиваемый насосом напор становится равным статическому ($H_{_{\rm H}}=H_{_{\rm cr}}$), обратный клапан открывается и в водоводе возникает переходный гидравлический процесс. Решаем уравнение движения воды в водоводе совместно с уравнением вращательного движения ротора насосного агрегата.

На первом этапе, пока $H_{_{\rm H}} < H_{_{\rm CT}}$, производим расчет вращательного движения рабочего колеса насоса при нулевом значении расхода путем решения следующего уравнения [1]:

$$I\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = M_{\mathrm{H}} - M_{\mathrm{H}},\tag{1}$$

где $\mathrm{d}\phi/\mathrm{d}t$ — угловое ускорение (ω — угловая скорость); I — момент инерции вращающихся масс насосного агрегата; M_{H} — момент, развиваемый электродвигателем; M_{H} — момент, потребляемый насосом (момент сопротивления).

Уравнение (1) приводим к следующему виду:

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = \frac{120\,g}{3.14GD^2} (M_{_{\mathrm{H}}} - M_{_{\mathrm{H}}}),$$

где n — скорость вращения ротора, мин¹; t — время, с; g — ускорение свободного падения, м/с²; $GD^2=4gJ$ — маховый момент ротора, кг·м³/с²; J — момент инерции ротора, кг·м².

Затем уравнение заменяем его разностным аналогом первого порядка точности на равномерной по времени разностной сетке:

$$n_{\rm j+1} = n_{\rm j} + \frac{120g}{3,14GD^2} (M_{\rm r,j} - M_{\rm r,j}) \Delta \tau,$$

$$(n_i = 0 \text{ при } j = 0)$$

где $n_{\rm j+1}$ — искомое значение скорости вращения в момент времени $t_{\rm j+1} = t_{\rm j} + \Delta \tau; \; n_{\rm j}$ — значение скорости вращения в предшествующий момент времени $t_{\rm j}; \; M_{\rm nj}, \; M_{\rm nj}$ — соответственно значения момента, развиваемого двигателем, и момента, потребляемого насосом, в предшествующий момент времени $t_{\rm i}.$

Для определения шага сетки $\Delta \tau$ (шага интегрирования) запишем уравнение так:

$$n = \frac{120 g}{3,14 G D^2} \int_{0}^{\tau} (M_{_{
m H}} - M_{_{
m H}}) {
m d}t.$$

Для момента времени $\tau_{\rm cr}$, когда напор, развиваемый насосом, станет равным статическому напору $H=H_{\rm cr}$, полученное уравнение примет следующий вид:

где $n_{_{\rm cr}}$ – значение скорости вращения ротора насоса (двигателя) в момент времени ${
m au}_{_{\rm cr}}$, когда $H=H_{_{\rm cr}}$.

Заменив подынтегральное выражение на полусумму его значений при t=0 и $t=\tau_{\rm cr}$, получим приближенное выражение для определения времени раскрутки двигателя (рабочего колеса насоса) $\tau_{\rm cr}^{(0)}$, когда напор насоса станет равным статическому напору при нулевой подаче (Q=0):

$$\tau_{\rm ct}^{(0)} = \frac{3,14GD^2n_{\rm ct}}{120g(\overline{M}_{_{\rm I}} - \overline{M}_{_{\rm H}})}.$$

Полученная формула будет точной при линейной зависимости величин $M_{_{\rm H}}$ и $M_{_{\rm H}}$ от скорости вращения. В общем случае величины $M_{_{\rm H}}$ и $M_{_{\rm H}}$ зависят от скорости вращения более сложным способом, и величина $\tau_{_{\rm CT}}$ определяется непосредственно путем проведения расчетов (описано ниже).

Величину $n_{\rm cr}$ определяем при нулевой подаче с помощью каталожной характеристики $H_{\rm Hk}={\rm f}(Q_{\rm HJ})$, полученной при скорости вращения $n=n_{\rm Hk}$, и формул полобия:

$$n_{_{\mathrm{CT}}} = n_{_{\mathrm{Hk}}} \sqrt{\frac{H_{_{\mathrm{Hk}}}}{H_{_{\mathrm{CT}}}}}$$
 .

Величину $\overline{M}_{{}_{\!\scriptscriptstyle \mathrm{H}}}$ вычисляем так:

$$\overline{M}_{\mathrm{H}} = 0.5 (M_{\mathrm{H}}(0)),$$

где $M_{_{\rm HCT}}(0)$ — момент, потребляемый насосом, при нулевом расходе Q=0 и при скорости вращения $n=n_{_{\rm CT}}$; вычисляем по каталожной характеристике $M_{_{\rm HK}}={\rm f}(Q_{_{\rm HR}})$ с помощью формул подобия:

$$M_{\scriptscriptstyle \mathrm{HCT}} = \left(rac{n_{\scriptscriptstyle \mathrm{cn}}}{n_{\scriptscriptstyle \mathrm{k}}}
ight)^{\!\!2} M_{\scriptscriptstyle \mathrm{Hk}ullet}$$

Поскольку $M_{_{\mathrm{HCT}}}(0) = \frac{n_{_{\mathrm{CT}}}^2}{n_{_{\mathrm{k}}}^2} M_{_{\mathrm{H}\,\mathrm{k}}}^0$, то вы-

$$\overline{M}_{_{
m H}} = 0, 5 \, rac{n_{_{
m CT}}^2}{n_{_{
m k}}^2} M_{_{
m H} {
m k}}^0.$$

Величину $M_{\scriptscriptstyle \rm I\hspace{-1pt}I}$ определяем так:

$$\overline{M}_{_{\rm I}} = 0.5 [M_{_{\rm II}0} + M_{_{\rm ICT}}],$$
 (2)

где $M_{_{\rm д0}}$ — значение момента, развиваемого двигателем в начальный момент времени t=0 (определяем по механической характеристике двигателя при s=1) [2]; $M_{_{\rm дст.}}$ — значение момента, развиваемого двигателем в момент времени $t=\tau_{_{\rm cr}}$ (определяем по механической характеристике двигателя при $s=(n_{_{\rm cr}}/n_{_{\rm cr}})/n_{_{\rm c}}$).

 Π одставив приближенные значения $n_{\rm cr}$, $\overline{M}_{\rm H}$, $M_{\rm H}$, определим приближенное значение времени раскрутки насоса до состояния $H_{\rm H}=H_{\rm cr}$.

Приближенное значение шага сетки

$$(\Delta \tau)^{(0)} = \frac{\tau_{cr}^{(0)}}{10}$$
 (3)

78

С этим шагом разностное уравнение напор насоса сравняется со статическим напором.

Затем шаг сетки уменьшается в два раза:

$$(\Delta \tau)^{(1)} = \frac{(\Delta \tau)^0}{2}.$$
 (4)

Решение уравнения с уменьшенным в два раза шагом сетки будет первым приближением расчета значений скорости вращения ротора двигателя (рабочего колеса насоса) $n_i^{(1)}$ ($j = 0, j_{cr}$). Затем шаг сетки снова уменьшают в два раза, рассчитывают скорость вращения ротора и т. д.

Расчет заканчивают, когда максимальная разность двух последовательных приближений станет меньше некоторой наперед заданной малой положительной величины δ:

$$\max \left| n_{\rm j}^{(\rm m)} - n_{\rm j}^{({
m m-1})} \right| < \delta \ \left(j = 1, j_{\tau_{
m cr.}} \right),$$
 (5) где $n_{\rm j}^{(\rm m)}$, $n_{\rm j}^{({
m m-1})}$ — наборы значений скоростей вращения при m и $m-1$ приближениях.

Рассмотрим расчет переходных гидравлических процессов при подаче воды в полностью заполненный трубопровод.

Расчетная схема для конца трубопровода, на котором расположен насосный агрегат, представлена на рис. 1.

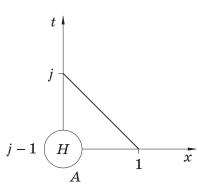


Рис. 1. Расчетная схема: конец трубопровода, на котором расположен насосный агрегат

Значение напора $H_{{
m i(i-1),j}}$ и скорости $v_{_{{\rm i}({\rm i}-1),{\rm i}}}$ в сечении, примыкающем к расчетной точке і со стороны соседней точки i-1, равны соответственно:

$$\begin{split} H_{_{\mathrm{i}(\mathrm{i-1}),\mathrm{j}}} &= H_{_{\mathrm{i}(\mathrm{i-1}),0}} + \varphi_{_{\mathrm{i}(\mathrm{i-1}),\mathrm{j}}} + \psi_{_{\mathrm{i},\mathrm{j}}};\\ v_{_{\mathrm{i}(\mathrm{i-1}),\mathrm{j}}} &= v_{_{\mathrm{i}(\mathrm{i-1}),0}} + g \frac{\varphi_{_{\mathrm{i}(\mathrm{i-1}),\mathrm{j}}} - \psi_{_{\mathrm{i},\mathrm{j}}}}{a_{_{\mathrm{i}}}}, \end{split}$$

а значения напора $H_{{}_{{}_{{}^{i(i+1)},j}}}$ и скорости $v_{{}_{{}_{{}^{i(i+1)},j}}}$

в сечении, примыкающем к расчетной точке i со стороны соседней точки i+1,

$$H_{i(i+1),j} = H_{i(i+1),0} + \varphi_{i,j} + \psi_{i(i+1),j};$$
 (6)

$$v_{i(i+1),j} = v_{i(i+1),0} + g \frac{\varphi_{i,j} - \psi_{i(i+1),j}}{a_i},$$
 (7)

где $H_{{
m i}({
m i}-1),0}$; $v_{{
m i}({
m i}-1),0}$ и $H_{{
m i}({
m i}+1),0}$; $v_{{
m i}({
m i}+1),0}$ — начальные значения напоров и скоростей в сечениях соответственно; $\phi_{{\rm i}({\rm i} \cdot 1), {\rm j}}$ и $\psi_{{\rm i}({\rm i} + 1), {\rm j}}$ – волны, подошедшие к точке i в расчетный момент времени j от соседних точек i-1и i+1; $\phi_{i,j}$ и $\psi_{i,j}$ – волны, возникающие в точке i в момент времени j в результате интерференции волн $\phi_{{}_{{}^{i(i-1)},{}_{{}^{j}}}}$ и $\psi_{{}_{{}^{i(i+1)},{}_{{}^{j}}}}$, подошедших от точек i-1 и i+1.

В начальной точке величина ϕ_{0i} определяется по $\psi_{0(1),j}$, а в конечной точке величина $\psi_{\mathrm{n,j}}$ определяется по $\phi_{\mathrm{n(n-1),j}}$.

Как следует из рис. 1, в предшествующий момент времени $t_{\scriptscriptstyle \mathrm{i.1}}$ (точка j – 1) из точки оси трубопровода выходит обратная характеристика, пересекающая ось времени t в момент времени

$$t_{i} = t_{i,1} + \Delta t$$
 (точка j).

 $t_{_{\mathrm{j}}}=t_{_{\mathrm{j}\cdot1}}+\Delta t$ (точка j). В момент открытия клапана

$$egin{aligned} t_{ ext{j-1}} &= au_{ ext{cr}}; \ \Delta t &= \left(\Delta au
ight)^{ ext{(n)}}; \ \Delta x &= a \left(\Delta au
ight)^{ ext{(n)}}. \end{aligned}$$

Уравнения (6) и (7) для точки (0, j)имеют следующий вид:

$$H_{ ext{\tiny Hac,j}} = H_{1,0} + \varphi_{0,j} + \psi_{1,j},$$

$$v_{ ext{\tiny Hac,j}} = v_{1,0} + g \frac{\varphi_{0,j} - \psi_{1,j}}{a_1}.$$

В начальный (для движения воды в трубопроводе) момент времени $t= au_{_{\mathrm{CT}}}$ скорость течения воды в трубопроводе равна нулю $(v_{1,0} = 0)$, поэтому уравнения (4) и (5) с учетом потерь напора в коммуникациях насосной станции примут вид [3]:

$$\begin{split} H_{_{\rm Hac,j}} &= s_{_{\rm CT}}Q_{_{\rm j}} + H_{1,0} + \varphi_{0,{\rm j}} + \psi_{1,{\rm j}}; \\ v_{_{\rm Hac,j}} &= g\frac{\varphi_{0,{\rm j}} - \psi_{1,{\rm j}}}{a_1}. \end{split}$$

Поскольку

$$v_{\text{\tiny HAC,j}} = \frac{Q_{\text{\tiny j}}}{\omega_{\text{\tiny 1}}},$$

то для определения величин $\phi_{0,j}$ и $\psi_{1,j}$ получим уравнения:

Отсюда получим выражения для граничных значений функций ф и у на левом конце трубопровода:

$$\phi_{0,j} = 0,5 \left(H_{\text{\tiny HAC},j} - s_{\text{\tiny CT}} Q_{\text{\tiny j}} - H_{1,0} + \frac{a_1 Q_{\text{\tiny j}}}{g \omega} \right);$$

$$\psi_{1, \mathrm{j}} = 0.5 igg(H_{{}_{\mathrm{Hac, j}}} - H_{1, 0} - rac{a_1 Q_{\mathrm{j}}}{g \omega} igg).$$

На правом конце трубопровода граничные условия зависят от конкретных условий истечения воды. Предположим, что истечение воды происходит в открытую емкость. Расчетная схема приведена на рис. 2.

Как следует из рис. 2, в предшествующий момент времени $t_{\mathbf{j}\cdot\mathbf{l}}$ (точка j-1) из предпоследней точки оси трубопровода выходит прямая характеристика, пересекающая ось времени t.

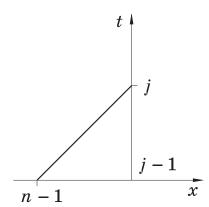


Рис. 2. Расчетная схема: правый конец трубопровода при истечении в открытую емкость

Уравнения для правой границы трубопровода с учетом условий $\upsilon_{\mathrm{1,0}}=0$; $H_{\mathrm{n,j}}=H_{\mathrm{0,0}}$ примут следующий вид:

$$\phi_{0,i} + \psi_{1,i} = 0;$$

$$v_{n,j-1} = g \frac{\phi_{n-1,j} - \psi_{n,j}}{a}.$$

Поскольку

$$v_{\mathrm{n,j-1}} = \frac{Q_{\mathrm{n,j-1}}}{\omega_{\mathrm{k}}},$$

получим:

$$\varphi_{n-1,i} + \psi_{n,i} = 0;$$

$$\phi_{n-1,j} - \psi_{n,j} = \frac{a_1 Q_{n,j-1}}{g\omega}.$$

Решая последнюю систему уравнений, получим выражения для определения функций $\phi_{n-1,j}$ и $\psi_{n,j}$:

$$\varphi_{n-1,j} = \frac{a Q_{n,j-1}}{2g\omega};$$

$$\psi_{\mathrm{n,j}} = -\frac{a \, Q_{\mathrm{n,j-1}}}{2g\omega}.$$

Как только работа насосного агрегата станет синхронной и начнется подача в трубопровод требуемого расхода воды, шаги по продольной координате и по времени могут быть пересчитаны как в большую, так и в меньшую сторону.

Выводы

Приведенная методика расчета разработана на основе методики расчета гидравлического удара на персональном компьютере.

Расчеты переходных процессов предусматривают проведение индивидуального учета каждого насосного агрегата, автоматический пуск, а также учет распространения волн в напорных коммуникациях.

Методика позволяет проводить расчет пуска на открытие задвижки — полностью заполненных водоводов (до настоящего времени не учитывалось).

- 1. Апресян Д. III. Противоударная защита для напорных водоводов насосных станций в режиме пуска насоса // Природообустройство. 2011. № 3. С. 83–86.
- 2. Экспериментальное исследование переходных процессов, возникающих при пуске и отключении насосного агрегата на насосной станции / Д. С. Бегляров [и др.] // Природообустройство. 2009. № 3. С. 74–78.
- 3. Вишневский К. П. Переходные процессы в напорных системах водоподачи. М.: Агропромиздат, 1986. 135 с.

Материал поступил в редакцию 21.09.12. **Апресян Давид Шамилевич,** аспирант Тел. 8 (495) 976-00-19

E-mail: mailbox@msuee.ru