

УДК 502/504:631.558.1

Н. А. МОЧУНОВА, А. К. ТУРГИЕВ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К. А. Тимирязева», г. Москва

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА С ПЕРЕМЕННОЙ НАГРУЗКОЙ

В статье рассматривается движение колесного трактора с переменной нагрузкой на крюке по деформируемой поверхности поля и выводится дифференциальное уравнение его движения. Для вывода системы дифференциальных уравнений, описывающих движение колесного трактора по деформируемой поверхности, представлена расчетная схема трактора, представляющая собой группу связанных различным образом масс. В выведенной системе дифференциальных уравнений, левые части представляют из себя сложные зависимости искомым функций, поэтому каждая частная задача должна решаться индивидуально методом последовательных приближений. Отмечается, что для определения параметров движения колесного трактора с переменной нагрузкой на крюке из полученной в исследовании системы необходимо знать закон изменения крутящего момента по времени, толкающие усилия F_k на ведущих колесах, моменты сопротивления движению колес сминаемой почве, величину коэффициента буксования движителей, деформацию шин и почвы, а также массовые характеристики трактора (масса трактора, приведенный момент инерции трансмиссии, моменты инерции ведущих и ведомых колес трактора). В статье рассмотрено движение колесного трактора по деформируемой поверхности поля, представляющее собой движение группы связанных различным образом масс, и выведено дифференциальное уравнение его движения.

Трактор, дифференциальное уравнение, нагрузка на крюке трактора, момент инерции, ведомое и ведущее колесо.

The article there is considered a movement of the wheeled tractor with a variable load on the hook on the deformable field surface and a differential equation of its movement is derived. For developing a system of differential equations describing a movement of the wheeled tractor on the deformable surface there is given a design model of the tractor which is presented as a group of masses connected in a different way. In the derived scheme of differential equations left parts are complex dependences of unknown functions, therefore every particular problem should be solved individually by a method of successive approximations. It is stated that for determination of the movement parameters of the wheeled tractor with a variable load on the hook from the received during the investigation system it is necessary to know the law of torque change with time, pushing force F_k on driving wheels, moments of the crushable soil resistance to the wheels movement, coefficient value of the mover skidding, deformation of tires and soil as well as tractor weight characteristics (weight of the tractor, equivalent moment of inertia of transmission of driving and driven wheels of the tractor). The article considers movement of the wheeled tractor on the deformable field surface which is a movement of a group of connected differently masses and a differential equation of its movement is derived.

Tractor, differential equation, load on the tractor hook, moment of inertia, driven and driving wheel.

Машинотракторному агрегату при выполнении различных сельскохозяйственных работ приходится перемещаться по разным опорным поверхностям. От типа опорной поверхности во многом зависят тяговые показатели трактора и агрегата в целом. Следовательно и параметры, определяющие движение колесного трактора по различным почвенным фазам, будут разные.

Рассмотрено движение колесного трактора с переменной нагрузкой на крюке по деформируемой поверхности поля. Выведено дифференциальное уравнение его движения. Для упрощения приняты следующие допущения:

1. Движение колесного трактора происходит по горизонтальной поверхности.
2. Крутящий момент двигателя, передающийся на ведущие полуоси, распределяется одинаково по колесам трактора.
3. Движение трактора происходит строго по прямой линии, т.е. отсутствуют боковые силы.
4. Изменение нагрузки на крюке трактора происходит по гармоническому закону:

$$P_{кр} = P_{кр}^{ep} \left(1 + \frac{\delta_{кр}}{2} \cos mt \right).$$

5. Линия действия тяговой нагрузки совпадает с горизонтальным направлением движения трактора.

Для вывода системы дифференциальных уравнений, описывающих движение колесного трактора по деформируемой опорной поверхности, использовалась расчетная схема трактора, представленная на рисунке 1.

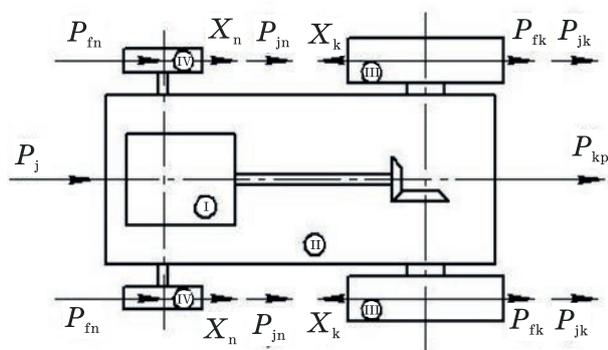


Рис. 1. Представление масс колесного трактора: I – масса двигателя с трансмиссией; II – масса остова трактора; III – масса ведущего колеса; IV – масса ведомого колеса

Как видно из схемы колесный трактор представляет собой группу связанных различным образом масс. Перемещение каждой массы происходит по различным законам, и описываются разными дифференциальными уравнениями.

Дифференциальное уравнение вращения коленчатого вала двигателя с вращающимися деталями трансмиссии можно написать на основании принципа Даламбера в следующем виде:

$$M_d - \frac{2M_{вед}}{i_{тр}} = I \frac{dw}{dt}, \quad (1)$$

где M_d – крутящий момент двигателя, Нм; $M_{вед}$ – момент, приложенный к ведущему колесу трактора с учетом КПД трансмиссии, Нм; $i_{тр}$ – передаточное отношение трансмиссии; I – приведенный момент инерции маховика и трансмиссии трактора к оси коленчатого вала без учета момента инерции колес (момент инерции колес не учитывается приведенным моментом инерции трансмиссии трактора в связи с тем, что при экспериментах обычно производится запись крутящего момента полуоси), Нмс²; dw/dt – угловое ускорение коленчатого вала двигателя, м/с².

Дифференциальное уравнение для поступательно движущихся масс трактора можно получить из проекций всех сил, действующих на остов трактора, на направление движения:

$$2F_k - 2F_n - P_{кр} \left(1 + \frac{\delta_{кр}}{2} \cos mt \right) = m_{тр} \frac{dw}{dt}, \quad (2)$$

где F_k, F_n – толкающее усилие со стороны одного колеса (соответственно заднего и переднего) на остов трактора, кН; $P_{кр}$ – тяговая нагрузка трактора, кН; dw/dt – линейное ускорение поступательно движущейся массы трактора, м/с²; $i_{тр}$ – масса трактора, кг.

Согласно принятому определению приведенного момента инерции трансмиссии трактора на рисунке 1 каждое колесо должно рассматриваться в качестве отдельной массы. Движущим моментом, приложенным со стороны двигателя к ведущему колесу, был $M_{вед}$ (рис. 2а).

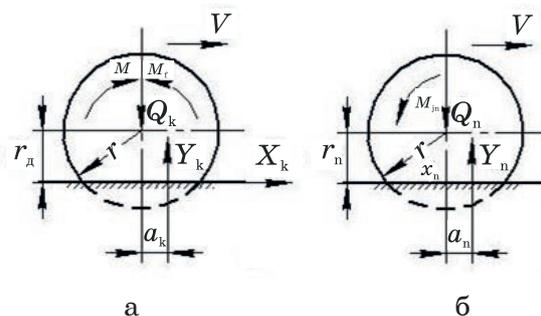


Рис. 2. Схема сил и моментов, действующих на пневматическое колесо: а – ведущего колеса; б – ведомого колеса

Дифференциальное уравнение движения любого ведущего колеса представлено:

$$M_{\text{вед}} - F_{\text{к}} r_{\text{д}} - P_{\text{fk}} r_{\text{д}} = I_{\text{к}} \frac{dv}{dt}, \quad (3)$$

где $F_{\text{к}} r_{\text{д}}$ – тяговый момент колеса, Нм; $r_{\text{д}}$ – динамический радиус качения колеса, м; P_{fk} – сила сопротивления перекачиванию ведущего колеса, кН; $I_{\text{к}}$ – момент инерции ведущего колеса, Нмс².

Дифференциальное уравнение движения любого ведомого колеса аналогично представлено в виде:

$$F_{\text{н}} r_{\text{н}} - P_{\text{fn}} r_{\text{н}} = I_{\text{н}} \frac{dv}{dt} \frac{1}{r_{\text{н}}}, \quad (4)$$

где P_{fn} – сила сопротивления перекачиванию ведомого колеса, кН; $r_{\text{н}}$ – радиус качения ведомого колеса, м; $I_{\text{н}}$ – момент инерции ведомого колеса, Нмс².

На почву, находящуюся между зацепами, действует в качестве деформирующегося усилия толкающая сила колеса $F_{\text{к}}$ и в качестве силы сопротивления почвы горизонтальной деформации $R_{\text{к}}$, учитывая сопротивление почвы горизонтальному смятию, частично срезу и трению почвозацепов о почву. Дифференциальное уравнение горизонтальной почвы будет иметь следующий вид:

$$F_{\text{ки}} - R_{\text{ки}} = m_{\text{ни}} \frac{dv_{\text{ни}}}{dt}, \quad (5)$$

где $m_{\text{ни}}$ – приведенная масса почвы, участвующая в деформации, кг; $v_{\text{ни}}$ – скорость деформации почвы, м/с.

Таким образом представленная на рисунке 1 группа связанных между собой масс (колесного трактора) в общем случае описывается системой из дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} M_{\text{д}} - \frac{2M_{\text{вед}}}{i_{\text{тр}}} &= I \frac{dw}{dt}; \\ 2F_{\text{к}} - 2F_{\text{н}} - P_{\text{кр}}^{\text{сп}} \left(1 + \frac{\delta_{\text{кр}}}{2} \cos mt \right) &= m_{\text{тр}} \frac{dw}{dt}; \\ M_{\text{вед}} - F_{\text{к}} r_{\text{д}} - P_{\text{fk}} r_{\text{д}} &= I_{\text{к}} \frac{dv}{dt}; \\ F_{\text{н}} r_{\text{н}} - P_{\text{fn}} r_{\text{н}} &= I_{\text{н}} \frac{dv}{dt} \frac{1}{r_{\text{н}}}; \\ F_{\text{ки}} - R_{\text{ки}} &= m_{\text{ни}} \frac{dv_{\text{ни}}}{dt}. \end{aligned} \right\} (6)$$

Если учесть, что $V_{\text{н}} = \delta V_{\text{м}}$ (где δ – коэффициент буксования ведущих колес, а $V_{\text{м}} = w_{\text{к}} r_{\text{д}}$ – теоретическая скорость движения трактора), то получим:

$$\frac{dV_{\text{н}}}{dt} = \delta \frac{dV_{\text{м}}}{dt} + \frac{d\delta}{dt} V_{\text{м}}. \quad (7)$$

В последнем уравнения системы (6)

$F_{\text{к}} \pm R_{\text{к}}$ и ускорениями, получаемыми частицами почвы от вращающегося колеса, можно пренебречь. Тогда система дифференциальных уравнений (6) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} M_{\text{д}} - \frac{2M_{\text{вед}}}{i_{\text{тр}}} &= I \frac{dw}{dt}; \\ 2F_{\text{к}} - 2F_{\text{н}} - P_{\text{кр}}^{\text{сп}} \left(1 + \frac{\delta_{\text{кр}}}{2} \cos mt \right) &= \\ = m_{\text{тр}} \frac{dw}{dt} \eta_{\delta} r_{\delta} - \frac{d\delta}{dt} w_{\text{к}} r_{\delta}; \\ M_{\text{вед}} - F_{\text{к}} r_{\text{д}} - P_{\text{fk}} r_{\text{д}} &= I_{\text{к}} \frac{1}{i_{\text{тр}}} \frac{dw}{dt}; \\ F_{\text{н}} r_{\text{н}} - P_{\text{fn}} r_{\text{н}} &= I_{\text{н}} \frac{r_{\text{д}}}{r_{\text{н}}} \frac{\eta_{\delta}}{i_{\text{мп}}} \frac{dw}{dt}. \end{aligned} \right\} (8)$$

Заключение

Для определения параметров движения колесного трактора с переменной нагрузкой на крюке из данной системы необходимо знать закон изменения крутящего момента по времени, толкающие усилия $F_{\text{к}}$ на ведущих колесах, моменты сопротивления движению колес сминаемой почве, величину коэффициента буксования движителей, деформацию шин и почвы, а также массовые характеристики трактора (масса трактора, приведенный момент инерции трансмиссии, моменты инерции ведущих и ведомых колес трактора).

При решении системы (8) относительно сопротивления перекачиванию трактора $P_{\text{ф}}$ получается зависимость $P_{\text{ф}} = f(t)$ при переменной нагрузке на крюке $P_{\text{кр}}$. Система в конечном виде не решается, так как левые части уравнений представляют из себя сложные зависимости искомых функций, и поэтому каждая частная задача должна решаться индивидуально методом последовательных приближений.

1. Кутьков Г. М. Тракторы и автомобили: Теория и технологические свойства: Учебник. – М.: ИНФРА, 2014. – 506 с.

2. Тургиев А. К., Огурлиев А. М. Зависимость сопротивлению качения колесного трактора от крюкового усилия // Механизация и электрификация сельского хозяйства. – 1982. – № 4. – С. 30–32

Материал поступил в редакцию 30.04.2015.

Мочунова Наталья Александровна, кандидат технических наук

E-mail: nata_kpk@mail.ru

Тургиев Алан Каурбекович, доктор технических наук, профессор