

4. RD52.30.238-90 Rukovodstvo selestokovym stantsiyam i gidrograficheskim partiyam. Vyp. 1. Oorganizatsiya i provedenie rabot po izucheniyu selej. – M.: Gidrometeoizdat, 1990. – 200 s.

5. Fleishman S.M. Seli. – L.: Gidrometeoizdat, 1978. – 312 s.

6. Instruktsiya po opredeleniyu raschetnyh harakteristik dozhdevykh selej.. VSH 03-76. – L.: Gidrometeoizdat, 1976. – 30 s.

7. Spravochnik po klimatu SSSR. Vypusk 13, chast 4. Vlazhnost vozduha, atmosferye

osadki, snezhny pokrov. – L. Gidrometeoizdat, 1968. – 357 s.

The material was received at the editorial office  
14.11.2019

#### Information about the author

**Batchaev Ilyas Ibragimovich**, researcher of the laboratory of hydrology of mountain areas of the Department of ecological research, FGBU «VGI»ж 360030, KBR, Nalchik, pr. Lenina, 2; e-mail: batcha17i@yandex.ru

УДК 502/504:551.482.215

DOI 10.34677/1997-6011/2020-1-126-129

**В.А. ФАРТУКОВ, Н.В. ХАНОВ, М.В. ЗЕМЛЯНИКОВА**

Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования «Российский государственный аграрный университет – МСХА им. К.А. Тимирязева, Институт мелиорации, водного хозяйства и строительства имени А.Н. Костякова, г. Москва Российская Федерация

## ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА СОПРЯЖЕНИЯ БЪЕФОВ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ

*В работе представлено решение уравнения стационарных нелинейных колебаний в нижнем бьефе гидротехнических сооружений. Рассмотрен пример решения колебательного режима течения воды в нижнем бьефе. В основе исследований находится система дифференциальных уравнений, описывающая нестационарный режим движения водного потока при сопряжении бьефов гидротехнических сооружений. Представлено определение структуры колебательного движения воды при сопряжении бьефов. Приведен анализ гипотез образования различных форм свободной поверхности потока, а также условий образования гидравлического прыжка в русле водного потока. Было установлено пять гипотез, определяющих потерю энергии водного потока в гидравлическом прыжке при сопряжении бьефов гидротехнических сооружений. По результатам анализа было установлено наличие колебательного процесса, образованного незамкнутым объемом массы воды. Приведен асимптотический метод при расчетах в области экстремальных параметров как наиболее эффективный. Дана оценка устойчивости решения дифференциального уравнения, описывающего стационарные нелинейные колебания в нижнем бьефе согласно теории А.М. Ляпунова. В основе теории, описывающей колебательный характер движения воды, лежит уравнение Бальтазара Ван дер Поля. Проведенный качественный анализ уравнения Ван дер Поля позволил определить фактор, оказывающий влияние на формирование колебательного движения водного потока. Полученные результаты позволяют получать достоверные инженерные решения по расчету параметров колебательного движения водного потока на основе асимптотических методов.*

*Колебательный режим течения воды, глубина потока, период колебания, сопряжения бьефов.*

**Введение.** Системы, в которых наблюдается режим периодических колебаний, относятся к динамическим системам. Колебательные процессы (режимы), возникающие в динамических системах, образуются из множества определенных начальных условий в различных нелинейных неконсервативных и автономных системах.

Образование таких связанных параметров в неупорядоченной среде образует перколяцию. В соответствии с теорией перколяции важен момент перехода к колебательному процессу, который аналогичен фазовому переходу, само же явление определяется начальными условиями формирования водного потока. Важен первоначальный

момент, при котором образуется непрерывный поток, соединяющий состояния водного потока, до образования нелинейности его движения с последующим измененным состоянием. В последующие моменты происходит развитие процесса образования нелинейности, который распространяется на всю поверхность водного потока. На основе теории перколяции имеется возможность прийти к пониманию образования физических колебательных процессов в водном потоке и влияющих на них факторов [1].

**Целью работы** является определение структуры решения уравнения, описывающего колебательное движение водного потока в зоне гидравлического прыжка асимптотическими методами.

**Материалы и методы исследований.**

В результате рассмотрения множества начальных условий течения воды в нижнем бьефе гидротехнических сооружений был установлен колебательный характер течения, а также определены его параметры. Количественная оценка этих параметров зависит от конструкции нижнего бьефа, его размеров. При этом начальные условия течения водного потока в пределах сооружения не влияют как на режим течения, так и на параметры колебательного процесса. При схеме прыжкового сопряжения бьефов рассматривается воздействие различных внешних нагрузок – периодическая внешняя сила и конструкция гасителя энергии в нижнем бьефе.

**Результаты исследований.** Разные сочетания колебаний, возникающих в нижнем бьефе, описаны системой уравнения стационарных нелинейных колебаний прыжкового сопряжения бьефов [2, 7].

Математическая модель динамической системы имеет следующий вид:

$$y'' + \frac{q_1^2}{3h_2} - \frac{4}{3}q_1y_0' + \frac{4}{3}h_2y_0'' + \frac{y_0^2}{6} + \frac{y_0}{3} - \frac{q_1^3}{3h_2h_1} = 0$$

$$y_1'' - \frac{4}{3}q_1y_1' + \frac{8}{3}h_2y_0'y_1' - \frac{y_0^2\gamma_1}{6h_0^2} + y_0y_1 + \frac{y_1}{3} = 0 \quad (1)$$

$$y_2'' - \frac{4}{3}q_1y_2' + \frac{4}{3}h_2y_1^2 + \frac{8}{3}h_2y_0'y_2' - \frac{y_0^2\gamma_2}{6h_0^2} + \frac{y_0^2\gamma_1^2}{12h_0^4} - \frac{y_0y_1\gamma_1}{3h_0^2} - \frac{y_1^2}{6} + \frac{y_2}{3} = 0,$$

где:  $y''$ ,  $y'$ , соответственно первая, вторая производные координаты динамической системы,  $y$  – актуальное значение координаты системы,  $h_2$  – вторая сопряженная глубина,  $h_2$  – ее действующая величина,  $q_1$  – величина удельного расхода.

Параметры  $h_2$ ,  $h_2$ ,  $q_1$ , определяем, когда модель системы находится в некотором моменте времени  $t$ , далее производим вычисление этих параметров в следующий момент времени  $t + \Delta t$ . Происходит формирование фазового пространства. Движение водного потока как некоторой точки пространства, приводит к изменению фазового пространства, что определяет траекторию её движения.

Амплитуду колебания водного потока обозначим –  $A$ .

При  $t = 0$  скорость  $y' = 0$ , тогда:

$$y(0) = Ay'(0) = 0,$$

Решение производим методом малого параметра [3, 4, 5, 6, 7], разложив по степеням  $\mu$ :

$$y = y_0 + \mu y_1 + \mu^2 y_2 + \dots,$$

получим:

$$y_0(0) + \mu y_1(0) + \mu^2 y_2(0) = A$$

$$\hat{y}_0(0) + \mu \hat{y}_1(0) + \mu^2 \hat{y}_2(0) = 0$$

Общее решение, удовлетворяющее начальным условиям, будет иметь вид:

$$y_0 = A \cos\left(\frac{t}{3}\right) \quad (2)$$

После проведения необходимых подстановок выражения (2) в уравнение (1), имеем:

$$y_1'' + \frac{y_1}{3} = \frac{4}{3}q_1y_1' - \frac{8}{3}\bar{h}_2y_0'y_1' + \frac{y_0^2\gamma_1}{6h_0} - \frac{y_0y_1}{3}$$

$$y_1'' + \frac{y_1}{3} = \frac{4}{3}q_1y_1' + \frac{8}{3}\hat{h}_2y_1' A \sin\left(\frac{t}{3}\right) + \frac{\gamma_1 A^2 \cos^2\left(\frac{t}{3}\right)}{6\hat{h}_0^2} - \frac{y_1 A \cos\left(\frac{t}{3}\right)}{3}$$

$$y_1' + \frac{y_1}{3} - \frac{4}{3}q_1y_1' = \frac{\gamma_1 y_0^2}{6\hat{h}_0^2}$$

$$y_1'' + \frac{y_1}{3} - \frac{4}{3}q_1y_1' = \frac{\gamma_1 A^2 \cos^2\left(\frac{t}{3}\right)}{6\bar{h}_0^2}$$

$$\left(D_1^2 - \frac{4}{3}q_1D + \frac{1}{3}\right)y = \frac{\gamma_1 A_2 \cos\left(\frac{t}{3}\right)}{6\bar{h}_0^2}$$

$$y = \frac{\gamma_1 A^2 \cos^2\left(\frac{t}{3}\right)}{6\bar{h}_0^2 \left(D_1^2 - \frac{4}{3}q_1D + \frac{1}{3}\right)}$$

или

где

$$D_{1,2} = \frac{4}{6} q_1 \pm \sqrt{\frac{16q_1^2}{36} - \frac{1}{3}}$$

$$y_{1,2} = \frac{2}{3} q_1 \pm \sqrt{\frac{4q_1^2}{9} - \frac{1}{3}}$$

Произведя преобразования выражений, получим:

$$y_2'' - \frac{4}{3} q_1 y_2' + \frac{4}{3} \hat{h}_2 \left( \frac{4}{6} q_1 + \sqrt{\frac{16q_1^2}{36} - \frac{1}{3}} \right)^2 - \frac{8}{3} \hat{h}_2 A \sin\left(\frac{t}{3}\right) y_2' - \frac{A^2 \gamma_2 \cos^2\left(\frac{t}{3}\right)}{6 \hat{h}_0^2} + \frac{A^2 \gamma_1^2 \cos\left(\frac{t}{3}\right)}{12 \hat{h}_0^4} - A \gamma_1 \cos\left(\frac{t}{3}\right) \frac{4}{3} q_1 \pm \sqrt{\frac{16q_1^2}{36} - \frac{1}{3}} - \frac{1}{6} \left( \frac{4}{6} q_1 \pm \sqrt{\frac{16q_1^2}{36} - \frac{1}{3}} \right)^2 + \frac{y_2}{3} = 0 \quad (3)$$

После необходимых преобразований уравнения (3), получим общий вид его решения:

$$y_{1-2} = A \cos(t/3) + \mu (4/6 q_1 \pm \sqrt{16/36 q_1^2 - 1/3}) + \mu 2 (((1 - 12 \hat{h}_2) (4/6 q_1 + \sqrt{16/36 q_1^2 - 1/3})) / (2/3 q_1 + 4/3 \hat{h}_2 A \sin(t/3) \pm \sqrt{(2/3 q_1 + 4/3 \hat{h}_2 A \sin(t/3))^2 - 1/3}) \quad (4)$$

где  $\hat{h}_2$  – сопряженная глубина водного потока в нижнем бьефе,  $h$  – действующее значение глубины,  $q$  – удельный расход,  $\mu$  – ( $\mu = 1/\hat{h}_2$ ).

### Выводы

Определен колебательный режим течения водного потока в нижнем бьефе ГТС. Колебательный режим течения описывается системой дифференциальных уравнений второго порядка. Решение системы дифференциальных уравнений осуществлено аналитическим методом малого параметра. Определены количественные параметры колебательного режима течения водного потока при сопряжении бьефов. Определено влияние геометрических параметров конструкции нижнего бьефа на параметры колебательного процесса движения водного потока.

V.A. FARTUKOV, N.V. KHANOV, M.V. ZEMLYANNIKOVA

Federal state budgetary educational institution of higher education Russian state agrarian university – MAA named after C.A. Timiryazev, Institute of land reclamation, water economy and building named after A.N. Kostyakov, Moscow, Russian Federation

## DYNAMIC SYSTEM OF POOLS CONJUNCTION OF HYDRAULIC STRUCTURES

The paper presents a solution of the equation of stationary nonlinear oscillations in the downstream of hydraulic structures. There is considered an example of solving the oscillatory

### Библиографический список

1. **Тарасевич Ю.Ю.** Перколяция: теория, приложения, алгоритмы. – М.: УРСС, 2002. – 310 с.
2. **Горяченко В.Д.** Элементы теории колебаний. Учебное пособие. – Красноярск: изд-во Красноярского университета, 1995. – 358 с.
3. **Кузьмина Р.П.** Асимптотические методы для обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 380 с.
4. **Гукенхеймер Дж., Холмс Ф.** Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 400 с.
5. **Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.** Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М.: Гос. изд-во технико-теоретической лит-ры, 1955. – 350 с.
6. **Дж. Коул.** Методы возмущений в прикладной математике. – М.: Мир, 1972. – 379 с.
7. **Марсден Дж.Э., Чорин А.** Математические основы механики жидкости – М.: Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. – 405 с.

Материал поступил в редакцию 17.12.2019 г.

### Сведения об авторах

**Фартуков Василий Александрович**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Гидротехнические сооружения», ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева; 127550, г. Москва, Б. Академическая, 44; e-mail: vasfar@mail.ru

**Ханов Нартмир Владимирович**, доктор технических наук, заведующий кафедрой «Гидротехнические сооружения»; ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева; 127550, г. Москва, Б. Академическая, 44; e-mail: vkhanov@yahoo.com

**Земляникова Марина Владимировна**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Гидрология, гидрогеология и регулирование стока», ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева; 127550, г. Москва, Прянишникова, 19; e-mail: vasfar@mail.ru

*regime of water flow in the downstream. The basis of the research is a system of differential equations that describes the non-stationary mode of water flow at ponds conjunction of hydraulic structures. There is given a structure determination of the water oscillatory movement at pools conjunction. The hypotheses analysis of the various forms formation of the flow free surface, as well as conditions for the hydraulic jump formation in the channel of the water flow is given. Five hypotheses were marked that determined the energy loss of the water flow in the hydraulic jump at the conjunction of pools of hydraulic structures. According to the results of the analysis, there was established the presence of the oscillatory process formed by the open volume of water mass. The asymptotic method is given for calculations in the area of extreme parameters as the most effective one. There is given an assessment of the stability of the solution of the differential equation describing stationary nonlinear oscillations in the downstream according to A.M. Lyapunov theory. The theory describing the oscillatory nature of water movement is based on the Balthazar Van der Paul equation. The qualitative analysis of the Van der Pol equation made it possible to determine the factor that influences the formation of the oscillatory motion of water flow. The results obtained allow obtaining reliable engineering solutions for calculating the parameters of the oscillatory movement of water flow based on the asymptotic methods.*

*Oscillatory regime of water flow, depth of flow, period of oscillation, conjugation of pools.*

### References

1. **Tarasevich Yu.Yu.** Percolyatsiya: teoriya, prilozheniya, algoritmy. – M.: URSS, 2002. – 310 s.
2. **Goryachenko V.D.** Elementy teorii kolebanij: uchebnoe posobie. – Krasnoyarsk: Izd-vo Krasnoyarskogo universiteta, 1995. – 358 s.
3. **Kuzmina R.P.** Asymptoticheskie metody dlya obyknovennykh differentsialnykh uravnenij. – M.: Editorial URSS, 2003. – 380 s.
4. **Guckenheimer J., Holmes F.** Nelinejnye kolebaniya, dinamicheskie sistemy i bifurkatsii vektornykh polej. – Moskva – Izhevsk: Institut kompjuternykh issledovanij, 2002. – 400 s.
5. **Bogolyubov N.N., Mitropolsky Yu.A.** Asymptoticheskie metody v teorii nelinejnykh kolebanij. – M.: Gostekhizdat, 1955. – 350 s.
6. **J. Cole** Metody vozmushchenij v prikladnoj matematike. – M.: Mir, 1972. – 379 s.
7. **Marsden J.E., Chorin A.** Matematicheskie osnovy mehaniki zhidkosti M. – Izhevsk: NITS «Regularnaya i haoticheskaya dinamika», 2004. – 405 s.

The material was received at the editorial office  
17.12.2019

### Information about authors

**Fartukov Vasily Aleksandrovich**, candidate of technical sciences, associate professor of the department of hydrotechnical structures, FSBEI HE RSAU-MAA named after C.A. Timiryazev; 127550, Moscow, B. Akademicheskaya, 44; e-mail: vasfar@mail.ru

**Khanov Nartmir Vladimirovich**, doctor of technical sciences, head of the department of hydrotechnical structures; FSBEI IN RGAU-MAA named after C.A. Timiryazev; 127550, Moscow, B. Akademicheskaya, 44; e-mail: vkhanov@yahoo.com

**Zemlyannikova Marina Vladimirovna**, candidate of technical sciences, associate professor of the department of hydrology, hydrogeology and flow regulation, FSBEI IN RGAU-MAA named after C.A. Timiryazev; 127550, Moscow, Pryanishnikova, 19; e-mail: vasfar@mail.ru

УДК 502/504:556.5

DOI 10.34677/1997-6011/2020-1-129-136

**Н.П. КАРПЕНКО, И.В. ГЛАЗУНОВА, М.В. БАРСУКОВА**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева, г. Москва, Российская Федерация»

## ПОВЫШЕНИЕ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ РАБОТ ПО ЭКСПЛУАТАЦИИ ПРИРОДООХРАННЫХ СООРУЖЕНИЙ НА ВОДОСБОРАХ РЕК

*Рассмотрены вопросы экологической безопасности при проведении работ по эксплуатации и восстановлению природоохранных сооружений на водосборе реки Юза. Было проанализировано экологическое состояние природоохранных сооружений*