Материал поступил в редакцию 26.03.12.
Ханов Нартмир Владимирович, *доктор технических наук, профессор кафедры «Гидравлика»*
Тел. 8 (499) 976-10-46
E-mail: www.msuee.ru.
Штеренлихт Давид Вениаминович, *доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Гидравлика»*
Тел. 8 (499) 976-10-46
Пикалова Ирина Федоровна, *кандидат технических наук, профессор кафедры «Гидравлика»*
Тел. 8 (499) 976-00-19
Исаихина Елена Вячеславовна, *соискатель*
Тел. 8-926-173-60-94

УДК 502/504.556.536+556.06+519.688

Р. И. ЧЕРКЕЗОВ
ООО «Павлин Технологии», город Дубна Московской области

Д. В. ШТЕРЕНЛИХТ, Н. В. ХАНОВ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет природообустройства»

НЕЙРОСЕТЕВОЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ПРИМЕРЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЛГИ НИЖЕ ВОЛГОГРАДСКОГО ГИДРОУЗЛА*

Предлагается новый подход к решению обратных задач гидродинамического моделирования на базе системы уравнений Сен-Венана, который использует искусственные нейронные сети для аппроксимации морфометрических и гидравлических характеристик русла реки.

Уравнения Сен-Венана, площадь живого сечения, обратная задача, неустановившееся движение воды, искусственные нейронные сети, функционал оптимизации, функция активации.

In this paper we propose a new approach to solving inverse problems in simulation-based system of Saint-Venant equations,which uses artificial neural networks for approximation of morphometric and hydraulic characteristics of the river bed.

Saint-Venant equations, cross-section area, inverse problem, unsteady water flow, artificial neural networks, optimization functional, activation function.

При моделировании гидродинамики рек и для гидрологических прогнозов активно применяется одномерная модель неустановившегося движения воды в русле реки, математически описываемая системой уравнений Сен-Венана [1]. В большинстве работ, посвященных этой теме, исследуются способы эффективного использования разностных схем численного интегрирования уравнений Сен-Венана. Однако практическое применение этих схем далеко не всегда приводит к удовлетворительным результатам. Одна из причин – невысокая точность задания характеристик русла,

* *Данная работа выполнена в рамках Государственного контракта № 16.515.11.5004 от 29 апреля 2011года на выполнение научно-исследовательских работ по теме «Решение обратных задач на основе математических моделей формирования пространственно-временных характеристик русел рек для оперативных краткосрочных прогнозов паводков и половодья с использованием многоядерных суперЭВМ»*

необходимых для численного решения уравнений. Действительно, измерения характеристик русла проводятся в некотором небольшом количестве створов, а промежуточные значения этих характеристик аппроксимируются, что вносит определенную погрешность в точность расчетов. Кроме того, измерения исходных морфометрических данных (ширина русла и площадь поперечного сечения) корректны только для ограниченного промежутка времени, пока деформации русла не слишком велики.

С целью надежного определения коэффициентов уравнений Сен-Венана – морфометрических и гидравлических характеристик русла – в некоторых работах предлагается способ получения данных характеристик, основанный на решении обратной задачи [2–5].

В работе А. В. Романова показано, что такая задача принадлежит к классу некорректных задач и предложен метод ее решения, основанный на интегральных уравнениях Фредгольма первого рода. При численном экспериментировании этот метод показал высокую устойчивость и надежность получаемого решения [2].

Применение нейросетевого подхода может дополнительно повысить точность решения за счет более полного учета нелинейного характера процессов, происходящих при неустановившемся движении воды в реках.

Как известно из математической физики, обратные задачи – тип задач, когда значения параметров модели вычисляют, исходя из известного решения уравнений [6]. В нашем случае решение представляет собой режим расходов и уровней воды, а параметры модели, которые нужно определить, – это площадь живого сечения, пропускная способность русла (модуль расхода воды) и коэффициент шероховатости.

Запишем уравнения Сен-Венана в следующем виде:

$$-\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{1}{g}\frac{\partial(\frac{Q}{F})}{\partial t}+\frac{Q\,|Q\,|}{K^2}+\frac{1}{2g}\frac{\partial(\frac{Q^2}{F^2})}{\partial x}+\frac{q}{g}\frac{Q}{F^2}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{\partial F}{\partial t}=q\,, \quad (2)$$

где $H(x,t)$ – уровень воды в точке x в момент времени t; $Q(x,t)$ – расход воды; $F(x,t)$ – площадь живого сечения; $K(x,t)$ – модуль расхода воды (пропускная способность русла); $q(x,t)$ – удельный боковой приток-отток.

Существует несколько подходов к численному решению обратных задач [2].

В последние годы активно развиваются математические модели и алгоритмы, основанные на искусственных нейронных сетях. Этой теме посвящены многочисленные работы как отечественных, так и зарубежных авторов [7, 8]. С основными концепциями нейронных сетей можно познакомиться в работе [9].

В рамках данной статьи предлагается использовать гибридный нейросетевой подход для вычисления двух параметров модели: площади поперечного сечения и модуля расхода воды.

Задача определения как первой, так и второй характеристики предполагает, что целевые значения для нейронной сети нам неизвестны, нейронная же сеть должна обучаться на основании результатов подстановки ее выходных значений в то или иное уравнение Сен-Венана.

Рассмотрим нейросетевую постановку задачи для определения площади живого сечения по уравнению (1), исходя из предположения о наличии данных об уровнях воды и значениях расхода воды на заданных участках русла.

На вход нейронной сети подаются два значения: координата x и величина уровня воды $H(x,t)$.

На выходе нейронной сети формируется значение, соответствующее площади живого сечения $F(x,t)$.

Сама сеть представляет собой полносвязную многослойную сеть прямого распространения с прямыми связями (рис.1).

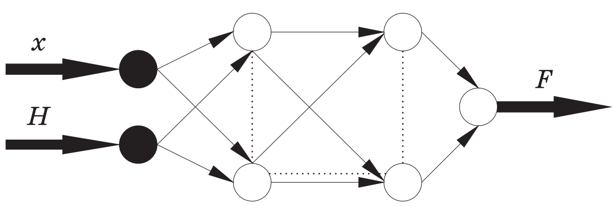

Рис. 1. **Нейронная сеть, аппроксимирующая величину *F*** (точки между нейронами – различное число слоев и нейронов в каждом слое)

Топография нейронной сети (число слоев и количество нейронов в каждом слое) подбирается экспериментально.

Рассмотрим следующую схему обучения нейронной сети, аппроксимирующей морфометрическую характеристику русла — площадь живого сечения (рис. 2).

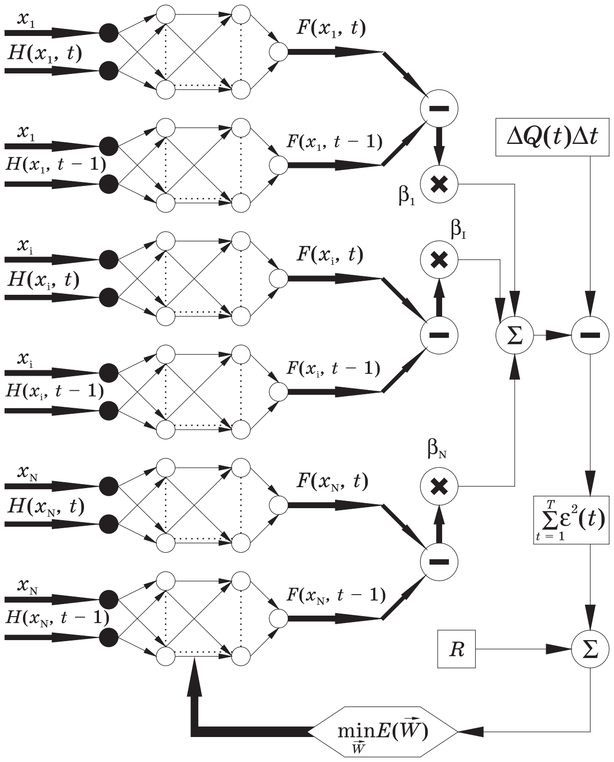

Рис. 2. **Схема обучения нейронной сети, решающей задачу получения площади живого сечения**

Функционал оптимизации выглядит следующим образом:

$E = E_0 + R$,

где E_0 – функционал от ошибки выходов сети; R – регуляризационный член.

Функцию E_0 представим в следующем виде:

$$E_0 = \sum_{t=1}^{T} \varepsilon^2(t) = \sum_{t=1}^{T} (\Delta V(t) - \Delta Q(t)\Delta t)^2,$$

где $\Delta V(t)$ – суммарное изменение объема воды на рассчитываемом участке, вычисленное на основании выходных сигналов нейронной сети; $\Delta Q(t)$ – расход воды на рассчитываемом участке, вычисленный на основании измеренных значений.

Пусть шаг измерений величин H (уровень воды) и Q (расход воды) по времени равен Δt. Возьмем этот шаг за единицу отсчета времени. Для заданного водпоста i (т. е. для некоторого фиксированного значения x_i) величина

$\Delta V_i(t) = F(x_i, t) - F(x_i, t - \Delta t)$,

что отражено на схеме как разность между двумя выходами нейронной сети, первый из которых вычислен при входных данных x_i и $H(x_i, t)$, а второй – при x_i и $H(x_i, t-1)$. Взвешенная сумма этих значений по всем участкам представляет собой расход воды на заданном участке:

$$\Delta V(t) = \sum_{i=1}^{N} \beta_i \Delta V_i(t) = \sum_{i=1}^{N} \beta_i (F(x_i, t) - F(x_i, t - \Delta t)),$$

где N – общее число водпостов на рассматриваемом участке; β_i – масштабные коэффициенты.

Величина $\Delta Q(t)$ выражается так:

$$\Delta Q(t) = Q(0,t) - Q(L,t) + \tilde{Q}_{\text{приток}}(t),$$

где $Q(t,L)$ – величина расхода воды в конечной точке участка; $Q(t,0)$ – величина расхода воды в начальной точке участка; $q_{\text{приток}}(t)$ – величина притока на данном участке.

Преобразование, осуществляемое нейронной сетью, определяется топологией нейронной сети и функцией активации нейронов. Выберем в качестве функции активации обычную для нейросетевых решений логистическую функцию — сигмоид ($f(x) = 1/(1 + e^{-x})$), поскольку она обладает рядом свойств: нелинейностью, наличием зон насыщения, непрерывной производной.

Если ввести некоторые ограничивающие условия для нашей задачи, то их учитывают при помощи регуляризации. Это могут быть условия на геометрию моделируемого русла, а также ограничения по сложности нейросетевой модели.

Обучение нейронной сети, т. е. настройка ее весовых коэффициентов, производится путем минимизации E как функции от весовых коэффициентов W по алгоритму обратного распространения ошибки [8], при этом правило изменения весов может задаваться стандартными методами, например методом градиентного спуска.

Для нейронной сети, аппроксимирующей модуль расхода воды, вводится аналогичная схема обучения, что и для площади живого сечения.

Используя описанный подход, эксперименты по расчету характеристик реки Волги провели ниже Волгоградского гидроузла (рис. 3).

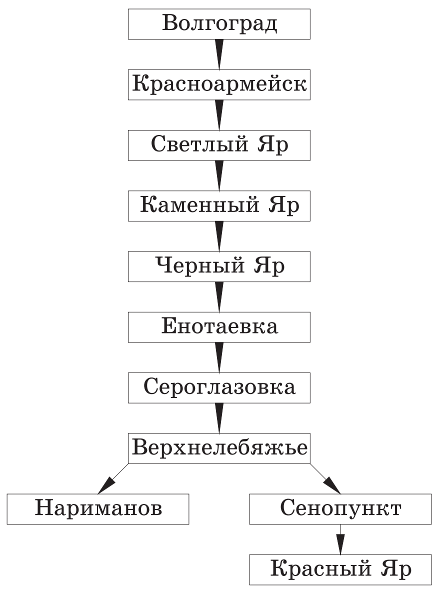

Рис. 3. **Схема участка реки Волги ниже Волгоградского гидроузла**

На рис. 3. черные стрелки обозначают водпосты, для которых имеются данные. Данные для обучения взяты за 1967–1977 годы.

Графики вычисленных величин представлены на рис. 4 и рис. 5 (это результаты для двух водпостов).

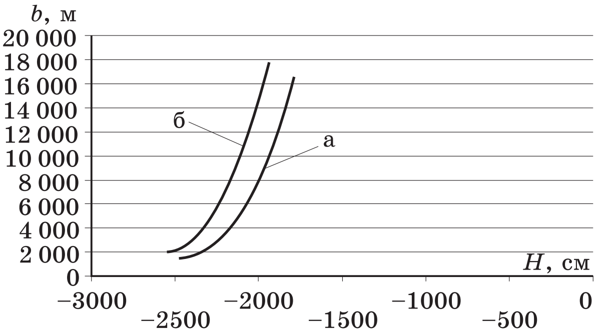

Рис. 4. **Зависимость между шириной сечения b и уровнем воды H для двух водпостов:** а – Енотаевка; б – Сероглазовка

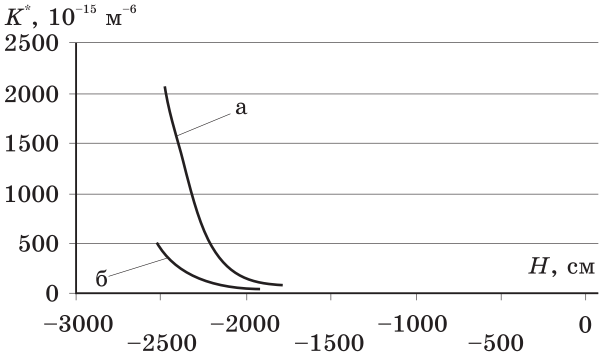

Рис. 5. **Зависимость между модулем расхода воды $K^* = 1/K^2$ и уровнем воды H для двух водпостов:** а – Енотаевка; б – Сероглазовка

На рис. 6. приведены результаты сравнения прогноза (с фиксированной заблаговременностью трех дней), полученного путем решения системы уравнений Сен-Венана (прямая задача) на основании вычисленных величин площади сечения и модуля расхода воды, с реальными данными за 1978 год.

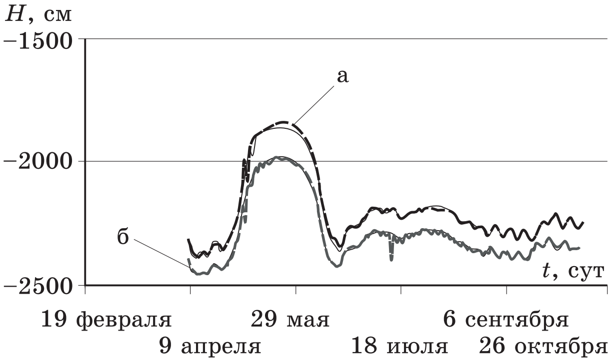

Рис. 6. **Сравнение прогноза уровня воды на 1978 год с реально измеренными данными:** а – Енотаевка; б – Сероглазовка; —– прогноз; - - - фактически

При расчетах использовались следующие формулы, определяющие S, σ, σΔ [10]:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \tilde{y}_i)^2};$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2};$$

$$\sigma_\Delta = \sqrt{\frac{1}{n-\Delta}\sum_{i=1}^{n-\Delta}(y_i - y_{i-\Delta})^2}.$$

Выводы

Получаемые предлагаемым методом аппроксимации морфометрических и гидравлических характеристик русла рек позволяют осуществлять моделирование движения воды в реках и прогнозирование уровня воды на основании решения системы уравнений Сен-Венана.

В результате проведенных исследований получен гибридный нейросетевой метод решения задачи восстановления морфометрических и гидравлических характеристик русла рек. В ходе работ была сформулирована нейросетевая постановка задачи, разработаны алгоритмы обучения

Результаты прогноза с помощью гибридной нейросетевой модели по Нижней Волге с периодом заблаговременности Δ, равным трем суткам

Пункт	Расстояние до устья	σ(H), м	S, м	100 % S/σ, %	δ_Δ, м	100% S/σ_Δ, %
Волгоград	600	1,86	0,12	6,6	0,48	25
Красноармейск	586	1,9	0,06	3,2	0,50	12
Светлый Яр	561	1,88	0,17	8,9	0,52	32
Каменный Яр	542	1,72	0,15	8,9	0,51	30
Черный Яр	465	1,74	0,22	13	0,59	39
Енотаевка	392	1.61	0,13	8,0	0,69	19
Сероглазовка	249	1,50	0,17	11,2	0,72	23

нейронных сетей и методы регуляризации получаемого с их помощью решения.

1. **Грушевский М. С.** Неустановившееся движение воды в реках и каналах – Л.: Гидрометеоиздат, 1982. – 288 с.

2. **Романов А. В.** Обратные задачи математического моделирования неустановившегося движения воды в реках – М.: Научный мир, 2008. – 184 с.

3. **Романов А. В.** Обратные задачи математического моделирования трансформации волн паводков и половодья // Метеорология и гидрология. – 2009. – № 8. – С. 91–99.

4. **Романов А. В.** О технологии идентификации одномерной модели неустановившегося движения воды в сложном речном русле // Мелиорация и водное хозяйство. – 2009. – № 4. – С. 37–41.

5. **Картвелишвили Н. А.** Неустановившиеся открытые потоки. – Л.: Гидрометеоиздат, 1968. – 284 с.

6. **Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.** Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986. — 286 с.

7. **Галушкин А. И.** Нейронные сети. Основы теории. – М.: Изд-во «Горячая линия», 2010. – 496 с.

8. **Хайкин С.** Нейронные сети. Полный курс; пер. с англ. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2006. — 1104 с.

9. **Каллан Р.** Основные концепции нейронных сетей; пер с англ. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2001. — 288 с.

10. Руководство по гидрологическим прогнозам. – Л.: Гидрометеоиздат, 1989. – Вып. 2. – 246 с.

Материал поступил в редакцию 04.06.12.

Черкезов Роман Игоревич, *программист-математик*
Тел. 8 (495) 790-81-17
E-mail: rich@pawlin.ru

Штеренлихт Давид Вениаминович, *доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Гидравлика»*
Тел. 8 (499) 976-10-46

Ханов Нартмир Владимирович, *доктор технических наук, профессор кафедры «Гидравлика»*
Тел. 8 (499) 976-10-46