УДК 502/504:631.311.5

В. А. ПЕРОВ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет природообустройства»

Т. И. ОРЛЯНСКАЯ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИВОДА СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО АГРЕГАТА ПРИ УЧЕТЕ СЛУЧАЙНОГО ХАРАКТЕРА ВОЗДЕЙСТВИЙ

Рассматривается методика определения статистических характеристик привода сельскохозяйственного агрегата (фрезерного культиватора). При этом учитывается случайный характер воздействий на привод. Применяется расчетная эквивалентная динамическая схема. В матричном виде получена система дифференциальных уравнений колебаний элементов привода. Для матрицы представлено соотношение спектральных плотностей выходной вектор-функции. Изучено влияние параметров на вид и значение для аналога амплитудно-частотной характеристики трансмиссии.

Привод сельскохозяйственного агрегата, фрезерный культиватор, динамическая эквивалентная расчетная схема, статистические характеристики, матрицы спектральных плотностей.

There is considered a method of determination of statistical characteristics of the agricultural aggregate transmission (milling cultivator). Herewith a random character of actions on the transmission is taken into account. The estimated equivalent dynamic system is used. In a matrix form a system of differential equations of the transmission's oscillation elements is obtained. For the matrix there is given a ratio of spectral densities of the output vector function. The influence of parameters on the type and value for the analog of the transmission's amplitude-frequency characteristics is studied.

Agricultural aggregate transmission, milling cultivator, estimated equivalent dynamic scheme, statistical characteristics, matrix of spectral densities.

Рассмотрим расчет статистических характеристик сельскохозяйственного агрегата на примере расчета привода активных рабочих органов фрезерного культиватора. Привод культиватора состоит из центрального и двух боковых зубчатых редукторов, трансмиссионных валов, соединительных полумуфт. Входной вал центрального редуктора соединяется с валом отбора мощности трактора карданным валом.

Для расчета была принята

следующая динамическая эквивалентная схема, представленная на рис. 1.

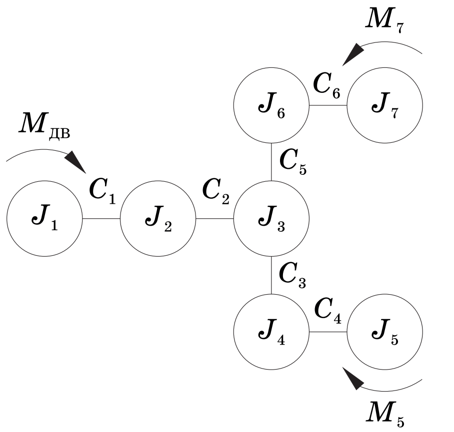

Рис. 1. **Расчетная эквивалентная схема привода фрезерного культиватора**

Моменты инерции деталей привода представлены как бы сосредоточенными массами $J_1,\dots,J_7$, а их жесткости – жесткостями $C_1,\dots,C_7$ соответственно. Разбиение привода на массы проводилось из соображений более удобного анализа результатов расчета. Первая масса представляет трансмиссию трактора и движущие детали двигателя, вторая – карданный вал с соединительными полумуфтами, третья – центральный редуктор культиватора с тремя соединительными полумуфтами, четвертая и шестая – трансмиссионный вал, боковой редуктор и соединительные полумуфты соответственно правой и левой половины культиватора, пятая и седьмая – фрезерный барабан левый и правый соответственно.

В качестве обобщенных координат примем углы поворота масс. Кинетическая энергия эквивалентной системы определяется следующим образом [1]:

$$T = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{7} J_j \dot{\varphi}_j^2, \qquad (1)$$

где J_j – момент инерции j-й массы.

Потенциальная энергия системы

$$\Pi = \frac{1}{2}\left[\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{4}\left(\varphi_i - \varphi_{i+1}\right)^2 + C_5\left(\varphi_5 - \varphi_6\right)^2 + \\ &+ C_6\left(\varphi_6 - \varphi_7\right)^2 - M_{дв}\varphi_1 - M_5\varphi_5 - M_7\varphi_7 \end{aligned}\right], \qquad (2)$$

где C_j – жесткость j-х элементов системы; $M_{дв}$ – момент на валу двигателя; M_5, M_7 – моменты сопротивления на рабочих органах *5*, *7* соответственно.

Диссипативную функцию принимаем в виде

$$R = \frac{1}{2}\left[\sum_{i=1}^{4} b_i\left(\dot{\varphi}_i\right)^2\right], \qquad (3)$$

где b_i – коэффициенты диссипации для i-х элементов системы.

Для получения уравнений колебаний динамической эквивалентной системы применяем уравнения Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_j} + \frac{\partial R}{\partial \dot{\varphi}_j} = 0,\ j = 1, 2 \dots, 7. \qquad (4)$$

Динамические свойства дизеля трактора оценим по формуле

$$M_{дв} = \lambda \ddot{\varphi}_{дв} - \beta \dot{\varphi}_{дв} + \gamma, \qquad (5)$$

где $\gamma = \frac{M_н \omega_х}{\omega_х - \omega_н}$; $\beta = \frac{M_н}{\omega_х - \omega_н}$; λ – коэффициент неустановившегося режима; $\omega_н$, $\omega_х$ – угловые скорости номинальная и холостого хода соответственно; $M_н$ – номинальный крутящий момент.

После применения уравнений Лагранжа второго рода получаем систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} J_1\ddot{\varphi}_1 + b_1\dot{\varphi}_1 + C_1\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = M_{дв}; \\ J_2\ddot{\varphi}_2 + b_2\dot{\varphi}_2 - C_1\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) + C_2\left(\varphi_2 - \varphi_3\right) = 0; \\ J_3\ddot{\varphi}_3 + b_3\dot{\varphi}_3 - C_2\left(\varphi_2 - \varphi_3\right) + C_3\left(\varphi_3 - \varphi_4\right) = 0; \\ J_4\ddot{\varphi}_4 + b_4\dot{\varphi}_4 + C_4\left(\varphi_4 - \varphi_5\right) - C_3\left(\varphi_3 - \varphi_1\right) = 0; \\ J_5\ddot{\varphi}_5 - C_4\left(\varphi_4 - \varphi_5\right) = M_5; \\ J_6\ddot{\varphi}_6 - C_5\left(\varphi_5 - \varphi_6\right) + C_6\left(\varphi_6 - \varphi_7\right) = 0; \\ J_7\ddot{\varphi}_7 - C_6\left(\varphi_6 - \varphi_7\right) = M_7. \end{cases} \qquad (6)$$

В матричном виде эти уравнения записываются так:

$$L\overline{\varphi} = I\ddot{\overline{\varphi}} + B\dot{\overline{\varphi}} + C\overline{\varphi} = \overline{f}, \qquad (7)$$

где L – дифференциальный матричный оператор; матрицы I, B, C имеют следующий вид:

$$I = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_7 \end{bmatrix};\ B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \qquad (8)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & (-C_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (-C_1) & (C_1 + C_2) & (-C_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-C_2) & (C_2 + C_3) & (-C_3) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (-C_3) & (C_3 + C_4) & (-C_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (-C_4) & (C_4 + C_5) & (-C_5) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (-C_5) & (C_5 + C_6) & (-C_6) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-C_6) & C_6 \end{bmatrix}. \qquad (9)$$

Векторы $\overline{\varphi}$ и $\overline{f}$ записываются так:

$$\overline{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \\ \varphi_7 \end{bmatrix};\ \overline{f} = \begin{bmatrix} M_{дв} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_5 \\ 0 \\ M_7 \end{bmatrix}. \qquad (10)$$

Если учесть динамические уравнения дизеля (5) при $\omega_{дв} = \omega_1$, то вид матриц I, B, C и вектора $\overline{f}$ соответственно изменится.

Матрицу передаточной функции системы получим следующим образом:

$$H(i\omega) = L^{-1}(i\omega) = \begin{bmatrix} H_{11}(i\omega) & H_{12}(i\omega) & \cdots & H_{17}(i\omega) \\ H_{21}(i\omega) & H_{22}(i\omega) & \cdots & H_{27}(i\omega) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ H_{71}(i\omega) & H_{72}(i\omega) & \cdots & H_{77}(i\omega) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

При помощи элементов матрицы $H(i\omega)$ сформируем матрицу единичных деформаций $F(i\omega)$ элементов данной системы:

$$F_{jk}(i\omega) = H_{jk}(i\omega) - H_{(j+1)k}(i\omega), \quad (12)$$

$$j = 1, 2, \ldots, 6; \;\; k = 1, 2, \ldots, 7.$$

С использованием спектрального метода статистической динамики [2] получим соотношение для матрицы спектральных плотностей выхода $S_{\overline{V}}(\omega)$:

$$S_{\overline{V}}(\omega) = F^{*}(-i\omega) S_{\overline{M}}(\omega) F(i\omega), \quad (13)$$

где $S_{\overline{M}}(\omega)$ – матрица спектральных плотностей вектора упругих моментов $\overline{M}$ (входной вектор-функции); звездочкой обозначена комплексно-сопряженная матрица.

Для определения матрицы $H(i\omega)$ применяем формулу [3]:

$$H = A_2 - iB_2, \;\; i = \sqrt{-1},$$

где $A_2 = \left(A_1 + B_1 A_1^{-1} B_1\right)^{-1}$; $B_2 = A^{-1} B_1 A_1$;

$A_1 = (i\omega)^2 A + C$; $\quad B_1 = \omega B$; $\quad A = I$.

По матричному соотношению (13) определяем не только элементы матрицы спектральных плотностей выхода, но и другие статистические характеристики выходной вектор-функции – дисперсии, среднеквадратичное отклонение.

При помощи соотношения (11) построим аналог амплитудно-частотной характеристики первого участка трансмиссии (рис. 2).

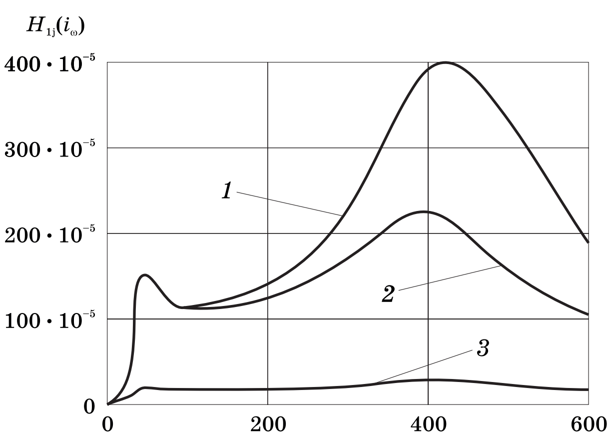

Рис. 2. **Аналог амплитудно-частотной характеристики участка трансмиссии**

Влияние значений коэффициента затухания $b_1^{(3)} > b_1^{(2)} > b_1^{(1)}$ отражено кривыми *1*, *2*, *3* соответственно. Увеличение коэффициента b_i приводит к уменьшению значений $\left|H_{1j}(i\omega)\right|$.

Выводы

Разработана методика определения статистических характеристик привода сельскохозяйственного агрегата (фрезерного культиватора) с учетом случайного характера воздействий.

Применяется расчетная эквивалентная динамическая схема, для которой при помощи уравнений Лагранжа второго рода была получена система дифференциальных уравнений колебаний, которая затем представлена в матричном виде. Для матрицы получено соотношение выходной вектор-функции. Графически представлен аналог амплитудно-частотной характеристики трансмиссии.

Данная методика будет полезна для разработчиков новой сельскохозяйственной техники.

---

1. **Лурье А. Б.** Статистическая динамика сельскохозяйственных агрегатов – Л.: Колос, 1970. – 373 с.

2. **Болотин В. В.** Случайные колебания упругих систем – М.: Наука, 1979. – 335 с.

3. **Перов В. А.** Стохастические задачи оптимизации параметров и оценки надежности нелинейных упругих систем (узлов) полиграфических машин. – М.: ФГОУ ВПО МГУП, 2000. – 232 с.

Материал поступил в редакцию 25.04.12.

***Перов Виктор Александрович**, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Теоретическая механика и теория машин и механизмов»*

Тел. 8 (495) 976-05-75

***Орлянская Тамара Ивановна**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Теоретическая механика»*

Тел. 8 (499) 263-63-75