

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



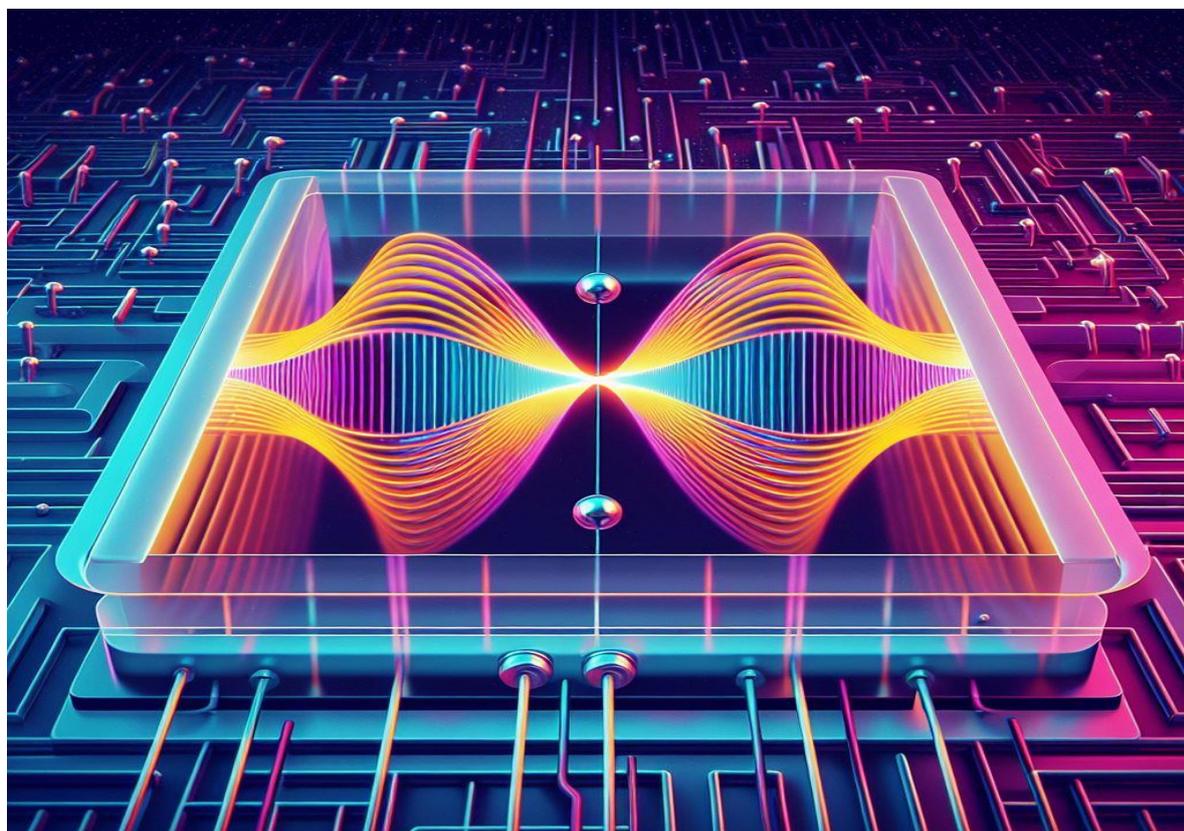
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ –
МСХА имени К.А. ТИМИРЯЗЕВА»
(ФГБОУ ВО РГАУ - МСХА имени К.А. Тимирязева)

ИНСТИТУТ МЕЛИОРАЦИИ, ВОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И СТРОИТЕЛЬСТВА ИМЕНИ
А.Н. КОСТЯКОВА КАФЕДРА ФИЗИКИ

Н.Н. ИВАХНЕНКО, М.Ю. БАДЕКИН,

Н.А. КОНОПЛИН, Д.М. БЕНИН



БАЗОВЫЙ КУРС ФИЗИКИ
«МЕХАНИКА»

Учебник

Москва
2023

УДК 531/534

ББК 22.2я73

Б 17

Рецензенты:

Мирзаев Матлаб Наби оглы д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник лаборатории Нейтронной физики им. И.М. Франка Объединенного института ядерных исследований;

Кольцов В.Б. д.х.н., профессор института перспективных материалов и технологий ФГАОУ ВО «Национального исследовательского университета «Московского института электронной техники»;

Просвирякова М.В. д.т.н., доцент, профессор кафедры автоматизации и роботизации технологических процессов имени академика И.Ф. Бородин ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева.

Базовый курс физики. Механика: учебник / Н. Н. Ивахненко, М. Ю. Бадекин, Н. А. Коноплин, Д. М. Бенин; Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К. А. Тимирязева, 2023. – 201 с. – Текст: электронный.

ISBN 978-5-9675-2010-5

DOI 10.26897/978-5-9675-2010-5-2023-201

В предложенном учебнике представлен комплексный подход к изучению раздела «Механика». Учебник содержит подразделы: «Основы кинематики», «Основы динамики», «Законы сохранения в механике», «Элементы механики жидкости и газов». Каждый раздел имеет составляющие: теоретическая часть, практическая часть, примеры решения задач, задания для самостоятельного решения, вопросы для самоконтроля. В конце учебника предложены тестовые задания, приведены справочное приложение, предметный указатель, список литературы. Учебник может быть использован обучающимися по направлениям подготовки 35.03.10 Ландшафтная архитектура, 05.03.06 Экология и природопользование, 08.03.01 Строительство, 20.03.01 Техносферная безопасность, 21.03.02 Землеустройство и кадастры, 35.03.01 Лесное дело, 35.03.11 Гидромелиорация.

Рекомендовано к изданию учебно-методической комиссией института садоводства и ландшафтной архитектуры, протокол № 2/2 от 26.10.2023 г., и учебно-методической комиссией института мелиорации, водного хозяйства и строительства имени А.Н. Костякова, протокол № 3 от 23.10.2023 г., РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева.

Basic physics course. Mechanics: textbook / N. N. Ivakhnenko, M. Yu. Badekin, N. A. Konoplin, D. M. Benin Russian State Agrarian University - Moscow Agricultural Academy named after K. A. Timiryazev, 2023. – 201 p. – Tekst: electronic.

The proposed textbook presents an integrated approach to the study of the «Mechanics» section. The textbook contains subsections: «Fundamentals of kinematics», «Fundamentals of dynamics», «Conservation laws in mechanics», «Elements of mechanics of liquids and gases». Each section has components: a theoretical part, a practical part, examples of problem solving, tasks for independent solution, questions for self-control. At the end of the textbook there are test tasks, a reference appendix, a subject index, and a list of references. The textbook can be used by students in the areas of training 35.03.10 Landscape architecture, 05.03.06 Ecology and environmental management, 08.03.01 Construction, 20.03.01 Technosphere safety, 21.03.02 Land management and cadastres, 35.03.01 Forestry, 35.03.11 Hydrom elioration.

© Ивахненко Н.Н., Бадекин М.Ю.,
Коноплин Н.А., Бенин Д.М., 2023
© ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени
К.А. Тимирязева, 2023

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	7
ГЛАВА 1. ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ	
1.1. Основные понятия.....	9
1.2. Операции с векторными величинами.....	11
1.3. Способы задания положения тела в пространстве.....	16
1.4. Прямолинейное движение.....	17
1.4.1. Равномерное движение.....	17
1.4.2. Равноускоренное движение.....	21
1.5. Криволинейное движение. Равномерное движение по окружности.....	25
Рекомендации к решению задач по теме «Кинематика».....	31
Задачи для решения на занятиях.....	33
Задачи для самостоятельного решения.....	36
Примеры решения задач.....	40
Вопросы для самоконтроля.....	49
ГЛАВА 2. ОСНОВЫ ДИНАМИКИ	
2.1. Основные законы динамики. Сила. Равнодействующая сила.....	50
2.1.1. Первый закон Ньютона. Закон Инерции.....	50
2.1.2. Принцип относительности в классической механике.....	51
2.1.3. Международная система единиц в механике.....	51
2.1.4. Масса. Центр масс.....	52
2.1.5. Второй закон Ньютона в классической и релятивистской механике.....	54
2.1.6. Третий закон Ньютона.....	55
2.2. Силы упругости. Закон Гука. Механическое напряжение.	58
2.2.1. Основные понятия.....	58

2.2.2. Гравитационные поля.....	62
2.2.3. Вес тела. Вес тела, движущегося с ускорением. Невесомость.....	64
2.3. Движение тела в безвоздушном пространстве.....	67
2.3.1. Основные понятия.....	67
2.3.2. Движение тела, брошенного под углом к горизонту.....	69
2.3.3. Первая космическая скорость.....	70
2.3.4. Орбитальная скорость.....	70
2.4. Механика твердого тела.....	71
2.4.1. Основные понятия.....	71
2.4.2. Условия и виды равновесия твердых тел.....	74
Рекомендации к решению задач по теме «Динамика».....	76
Задачи для решения на занятиях.....	77
Задачи для самостоятельного решения.....	81
Примеры решения задач.....	85
Вопросы для самоконтроля.....	95
ГЛАВА 3. ЗАКОНЫ ОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ	
3.1. Импульс тела. Импульс силы.....	96
3.2. Закон сохранения импульса.....	96
3.3. Реактивное движение.....	97
3.4. Энергия. Закон сохранения энергии. Виды энергии.....	98
3.5. Виды механической энергии и их связь с работой.....	99
3.6. Механическая работа и мощность.....	102
3.7. Механический удар.....	104
3.8. Простые механизмы.....	106
3.8.1. Рычаг.....	107
3.8.2. Блок.....	108
3.8.3. Наклонная плоскость.....	109

3.8.4. Клин.....	110
3.8.5. Винт.....	111
Рекомендации к решению задач по теме «Законы сохранения в механике».....	112
Задачи для решения на занятиях.....	114
Задачи для самостоятельного решения.....	118
Примеры решения задач.....	122
Вопросы для самоконтроля.....	131
ГЛАВА 4. ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ ЖИДКОСТИ И ГАЗОВ	
4.1. Давление.....	132
4.2. Закон Паскаля.....	132
4.3. Гидростатическое давление.....	132
4.4. Сообщающиеся сосуды.....	133
4.5. Гидростатический парадокс.....	134
4.6. Гидравлическая машина.....	135
4.7. Закон Архимеда.....	136
4.8. Условие плавания тел.....	136
4.9. Атмосферное давление, его измерение.....	138
Рекомендации к решению задач по теме «Элементы механики жидкости и газов».....	140
Задачи для решения на занятиях.....	141
Задачи для самостоятельного решения.....	144
Примеры решения задач.....	148
Вопросы для самоконтроля.....	155
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ.....	156
СПРАВОЧНОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ.....	194
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ.....	196
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	199

ПРЕДИСЛОВИЕ

Содержание учебника включает в себя основы кинематики, основы динамики, законы сохранения в механике, элементы механики жидкости и газов.

Основная цель учебника – помочь обучающимся изучить раздел физики (механика). Авторы пытались с одной стороны максимально полно охватить раздел механики, а с другой стороны – изложить компактно весь материал, не используя громоздких математических выкладок, пространственных изложений. Основное внимание привлечено к сути данных явлений, законам, описываем эти явления, границам применимости законов, а также определениям физических величин, единицам измерения. Определения, формулировки законов, а также все новые термины выделены в тексте жирным курсивом. Математические знания, необходимые для использования, соответствуют общему курсу математики.

Изучая данный раздел физики, необходимо помнить, что часть учебного материала подлежит обязательному запоминанию. Это определения, формулирования законов, единицы измерения физических величин. Чтобы глубже понять суть явления, научиться использовать законы, описываемые эти явления, необходимо научиться решать задачи. Умение решать задачи – главный критерий оценки усвоения учебного материала.

Поэтому нашей целью является помощь обучающимся научиться анализировать задачи и овладеть приемами их решения, с активным применением теоретического материала.

Авторы выражают глубокую благодарность рецензентам: д.ф.-м.н., ведущему научному сотруднику лаборатории Нейтронной физики им. И.М. Франка Объединенного института ядерных исследований Мирзаеву Матлабу Наби оглы; д.х.н., профессору института перспективных материалов и технологий ФГАОУ ВО «Национального исследовательского университета «Московского института электронной техники» Кольцову В.Б.; д.т.н., доценту, профессору кафедры автоматизации и роботизации технологических процессов имени академика И.Ф. Бородин ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева Просвиряковой М.В.

ВВЕДЕНИЕ

*«...Физик стремится сделать сложные вещи простыми,
а поэт - простые вещи – сложными»*

Лев Д. Ландау

Физика – это наука, изучающая простейшие и вместе общие закономерности явлений природы, свойства и строение материи, законы ее движения.

В данный момент известны два вида неживой природы: *вещество и поле*. К первому виду материи – веществу – относятся атомы, молекулы, и все тела, состоящие из них. Второй вид материи образуют гравитационные, электромагнитные и другие поля.

Материя находится в непрерывном движении, под которым понимается любое изменение. Движение является неотъемлемым свойством материи. Материя существует и движется в пространстве.

Основным методом исследования в физике является эксперимент, то есть наблюдение явления в точно контролируемых условиях, позволяющих следить за ходом исследования и повторить его каждый раз при повторении этих условий.

Механика содержит много научных обобщений, которые помогают будущим инженерам разных специальностей правильно понимать те явления, какие они наблюдают, делать научные обоснования и выводы. Кроме того, дисциплина «Физика» является научной базой многих областей современной техники. Она является основой таких специальных дисциплин, как сопротивление материалов, теория механизмов и машин, гидравлика, детали машин и другие дисциплины, изучаемые в вузах. Знание механики необходимо школьникам и студентам для успешного освоения профильных предметов, а также для творческой инженерной деятельности на производстве после окончания вуза.

Основные этапы развития механики:

Донаучный период

Аристотель (384-322 г.г. до н.э.) – древнегреческий философ; Архимед (287-212 г.г. до н.э.) – древнегреческий физик, механик, заложил основы статики и гидростатики; Леонардо да Винчи (1452-1516) – итальянский художник, изобретатель; Николай Коперник (1473-1543) – польский астроном, математик; Галилео Галилей (1564-1642) – итальянский механик, физик, основоположник динамики.

Классическая механика

Исаак Ньютон (1642-1727) – «Математическое начало натуральной философии»; Михаил Ломоносов (1711-1765) – физик, химик, первый российский натуралист; Леонард Эйлер (1707-1783) – математик, механик.

Аналитическая механика

Жозеф Лагранж (1736-1813) – французский математик, механик; Ж. Даламбер, П.С. Лаплас, К. Якоби, Г. Герц, С. Чаплыгин – ученые механики.

Релятивистская механика

А. Эйнштейн (1879-1955) – физик, теоретик.

Физика, как учебная дисциплина, имеет свою логическую структуру, в которую входят научные факты, явления, процессы, понятия, законы. Между этими элементами физических знаний существуют определенные внутренние связи. Одним из методов освоения физических знаний является решение задач, в процессе которого знания конкретизируются, происходит их систематизация и углубление, формируется умение анализировать и логически мыслить.

Известно, решение задач вызывает некоторые трудности, связанные с неумением анализировать условие задач и использовать полученные теоретические знания. Это объясняется тем, что теоретические знания всегда носят обобщенный характер, а в условиях задач задаются конкретные физические ситуации, которые необходимо проанализировать, представить их в физических понятиях и перевести в математическую форму. В процессе решения

лишь большого количества задач формируется система и последовательность действий, направленных на анализ физической ситуации.

Глава 1. ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ



1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Простейшей формой описания движения есть механическое движение, состоящее в изменении положения тела со временем относительно других тел или частей одного и того же тела.

Раздел механики, изучающий закономерности механического движения и взаимодействия тел, называется *механикой*. Движение тел со скоростями, намного меньшими скорости света в вакууме, изучает *классическая механика*.

Основная задача механики – определение координаты тела и его скорости в любой момент времени.

Возможности упрощения основной задачи механики:

- рассматривать тело как материальную точку,
- рассматривать поступательное движение тела.

Классическая механика состоит из трех разделов: кинематики, динамики и статики.

Кинематика – раздел механики, изучающий механическое движение тел, не рассматривая причин, его вызвавших.

Динамика – раздел механики, изучающий взаимодействия между телами на их механическое движение.

Статика – раздел механики, изучающий условия равновесия тел.

Для описания реальных движущихся тел в механике в зависимости от условий конкретной задачи используют разные физические модели, а именно:

материальная точка, абсолютно твердое тело, абсолютно упругое тело, абсолютно неупругое тело. Рассмотрим их.

Абсолютно твердое тело (физическая модель) – тело, которое при любых условиях не может деформироваться и при всех условиях расстояние между двумя точками тела остается постоянным.

Абсолютно упругое тело – тело, деформацией которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Абсолютно неупругое тело – тело, которое после прекращения действия внешней силы полностью сохраняет деформированное состояние, обусловленное этой силой.

Материальная точка – это тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

Материальная точка является физической моделью.

Например, если рассматривать падение мяча относительно ребенка, мяч можно считать материальной точкой, а при изучении деформации мяча при ударе об землю – нет.

Поскольку все точки тела движутся одинаково, его можно рассматривать как материальную точку.

Положение тел в пространстве всегда указывается относительно других тел. Тело, относительно которого рассматривается движение, называется **телом отсчета**. Чтобы определить положение исследуемого тела, с телом отсчета жестко связывают систему координат, обеспеченную часами.

Любой процесс можно описывать только в определенной системе отсчета.

Система отсчета – это тело отсчета, связанная с ним система координат и способ определения времени.

Траектория – условная линия, вдоль которой движется материальная точка.

Траектория бывает прямолинейной и криволинейной.

Пройденный путь (l) – длина линии траектории.

Перемещение тела (S) – это направленный отрезок, соединяющий начальное и конечное положение тела.

Механическое движение – это изменение с течением времени положения тела в пространстве относительно других тел.

Поступательным движением называют движение тела, при котором любая прямая, связанная с телом, перемещается параллельно себе.

1.2. ОПЕРАЦИИ С ВЕКТОРНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ

Величины, значения которых задаются положительными и отрицательными числами, называют **скалярными** (например, масса, температура, работа).

Величины, значения которых определяются как числом, так и направлением в пространстве, называют **векторными** (например, сила, скорость, ускорение) и могут быть изображены векторами.

Вектор – направленный отрезок.

Векторные величины имеют числовые значения (модуль), направление и точку приложения. Обозначаются векторы как: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Длина вектора – это модуль или абсолютная величина, обозначается $|\vec{a}|$.

Два вектора называется **равными**, если равны их модули и совпадают направления (то есть векторы параллельны и ориентированы в одну сторону).

Коллинеарные векторы – векторы, параллельные одной и той же прямой.

Взаимно-противоположные векторы – векторы, равные по длине и противоположные по направлению.

Орты – единичные векторы, совпадающие по направлению с декартовыми координатными осями Ox, Oy, Oz (в сторону увеличения координат). Обозначаются $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Радиус-вектор точки – это вектор, начало которого совпадает с началом координат, а конец находится в точке, определяемой искомым. Точка O называется в данном случае полюсом.

Проекция вектора a на ось Ox – длина отрезка, соединяющая начало проекции вектора на ось Ox с проекцией конца вектора на эту самую ось. Она равна произведению модуля этого вектора на косинус угла между направлением оси и вектора:

$$\frac{a_x}{a} = \cos \alpha, \quad a_x = a \cdot \cos \alpha .$$

Проекция вектора может быть положительной, отрицательной и равной нулю.

Если угол между направлением вектора и осью острый, то $\cos \alpha > 0$, $a_x > 0$ (рис 1.1а).

Если угол между направлением вектора и осью тупой, то $\cos \alpha < 0$, $a_x < 0$ (рис. 1.1б).

Если угол между направлением вектора и осью прямой, то $\cos \alpha = 90^\circ$, $a_x = 0$ (рис. 1.1в).

Модуль векторной величины можно определить через проекции вектора на оси Ox и Oy (рис 1.1г).

$$a_x = a \cdot \cos \alpha, \quad a_y = a \cdot \sin \alpha, \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} . \quad (1.1)$$

Также необходимо учитывать, что при умножении векторной величины на скалярную величину, получим вектор, коллинеарный данному:

$$\vec{a} = k \cdot \vec{b} . \quad (1.2)$$

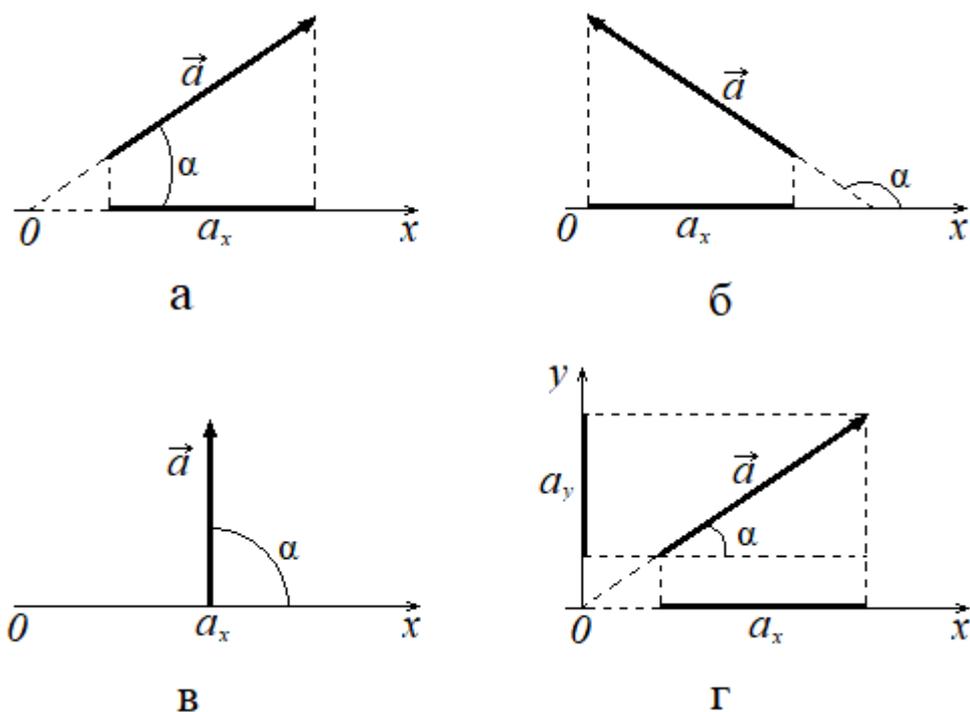


Рис. 1.1. Углы между направлениями векторов и осями

Сложение векторов по правилу треугольника:

Параллельным переносом совмещается начало второго вектора с концом первого, начало третьего с концом второго и т.д., тогда сумма векторов – это вектор, соединяющий начало первого вектора с концом последнего.

На рис. 1.2а изображено сложение двух векторов по правилу треугольника: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$. На 1.2б – сложение трех векторов по правилу треугольника: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$.

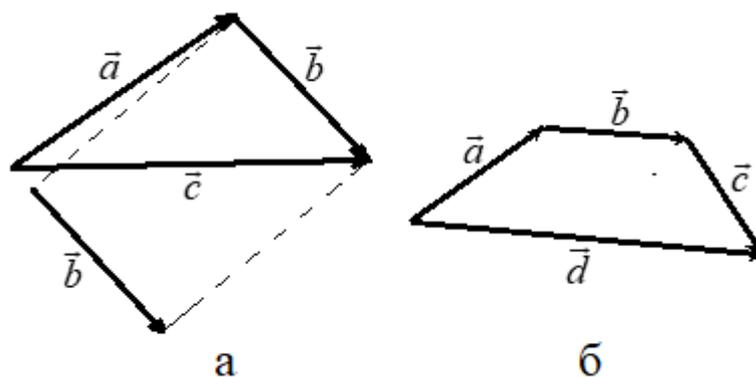


Рис. 1.2. Сложение векторов по правилу треугольника

Сложение векторов по правилу параллелограмма:

Параллельным переносом совмещаются сначала два вектора, тогда суммой исходных векторов будет диагональ, построенная на этих векторах как на сторонах параллелограмма.

На рис. 1.3а показано сложение двух векторов по правилу параллелограмма, на рис. 1.3б – сложение трех векторов по правилу параллелограмма.

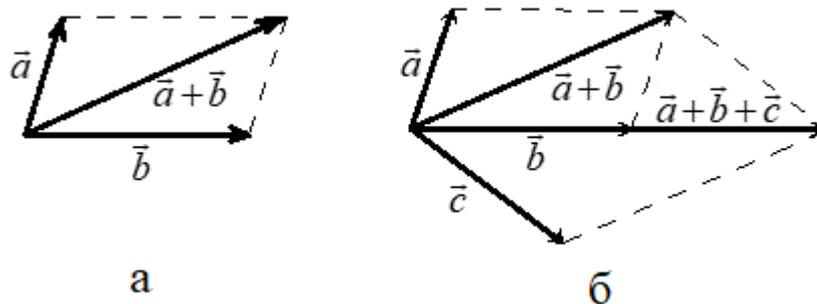


Рис. 1.3. Сложение векторов по правилу параллелограмма

Вычитание векторов по правилу треугольника:

Совмещаются начала двух векторов, тогда разностью векторов будет вектор, объединяющий их концы. Он направлен в сторону смещенного вектора:

$$\vec{m} = \vec{d} - \vec{k}. \quad (1.3)$$

На рис. 1.4 показано вычитание двух векторов по правилу треугольника:

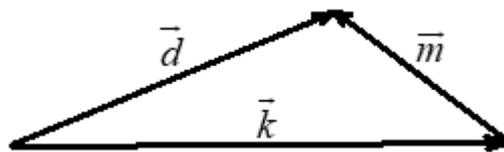


Рис. 1.4. Вычитание векторов по правилу треугольника

Проекция суммы векторов на координатную ось равна сумме проекций векторов на эту самую ось (рис. 1.5):

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}, \quad \begin{cases} Ox & \{ a_x + b_x = c_x ; \\ Oy & \{ a_y + b_y = c_y . \end{cases} \quad (1.4)$$

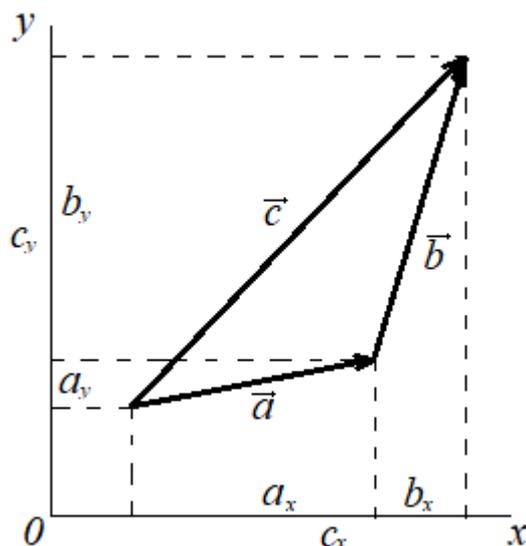


Рис. 1.5. Проекция суммы векторов на координатную ось

Относительность механического движения состоит в том, что вид траектории, пути и перемещения зависит от выбора системы отсчета.

Классический закон сложения скоростей.

Скорость тела относительно системы, считающейся неподвижной, равна геометрической сумме скорости тела в подвижной системе отсчета и собственной скорости подвижной системы отсчета (рис. 1.6):

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}. \quad (1.5)$$

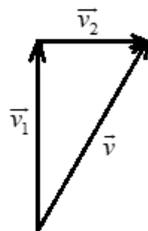


Рис. 1.6. Сложение скоростей

1.3. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕЛА В ПРОСТРАНСТВЕ

Так как основная задача кинематики состоит в определении положения тела в любой момент времени, то положение тела определяют с помощью координат. Движение точки считается полностью определенным, если заданы уравнения, описывающие изменение координат с течением времени:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t). \quad (1.6)$$

Эти уравнения (1.6) называются **кинематическими уравнениями движения точки**.

Координаты тела можно задавать несколькими способами:

1. *Табличный способ.*

При этом способе для каждого момента времени указывают значение координаты тела и представляют эту зависимость в виде таблицы.

2. *Графический способ.*

Зависимость координаты от времени представляется в виде графика.

3. *Аналитический способ.*

Зависимость координаты от времени задается в виде формулы.

Если тело движется по плоскости, то можно описывать зависимость координаты y от координаты x , то есть $y = f(x)$. При этом координаты y и x зависят от времени, то есть $y = f(t)$, $x = f(t)$. Зависимость $y = f(x)$ называется **уравнением траектории**.

4. Положение тела в пространстве можно задавать *радиус-вектором* \vec{r} .

Радиус-вектор (\vec{r}) – это вектор, проведенный из начала координат в точку расположения тела. Радиус-вектор можно разложить на составляющие:

$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}, \quad (1.7)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы (орты).

1.4. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

1.4.1. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Для характеристики движения тела в механике вводится понятие скорости.

Прямолинейным равномерным движением называется движение, при котором тело (материальная точка) за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения, или движется с постоянной скоростью вдоль прямой:

$$\vec{v} = \text{const} \quad (\vec{a} = 0). \quad (1.8)$$

Уравнение равномерного прямолинейного движения тела $x = x(t)$:

$$x = x_0 + v_x t. \quad (1.9)$$

Уравнение равномерного прямолинейного движения тела в скалярном виде:

$$x = x_0 \pm v_x t. \quad (1.10)$$

Если тело движется вдоль оси Ox , то $v_x = v$; если против, то $v_x = -v$.

Проекция перемещения при равномерном прямолинейном движении тела имеет вид:

$$S_x = v_x t = x - x_0. \quad (1.11)$$

График проекции перемещения тела при равномерном прямолинейном движении изображен на рис. 1.7а. График проекции скорости равномерного прямолинейного движения тела изображен на рис. 1.7б.

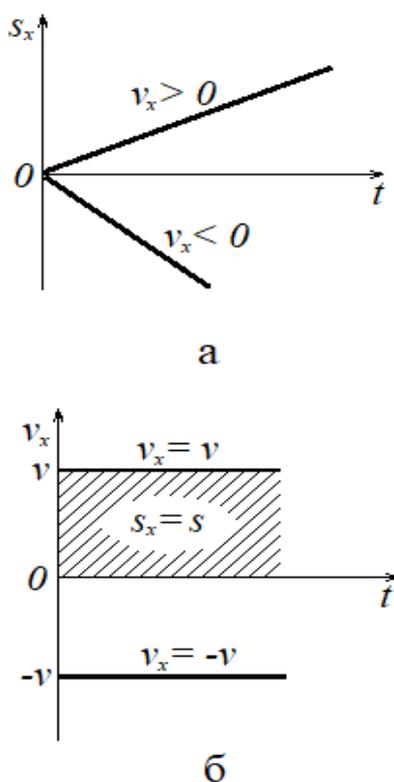


Рис. 1.7. Графики проекции (а) и скорости (б) тела при равномерном прямолинейном движении

Геометрический смысл перемещения.

По графику скорости движения тела можно определить проекцию перемещения, как площадь фигуры, ограниченную графиком скорости, осью времени и двумя координатами, соответствующими начальному и конечному значению времени. Это утверждение является справедливым и для

равноускоренного прямолинейного движения. График равномерного прямолинейного движения (1.10) изображен на рис. 1.8.

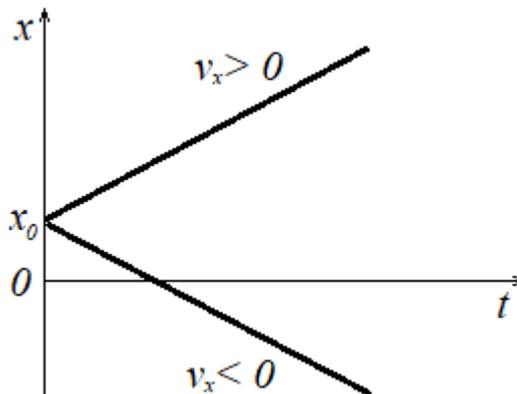


Рис. 1.8. График равномерного прямолинейного движения

Скорость — это векторная физическая величина, характеризующая изменения положения тела в пространстве и равная первой производной радиус-вектора по времени.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'(t). \quad (1.12)$$

Мгновенная скорость тела — это скорость тела в данный момент времени в данной точке траектории:

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = x'(t). \quad (1.13)$$

Средняя скорость — это величина, равная отношению перемещения ко времени, в течение которого оно произошло:

$$\vec{v}_{cp} = \frac{\vec{S}}{t}. \quad (1.14)$$

Средняя путевая скорость – величина, равная отношению пути ко времени, за который данный путь пройден:

$$v_{\text{ср.пут.}} = \frac{l}{t}. \quad (1.15)$$

При прямолинейном однонаправленном движении средняя путевая скорость равна модулю средней скорости:

$$v_{\text{ср.пут.}} = v_{\text{ср}}. \quad (1.16)$$

При равноускоренном прямолинейном движении средняя скорость определяется по формуле:

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_0 + v}{2}. \quad (1.17)$$

Единица скорости – метр в секунду (1 м/с):

$$[v] = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Метр в секунду равен скорости прямолинейного равномерного движения точки, при котором точка перемещается за 1 с на 1 м .

Равноускоренным прямолинейным движением тела называют такое движение, при котором его скорость за любые равные промежутки времени изменяется на одинаковые величины, т.е. движение происходит с постоянным ускорением вдоль прямой:

$$\vec{a} = \text{const}.$$

Ускорение тела при равноускоренном движении характеризует быстроту изменения скорости.

1.4.2. РАВНОУСКОРЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

Для характеристики изменения скорости тела со временем, используется величина, называемая ускорением.

Пусть в момент времени t тело со скоростью \vec{v}_0 находилось в точке 1. Через некоторое время Δt оно переместилось в точку 2, при этом его скорость стала равной \vec{v} . Изменение вектора скорости равно $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$. Чтобы охарактеризовать быстроту изменения скорости, используется понятие ускорения.

Ускорение равноускоренного прямолинейного движения – это векторная величина, равная отношению изменения скорости тела к интервалу времени, в течение которого это изменение произошло:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}. \quad (1.18)$$

Единица ускорения – метр в секунду квадратную (1 м/с^2):

$$[a] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

1 м/с^2 равен ускорению такого равноускоренного движения тела, при котором за 1 с скорость тела изменяется на 1 м/с .

Ускорение направлено по вектору приращения скорости $\Delta\vec{v}$.

Проекция мгновенной скорости на ось Ox при равноускоренном прямолинейном движении:

$$v_x = v_{0x} + a_x \cdot t. \quad (1.19)$$

Уравнение мгновенной скорости в скалярном виде:

$$v_x = v_{0x} \pm a_x \cdot t. \quad (1.20)$$

В уравнении (1.20) $a_x = a$, если тело ускоряется вдоль оси Ox (рис. 1.9а) и $a_x = -a$, если тело замедляется вдоль оси Ox (рис. 1.9б).

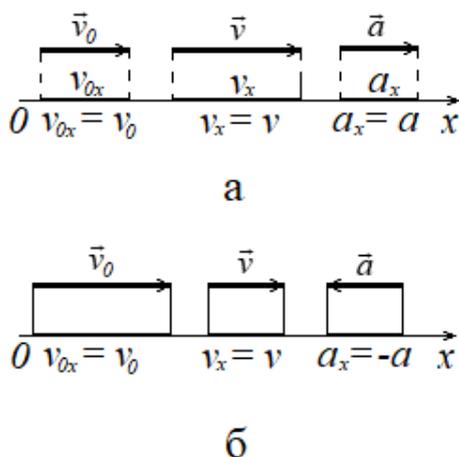


Рис. 1.9. Направление скорости и ускорения при равноускоренном и равнозамедленном движении вдоль оси Ox

Проекция перемещения при равноускоренном прямолинейном движении тела имеет вид:

$$S_x = \frac{(v_x + v_{0x})}{2} t, \quad S_x = v_{0x} \cdot t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad S_x = \frac{v_x - v_{0x}}{2a_x} t. \quad (1.21)$$

Уравнения мгновенной скорости и проекции перемещения в скалярном виде имеют вид:

$$v = v_0 \pm a \cdot t, \quad v^2 = v_0^2 + 2a \cdot S,$$

$$S = v \cdot t \pm \frac{a \cdot t^2}{2}, \quad S = \frac{v - v_0}{2a} t \quad (1.22)$$

где \vec{v}_0 – начальная скорость тела, то есть скорость в момент времени $t=0$.

Знак «+» относится к равноускоренному, знак «-» к равнозамедленному движению.

График скорости равноускоренного прямолинейного движения: тело I ускоряет свое движение вдоль оси Ox ; тело II – замедляет свое движение и в момент времени t_0 оно останавливается и движется с ускорением в направлении, противоположном оси Ox (рис. 1.10а). График движения при равноускоренном движении – парабола (рис. 1.10б), вершиной которой является момент времени t_0 соответствующий остановке тела.

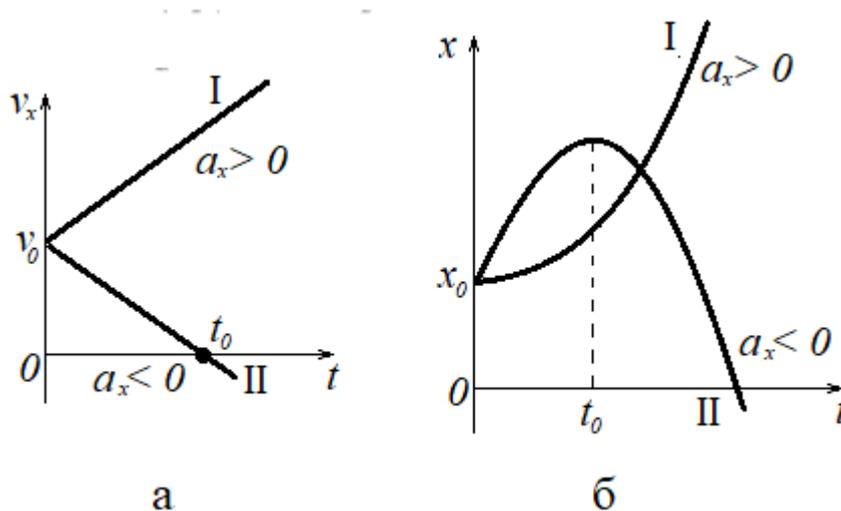


Рис. 1.10. Графики скорости равноускоренного движения

Уравнение движения при равноускоренном прямолинейном движении:

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2}. \quad (1.23)$$

График ускорения равноускоренного прямолинейного движения изображен на рис. 1.11.

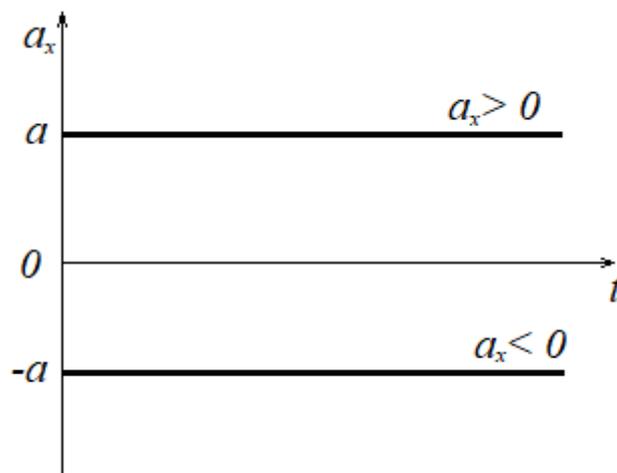


Рис. 1.11. График ускорения равноускоренного прямолинейного движения

Пути, которые прошло тело из положения покоя ($v_0 = 0$) за одинаковые последовательные промежутки времени, относятся как ряд последовательных нечетных чисел:

$$S_1 : S_2 : S_3 = 1 : 3 : 5.$$

Путь, который прошло тело в последнюю секунду движения из положения покоя ($v_0 = 0$) имеет вид:

$$S_n = \frac{a}{2}(2n - 1), \quad (1.24)$$

где n – число секунд.

Свободным падением называют движение тела под действием лишь силы тяжести. Свободное падение является равноускоренным движением с ускорением, не зависящим от массы тела. Около поверхности Земли ускорение свободного падения приблизительно равно $9,81 \text{ м/с}^2$.

Уравнения свободного падения

$v_0 \neq 0$	$v_0 = 0$
$v = v_0 + gt$	$v = gt$
$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$	$h = \frac{gt^2}{2}$
$h = \frac{v + v_0}{2} t$	$h = \frac{v}{2} t$
$v = \sqrt{2gh + v_0^2}$	$v = \sqrt{2gh}$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$	$x = x_0 + \frac{gt^2}{2}$

1.5. КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ

Криволинейным называют движение, траектория которого будет кривая линия. Рассмотрим основные виды криволинейного движения.

Равномерное криволинейное движение – это движение, при котором объект движется по траектории с постоянной скоростью. В этом случае вектор скорости объекта остается постоянным по величине и направлению. Такое движение может происходить, например, при движении по окружности с постоянной скоростью.

Неравномерное криволинейное движение – это движение, при котором объект движется по траектории с изменяющейся скоростью. В этом случае вектор скорости объекта меняется как по величине, так и по направлению. Такое движение может происходить, например, при движении по спирали или эллипсу, где скорость объекта изменяется в зависимости от его положения на траектории.

Вращательное криволинейное движение – это движение, при котором объект движется по окружности или дуге окружности вокруг некоторой оси. В

этом случае объект совершает вращательное движение вокруг оси, а его траектория представляет собой окружность или дугу окружности. Вращательное криволинейное движение может быть равномерным или неравномерным, в зависимости от того, изменяется ли скорость объекта в процессе движения.

Средняя скорость при криволинейном движении направлена по касательной к траектории в каждой ее точке (рис. 1.12а).

Если телу придать ускорение \vec{a} , направленное под углом к его скорости, то вектор ускорения будет иметь две составляющие: касательное или тангенциальное ускорение \vec{a}_τ (ускорение направлено по касательной к траектории, коллинеарно вектору скорости) и нормальное ускорение \vec{a}_n , направленное перпендикулярно (нормально) к вектору скорости (рис. 1.12б).

Если разбить криволинейную траекторию на положительные маленькие отрезки, то каждый отрезок можно рассматривать как дугу окружности соответствующего радиуса. Тогда нормальное ускорение \vec{a}_n направлено к центру окружности и поэтому называется центростремительным \vec{a}_n (рис. 1.12).

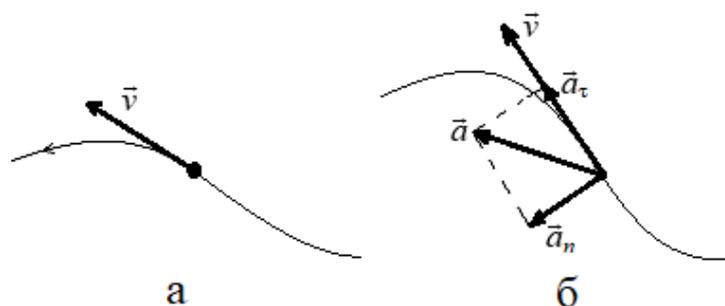


Рис. 1.12. Графики скорости и ускорения при криволинейном движении

Тангенциальное ускорение \vec{a}_τ определяет изменение скорости по величине.

Нормальное ускорение \vec{a}_n определяет изменение скорости по направлению.

Движение по окружности является примером криволинейного движения.

Равномерное движение по окружности характеризуется угловой скоростью ω , линейной скоростью v , периодом T , частотой n .

Мгновенная скорость v направлена по касательной к окружности. Линейная скорость равна модулю мгновенной скорости.

Во время движения материальной точки по окружности модуль ее мгновенной скорости с течением времени не изменяется: $v = const$.

Линейная скорость равна длине окружности l , пройденной точкой за единицу времени t :

$$v = \frac{l}{t}, [v] = \frac{м}{с}. \quad (1.25)$$

Тангенциальное ускорение при равномерном движении точки по окружности равно нулю:

$$a_{\tau} = 0.$$

В каждой точке траектории центростремительное ускорение направлено вдоль радиуса к центру окружности (рис. 1.13), а его модуль можно найти по формуле:

$$a_{\eta} = \frac{v^2}{R}, [a_{\eta}] = \frac{м}{с^2}. \quad (1.26)$$

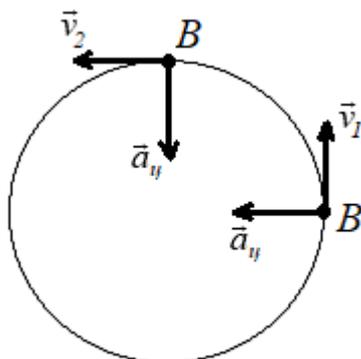


Рис. 1.13. Иллюстрация скорости и ускорения при вращательном движении

Угловая скорость равномерного движения по окружности равна углу поворота $\Delta\varphi$ радиуса R за единицу времени:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \quad [\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}. \quad (1.27)$$

1 радиан равен центральному углу, опирающемуся на дугу, длина которой равна радиусу (рис. 1.14).

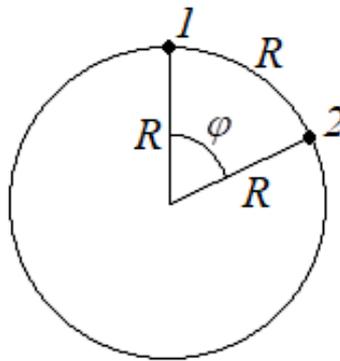


Рис. 1.14. Иллюстрация равномерного движения по окружности

Полный центральный угол:

$$\varphi_0 = \frac{2\pi \cdot R}{R} = 2\pi \text{ рад}, \quad (1.28)$$

$$2\pi \text{ рад} = 360^\circ, \quad 1 \text{ рад} = \frac{360^\circ}{2\pi} \approx 57^\circ 32'$$

Период вращения T – это время, за которое точка осуществляет один полный оборот по окружности.

Частота вращения n – количество полных оборотов, совершаемых точкой при равномерном вращении по окружности за единицу времени.

Связь между периодом и частотой вращения:

$$T = \frac{1}{n}, \quad n = \frac{1}{T}, \quad (1.29)$$
$$[T] = c, \quad [c] = \frac{1}{c} = c^{-1}.$$

Секунда минус в первой степени (c^{-1}) – это частота вращения, при которой за одну секунду совершается один полный оборот.

Линейная скорость при криволинейном движении имеет вид:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rn. \quad (1.30)$$

Угловая скорость при криволинейном движении имеет вид:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n. \quad (1.31)$$

Угловая скорость при криволинейном движении направлена по касательной к траектории в каждой ее точке.

Связь между линейной и угловой скоростями:

$$v = \omega R. \quad (1.32)$$

Угловое ускорение определяется отношением изменения угловой скорости за промежуток времени ко времени этого промежутка:

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t}, \quad [\varepsilon] = \frac{\text{рад}}{c^2}. \quad (1.33)$$

При увеличении угловой скорости вращательное движение называется *ускоренным*, а при уменьшении – *замедленным*.

Криволинейное движение встречается во многих физических явлениях и реальных ситуациях. Одним из наиболее известных примеров криволинейного движения является движение планет вокруг Солнца. Траектории планет представляют собой эллипсы, которые являются криволинейными. В этом случае, Солнце является центром эллипса, а планеты движутся по орбитам с определенными скоростями и ускорениями. Еще одним примером криволинейного движения является движение автомобиля по дуге или окружности. При повороте автомобиля на дороге, его траектория становится криволинейной. В этом случае, скорость и ускорение автомобиля направлены по касательной к траектории в каждой точке.

Криволинейное движение имеет широкое применение в различных областях техники и науки. В механике и инженерии криволинейное движение играет важную роль при проектировании и расчете различных механизмов и конструкций. Например, при разработке систем подвески автомобилей необходимо учитывать криволинейное движение колес и их взаимодействие с дорогой. Также, при проектировании роботов и манипуляторов, криволинейное движение учитывается для оптимизации их работы. В аэродинамике криволинейное движение используется для анализа и оптимизации движения объектов в воздухе. Например, при проектировании самолетов и крыльев, необходимо учитывать криволинейное движение воздушных потоков и его влияние на аэродинамические характеристики. В робототехнике криволинейное движение применяется для разработки алгоритмов и программирования движения роботов. Роботы могут двигаться по сложным траекториям, выполнять криволинейные маневры и обходить препятствия. Использование криволинейного движения позволяет роботам эффективно выполнять задачи в различных средах и условиях.

РЕКОМЕНДАЦИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «КИНЕМАТИКА»

Все задачи раздела «Кинематика» можно разделить на прямые и обратные.

В прямых задачах, известным является перемещение $\vec{r}(t)$ или пройденный путь $S(t)$ (закон движения) и необходимо найти скорость, ускорение, уравнение траектории движения. Эти задачи кинематики приводят к дифференцированию закона движения.

В обратных задачах известными могут быть скорость $\vec{v}(t)$ или ускорение $\vec{a}(t)$ и заданы начальные условия (скорость или ускорение тела в начальный момент времени), необходимо найти перемещение $\vec{r}(t)$ или пройденный путь $S(t)$. Эти задачи приводят к интегрированию зависимостей $\vec{a}(t)$ или $\vec{v}(t)$.

Решение задач по кинематике, как правило, осуществляется координатно-векторным способом. Этот способ предполагает запись кинематических величин в векторной форме. Переход к скалярной форме записи осуществляется через нахождение проекций этих величин на соответствующие координатные оси, решение системы скалярных уравнений в общем виде и числовые вычисления.

Задачи по кинематике можно разделить на 3 группы:

1. К первой группе относятся задачи, в которых рассматривается произвольное движение материальной точки и задается уравнение этого движения как функциональная зависимость радиус-вектора материальной точки от времени: $\vec{r} = \vec{r}(t)$. Для прямолинейного движения часто задают зависимость координаты или пути от времени: $\varphi = \varphi(t)$; $S = S(t)$. В этих задачах необходимо определить такие кинематические характеристики как перемещение, путь, скорость или ускорение, их зависимость от времени, мгновенные или средние значения. Такого типа задачи встречаются при изучении движения материальной точки по окружности: зная зависимость угла поворота радиус-вектора от времени $\varphi = \varphi(t)$, необходимо определить угловые характеристики материальной точки – угловые скорость и ускорение, их мгновенные и средние значения.

2. Ко второй группе можно отнести задачи, в которых рассматривается переменное движение по любой произвольной криволинейной траектории (окружности, параболе, дуге) и необходимо определить величину и направление мгновенных значений таких кинематических величин как скорость \vec{v} , нормальное \vec{a}_n , тангенциальное \vec{a}_τ и полное \vec{a} ускорения, радиус кривизны траектории.

3. К третьей группе относятся задачи на относительность движения с возможным использованием классического закона сложения скоростей. В соответствии с этим законом скорость материальной точки относительно неподвижной системы отсчета (абсолютная скорость) \vec{v} равна векторной сумме ее скоростей относительно подвижной системы (относительная скорость) \vec{v}' и скорости самой системы отсчета \vec{v}_0 , то есть $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$.

В соответствии с основными этапами решения задач при решении задач кинематики важно использовать такие рекомендации:

1. Сделайте краткую запись условия задачи, включающую в себя заданные величины и неизвестные. Все величины запишите в одной системе единиц.
2. Переведите единицы измерения величин в систему СИ.
3. Запишите значения необходимых величин, найденных из таблиц.
4. Выберите систему отсчёта с удобным направлением координатных осей.
5. Если необходимо, сделайте схематический рисунок и укажите на нем все кинематические характеристики движения.
6. Запишите уравнения движения в векторной форме.
7. Запишите уравнения движения в проекциях на выбранные координатные оси, объединив их в систему, и необходимые дополнительные формулы.
8. Решите систему уравнений относительно неизвестного.
9. Проверьте правильность решения через операции с единицами измерения.
10. Оцените достоверность полученного решения.

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НА ЗАНЯТИЯХ

1. Равномерно двигаясь, тело переместилось из точки с координатами $(2, 3)$ в точку $(3, 10)$. Выполните рисунок, найдите перемещение, его проекции на координатные оси и пройденный телом путь.

(Ответ: $7,1 \text{ м}$; 1 м ; $7,1 \text{ м}$).

2. Катер движется по озеру по траектории: в течение 1 ч со скоростью 5 км/ч точно на восток, 20 мин со скоростью 3 км/ч на юг и 40 мин со скоростью 2 км/ч на запад. Найдите путь и перемещение катера.

(Ответ: $7,2 \text{ км}$; $3,8 \text{ км}$).

3. Скорость велосипедиста 30 км/ч , а скорость ветра 5 м/с . Какую скорость имеет ветер в системе отсчета, связанной с велосипедистом, если ветер: а) попутный; б) встречный.

(Ответ: $13,3 \text{ м/с}$; $3,3 \text{ м/с}$).

4. Движение двух автомобилей задано уравнениями: $x_1 = 5 + 4t$; $x_2 = 30 - t$. Постройте графики зависимости $x = f(t)$, найдите время и координаты их встречи.

(Ответ: 5 с ; 35 м).

5. Движение первого велосипедиста задано уравнением $x_1 = 25 + 2t$. Запишите уравнение движения второго велосипедиста, если начальное расстояние между ними было 10 м , а встретились они через 20 с .

(Ответ: $x_2 = 15 + 1,5t$ или $x_2 = 35 + 0,5t$).

6. Два автомобиля стартуют с разницей во времени в 10 с . Первый движется со средней скоростью 80 км/ч , второй – 90 км/ч . Через какое время и на каком расстоянии от места старта второй автомобиль догонит первый?

(Ответ: 80 с ; $1,8 \text{ км}$).

7. Прямолинейным отрезком шоссе в одном направлении стартовали два велосипедиста с интервалом во времени 30 с . На каком расстоянии от места старта второй велосипедист догонит первого, если скорость 1-го 36 км/ч , а 2-го -12 м/с

(Ответ: $1,8\text{ км}$).

8. Расстояние между городами в 30 км автобус проходит за $1,5\text{ ч}$, тратя на остановки 20 мин . Какая средняя скорость автобуса на всем пути и какая его средняя скорость движения между остановками?

(Ответ: 40 км/ч ; $51,3\text{ км/ч}$).

9. Первую половину пути тело двигалось со скоростью 35 м/с , вторую 108 км/ч . Определите среднюю скорость движения.

(Ответ: $32,3\text{ м/с}$).

10. Тело прошло первую часть своего пути за 6 с , а вторую за 8 с . Определите среднюю скорость движения, если весь путь составляет 60 м .

(Ответ: $4,3\text{ м/с}$).

11. Движение материальной точки задается уравнением $x = 3t - 0,25t^2$. Определите момент времени, когда скорость точки будет равна нулю. Найдите координату и ускорение в этот момент. Постройте графики зависимости координаты, скорости и пути от времени.

(Ответ: 6 с).

12. Материальная точка движется прямолинейно. Ее уравнение движения $S = 2 + 3t + 0,01t^3$. Чему равны скорости и ускорения точки в моменты времени 0 с и 10 с .

(Ответ: 6 м/с ; $0,6\text{ м/с}^2$).

13. Движение материальной точки задано уравнениями: $x = 8t^2 + 4$; $y = 6t^2 - 3$; $z = 0$. Определите модули скорости и ускорения точки при 10 с .

(Ответ: 200 м/с ; 20 м/с^2).

14. Движение двух материальных точек выражается уравнениями: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$, $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, где $A_1 = 2 \text{ м}$, $A_2 = 2 \text{ м}$; $B_1 = -3 \text{ м/с}$; $B_2 = -30 \text{ м/с}$; $C_1 = -4 \text{ м/с}^2$; $C_2 = 0,5 \text{ м/с}^2$. В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковые? Определите ускорение в этот момент времени.

(Ответ: 3 с ; -8 м/с^2 ; $0,5 \text{ м/с}^2$).

15. Автомобиль двигаясь со скоростью 100 км/ч за 10 с уменьшил свою скорость до 60 км/ч . С каким ускорением автомобиль прошел этот участок пути?

(Ответ: $1,1 \text{ м/с}^2$; 223 м).

16. Тело, двигаясь равноускорено из состояния покоя, за 6 с прошло путь 360 м . На каком расстоянии от начального положения тело находилось через 4 с после начала движения?

(Ответ: 160 м).

17. Тело, имея начальную скорость 2 м/с , двигаясь равноускорено, за пятую секунду движения прошло путь 6 м . Найдите ускорение тела.

(Ответ: $0,4 \text{ м/с}^2$).

18. Двигаясь из состояния покоя прямолинейно с постоянным ускорением 1 м/с^2 , автомобиль достиг скорости 10 м/с . Определите его местонахождение за секунду до указанного момента.

(Ответ: $40,5 \text{ м}$ от линии старта).

19. Тело, двигаясь равноускорено, за 10 с прошло путь 100 м , причем его скорость увеличилась втрое. Найдите начальную скорость и ускорение тела.

(Ответ: 5 м/с ; 1 м/с^2).

20. Пассажир первого вагона поезда длиной 300 м прогуливался по перрону. Когда он был рядом с последним вагоном, поезд начал двигаться с ускорением $0,1 \text{ м/с}^2$. Пассажир сразу же побежал со скоростью 8 м/с . Через какое время он догонит свой вагон?

(Ответ: 1 мин).

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Расстояние между местами A и B автобус проехал со скоростью 60 км/ч , а назад вернулся со скоростью 20 км/ч . Какая средняя скорость движения автомобиля?

(Ответ: 30 км/ч).

2. Два поезда движутся навстречу друг другу со скоростями 50 км/ч и 60 км/ч . Пассажир второго поезда замечает, что первый проходит вдоль него за 16 с . Какая длина первого поезда?

(Ответ: 489 м).

3. Два велосипедиста движутся равномерно навстречу друг другу, а расстояние между ними уменьшается на 100 м каждые 10 с . Если эти же велосипедисты с такими же по величине скоростями начнут двигаться в одном направлении, то расстояние между ними будет увеличиваться на 10 м каждые 3 с . Какие собственные скорости велосипедистов?

(Ответ: $6,6 \text{ м/с}$; $3,3 \text{ м/с}$).

4. Эскалатор метрополитена поднимает пассажира, стоящего на нем неподвижно за 40 с . Неподвижным эскалатором пассажир, двигаясь равномерно, поднимается за 3 мин . За какое время пассажир поднимется движущимся эскалатором?

(Ответ: 33 с).

5. Рыбак, плывя в лодке, выпустил удочку. Через 10 мин он заметил утрату, повернул назад и догнал удочку на 500 м ниже от места потери. Какая скорость течения реки, если скорость лодки относительно воды постоянная.

(Ответ: $0,8 \text{ м/с}$).

6. Человек находится на расстоянии 50 м от прямого участка дороги, которой движется автобус со скоростью 10 км/ч . В каком направлении должен

бежать человек со скоростью 3 км/ч , чтобы встретится с автобусом, который находится на расстоянии 200 м от человека?

(Ответ: $56,3^\circ \leq \alpha \leq 123,4^\circ$).

7. Паром пересекает речку шириной 1 км со скоростью 5 км/ч . Каким должно быть направление движение парома, чтобы он двигался самым коротким расстоянием между берегами, если скорость течения речки в среднем 1 м/с ? Какая собственная скорость парома? На какое расстояние будет отнесен паромом, если вектор его собственной скорости будет перпендикулярным относительно вектора скорости речки?

(Ответ: под углом 54° относительно берега; $1,7 \text{ м/с}$; 588 м).

8. Скорость движения лодки относительно воды в 3 раза больше скорости течения речки относительно берега. Сравните время движения лодки по течению и против течения речки.

(Ответ: $0,5$).

9. Моторная лодка двигается перпендикулярно к берегу речки шириной 1 км со скоростью 20 км/ч , а течение сносит его на 200 м вдоль берега. Найдите скорость течения речки. За какое время лодка достигнет берега?

(Ответ: $0,7 \text{ м/с}$; $4,5 \text{ мин}$).

10. При скорости ветра 10 м/с капля дождя падает под углом 30° к вертикали. При какой скорости ветра капля будет падать под углом 45° ?

(Ответ: $14,2 \text{ м/с}$).

11. Из одного и того же места одновременно начали двигаться в одном направлении пешеход со скоростью $1,5 \text{ м/с}$ и велосипедист с ускорением $0,1 \text{ м/с}^2$. Через какое время велосипедист догонит пешехода и какую скорость при этом он будет иметь?

(Ответ: 30 с ; 3 м/с).

12. Два велосипедиста начали движение с разницей во времени в 1 ч и двигаются оба с ускорением $0,3\text{ м/с}^2$. Через какое время после начала движения расстояние между ними будет равно 600 м ? Какие скорости будут иметь велосипедисты в этот момент времени?

(Ответ: 117 с ; 35 м/с ; 17 м/с).

13. Из одного и того же места в одном направлении начали равноускорено двигаться две материальные точки, однако вторая начала движение через 4 с после первой. Первая начала двигаться с начальной скоростью 1 м/с и ускорением 2 м/с^2 , вторая – с начальной скоростью 2 м/с и ускорением 3 м/с^2 . Через какое время и на каком расстоянии от линии старта второй велосипедист догонит первого?

(Ответ: $16,4\text{ с}$; 436 м).

14. Два велосипедиста одновременно начали движение навстречу друг другу бугристой местностью: первый, имея начальную скорость 4 м/с , двигался под горку равноускорено с ускорением, модуль которого равен $0,1\text{ м/с}^2$; второй, имея начальную скорость 1 м/с^2 , двигался с горки равноускорено, модуль ускорения равен $0,4\text{ м/с}^2$. Через какое время они встретятся и какой путь пройдут до встречи, если начальное расстояние между ними равно 150 м ?

(Ответ: 19 с ; 58 м ; 92 м).

15. Месяц вращается вокруг Земли по орбите, близкой к круговой, радиусом 385000 км , период вращения составляет $37,3\text{ сут}$. Найдите величину ускорения Месяца при движении вокруг Земли.

(Ответ: $35,4\text{ км/с}^2$).

16. Определите среднюю линейную и угловую скорости искусственного спутника Земли, если период его вращения составляет 106 мин , средняя высота полета – 1200 км .

(Ответ: $35,4\text{ км/с}^2$).

17. Во сколько раз угловая скорость минутной стрелки будильника больше суточного вращения Земли?

(Ответ: в 24 раза).

18. Автомобиль выезжает на участок дороги с закруглением радиусов 1 км с начальной скоростью 15 м/с и проезжает путь 600 м за 30 с . Найдите скорость и ускорение в конце этого пути.

(Ответ: 25 м/с ; $0,7\text{ м/с}^2$).

19. Скорость точек рабочей поверхности шлифовального диска не должна превышать 100 м/с . Найдите предельную частоту вращения диска диаметром 40 см и определите нормальное ускорение точек круга, наиболее удаленных от осей вращения.

(Ответ: 80 с^{-1} ; $5 \cdot 10^4\text{ м/с}$).

20. Шкив радиусом 50 см приводят во вращательное движение с помощью шнура, намотанного на шкив. Конец шнура тянут с ускорением $0,1\text{ м/с}^2$. Найдите ускорение нижней точки шкива через 2 с после начала вращения.

(Ответ: $0,13\text{ м/с}^2$).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1.1.

Первую половину своего пути автомобиль двигался со скоростью 80 км/ч , а вторую половину пути – со скоростью 40 км/ч . Какая средняя скорость движения автомобиля?

Дано:

$$S_1 = S_2 = S$$

$$v_1 = 80 \text{ км/ч}$$

$$v_2 = 40 \text{ км/ч}$$

$$v_{cp} - ?$$

Решение:

На каждом отрезке пути тело движется равномерно:

$$v_{cp} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2},$$

т.к. $S_1 = S_2 = S$, то $S_1 + S_2 = 2S$.

Время движения тела находим по закону равномерного движения:

$$t_1 = \frac{S}{v_1}; \quad t_2 = \frac{S}{v_2}.$$

Тогда:

$$v_{cp} = \frac{2S}{\frac{S}{v_1} + \frac{S}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[v_{cp}] = \frac{\text{км/ч} \cdot \text{км/ч}}{\text{км/ч} + \text{км/ч}} = \text{км/ч}.$$

Подставим числовые данные:

$$v_{cp} = \frac{2 \cdot 80 \cdot 40}{80 + 40} = 53,3 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ: $53,3 \text{ км/ч}$.

Задача 1.2.

Два велосипедиста движутся навстречу друг другу. Первый со скоростью 18 км/ч и движется равноускоренно с ускорением 20 м/с^2 . Второй – со скоростью $5,4 \text{ м/с}$ и ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$. Через какое время они встретятся? Какое перемещение пройдет каждый из них, если на начала движения расстояние между ними 130 м .

<i>Дано:</i>	<i>СИ:</i>	<i>Решение:</i>
$v_{01} = 18 \text{ км/ч}$	5 м/с	<p>Ось x совпадает с направлением движения первого тела, а начало координат – с точкой начала отсчета, где находилось тело в начале своего движения:</p> $(t=0, x=0).$ <p>Тогда другое тело находилось в точке B и его начальная координата равна 130 м.</p> <p>Запишем уравнения движения этих тел:</p> $x_1 = v_{01}t - 0,5a_1t^2$ $x_2 = v_{02}t - 0,5a_2t^2$ $S_1 = x_1, S_2 = x_{02} - x_1, t_1 = t_2 = t.$ <p>В момент встречи в точке A тела имеют одинаковую координату: $x_2 = x_1$.</p> $v_{01}t - 0,5a_1t^2 = x_{02} - v_{02}t - 0,5a_2t^2, v_{01}t = x_{02} - v_{02}t,$ $t = \frac{x_{02}}{v_{01} + v_{02}};$ <p>Проверим размерность единиц измерения:</p> $[t] = \frac{\text{м}}{\text{м/с} + \text{м/с}} = \text{с}.$ <p>Подставим числовые данные:</p>
$v_2 = 5,4 \text{ км/ч}$	$1,5 \text{ м/с}$	
$a_1 = 20 \text{ см/с}^2$	$0,2 \text{ м/с}^2$	
$a_2 = 0,2 \text{ м/с}^2$		
$S_1 - ?$		
$S_2 - ?$		
$t - ?$		

$$t = \frac{130}{5 + 1,5} = 20 \text{ (с)}.$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[x] = (м/с) \cdot с + (м/с^2) \cdot с^2 = м.$$

Подставим числовые данные:

$$x_1 = 5 \cdot 20 + 0,5 \cdot 0,2 \cdot 400 = 60 \text{ (м)},$$

$$x_2 = 130 - 60 = 70 \text{ (м)}.$$

Ответ: 70 м и 60 м.

Задача 1.3.

Тормозной путь поезда перед остановкой на станцию равен 1000 м. Определите тормозное ускорение и время торможения, если на начало торможения скорость поезда была 72 км/ч. Какая скорость была на середине тормозного пути?

Дано:

$$l = 1000 \text{ м}$$

$$v_0 = 72 \text{ км/ч}$$

$$v = 0$$

$$a - ?$$

$$t - ?$$

$$v' - ?$$

СИ:

$$20 \text{ м/с}$$

Решение:

Перемещение тела при изменении скорости имеет вид:

$$l = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

Учитывая, что конечная скорость $v = 0$, имеем:

$$l = -\frac{v_0^2}{2a}, \text{ откуда } a = -\frac{v_0^2}{2l}.$$

Проверим единицы измерения:

$$[a] = \frac{м^2/с^2}{м} = \frac{м}{с^2},$$

Подставим числовые данные:

$$a = -\frac{400}{2 \cdot 1000} = -0,2 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

По определению ускорения $a = \frac{v - v_0}{t}$, определим

время движения до остановки:

$$t = -\frac{v_0}{a}.$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[t] = -\frac{m/c}{m/c^2} = c,$$

Подставим числовые данные:

$$t = -\frac{20}{0,2} = 100 (c).$$

Скорость поезда на середине тормозного пути
вычислим из соотношения:

$$\frac{1}{2}l = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

Поскольку, $v = \sqrt{al + v_0^2} \approx 14 (m/c)$.

Ответ: $-0,2 m/c^2$; $100 c$; $\approx 14 m/c$.

Задача 1.4.

Поезд начинает двигаться из состояния покоя, равномерно увеличивая свою скорость. На первом километре она увеличилась на $10 m/c$. На сколько увеличится эта скорость на втором километре?

Дано:

$$S_1 = 10^3 \text{ м}$$

$$v_0 = 0$$

$$(\Delta v_1) = 10 \text{ м/с}$$

$$S_2 = 10^3 \text{ м}$$

$$(\Delta v_2) = ?$$

Решение:

$$(\Delta v_1) = v_1 - v_0 = v_1, \quad v_1^2 - v_0^2 = 2aS_1$$

$$a = \frac{(\Delta v_1)^2}{2S_1},$$

$$(\Delta v_2) = v_2 - v_0 = (v_1 + at_2) - v_1 = at_2$$

$$S_2 = v_1 t_2 + \frac{at_2^2}{2}.$$

Решим квадратное уравнение относительно времени:

$$t_2^2 + 400t_2 - 40000 = 0, \quad t_2 = 82 (c), \quad (\Delta v_2) = 4,1 (m/c).$$

Ответ: $4,1 \text{ м/с}$.

Задача 1.5.

Колесо диаметром $0,2 \text{ м}$ делает 300 оборотов за 180 с . Определите период вращения, угловую и линейную скорость точек на ободе колеса.

Дано:
 $D = 0,2 \text{ м}$
 $N = 300$
 $t = 180 \text{ с}$
 $t = 180 \text{ с}$
 $T - ?$
 $\omega - ?$
 $v - ?$

Решение:

$$T = \frac{t}{N}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \frac{N}{t}, \quad v = \omega R = 2\pi \frac{N}{t} \cdot \frac{D}{2}.$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[T] = \text{с}, \quad [\omega] = \text{с}^{-1}, \quad [v] = \text{м/с}.$$

Подставим числовые данные:

$$v = 2 \cdot 3,14 \cdot \frac{300}{180} \cdot \frac{0,2}{2} = 1,05 \text{ (м/с)}.$$

$$T = \frac{180}{300} = 0,6 \text{ (с)}, \quad \omega = 2 \cdot 3,14 \cdot \frac{300}{180} = 10,47 \text{ (с}^{-1}\text{)}.$$

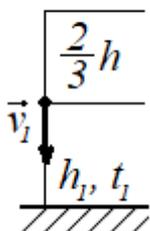
Ответ: $0,6 \text{ с}$; $10,47 \text{ с}^{-1}$; $1,05 \text{ м/с}$.

Задача 1.6.

Свободно падающее тело за последнюю секунду прошло $1/3$ своего пути. Определите время падения и высоту, с которой падало тело.

Дано:
 $h_1 = \frac{h}{3}$
 $t_1 = 1 \text{ с}$
 $t - ?$
 $h - ?$

Решение:



$$h_1 = v_1 t_1 + \frac{g t_1^2}{2},$$

где v_1 – начальная скорость, с которой тело проходит последнюю треть пути и какую оно приобретает, пройдя путь:

$$v_1 = \sqrt{2g \left(\frac{2}{3} h \right)}.$$

Подставим числовые данные и решая квадратное уравнение, получим:

$$h = 145,8 \text{ (м)}; t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 5,45 \text{ (с)}.$$

Ответ: 145,8 м; 5,45 с.

Задача 1.7.

Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью 30 м/с. На какой высоте и через сколько времени скорость тела (по модулю) будет в 3 раза меньше, чем начальная скорость при бросании?

Дано:

$$v_0 = 30 \text{ м/с}$$

$$v_1 = 10 \text{ м/с}$$

$$t_1 = ?$$

$$h_1 = ?$$

Решение:

При движении вверх $v_1^2 - v_0^2 = -2gh$, откуда:

$$h = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g}.$$

Подставим числовые данные:

$$h = \frac{30^2 - 10^2}{2 \cdot 9,8} = 40 \text{ (м)}.$$

Из формулы скорости $v_1 = v_0 - gt_1$, найдем время движения от земли до точки, в которой скорость уменьшилась втрое:

$$t_1 = \frac{v_0 - v_1}{g},$$

Подставив данные получим:

$$t = \frac{30 - 10}{9,8} = 2 \text{ (с)}.$$

Общее время подъема 3 с. То есть, из точки, в которой скорость была v_1 до верхней точки тело двигалось еще 1 с.

Во время движения с верхней точки вниз скорость изменяется по закону $v = gt$. Свободно падая, тело приобретает

скорость v_1 за время t' : $v_1 = gt'$. Откуда $t = 1(c)$.

Таким образом, во второй раз тело приобретает скорость v_1 через время $t_2 = 4(c)$.

Ответ: 40 м; 2 с; 4 с.

Задача 1.8.

Маленький шарик падает с высоты $h = 0,5$ м на наклонную плоскость, образуя угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтом. Определите расстояние между точками первого и второго ударов шарика об плоскость. Соударение считайте абсолютно упругим.

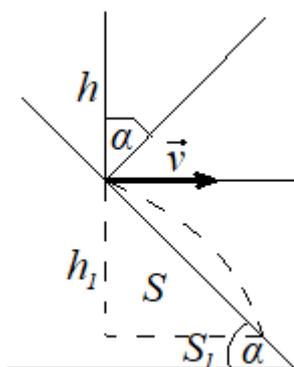
Дано:

$$h = 0,5 \text{ м}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$S - ?$$

$$h_1 - ?$$



Решение:

Из рисунка следует, что после удара о наклонную плоскость скорость шарика будет направлена горизонтально, а по модулю такая же, как непосредственно перед ударом о плоскость – при условии, что удар упругий, то есть модуль

скорости не изменяется, $v = \sqrt{2gh}$

Таким образом, имеем задачу о движении шарика, брошенного горизонтально со скоростью v .

Обозначим время падения шарика с высоты h_1 и одинаковое с ним время равномерного горизонтального движения на расстоянии S_1 через t_1 .

$$h_1 = \frac{gt_1^2}{2}, \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}, \quad S_1 = vt_1.$$

Из рисунка видно, что $\frac{h_1}{S_1} = tg\alpha$.

Подставляя h_1 и S_1 , получим $t_1 = \frac{2vtg\alpha}{g}$.

С другой стороны, из прямоугольного треугольника $S = \frac{h_1}{\sin \alpha}$.

После преобразования получим:

$$S = \frac{4htg^2\alpha}{\sin \alpha}$$

Подставим числовые данные, получим:

$$S = \frac{4 \cdot 0,5 \cdot tg^2 45}{\sin 45} = 2,84 \text{ (м)}.$$

Ответ: 2,84 м.

Задача 1.9.

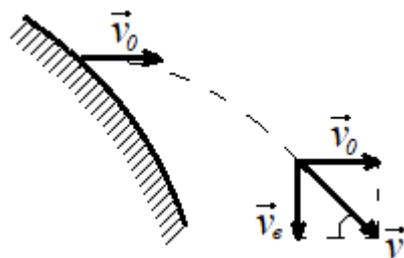
Камень, брошенный горизонтально с горы со скоростью $v_0 = 15 \text{ м/с}$. Через какое время его скорость будет направлена под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту?

Дано:

$$v_0 = 15 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$t - ?$$



Решение:

В случае отсутствия сопротивления воздуха брошенное тело падает по параболе. Тело одновременно берет участие в двух видах движения: равномерном по горизонтали и равноускоренном по вертикали. Скорость тела в любой-точке находится по правилу сложения двух взаимно-перпендикулярных векторов:

$$\vec{v} = \vec{v}_g + \vec{v}_0.$$

Из рисунка видно, что $tg\alpha = \frac{v_g}{v_0}$, $v_g = gt$.

Откуда, $t = \frac{v_0 tg\alpha}{g}$.

Проверим размерность: $[t] = \frac{m/c}{m/c^2} = c$.

Подставим числовые данные:

$$t = \frac{15 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ}{9,8} = 1,53 (c).$$

Ответ: 1,53 с.

Задача 1.10.

Шар бросили под углом к горизонту. Определить этот угол, если дальность полета равна максимальной высоте подъема. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:

$$S = h_{\max}$$

$t - ?$

Решение:

По условию задачи $S = h_{\max}$, тогда получим:

$$\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Тогда, $\sin^2 \alpha = 2 \sin 2\alpha$.

Или, $\sin \alpha (\sin \alpha - 4 \cos \alpha) = 0$.

Это уравнение при $0 < \alpha < 90^\circ$ имеет один корень: $\alpha \approx 76^\circ$.

Ответ: 76° .

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Перечислите разделы механики.
2. Назовите основные задачи механики.
3. Что такое материальная точка?
4. Назовите основные кинематические характеристики равномерного движения.
5. Что такое абсолютно упругое тело.
6. Назовите основные кинематические характеристики равноускоренного движения.
7. Охарактеризуйте равномерное движение по окружности.
8. Приведите графики скорости равноускоренного равномерного движения.
9. Дайте определение скорости и ускорения.
10. Сформулируйте геометрический смысл перемещения.
11. Назовите и поясните основные операции с векторными величинами.
12. Приведите примеры физических моделей.
13. Назовите способы задания положения тела в пространстве.
14. Дайте определения средней путевой скорости.
15. Сформулируйте определение мгновенной скорости.
16. Что называют свободным падением.
17. Приведите кинематические характеристики свободного падения.
18. Назовите связь между линейной и угловой скоростями.
19. Сформулируйте определения периода и частоты.
20. Какой угол называют полным, центральным.

Глава 2. ОСНОВЫ ДИНАМИКИ



2.1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ. СИЛА. РАВНОДЕЙСТВУЮЩАЯ СИЛА

Динамика – это раздел механики, изучающий причины изменения скорости движения тел под влиянием других тел.

Сила (в физике) является мерой взаимодействия тел, частиц или частиц и поля.

Сила (в механике) является причиной ускорения тел или частиц тела.

Сила \vec{F} – векторная величина.

Если к материальной точке приложено несколько сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, то их действие можно заменить действием одной силы, называемой равнодействующей силой (\vec{F}_p):

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{F}_p \quad . \quad (2.1)$$

2.1.1. ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА. ЗАКОН ИНЕРЦИИ

Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость постоянной, если на него не действуют другие тела (или действие других тел компенсируется).

Такие системы отсчета называются *инерциальными*.

Инерциальная система отсчета связана с далекими звездами. Любая система, движущаяся относительно звезд равномерно и прямолинейно, также

считается инерциальной. В связи с тем, что Земля, двигаясь относительно звезд (Солнца), мало изменяет скорость, система «Земля» практически инерциальная. То есть, инерциальной будет также система отсчета, которая относительно Земли движется равномерно и прямолинейно.

Явление сохранения постоянной скорости (кроме скорости, равной нулю) называют *инерцией*.

Системы отсчета, относительно которых тела двигаются с постоянной скоростью при условии компенсации внешнего влияния, называют *инерциальными*, а *первый закон Ньютона называют законом инерции*.

2.1.2 ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ В КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ (ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ГАЛИЛЕЯ)

Принцип относительности в классической механике: для любых механических явлений все инерциальные системы отсчета являются равноправными.

2.1.3. МЕЖДУНАРОДНАЯ СИСТЕМА ЕДИНИЦ В МЕХАНИКЕ

Таблица 2.1

Основные единицы в механике

кг – килограмм	м – метр	с – секунда
----------------	----------	-------------

Все другие единицы физических величин являются производными на основе физических закономерностей.

Единицы физических величин в СИ

<i>Величина</i>		<i>Единица</i>	
<i>Наименование</i>	<i>Обозначение</i>	<i>Наименование</i>	<i>Обозначение</i>
Длина	l	метр	m
Масса	m	килограмм	$кг$
Время	t	секунда	s
Температура	T	кельвин	K
Сила тока	I	ампер	A
Сила света	J	кандела	$кд$
Количество вещества	μ	моль	$моль$
<i>дополнительные</i>			
Плоский угол	φ	радиан	$рад$
Телесный угол	Ω	стерадиан	$ср$

2.1.4. МАССА. ЦЕНТР МАСС

Масса – физическая величина, количественно характеризующая инертные свойства тела.

Инертность состоит в том, что для изменения скорости движения тела под действием данной силы необходимо некоторое время. Чем больше это время, тем инертнее тело.

Эталон массы, изготовленной из сплава иридия и платины, сохраняется в г. Севре вблизи Парижа.

Массу можно определить следующим способом.

1. В результате взаимодействия тела массой m_1 с эталоном (тело известной массы):

$$\frac{m_{\tau}}{m_{эм}} = \frac{a_{эм}}{a_{\tau}}$$

Массу как меру инертности тела определяют отношением модуля ускорения эталона к модулю ускорения тела при его взаимодействии с эталоном:

$$m_{\tau} = \frac{a_{эм}}{a_{\tau}} m_{эм}.$$

2. Взвешиванием на рычажных весах, где сравниваем взаимодействие тела и грузиков с Землею.
3. Рассчитываем ее по известной плотности вещества и объему тела:

$$m = \rho \cdot V.$$

4. Выражаем ее через массу одной молекулы m_0 и количество молекул N :

$$m = m_0 \cdot N.$$

В механике Ньютона считается, что масса тела не зависит от скорости его движения и для тела выполняется закон сохранения массы.

Центр массы – точка, через которую должна проходить линия действия силы, для того, чтобы тело двигалось поступательно.

На рис. 2.1 точка C – центр массы тела.

Центр массы системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внутренних сил, действующих на тело.

2.1.5. ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА В КЛАССИЧЕСКОЙ И РЕЛЯТИВИСТКОЙ МЕХАНИКЕ

Второй закон Ньютона: сила, действующая на тело, равна произведению массы тела на ускорение, сообщаемое данной силой:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (2.2)$$

Эта сила только дает телу ускорение и не зависит от действия других сил на это тело.

Основное уравнение динамики.

Если на тело действует несколько сил, то геометрическая сумма всех внешних сил равна произведению массы тела на ускорение, с которым тело движется под действием всех сил:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = m\vec{a}. \quad (2.3)$$

Единицей силы есть 1Н (ньютон).

1Н – это постоянная сила, которая дает телу массой 1кг ускорение $1\text{м}/\text{с}^2$:

$$1\text{Н} = 1\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Границы применимости второго закона Ньютона:

Этот закон используется:

- 1) Во время рассмотрения движения тел со скоростями, намного меньшими скорости света;
- 2) В инерциальной системе отсчета.

Второй закон Ньютона в импульсной форме используется как в классической механике (механике Ньютона), так и в релятивистской (механике Эйнштейна).

Второй закон Ньютона в импульсном виде:

Импульс силы, действующей на тело, равен изменению импульса тела:

$$\vec{F} \Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0 \quad \text{или} \quad \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}. \quad (2.4)$$

Импульс тела – это векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость:

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (2.5)$$

Единицей импульса есть 1 кг м/с^2 .

2.1.6. ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Третий закон Ньютона: тела действуют друг на друга с силами, направленными вдоль одной прямой, равными по модулю и противоположными по направлению:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2, \quad F_1 = F_2. \quad (2.6)$$

Силы взаимодействия тел возникают парами и имеют одинаковую природу. Сила натяжения нити (пружины), соединяющей тела, действует концами нити на каждое тело с силой натяжения.

Сила трения – это сила, возникающая во время движения одного тела по поверхности другого и препятствующая движению.

Сила трения скольжения возникает при скольжении одного тела по поверхности другого. Ее направление противоположно скорости движения тела.

Модуль силы трения скольжения прямо пропорционален силе нормальной реакции опоры \vec{N} :

$$F_{тр.скольж} = \mu N. \quad (2.7)$$

где μ – безразмерная величина.

Коэффициент пропорциональности μ – коэффициент трения скольжения, зависящий от вещества тела, состояния их поверхностей и скорости скольжения одного тела относительно другого.

При решении многих задач пользуются некоторым средним значением коэффициента скольжения. При малых скоростях можно считать, что он равен коэффициенту трения покоя.

Модуль силы трения скольжения во время движения по горизонтальной поверхности имеет вид:

$$F_{тр.скольж} = \mu mg, \text{ поскольку } N = mg. \quad (2.8)$$

Модуль силы трения скольжения во время движения по поверхности, образующей с горизонтом угол α равен:

$$F_{тр.скольж} = \mu mg \cos \alpha, \text{ поскольку } N = mg \cos \alpha. \quad (2.9)$$

Сила трения покоя $\vec{F}_{тр.скольж}$ одинакова по модулю и направлена противоположно той внешней силе \vec{F} , которая способствует скольжению одного тела по другому.

Максимальное значение модуля силы трения покоя:

$$F_{тр.мах} = \mu N. \quad (2.10)$$

Трение качения возникает при качении одного тела по поверхности другого.

Модуль силы трения качения равен отношению произведения коэффициента трения качения k , модуля силы нормальной реакции опоры N к радиусу R катящегося тела:

$$F_{тр.к} = \frac{kN}{R}. \quad (2.11)$$

Для большинства поверхностей сила трения качения меньше силы трения скольжения. Поэтому широко практикуется замена трения скольжения трением качения (роликовые подшипники).

При очень высоких скоростях сухое трение переходит в вязкое, поскольку между поверхностями образуется слой воздуха.

Вязкое трение возникает при движении твердого тела в жидкости или газе. Сил вязкого трения направлена против скорости движения тела (рис. 2.1).

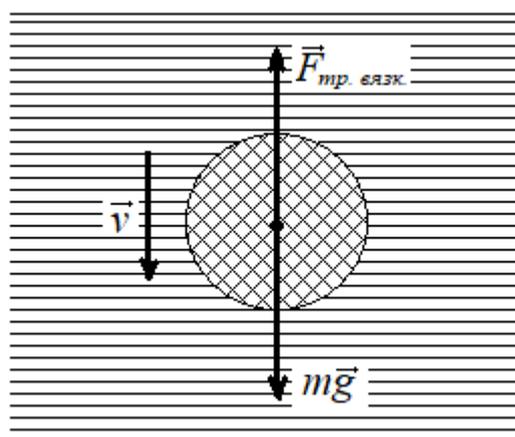


Рис. 2.1. Пример вязкого трения

Особенности вязкого трения:

1. Сила трения покоя отсутствует: $F_{тр.покоя} = 0$.
2. Модуль силы вязкого трения зависит от скорости движения тела:
 - при малых скоростях: $F_{тр.вяз} = \beta_1 v$;
 - при больших скоростях: $F_{тр.вяз} = \beta_2 v^2$.

где β_1, β_2 – коэффициенты пропорциональности между модулем силы вязкого трения и скоростью движения тела. Характеризует обтекание поверхности тела и вязкости среды.

2.2. СИЛЫ УПРУГОСТИ. ЗАКОН ГУКА. МЕХАНИЧЕСКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ

2.2.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Сила упругости – это сила, возникающая при деформации тела и препятствующая этой деформации.

Силы упругости направлены перпендикулярно к поверхности тела – например, нормальная реакция опоры (сила упругости подставки) (рис. 2.2а), или вдоль нити (рис. 2.2б).

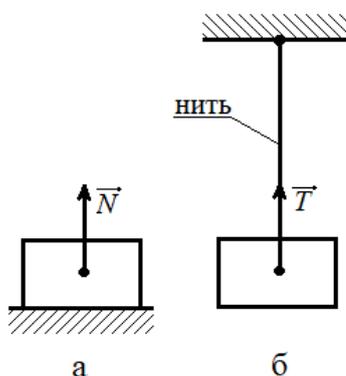


Рис. 2.2. Примеры силы упругости: а) нормальная реакция опоры, б) сила натяжения нити

Деформацией твердого тела называют изменение формы и объема тела под внешним влиянием.

Различают *упругую и пластическую деформации*.

Упругая деформация полностью проходит после прекращения действия внешних сил.

Пластическая деформация не исчезает после прекращения действия внешних сил.

В случае упругой деформации модуль силы упругости определяется по закону Гука: сила упругости при упругой деформации прямо пропорциональна абсолютному удлинению тела и противоположна к его направлению (рис. 2.3):

$$F_{\text{упр}} = -kx, \quad [x] = \text{м}, \quad [k] = \frac{\text{Н}}{\text{м}}. \quad (2.12)$$

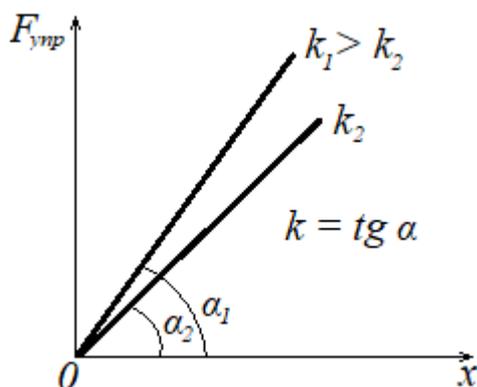


Рис. 2.3. График зависимости силы упругости от абсолютного удлинения тела

Абсолютное удлинение тела (x) определяется разностью конечной и начальной длины тела:

$$x = l - l_0 = \Delta l. \quad (2.13)$$

Здесь k – коэффициент упругости или жесткости, зависит от геометрических размеров тела и вида вещества:

$$k = \frac{SE}{l_0}. \quad (2.14)$$

где S – площадь поперечного сечения,

l_0 – начальная длина тела,

E – модуль упругости или модуль Юнга.

Единицы измерения: $[S] = \text{м}^2$, $[l_0] = \text{м}$, $[E] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$, $[k] = \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Модуль Юнга (модуль упругости) численно равен механической нагрузке, возникающей в теле при удлинении тела на величину начальной его длины.

Модуль Юнга характеризует сопротивляемость материала упругой деформации растяжения или сжатия.

Виды упругой деформации:

1. Деформация растяжение или сжатия.

Закон Гука в этом случае имеет вид: механическое напряжение (σ) при упругой деформации прямо пропорционально относительному удлинению тела (ε) (рис. 2.4):

$$\sigma = E \cdot |\varepsilon|. \quad (2.14)$$

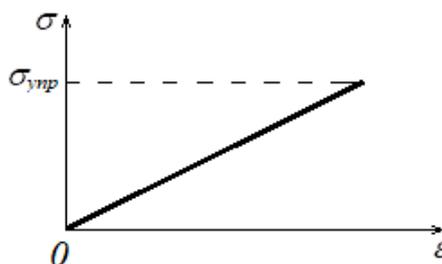


Рис. 2.4. График зависимости механического напряжения от относительного удлинения

Максимальное напряжение, для которого еще выполняется закон Гука, называется **пределом пропорциональности** (σ_n).

Относительное удлинение тела (ε) – это величина, равная отношению абсолютного удлинения (Δl) к его начальной длине (l_0):

$$\varepsilon = \frac{|\Delta l|}{l_0}. \quad (2.15)$$

Механическое напряжение (σ) – это отношение модуля силы упругости ($F_{\text{уп}}$) к площади поперечного сечения (S) тела (рис. 2.5):

$$\sigma = \frac{F_{\text{уп}}}{S}. \quad (2.16)$$

Единицы измерения: $[\sigma] = \frac{H}{m^2} = Pa$

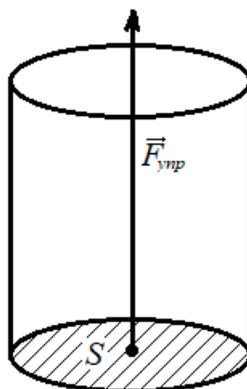


Рис. 2.5. Иллюстрация механического напряжения

2. Деформация изгиба и кручения (рис. 2.6а).

1. Деформация сдвига (рис. 2.6б).

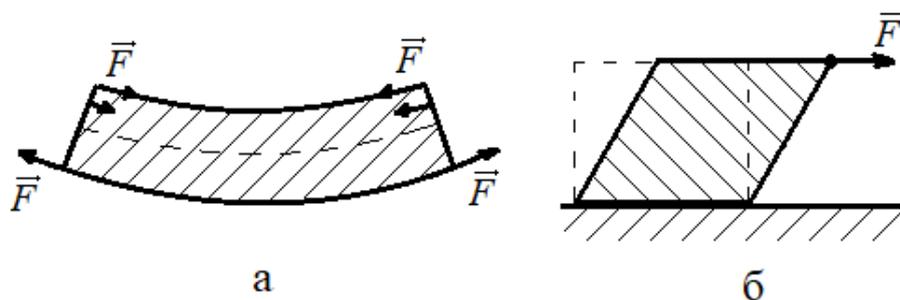


Рис. 2.6. Виды деформации: а) деформация изгиба и кручения; б) деформация сдвига

Сила упругости и трения является проявлением электромагнитных сил.

2.2.2. ГРАВИТАЦИОННЫЕ СИЛЫ

Силы притяжения и всемирного притяжения являются гравитационными силами. Они являются проявлением гравитационных полей.

Гравитационное поле характеризует изменение физических и геометрических свойств пространства вблизи массивов тел и может быть определено в результате силового влияния на другие физические тела.

Сила всемирного тяготения – сила, объясняющая притяжение всех тел во Вселенной. Она определяется по закону всемирного тяготения, если тело можно принять за материальную точку или шары с однородным или радиальным распределением частоты (рис. 2.7).

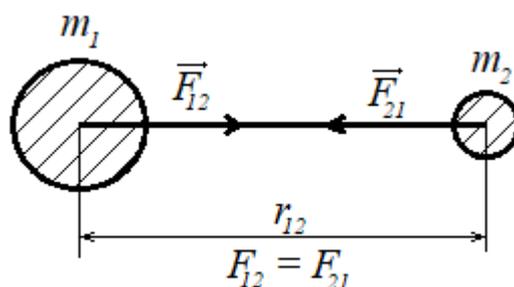


Рис. 2.7. Иллюстрация закона всемирного тяготения

Закон всемирного тяготения, открытый Ньютоном: две материальные точки притягиваются одна к другой с силами, модуль которых прямо пропорционален произведению их масс и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}. \quad (2.16)$$

Коэффициентом пропорциональности называют **гравитационную постоянную** и обозначают G .

Гравитационная постоянная численно равна силе притяжения между двумя материальными точками массой 1 кг , расположенными на расстоянии 1 м :

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

Одним из проявлений силы всемирного притяжения есть сила притяжения к Земле, которая называется **силой тяжести** и по второму закон Ньютона равна mg , $g = 9,81 \text{ кг} / \text{м}^2$ – ускорение свободного падения возле поверхности Земли.

$$F_m = mg. \quad (2.17)$$

Ускорение свободного падения возле поверхности Земли можно вычислить по формуле:

$$g = \frac{GM_3}{R_3^2}. \quad (2.18)$$

где $M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ – масса Земли; $R = 6400 \text{ км}$ – средний радиус Земли.

Ускорение свободного падения на высоте h над поверхностью Земли:

$$g = \frac{GM_3}{(R_3 + h)^2}. \quad (2.19)$$

2.2.3. ВЕС ТЕЛА. ВЕС ТЕЛА, ДВИГАЮЩЕГОСЯ С УСКОРЕНИЕМ. НЕВЕСОМОСТЬ

Вес тела – это сила, с которой тело действует на опору или подвес вследствие притяжения его к Земле.

Если опора находится в состоянии покоя или движется равномерно и прямолинейно, то все тела по величине и направлению совпадают с силой тяжести. Так как вес, приложенный к опоре или подвесу равен $P = -N$, а сила тяжести к центру массы тела $N = -mg$, то $P = mg$.

Если опора горизонтальная, то вес тела является силой упругости, с которой тело действует на опору (рис. 2.8).

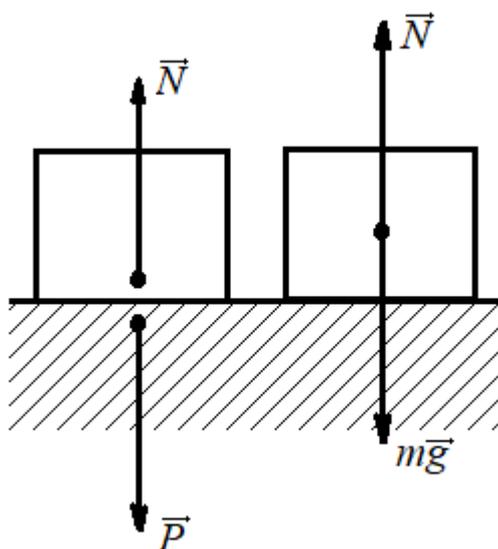


Рис. 2.8. Иллюстрация силы упругости при горизонтальной опоре

Если опора – наклонная плоскость, то вес тела – есть равнодействующая сил упругости и трения покоя, с которыми тело действует на опору (рис. 2.9).

$$\vec{P} = -\vec{Q} \text{ или } \vec{P} = -(\vec{N} + \vec{F}_{\text{тр.пок}})$$

где \vec{Q} – сила реакции опоры, \vec{N} – нормальная реакция опоры, $\vec{F}_{\text{н.д.}}$ – сила нормального давления.

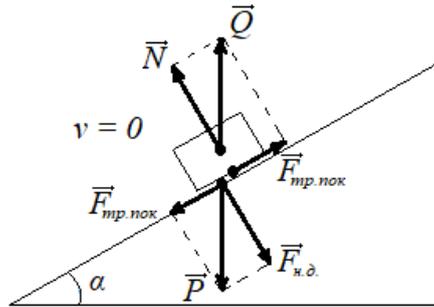


Рис. 2.9. Иллюстрация силы упругости при наклонной опоре

Вес тела, двигающегося с ускорением, изменяется.

Если ускорение тела направлено вертикально вверх, то его вес увеличивается:

$$P = m(g + a). \quad (2.20)$$

Если ng , то возникает перегрузка в виде в $(n + 1)$ раз:

$$P = mg(n + 1). \quad (2.21)$$

Перегрузка показывает, во сколько раз увеличивается вес тела, двигающегося с ускорением, по сравнению с весом тела, находящегося в состоянии покоя на горизонтальной поверхности.

Если ускорение тела направлено вертикально вниз, то модуль веса тела равен:

$$P = m(g - a). \quad (2.22)$$

Если ускорение тела равно ускорению свободного падения, то вес тела равен нулю (*состояние невесомости*):

$$\vec{a} = \vec{g}, \quad \vec{P} = 0. \quad (2.23)$$

Невесомость – это состояние тела, при котором отсутствует внутреннее напряжение, обусловленное силой тяжести.

Причина невесомости состоит в том, что сила тяжести придает телу и его опоре одинаковое ускорение. Этот вывод справедлив для всех тел, двигающихся только под действием сил тяжести.

Если ускорение тела направлено горизонтально, то модуль веса определяется по формуле:

$$P = m\sqrt{g^2 + a^2}. \quad (2.24)$$

Вес тела направлен под углом α к вертикали (рис. 2.10):

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{g}$$

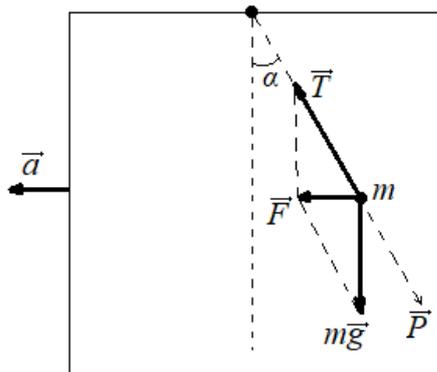


Рис. 2.10. Движение тела под углом к вертикали

2.3. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА В БЕЗВОЗДУШНОМ ПРОСТРАНСТВЕ (БЕЗ УЧЕТА СИЛ ТРЕНИЯ)

2.3.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Тело, брошенное горизонтально, движется по параболической траектории: его движение складывается из движения горизонтального с постоянной скоростью \vec{v}_0 и свободного падения с нулевой начальной скоростью.

На рис. 2.11 изображено движение тела, брошенного горизонтально.

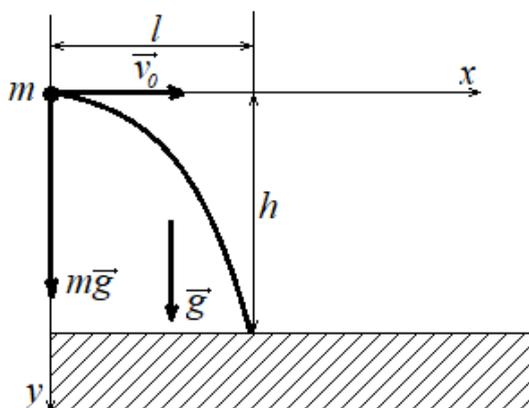


Рис. 2.11. Иллюстрация движения тела, брошенного горизонтально

Дальность полета тела: $l = v_0 t$.

Высота падения тела: $h = \frac{gt^2}{2}$.

Скорость тела \vec{v} во время движения по параболе направлена по касательной в любой точке этой траектории и равна геометрической сумме \vec{v}_0 и \vec{gt} (\vec{v}_0 – начальная скорость тела).

Модуль скорости тела, брошенного горизонтально, находится по формуле:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{gt}. \quad (2.25)$$

Модуль скорости тела, брошенного горизонтально (рис. 2.12) равен:

$$v = \sqrt{(v_0)^2 + (gt)^2}. \quad (2.26)$$

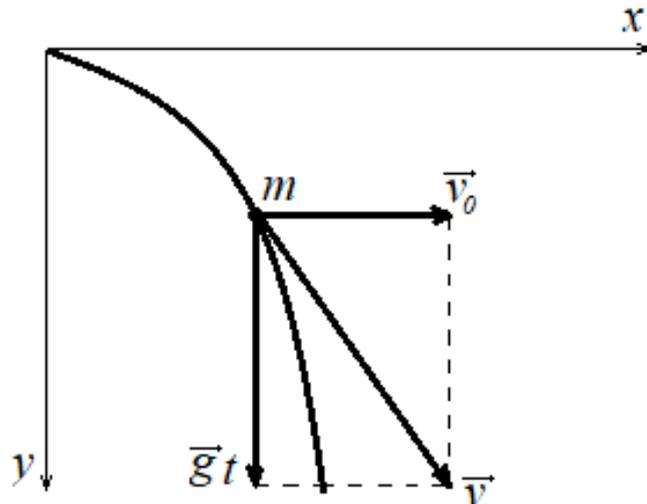


Рис. 2.12. Движение под углом к горизонту

2.3.2. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

Траектория движения тела – парабола (рис. 2.13).

Дальность полета тела, брошенного под углом α к горизонту:

$$l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \quad (2.27)$$

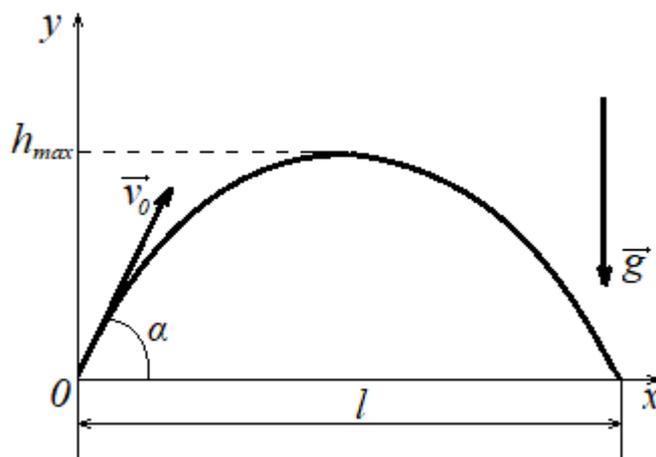


Рис. 2.13. Траектория движения тела, брошенного под углом к горизонту

Максимальная высота подъёма тела ($\pi > \alpha > 0$):

$$h_{\max} = \frac{v_0 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (2.28)$$

Время движения:

$$t_{\text{об}} = 2t_{\text{под}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (2.28)$$

2.3.3. ПЕРВАЯ КОСМИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ

Первая космическая скорость – это скорость, которую необходимо сообщить телу, бросая его с Земли, чтобы оно стало искусственным спутником Земли, (на небольшой, сравнительно с радиусом Земли, высоте).

Значения *первой космической скорости* вычисляется по формуле:

$$v = \sqrt{gR_3} . \quad (2.29)$$

где $g = 9,81 \text{ кг} / \text{м}^2$ – вблизи поверхности Земли;

$R_3 = 6400 \text{ км}$ – радиус Земли.

2.3.4. ОРБИТАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ

Орбитальная скорость – это скорость, которую должен иметь искусственный спутник Земли на орбите высотой h над поверхностью Земли.

Модуль орбитальной скорости:

$$v = \sqrt{\frac{GM_3}{R_3 + h}} . \quad (2.30)$$

где h – высота над поверхностью Земли, R_3 – радиус Земли, M_3 – масса Земли, G – гравитационная постоянная.

Орбитальная скорость направлена по касательной к данной точке траектории, то есть перпендикулярна к радиусу орбиты (рис. 2.14).

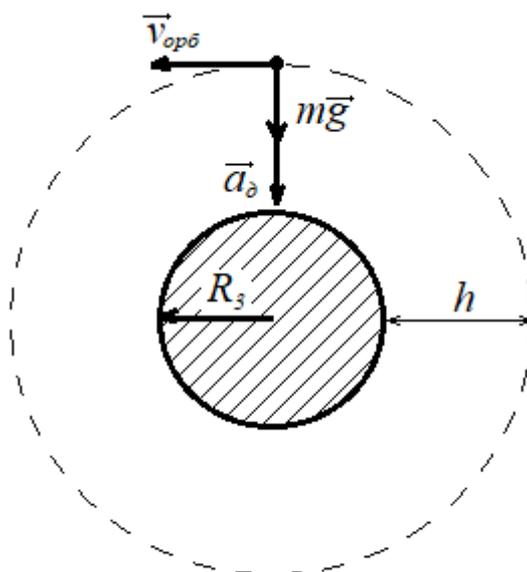


Рис. 2.14. Пример направления орбитальной скорости относительно радиуса орбиты

2.4. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

2.4.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Простейшими видами механического движения твердого тела считаются поступательное и вращательное движения.

Поступательное движение твердого тела может быть охарактеризовано движением одной любой его точки, например, центра масс.

При *вращательном движении твердого тела* его точки описывают окружность, расположены в параллельных плоскостях. Центры всех окружностей находятся на одной прямой, перпендикулярной к плоскостям окружностей и называемой осью вращения. Ось вращения в данной системе отсчёта может быть подвижной или неподвижной.

Угловая скорость – отношение угла поворота радиуса вращения (φ) ко времени (t), за которое этот поворот произошел:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}. \quad (2.31)$$

Угловая скорость $(\vec{\omega})$ – векторная величина, характеризующая скорость вращения тела:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (2.32)$$

Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта, то есть так же, как и вектор $d\vec{\varphi}$ (рис. 2.15).

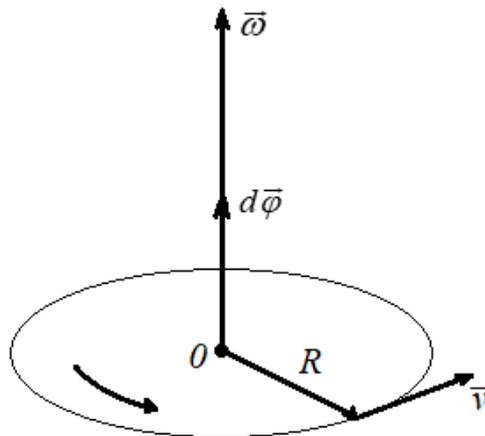


Рис 2.15. Пример направления вектора угловой и линейной скоростей

Угловая скорость равномерного вращательного движения:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n. \quad (2.33)$$

где T – период вращения, n – частота вращения.

Единица угловой скорости:

$$[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Радиан за секунду равен угловой скорости движения тела, равномерно вращающейся все точки которого за 1 с поворачиваются относительно оси на угол 1 рад .

Угловое ускорение (ε) определяется изменением угловой скорости вращения к промежутку времени вращения:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}. \quad (2.34)$$

При вращении около неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора приращения угловой скорости.

При ускоренном движении вектор $\vec{\varepsilon}$ сонаправлен с вектором $\vec{\omega}$, при произвольном – противоположен ему (рис. 2.16 а, б).

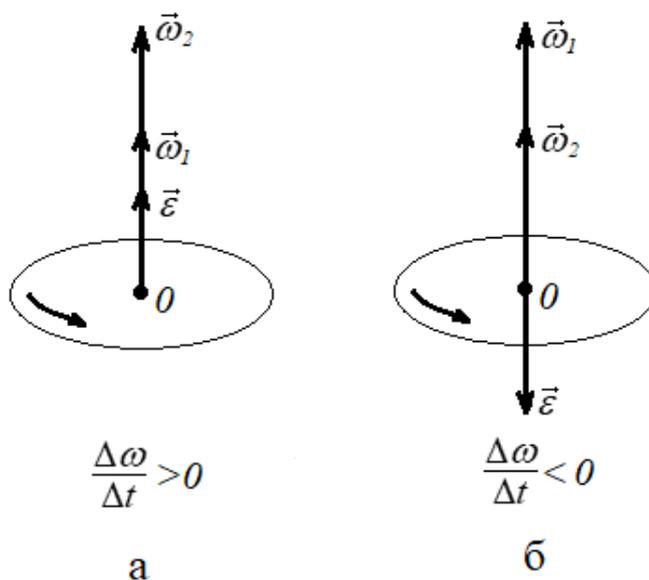


Рис. 2.16. Вращательное движение твердого тела: а) ускорение направлено в одну сторону со скоростью; б) ускорение направлено в противоположную сторону скорости

2.4.2. УСЛОВИЯ И ВИДЫ РАВНОВЕСИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Общее условие равновесия тела.

Для того, чтобы тело находилось в равновесии необходимо, чтобы равнялась нулю геометрическая сумма приложенных к нему сил, а алгебраическая сумма моментов сил относительно возможной оси вращения имела вид:

$$\begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0; \\ M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0. \end{cases}$$

Выполнение этих условий не мешает телу выполнять равномерное прямолинейное движение или вращение с постоянным периодом вращения.

Виды равновесия: устойчивое, неустойчивое, безразличное.

Равновесие тела устойчивое, если при малом отклонении от положения равновесия равнодействующая сил, приложенных к телу, возвращает его в положение равновесия (рис. 2.17а).

Равновесие тела неустойчивое, если при малом отклонении тела от положения равновесия равнодействующая сил, приложенных к телу, отделяет его от этого положения (рис. 2.17 б).

Равновесие называется безразличным, если тело, выведенное из состояния равновесия, остается в равновесии в новом положении (рис. 2.17 в).

Равновесие тела, имеющего ось вращения, основывается на условии, что центр его тяжести расположен ниже от оси вращения.

Для максимально устойчивого равновесия центр тяжести должен находиться в наиболее низком из возможных для него положений (рис. 2.18).

Пара сил – это две параллельные силы, одинаковые по модулю, но направленные в противоположные стороны.

Пара сил не имеет равнодействующей и поэтому предопределяет только вращение тела относительно центра массы.

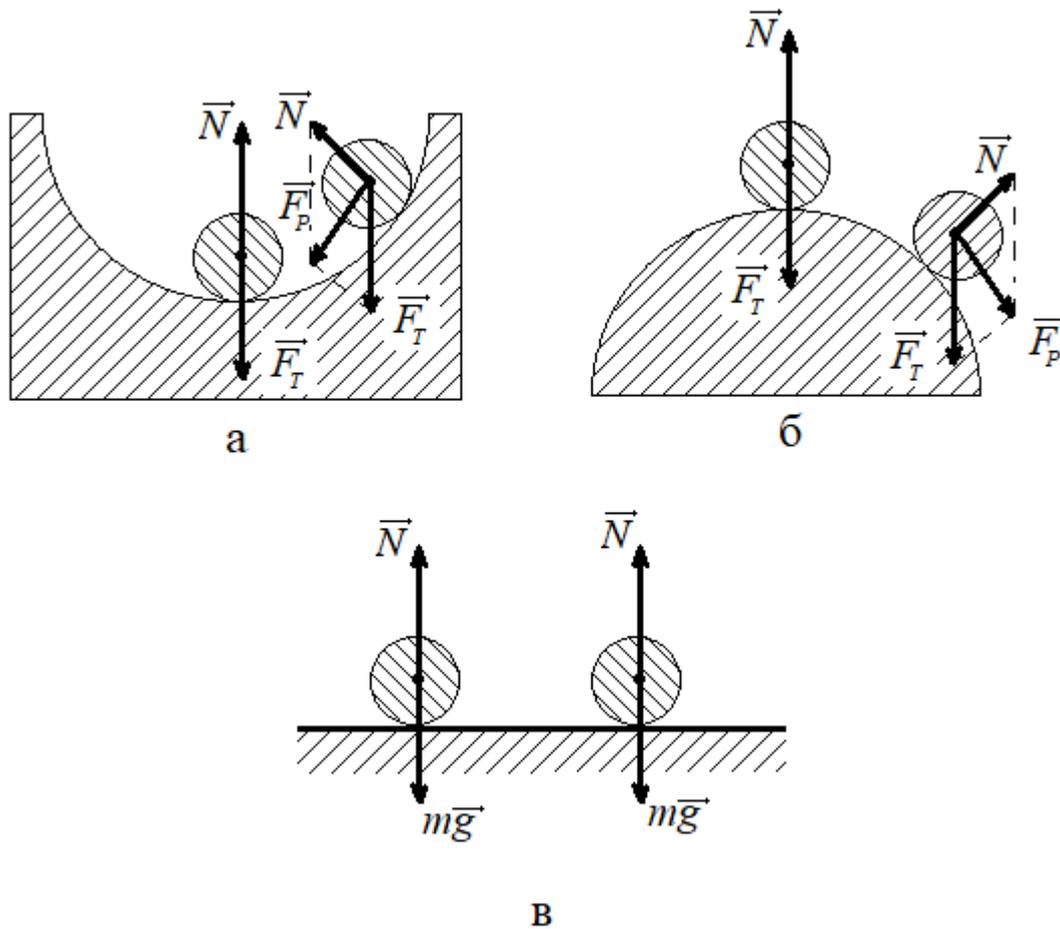


Рис. 2.17. Виды равновесия: а) устойчивое; б) неустойчивое; в) безразличное

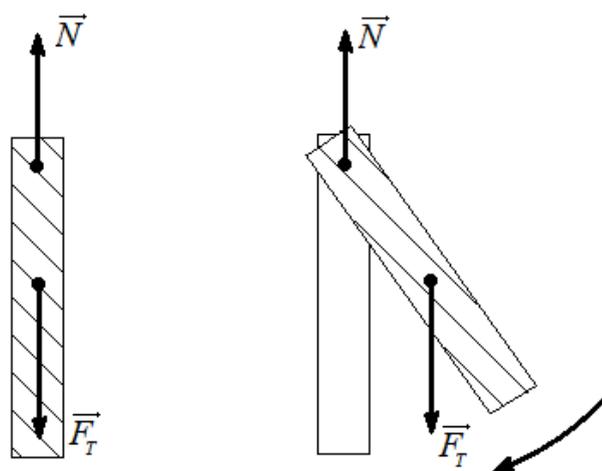


Рис. 2.18. Положение устойчивого равновесия центра тяжести

РЕКОМЕНДАЦИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ДИНАМИКА»

1. Внимательно прочитайте условие задачи.
2. Выясните, какие силы действуют на тело.
3. Какой характер движения тела (тело движется равномерно или с ускорением; какая траектория движения тела).
4. Запишите кратко условие задачи.
5. Выразите числовые значения в СИ.
6. Сделайте схематический рисунок, покажите на нем выбранную систему отсчета и все силы, действующие на тело.
7. Запишите дополнительные уравнения (например, формулы для сил или уравнение кинематики с учетом начальных условий: начальных координат и скорости тела).
8. Решите полученную систему уравнений в общем виде.
9. Проанализируйте полученный результат (проверьте единицы измерения величин).
10. Выполните числовые расчеты.
11. Оцените правдоподобность результатов.
12. Запишите ответ.
13. Подумайте, имеет ли задача другой способ решения?

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НА ЗАНЯТИЯХ

1. На нити, выдерживающей натяжение 10 Н , поднимают груз массой 500 г из состояния покоя вертикально вверх. Считая движение равноускоренным и силу сопротивления, в среднем равную $0,5\text{ Н}$, найти максимальную высоту, на которую можно поднять груз за 1 с так, чтобы нитка не порвалась.

(Ответ: $4,6\text{ м}$).

2. Два тела массами 50 и 100 г связаны ниткой и лежат на гладком горизонтальном столе. С какой силой необходимо тянуть первое тело, чтобы нитка не порвалась, если она выдерживает натяжение 5 Н ? Изменится ли результат, если силу приложить к другому телу?

(Ответ: $F_1 = 7,5\text{ Н}$; $F_1 = 15\text{ Н}$).

3. На гладком столе лежат два тела массами $0,5$ и $5,0\text{ кг}$, связанные шнуром. Какой будет сила натяжения шнура, если к телу меньшей массы приложить горизонтальную силу в 10 Н , а к другому телу – 5 Н ? Изменится ли сила натяжения шнура, если к телу меньшей массы приложить силу в 5 Н , а к другому телу – 10 Н ? (В обоих случаях силы действуют в противоположных направлениях).

(Ответ: $9,5\text{ Н}$; $5,5\text{ Н}$).

4. Автомобиль массой 2 т тормозясь, останавливается через 10 с , пройдя при этом путь 30 м . Найти силу торможения.

(Ответ: $1,2 \cdot 10^5\text{ Н}$).

5. Велосипедист на горизонтальном участке пути, достигнув скорости 30 км/с , перестал работать педалями. Через $2\text{ мин } 10\text{ с}$ велосипедист уже имел скорость 5 км/ч . Какая тормозная сила действует на велосипед, если масса велосипеда с велосипедистом 90 кг ?

(Ответ: $4,8 \text{ Н}$).

6. Тело массой 100 кг движется прямолинейно, а зависимость пути от времени описывается законом: $S = At + Ct^2 + Dt^3$, где $A = 30 \text{ м}$; $B = 2 \text{ м/с}$; $C = -0,2 \text{ м/с}^2$; $D = 1 \text{ м/с}^3$. Найдите величину силы, действующей на тело в конце второй секунды движения.

(Ответ: $1,2 \text{ кН}$).

7. Материальная точка массой 50 кг движется по окружности радиусом 50 м по закону $r = -t^2 + 20t + 1$. Найдите центростремительную силу, действующую на точку в момент времени 5 с . Чему равна сила, способствующая тангенциальному ускорению? Найдите значение силы, которая обеспечивает движение по заданному закону.

(Ответ: 100 Н ; -100 Н ; 141 Н).

8. Деревянный брусок, пущенный по горизонтальной ледяной поверхности со скоростью 10 м/с остановился через 4 с . Найдите коэффициент трения.

(Ответ: $0,3$).

9. Тело массой 100 кг приводится в движение силой в 200 Н , приложенной под углом 30° к направлению его движения. Найдите коэффициент трения, если сила придает телу ускорение $0,1 \text{ м/с}^2$.

(Ответ: $0,25$).

10. В некоторый момент времени скорость поезда равна 40 км/ч . Сила тяги локомотива 10^5 Н , масса поезда – $8 \cdot 10^5 \text{ Н}$, коэффициент трения – $0,02$. Определите скорость поезда через 10 с . Какой путь поезд пройдет за последние 10 с ?

(Ответ: 44 км/ч ; $116,5 \text{ м}$).

11. Акробат на мотоцикле описывает «мертвую петлю» радиусом 10 м . С какой наименьшей скоростью должен ехать акробат, чтобы не сорваться в наивысшей точке?

(Ответ: $9,9\text{ м/с}$).

12. Автомобиль массой 3 т движется с постоянной скоростью 60 км/ч через город. С какой силой автомобиль будет давить на мост, проезжая через его середину, если: а) мост горизонтальный; б) мост выпуклый с радиусом кривизны 100 м ; в) мост вогнутый с радиусом кривизны 200 м ?

13. (Ответ: $29,4\text{ кН}$; 21 кН ; $37,8\text{ кН}$).

14. К потолку вагона подвешен на нитке шарик. На какой угол будет отклонен шарик от положения равновесия, если вагон будет двигаться по закругленной дороге радиусом 36 м , со скоростью $14,4\text{ км/ч}$?

(Ответ: 3°).

15. На конце вращающегося горизонтального диска, ниткой длиной 30 см закреплен груз, который во время движения отклоняется от вертикали на угол 45° . Определите угловую скорость вращения, если расстояние от точки подвеса до оси вращения 10 см .

(Ответ: $31,6\text{ рад/с}$).

16. С какой минимальной угловой скоростью необходимо вращать ведро в вертикальной плоскости, чтобы из него не вылилась вода? Расстояние от поверхности воды до центра вращения 1 м .

(Ответ: $3,13\text{ рад/с}$).

17. Диск вращается относительно вертикальной оси с частотой $58,8\text{ об/мин}$. На расстоянии 20 см от оси вращения на диске лежит брусок. Каким должен быть коэффициент трения между бруском и диском, чтобы он не скользил по диску?

(Ответ: $0,77$).

18. Диск радиусом 50 см вращается вокруг вертикальной оси. На краю диска лежит кубик. Найдите частоту вращения диска, при которой кубик не слетит с диска, если коэффициент трения между кубиком и диском $0,3$. Будет ли частота вращения зависеть от массы кубика?

(Ответ: $2,4\text{ рад/с}$).

19. В железнодорожном вагоне, идущем по закруглённой дороге радиусом 400 м со скоростью 60 км/ч , с помощью пружинных весов взвешивается груз массой 5 кг . Какими будут показатели весов?

(Ответ: 491 Н).

20. Шоссе имеет вираж с уклоном 10° при радиусе закругления дороги в 300 м . На какую максимальную скорость рассчитан вираж?

(Ответ: $82,8\text{ км/ч}$).

21. Какой наименьший радиус окружности, по которому может ехать конькобежец,двигающийся со скоростью 20 км/ч , если коэффициент трения конькобежца об лёд $0,1$? Какой наибольший угол наклона конькобежца, при котором он ещё не будет падать при закруглении?

(Ответ: 62 км/ч).

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Молот массой 500 кг свободно падает с высоты 2 м на наковальню. Найдите среднее значение силы удара, если это продолжается в течение $0,005 \text{ с}$.

(Ответ: 626 кН).

2. Горизонтальная струя воды с поперечным сечением 5 см^2 ударяется со скоростью 2 м/с в вертикальную стену и свободно стекает по ней. Найдите силу, с которой струя действует на стену.

(Ответ: 4 Н).

3. Брусок массой 3 кг может свободно скользить (без трения) на горизонтальной поверхности. На нем лежит другой брусок массой 1 кг . Коэффициент трения между поверхностями брусков $0,2$. Определите значение силы, приложенной к нижнему бруску при которой начнется проскальзывание верхнего бруска.

(Ответ: $7,8 \text{ Н}$).

4. Какую наибольшую силу тяги можно приложить к нижнему бруску, чтобы верхний брусок удерживался на поверхности нижнего в равноускоренном движении? Коэффициент трения между брусками $0,1$, между нижним бруском и горизонтальной поверхностью $0,2$. Масса верхнего бруска 1 кг , нижнего 4 кг .

(Ответ: $14,7 \text{ Н}$; 1 м/с^2).

5. На горизонтально расположенной доске лежит брусок. Какое ускорение в горизонтальном направлении необходимо сообщить доске, чтобы брусок соскользнул с нее, если коэффициент трения бруска о доску – $0,1$.

(Ответ: $7,8 \text{ Н}$).

6. На горизонтальной поверхности находится брусок массой 2 кг , а коэффициент трения его о поверхность – $0,3$. На бруске находится другой брусок массой 5 кг , а коэффициент скольжения между брусками – $0,5$. С какой

силой необходимо тянуть за верхний брусок, чтобы оба бруска двигались равноускоренно без проскальзывания? С каким ускорением будут двигаться бруски?

(Ответ: $34,6 \text{ Н}$; 2 м/с^2).

7. Три тела массами 1 кг , 2 кг и 3 кг связаны невесомыми нерастяжимыми нитями и расположены на наклонной плоскости с углом наклона 30° . Найдите силу натяжения нити, если систему тел отпустить без начальной скорости. Коэффициент трения для третьего тела равен $0,3$. Другие тела двигаются без трения.

(Ответ: $1,3 \text{ Н}$; 39 Н).

8. Два касающихся бруска скользят по наклонной плоскости с углом наклона 45° . Масс брусков 2 кг и 3 кг . Коэффициент трения между брусками и доской соответственно равен $0,1$ и $0,2$. Определите ускорение, с которым двигаются бруски и силу, с которой бруски давят один на другой.

(Ответ: $0,8 \text{ Н}$; $5,8 \text{ м/с}^2$).

9. На концах шнура, перекинутого через блок, висят два одинаковых груза. После того, как на один из грузов положили дополнительное тело массой 4 кг , система начала движение с ускорением $0,25g$. Найдите начальную массу грузов и силу натяжения шнура, пренебрегая массой блока и силой трения в нем.

(Ответ: 8 кг , 98 Н).

10. Шнур, привязанный к концу гири поднимает ее с ускорением 3 м/с^2 . При этом натяжение шнура вдвое меньше, чем максимально может выдержать шнур. С каким ускорением следует поднимать гирю, чтобы шнур разорвался?

(Ответ: $15,8 \text{ м/с}^2$).

11. Жесткий невесомый стержень длиной $1,2 \text{ м}$ с прикрепленным к нижнему концу шаром массой 200 г закреплен под углом 45° относительно вертикальной оси и вращается вместе с ней с угловой скоростью 2 рад/с . С

какой силой стержень действует на шар? Какой угол данная сила образует с силой тяжести шара?

(Ответ: 2 Н ; 140°).

12. Мотоциклист едет по внутренней поверхности цилиндра горизонтальной окружности радиусом 6 м . Какую минимальную скорость при этом он должен иметь, чтобы при движении по горизонтальной поверхности с тем же коэффициентом трения, минимальный радиус поворота на скорости 20 км/ч равен $5,5\text{ м}$.

(Ответ: $36,2\text{ км/ч}$).

13. В пустом шаре радиусом 1 м лежит маленький шарик. Шар начинает вращаться вокруг вертикальной оси со скоростью 4 рад/с . Найдите положение равновесия маленького шарика.

(Ответ: 6 см от оси вращения).

14. Для устранения бокового давления колес поезда при движении на закругленных участках пути наружные рельсы делают выше внутренней. Определите высоту поднятия внешней рейки над внутренней, если радиус закругления 200 м , скорость поезда 40 км/ч , ширина колеи $1,5\text{ м}$?

(Ответ: $9,4\text{ см}$).

15. Самолет осуществляет мертвую петлю с радиусом 3 км и движется по ней со скоростью 2000 км/ч . С какой силой тело пилота массой 90 кг прижимается к сидению в наивысшей и наинизшей точках петли?

(Ответ: $8,4\text{ кН}$; $10,1\text{ кН}$).

16. Груз массой 100 г вращается на резиновом шнуре с частотой 150 об/мин . Найдите на сколько растянется шнур, при движении шара, если известно, что растяжение пропорционально приложенной силе, а под действием силы в $9,8\text{ Н}$ он растягивается на 1 см . Длина нерастянутого шнура – 50 см .

(Ответ: $1,3\text{ см}$).

17. С какой максимальной скоростью может ехать велосипедист по наклонному треку с углом наклона 20° , радиусом закругления 50 м , если коэффициент трения шин об трек равен $0,2$?

(Ответ: 62 км/ч).

18. Всплывая со дна озера воздушный пузырек возле поверхности воды имеет диаметр 2 мм . На какой глубине диаметр пузырька будет $1,5\text{ мм}$. Изменение температуры воды с глубиной не учитывать.

(Ответ: 14 м).

19. В результате повышения абсолютной температуры азота в 2 раза каждая вторая молекула дислоцировалась на атомы. Во сколько раз изменится давление газа?

(Ответ: Давление увеличилось в 3 раза).

20. Чтобы воздушный шар мог поднять Винни-Пуха, объем шара должен быть не меньше 25 м^3 . Какая масса Винни-Пуха, если воздушный шар наполнен воздухом при температуре 30°C , а температура внешнего воздуха составляет 7°C . Давление воздуха внутри шара считается равным атмосферному; массой оболочки воздушного шара можно пренебречь.

(Ответ: $2,4\text{ кг}$).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 2.1.

К нити, перекинутой через неподвижный блок, подвешены грузы. Чему равна сила натяжения нити, если один из грузов массой 3 кг прошел путь 2 м за время 2 с после начала движения?

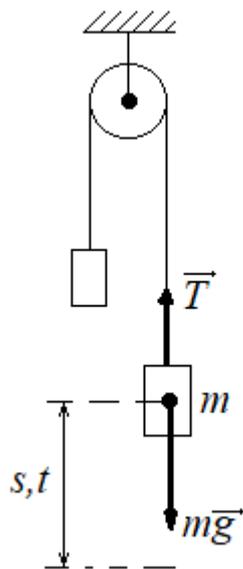
Дано:

$$m = 3 \text{ кг}$$

$$S = 2 \text{ м}$$

$$t = 2 \text{ с}$$

$$T = ?$$



Решение:

Запишем второй закон Ньютона в векторном виде:

$$\vec{m}\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}.$$

Если ускорение грузов направлено вниз, то закон примет вид:

$$ma = mg - T.$$

Учитывая, что:

$$S = \frac{at^2}{2} = \left(g - \frac{T}{m}\right) \frac{t^2}{2},$$

получим:

$$T = \left(g - \frac{2S}{t^2}\right)m.$$

Выполним проверку единиц измерения:

$$[T] = \left(\frac{\text{М}}{\text{с}^2} + \frac{\text{М}}{\text{с}^2}\right) = \frac{\text{М}}{\text{с}^2}.$$

Подставим числовые данные, получим:

$$T = \left(9,8 - \frac{2 \cdot 2}{2^2}\right) \cdot 3 = 26,43 \text{ (Н)}.$$

Если ускорение грузов направлено вверх, то второй закон Ньютона примет вид:

$$ma = T - mg.$$

Учитывая, что:

$$S = \frac{at^2}{2} = \left(\frac{T}{m} - g \right) \frac{t^2}{2},$$

получим:

$$T = \left(g + \frac{2S}{t^2} \right).$$

Подставим числовые данные, получим:

$$T = \left(9,8 + \frac{2 \cdot 2}{2^2} \right) = 32,43 \text{ (H)}.$$

Ответ: 26,43 Н , 32,43 Н .

Задача 2.2.

Груз массой 50 кг перемещается по горизонтальной плоскости под действием силы 300 Н , направленной под углом 30° к горизонту. Коэффициент трения груза о плоскость 0,1 . Определите ускорение груза.

Дано:

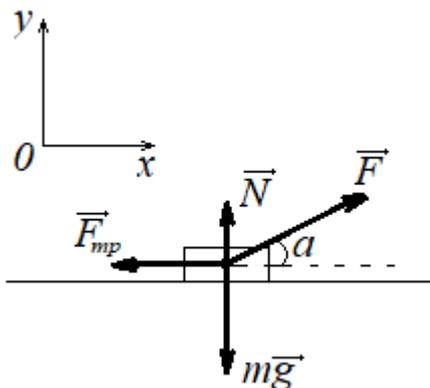
$$m = 50 \text{ кг}$$

$$F = 300 \text{ Н}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,1$$

$$a - ?$$



Решение:

Запишем второй закон Ньютона в векторном виде:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{mp}.$$

Спроектируем этот закон за оси координат:

$$Ox: ma = F \cos \alpha - F_{mp},$$

$$Oy: 0 = F \sin \alpha + N - mg.$$

$$\text{где } F_{mp} = \mu N, \quad F_{mp} = \mu(mg - F \sin \alpha).$$

Тогда ускорение примет вид:

$$a = \frac{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg}{m}.$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[a] = \frac{H - \kappa g \cdot m / c^2}{\kappa g} = \frac{\kappa g \cdot m / c^2}{\kappa g} = \frac{m}{c^2}.$$

Поставим числовые данные:

$$a = \frac{300 - 0,1 \cdot 50 \cdot 9,8}{50} = 4,52 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Ответ: $4,52 \text{ м/с}^2$.

Задача 2.3.

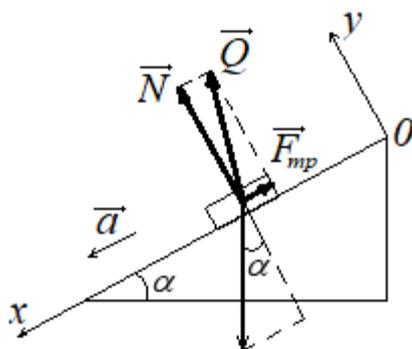
Найдите ускорение тела, скатывающегося с наклонной поверхности с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Коэффициент трения – 0,3.

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,3$$

$a - ?$



Решение:

Тело на наклонной плоскости ощущает действия со стороны Земли (сила тяжести) и действие со стороны плоскости (сила реакции опоры).

Силу реакции опоры целесообразно разложить на две составляющие – силу нормальной реакции и силу трения.

Уравнение второго закона Ньютона в векторном виде имеет вид:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}.$$

На рисунке показаны все силы, действующие на тело. Сила тяжести, приложена к центру масс тела; сила нормальной реакции наклонной плоскости приложена к поверхности тела, соприкасающегося с наклонной плоскостью; сила трения приложена к поверхности, по которой происходит трение.

Поскольку размеры тела не существенны в этой задаче, то все силы приложены к одной точке.

Сила тяжести направлена вертикально вверх, сила нормальной реакции опоры – перпендикулярно к наклонной плоскости; сила трения скольжения – параллельно наклонной плоскости и противоположно скорости движения тела. Направим ось Ox системы отсчета вдоль наклонной плоскости так, чтобы ее положительное направление совпадало с направлением ускорения. Определим проекции всех сил на оси Ox и Oy .

Сила реакции опоры перпендикулярна оси Ox , поэтому ее проекция на эту ось равна нулю, т.е. $N_x = 0$.

Сила трения параллельна оси Ox , но ее направление противоположно направлению оси Ox , поэтому проекция силы трения на ось Ox равна $-F_{mp}$. Проекция силы тяжести на ось Ox , как видно из рисунка, равна $mg \sin \alpha$.

Запишем второй закон Ньютона в скалярном виде:

$$ma = mg \sin \alpha - F_{mp},$$

Сила трения по определению, $F_{mp} = \mu N$, т.е.:

$$ma = mg \sin \alpha - \mu N.$$

Проектируя все силы на ось Oy и учитывая, что ускорение вдоль оси Oy равно нулю, запишем:

$$mg \cos \alpha - \mu N = 0.$$

Из двух последних уравнений находим ускорение тела:

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Подставим числовые данные, получим:

$$a = 9,8(\sin 30^\circ - 0,3 \cos 30^\circ) = 2,45 \text{ (м)}.$$

Ответ: 2,45 м.

Задача 2.4.

На каком расстоянии от поверхности Земли сила притяжения космического корабля к нему в 100 раз меньше, чем на поверхности Земли?

Дано:

$$n = 100$$

$$R_3 = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$h - ?$

Решение:

$$g_0 = \frac{GM_3}{R^2}, \quad g_h = \frac{GM_3}{(R+h)^2}.$$

$$n = \frac{mg_0}{mg_h} = \left(\frac{R+h}{R} \right)^2, \quad h = R(\sqrt{n} - 1).$$

Подставим числовые данные, получим:

$$h = 6,37 \cdot 10^6 (\sqrt{100} - 1) = 57330 \text{ (км)}.$$

Ответ: 57330 км.

Задача 2.5.

Автомобиль движется по выпуклому мосту радиусом кривизны $R = 40 \text{ м}$. Коэффициент трения скольжения шин об асфальт $\mu = 0,57$. Какое максимальное ускорение в горизонтальном направлении может развить автомобиль в верхней точке моста, если его скорость в этот момент $v = 50,4 \text{ км/ч}$?

Дано:

$$R = 40 \text{ м}$$

$$\mu = 0,57$$

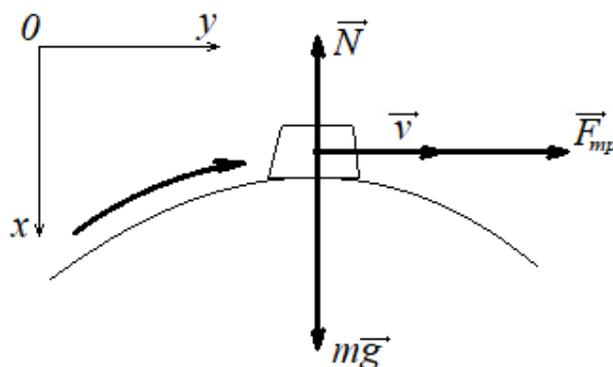
$$v = 50,4 \text{ км/ч}$$

$a - ?$

СИ:

$$14 \text{ м/с}$$

Решение:



Сила тяги автомобиля возникает вследствие трения покоя ведущих колес об асфальт, и проскальзывание наступает, когда сила трения покоя достигает значения μN .

$$\vec{m}\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{mp}.$$

$$Ox : m a_x = mg - N, \quad a_x = a_y = \frac{v^2}{R},$$

$$Oy : m a_y = F_{mp}.$$

$$F_{mp} = \mu N, \quad a_y = \frac{F_{mp}}{m}, \quad a_{\max} = \mu \left(g - \frac{v^2}{R} \right).$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[a_{\max}] = \frac{M}{c^2} - \frac{M^2/c^2}{M} = \frac{M}{c^2}.$$

Подставим числовые данные, получим:

$$a_{\max} = 0,57 \left(9,8 - \frac{14^2}{40} \right) = 2,8 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Ответ: $2,8 \text{ м/с}^2$.

Задача 2.6.

Шар массой $m = 4 \text{ кг}$ подвешен на нерастяжимой и невесомой нити длиной $l = 1 \text{ м}$ и совершает колебания в вертикальной плоскости. Установите силу натяжения нити в момент, когда она образует с вертикалью угол 60° , а скорость шара $v = 1,5 \text{ м/с}$.

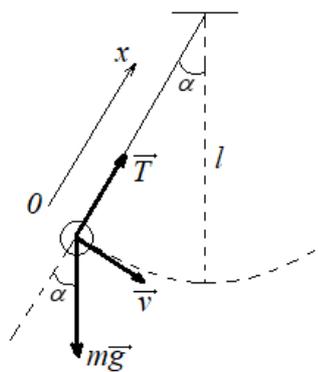
Дано:

$$m = 4 \text{ кг}$$

$$l = 1 \text{ м}$$

$$v = 1,5 \text{ м/с}$$

$$T = ?$$



Решение:

По второму закону Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}.$$

$$Ox : ma = T - mg \cos \alpha.$$

$$a = a_y = \frac{v^2}{l},$$

$$T = m \left(\frac{v^2}{l} + g \cos \alpha \right)$$

Проверим размерность:

$$[T] = \kappa_2 \left(\frac{M^2 / c^2}{M} + \frac{M}{c^2} \right) = \kappa_2 \cdot \frac{M}{c^2} = H.$$

Подставим числовые данные, получим:

$$T = 4 \left(\frac{1,5^2}{1} - 9,8 \cos 60^\circ \right) = 28,62 \text{ (H)}.$$

Ответ: 28.62 Н.

Задача 2.7.

Горизонтально размещенный диск вращается вокруг вертикальной оси, осуществляя 15 оборотов за минуту. Наибольшее расстояние от оси вращения, на котором может удерживаться на диске тело, $R = 10 \text{ см}$. Чему равен коэффициент трения тела по диску?

Дано:

$$n = 15 \text{ мин}^{-1}$$

$$R = 10 \text{ см}$$

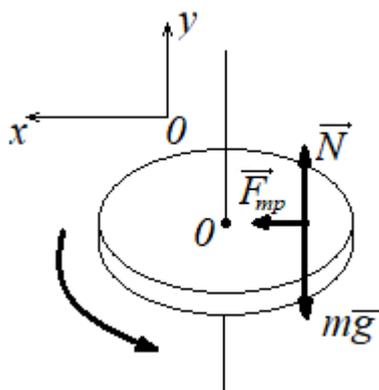
$$\mu = ?$$

СИ:

$$0,25 \text{ с}^{-1}$$

$$0,1 \text{ м}$$

Решение:



По второму закону

Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{mp}.$$

В проекции на оси:

$$Ox : ma = F_{mp},$$

$$Oy : 0 = N - mg.$$

$$a = a_y = \frac{v^2}{R}, \quad F_{mp} = \mu N.$$

$$v = 2\pi nR, \quad \mu = \frac{4\pi^2 n^2 R}{g}$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[\mu] = \frac{(c^{-1})^2 M}{M/c^2} = \text{отн.ед.}$$

Поставим числовые данные:

$$\mu = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,25^2 \cdot 0,1}{9,8} = 0,025.$$

Ответ: 0,025.

Задача 2.8.

К стальному стержню длиной $l = 3 \text{ м}$ и диаметром $d = 0,02 \text{ м}$ подвешен груз массой $m = 2,5 \cdot 10^3 \text{ кг}$. Определите напряжение σ в стержне, его относительное ε и абсолютное Δl удлинение.

Дано:

$$m = 2,5 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$l = 3 \text{ м}$$

$$d = 0,02 \text{ м}$$

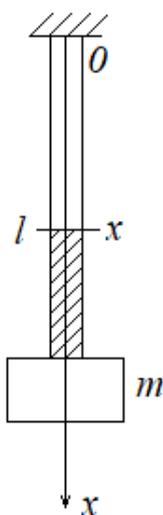
$$\rho_{ст} = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг / м}^3$$

$$E_{ст} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$$

$$\sigma - ?$$

$$\varepsilon - ?$$

$$\Delta l - ?$$



Решение:

Напряжение σ в любом разрезе стержня с координатой x образуется весом груза mg и весом той части стержня, которая находится ниже сечения:

$$\rho \frac{\pi d^2}{4} (l-x)g$$

$$\sigma(x) = \frac{P}{S} = \frac{m + \rho \frac{\pi d^2}{4} (l-x)}{\frac{\pi d^2}{4}} g.$$

То есть, напряжение в стержне зависит от координаты.

Подставим числовые значения, получим:

$$\sigma(x) = 7,81 \cdot 10^7 + 7,65(3-x) \cdot 10^4.$$

Средние значения напряжения:

$$\langle \sigma \rangle = \frac{\sigma(0) + \sigma(l)}{2}, \varepsilon = \frac{\langle \sigma \rangle}{E}, \Delta l = \varepsilon l.$$

$$\sigma(x) = 7,81 \cdot 10^7 + 7,65(3-x) \cdot 10^4; \varepsilon = 3,91 \cdot 10^{-4}; \Delta l = 1,17 \text{ (мм)}$$

Ответ: $\sigma(x) = 7,81 \cdot 10^7 + 7,65(3-x) \cdot 10^4; \varepsilon = 3,91 \cdot 10^{-4}; \Delta l = 1,17 \text{ мм}.$

Задача 2.9.

Груз массой $m = 0,2 \text{ кг}$, привязанный к нити длиной $l = 1 \text{ м}$, описывает в горизонтальной плоскости окружность радиуса $R = 60 \text{ см}$. Определите угловую скорость, период вращения и силу натяжения нити.

Дано:

$$m = 0,2 \text{ кг}$$

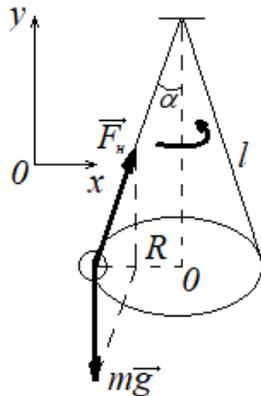
$$l = 1 \text{ м}$$

$$R = 0,6 \text{ м}$$

$$\omega - ?$$

$$T - ?$$

$$F_n - ?$$



Решение:

Запишем второй закон Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_n + m\vec{g}, \text{ тогда:}$$

$$\begin{cases} O_x : ma = F_n \sin \alpha, \\ O_y : 0 = F_n \cos \alpha - mg. \end{cases}$$

Откуда:

$$a = a_y = \omega^2 R, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 R}{g}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R}{\sqrt{l^2 - R^2}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{g \operatorname{tg} \alpha}{R}} = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{l^2 - R^2}}}.$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{l^2 - R^2}}{g}}, \quad F_n = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{mgl}{\sqrt{l^2 - R^2}}.$$

Проверим размерность величин:

$$[\omega] = \sqrt{\frac{M/c^2}{\sqrt{M^2 - M^2}}} = c^{-1}, \quad [T] = \sqrt{\frac{\sqrt{M^2 - M^2}}{M/c^2}} = c, \quad [F_n] = \frac{\text{кг} \cdot M/c^2 \cdot M}{\sqrt{M^2 - M^2}} = \frac{\text{кг} \cdot M}{c^2} = H.$$

Подставим числовые данные, получим:

$$\omega = \sqrt{\frac{9,8}{\sqrt{1^2 - 0,6^2}}} = 3,5 \text{ (с}^{-1}\text{)}, \quad T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{1^2 - 0,6^2}}{9,8}} = 1,8 \text{ (с)},$$

$$F_n = \frac{0,2 \cdot 9,8 \cdot 1}{\sqrt{1^2 - 0,6^2}} = 2,45 \text{ (Н)}$$

Ответ: $3,5 \text{ с}^{-1}$; $1,8 \text{ с}$; $2,45 \text{ Н}$.

Задача 2.10.

На стержень длиной $l = 1 \text{ м}$ укреплен груз массой $m = 0,5 \text{ кг}$. С какой силой действует груз на стержень в нижней точке траектории во время вращения по окружности в вертикальной плоскости с частотой $\nu = 0,5 \text{ с}^{-1}$?

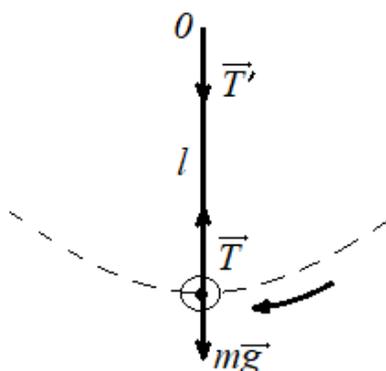
Дано:

$$m = 0,5 \text{ кг}$$

$$l = 1 \text{ м}$$

$$v = 0,5 \text{ с}^{-1}$$

$$T' = ?$$



Решение:

Груз взаимодействует с Землей и со стержнем. Эти обе силы приложены к грузу. Равные по модулю, но противоположные по направлению силы. Второй закон Ньютона в векторной форме имеет вид:

$$m\vec{a}_y = m\vec{g} + \vec{T}.$$

Кроме того, по третьему закону Ньютона: $\vec{T} = \vec{T}'$.

Проектируя эти оба уравнения на вертикальную ось, направленную вверх, получим уравнение:

$$ma_y = T - mg, \quad T = T'.$$

Учитывая, что $a_y = \omega^2 l = 4\pi^2 v^2 l$ из этих уравнений определим:

$$T' = m(g + 4\pi^2 v^2 l).$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[T'] = \text{кг} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \text{с}^{-2} \cdot \text{м} \right) = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}$$

Подставим числовые данные:

$$T' = 0,5(9,8 + 4 \cdot 3,14 \cdot 0,5^2 \cdot 1) = 9,83 \text{ (Н)}.$$

Ответ: 9,83 Н.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое динамика?
2. Сформулируйте первый закон Ньютона.
3. Какие системы отсчета называются инерциальными?
4. Сформулируйте принцип относительности в классической механике.
5. Объясните второй закон Ньютона.
6. Сформулируйте основной закон динамики.
7. Назовите границы применимости второго закона Ньютона.
8. Запишите второй закон Ньютона в импульсном виде.
9. Сформулируйте третий закон Ньютона.
10. Дайте определение силе трения.
11. Какие виды трения вы знаете, объясните их.
12. Что такое сила упругости.
13. Дайте определение деформации твёрдого тела.
14. Назовите основные виды деформации и объясните их.
15. Что такое модуль Юнга.
16. Запишите и сформулируйте закон Гука.
17. Сформулируйте закон всемирного тяготения.
18. Опишите движение тела, брошенного под углом к горизонту.
19. Назовите и поясните основные характеристики вращательного движения твёрдого тела.
20. Запишите первую космическую скорость и орбитальную скорость тела.

Глава 3. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ



3.1. Импульс тела. Импульс силы

Импульс тела – это векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (3.1)$$

За единицу импульса принимается импульс тела массой 1 кг, движущегося со скоростью 1 м/с:

$$[p] = 1 \text{ кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Импульс силы – это произведение силы на время ее действия: $\vec{F}\Delta t$.

Второй закон Ньютона в импульсном виде – импульс силы, действующей на тело, равен изменению импульса тела:

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0. \quad (3.2)$$

3.2. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Закон сохранения импульса: геометрическая сумма импульсов тел, составляющих замкнутую систему, является величиной постоянной:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n = \text{const} . \quad (3.3)$$

Закон сохранения импульса можно использовать и для системы тел, на которые действие внешних сил скомпенсировано.

3.3. РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Реактивным движением – называется движение, возникающее в результате взаимного отталкивания вытекающей струи жидкости или газа и корпуса ракеты.

Уравнение движения тела с переменной массой:

$$m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{F} - \vec{u} \frac{\Delta m}{\Delta t} . \quad (3.4)$$

Реактивная сила тяги:

$$\vec{F}_p = -\vec{u} \frac{\Delta m}{\Delta t} , \quad (3.5)$$

где \vec{u} – скорость вытекания газов относительно ракеты.

Если \vec{u} является противоположно направлено к направлению \vec{v} , то ракета ускоряется, а если направление совпадает с \vec{v} , то ракета тормозится.

Формула Циолковского:

$$v = u \ln \frac{m_0}{m} , \quad (3.6)$$

где m_0 – стартовая масса ракеты, m – окончательная масса.

Формула справедлива в классической механике ($v \ll c, u \ll c$).

3.4. ЭНЕРГИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ. ВИДЫ ЭНЕРГИИ

Энергия – это единственная мера разных форм движения материи.

Энергия – одна из характерных свойств материи.

На практике механическое движение частично или полностью преобразовывается в другие формы – тепловое, электромагнитное движение.

Энергия характеризует движение системы, а также взаимодействие тел или частиц в системе с учетом возможного перехода из одной формы движения в другую.

Энергия – функция состояния системы, а *работа* – функция процесса перехода системы из одного состояния в другое.

Закон сохранения энергии – энергия не возникает и не исчезает, она только преобразовывается из одного вида в другой и передается от одного тела к другому в равных количествах.

Виды энергии:

1. Механическая энергия тела (потенциальная и кинетическая).
2. Внутренняя.
3. Электромагнитная (электрическая + магнитная).
4. Химическая.
5. Световая.
6. Ядерная или атомная.

Полная энергия тела:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3.7)$$

Энергия покоя тела (внутренняя энергия):

$$E = m_0 c^2. \quad (3.8)$$

3.5. ВИДЫ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ И ИХ СВЯЗЬ С РАБОТОЙ

Кинетическая и потенциальная энергии составляют *механическую энергию*.

Кинетическая энергия – это энергия движимого тела.

Кинетическая энергия в классической механике:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (3.8)$$

Поскольку скорость тела является величиной относительной, то есть зависит от выбора системы отсчета, тогда и кинетическая энергия относительна. Кинетическая энергия всегда положительна.

Кинетическая энергия в релятивистской механике:

$$E_k = E - E_0 = (m - m_0)c^2. \quad (3.9)$$

Потенциальная энергия – это энергия, обусловленная взаимодействием тел или частиц тела.

В механике различают:

а) потенциальная энергия тела, поднятого над Землей:

$$E_{II} = mgh . \quad (3.10)$$

где h – высота над уровнем, на котором потенциальная энергия системы «Земля-тело» принимается за нуль (нулевой уровень потенциальной энергии);

б) потенциальная энергия упруго деформированного тела:

$$E_{II} = \frac{kx^2}{2} . \quad (3.11)$$

в) потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек с массами m_1 и m_2 , находящимися на расстоянии r друг от друга:

$$E_{II} = G \frac{m_1 m_2}{r} . \quad (3.12)$$

Потенциальная энергия положительна, если она обусловлена силами отталкивания, и отрицательна, если она обусловлена силами притяжения.

Закон сохранения механической энергии: полная механическая энергия системы тел, в которой действуют только консервативные (потенциальные) силы, является величиной постоянной.

Консервативные силы – это силы тяжести, упругости, кулоновские силы.

Консервативная сила – сила, работа которой при перемещении тела зависит только от начального и конечного положения тела в пространстве. Например, работа силы тяжести (рис. 3.1).

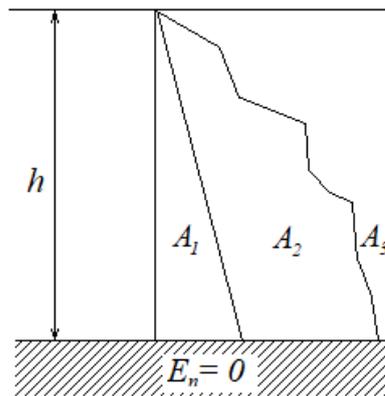


Рис. 3.1. Пример работы силы тяжести

Работа консервативных сил по любому замкнутому контуру равна нулю (рис. 3.2).

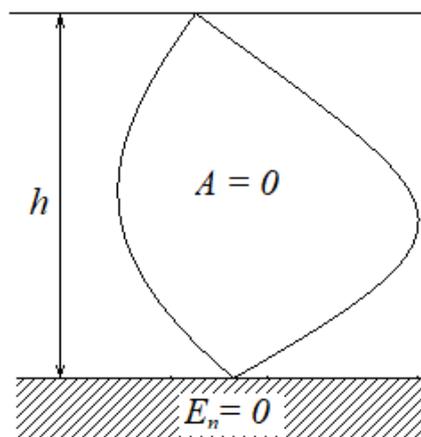


Рис. 3.2. Пример работы консервативных сил по замкнутому контуру

Потенциальное поле – поле консервативных сил.

Кинетическая и потенциальная энергия – **функции состояния системы**, то есть могут быть определены, если известны координаты и скорости всех тел системы, а также система отсчета.

3.6. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА И МОЩНОСТЬ

Существует два способа передачи движения (и соответственно энергии) от одного макроскопического тела к другому: в форме работы и в форме теплоты (теплообмена). Изменение энергии первым способом называют *механической работой*.

Работа является мерой изменения и преобразования энергии:

$$A = \Delta E. \quad (3.13)$$

Работа всех тел, действующих на тело, равна изменению его кинетической энергии – *теорема о кинетической энергии*:

$$A = E_{K2} - E_{K1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \quad (3.14)$$

Работа силы тяжести и упругости равна изменению потенциальной энергии тела, взятой с противоположным знаком:

$$A = -(E_{П2} - E_{П1}). \quad (3.15)$$

Работа постоянной силы – это скалярное произведение силы на перемещение (рис. 3.3):

$$A = (\vec{F}, \vec{S}), \quad A = FS \cos \alpha. \quad (3.16)$$

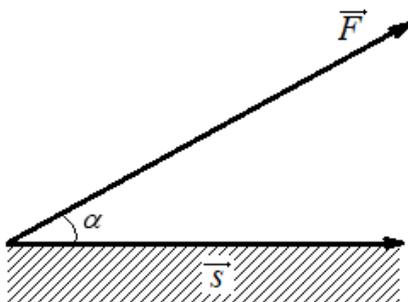


Рис. 3.3. Пример нахождения работы, при условии, что сила приложена под углом к перемещению

Частные случаи:

- 1) Если $90^\circ > \alpha \geq 0$, то $A > 0$ соответствует увеличению энергии;
- 2) Если $\alpha = 90^\circ$, то $A = 0$ соответствует неизменности энергии;
- 3) Если $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$, то $0 < A$ соответствует уменьшению энергии.

Работа постоянной силы максимальна, если $\alpha = 0$: $A = FS$.

Единица работы (энергии) – джоуль (Дж).

Джоуль – физическая величина, характеризующая скорость выполнения работы.

Джоуль – работа постоянной силы в 1 Н при перемещении тела на расстояние 1 м в направлении действия силы:

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ кг} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Мощность – это физическая величина, равная отношению выполненной работы к промежутку времени, в течении которого она выполнялась:

$$N = \frac{A}{t}. \quad (3.16)$$

Единица мощности в СИ – ватт (Вт):

$$1 \text{ Вт} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$$

Ватт – мощность, за которую в течении 1 с выполняется работа в 1 Дж .

Мощность при постоянной силе равна:

$$N = Fv. \quad (3.17)$$

Иногда используется единица мощности 1 л.с. (лошадиная сила):
 $1 \text{ л.с.} = 736 \text{ Вт}$.

$A = Nt$, отсюда единица работы в технике – $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$.

Коэффициент полезного действия (КПД) - отношение полезной работы к полной работе:

$$\eta = \frac{A_{\kappa}}{A_n}, \quad \eta = \frac{Q_{\kappa}}{Q_n} \quad \text{или} \quad \eta = \frac{N_{\kappa}}{N_n}. \quad (3.18)$$

где $\eta < 1$ ($\eta < 100\%$).

Полезная работа – работа, осуществляемая двигателем.

3.7. МЕХАНИЧЕСКИЙ УДАР

Удар (соударение) – это столкновение двух или больше тел, при котором взаимодействие длится очень малое время.

Механический удар двух тел характеризуется коэффициентом отношения:

$$\varepsilon = \left| \frac{v'_1 - v'_2}{v_1 - v_2} \right|. \quad (3.19)$$

Это отношение относительной скорости тел после соударения к относительной скорости до соударения.

Если $\varepsilon = 1$, то удар называется абсолютно упругим (рис. 3.4а).

Если $\varepsilon = 0$, то удар называется абсолютно неупругим (рис. 3.4б).

На самом деле, во время столкновения двух тел $1 > \varepsilon > 0$. При ударе свинцовых пуль ε приближается к 0, то есть удар близкий к абсолютно неупругому. Во время столкновения шаров из слоновой кости $\varepsilon = 0,9$, то есть удар близок к абсолютно упругому.

Центральный удар – это удар, при котором тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс.

При соударении абсолютно упругих тел сохраняется их суммарная кинетическая энергия и суммарный импульс (рис. 3.4в).

Абсолютно неупругий удар – столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое в направлении движения тела, имевшего больший импульс (рис. 3.4г).

При неупругом ударе закон сохранения импульса имеет вид:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_{\text{общ}}. \quad (3.20)$$

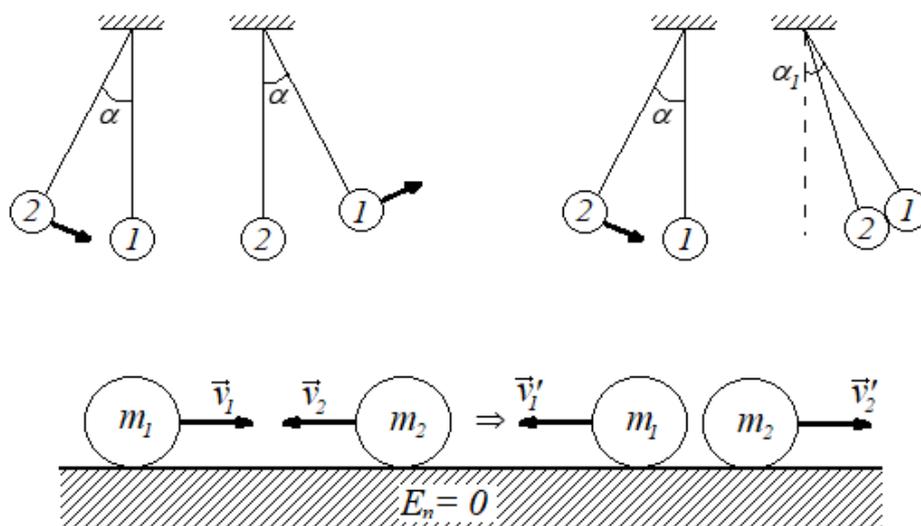


Рис. 3.4. Примеры ударов

При неупругом ударе часть механической энергии переходит во внутреннюю. Если изменение внутренней энергии связано только с изменением температуры тела или его агрегатного состояния, то:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v_{\text{общ}}^2}{2} + \Delta U, \quad \Delta U = Q. \quad (3.22)$$

где $Q = (c_1 m_1 + c_2 m_2) \Delta t$ при нагревании тел или $Q = \lambda m_1 + \lambda m_2$ при их плавлении

При упругом ударе закон сохранения импульса имеет вид:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2. \quad (3.21)$$

При упругом ударе закон сохранения механической энергии имеет вид:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}. \quad (3.23)$$

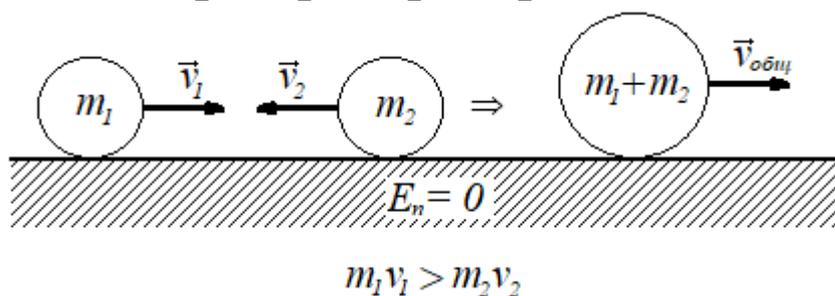


Рис. 3.5. Столкновения шаров при неупругом ударе

3.8. ПРОСТЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Простые механизмы изменяют силу, скорость или направление движения в процессе осуществления работы.

Виды простых механизмов:

- рычаг и его разновидности;
- наклонная плоскость и ее разновидности.

«Золотое правило» механики: каждый из простых механизмов не дает выигрыша в работе. Во сколько раз выиграем в силе, во столько раз проиграем в расстоянии.

3.8.1. РЫЧАГ

Рычаг – это однородный стержень, имеющий точку опоры или подвеса.

Рычаг, у которого ось вращения находится в середине рычага, называется *рычагом первого рода* (рис. 3.6а).

Рычаг, у которого ось вращения находится на конце рычага, называется *рычагом второго рода* (рис. 3.6б).

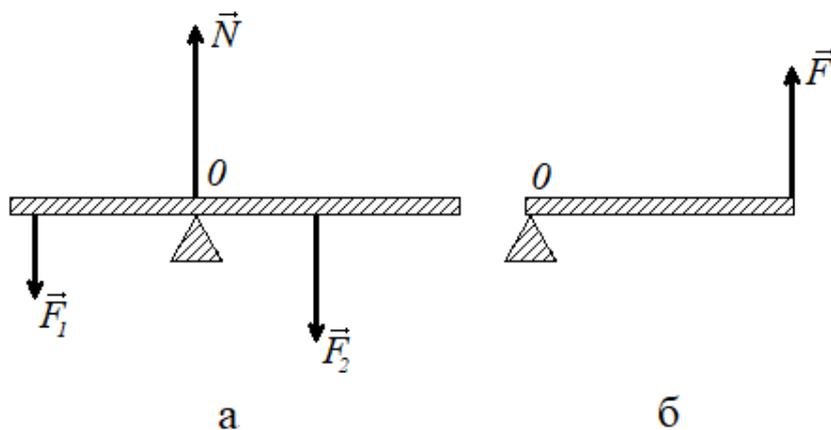


Рис. 3.6. Виды рычагов

Правило равновесия рычагов (установленное Архимедом): рычаг находится в равновесии, если действующие на него силы (\vec{F}_1, \vec{F}_2) , обратно пропорциональны плечам сил (d_1, d_2) (рис. 3.7):

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{d_1}{d_2} \quad (3.24)$$

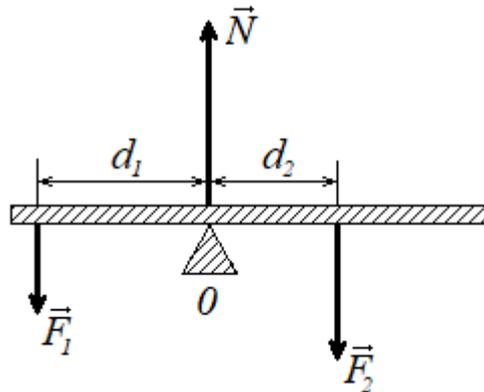


Рис. 3.7. Правило равновесия рычагов, $N = F_1 + F_2$.

3.8.2. БЛОК

Блок – это колесо с желобом, закрепленное в обойме. По желобу блока пропускают веревку, трос или цепь.

Неподвижным блоком называют блок, ось которого закреплена и при подъеме грузов не изменяет своего положения.

Неподвижный блок не дает выигрыша в силе, но дает возможность осуществлять изменение направления действия силы (рис. 3.8а).

Подвижный блок поднимается и опускается вместе с грузом.

Подвижный блок дает выигрыш в силе в два раза (рис. 3.8б).

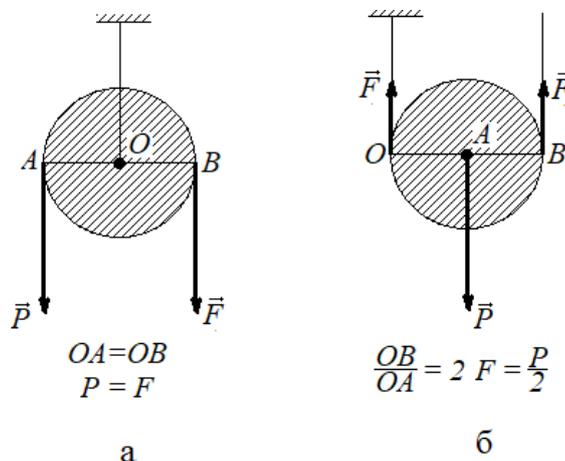


Рис. 3.8. Разновидности блоков

Коловорот, состоит из двух блоков радиусами R и r ($R > r$), дает выигрыш в силе $h = \frac{R}{r}$ (рис. 3.9).

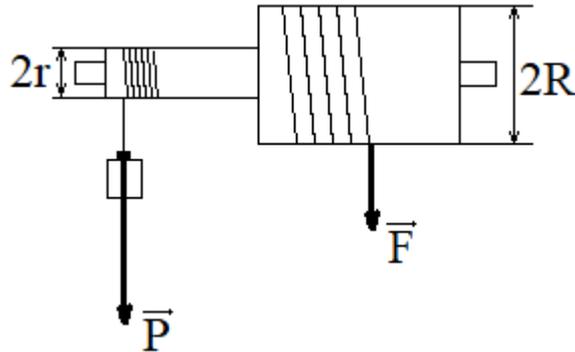


Рис. 3.9. Коловорот, $\frac{P}{F} = \frac{R}{r}$.

3.8.3. НАКЛОННАЯ ПЛОСКОСТЬ

Чтобы тело, находящееся на наклонной плоскости, было в состоянии покоя или равномерного (без трения) движения, необходимо приложить силу, параллельную наклонной плоскости и во столько же раз меньшую силы тяжести, во сколько раз высота наклонной плоскости меньше ее длины (рис. 3.10):

$$\vec{F}_{\text{тр}} = 0, \vec{v} = \text{const}, F_m h = F_{\text{тяги}} l. \quad (3.25)$$

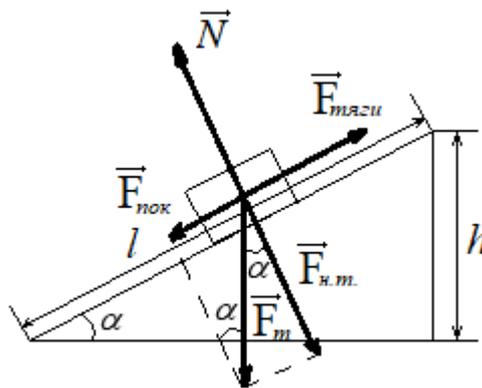


Рис. 3.10. Наклонная плоскость

КПД наклонной плоскости с учетом силы трения при равномерном перемещении груза вдоль наклонной плоскости:

$$\eta = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg} \alpha} \cdot 100\% . \quad (3.26)$$

3.8.4. КЛИН

Клин – это разновидность наклонной плоскости.

Клин является главной частью, например, ножа, ножниц, рубанка. Чтобы клин находился в состоянии покоя или равномерного движения (без трения), необходимо приложить к нему силу, перпендикулярную к его основанию, во столько раз меньшую силы, действующей перпендикулярно к боковой грани клина, во сколько раз основание (AB) меньше длины боковой поверхности клина (AC) (рис. 3.11).

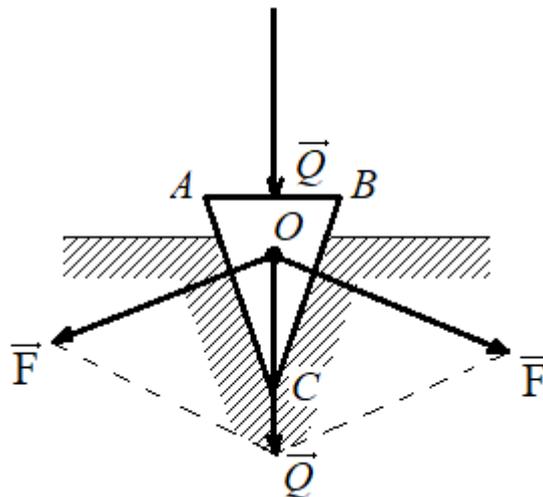


Рис. 3.11. Клин, $\frac{F}{Q} = \frac{AC}{AB}$

3.8.5. ВИНТ

Винт – цилиндрическое тело с резьбой, наносимой по винтовой линии.

Винтовой линией называется линия, образованная гипотенузой прямоугольного треугольника, накручиваемого на цилиндр.

Шагом винтовой линии называется расстояние, на которое перемещается гайка при одном полном повороте винта (рис. 3.12).

Сила, действующая по касательной к головке винта при отсутствии силы трения, во столько раз меньше силы, действующей на винт вдоль его оси, во сколько раз шаг винта меньше длины окружности головки.

Винт используют в домкратах – простых приборах для подъема груза.

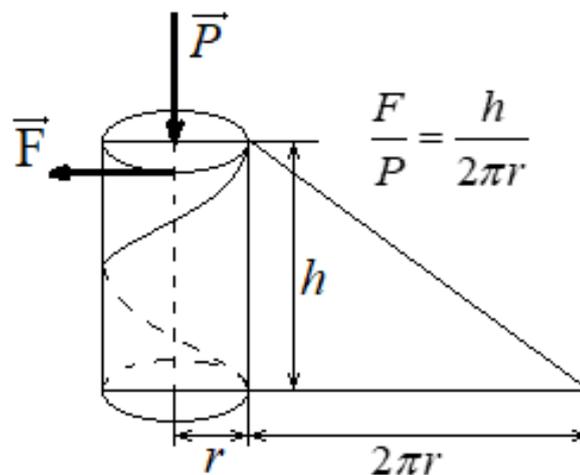


Рис. 3.12. Поворот винта

РЕКОМЕНДАЦИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ»

Сопоставляя действия, которые рекомендуется выполнить при решении типовых задач, тематически относимых к данному разделу, нетрудно увидеть их общность и сформулировать алгоритм решения задач на закон сохранения импульса.

1. Выбрать систему отсчета.

2. Выделить систему взаимодействующих тел и выяснить, какие силы для нее являются внутренними, а какие – внешними.

3. Если в целом система не замкнута, но сумма проекций внешних сил на одну из осей равна нулю, то можно использовать закон сохранения импульса в проекциях только на эту ось.

4. Если взаимодействие тел носит ударный характер, то можно использовать закон сохранения импульса в векторной форме и перейти к скалярной.

5. Определить проекции скоростей на выбранные оси и решить уравнение относительной искомой величины.

В некоторых задачах приходится использовать, кроме закона сохранения импульса, и другие физические законы.

Обратите внимание на пункты алгоритма 3 и 4: в них-то и формулируются условия, при которых можно использовать закон сохранения импульса.

Выясним теперь, в чем состоит метод решения задач, опирающийся на изученные в механике энергетические законы. А таких законов два: закон изменения механической энергии и закон ее сохранения.

Если сформулировать основные действия, которые необходимо выполнить в решении типовой задаче, то приходим к выводу, что действия-то, по

сути, одинаковы. Система этих действий и есть алгоритм решения задачи энергетическим путем. Вот его окончательная формулировка:

1. Выбрать систему отсчёта.
2. Сделать рисунок, с указанием нулевого уровня отсчёта и двух положений тела (указать скорость, высоту или координату).
3. Определить силы, действующие на тела (потенциальные или не потенциальные).
4. Если действуют только потенциальные силы, написать закон сохранения механической энергии. Если действуют и не потенциальные силы, написать закон изменения механической энергии.
5. Раскрыть значения энергии в каждом состоянии, найти величину работы и, подставив эти величины в уравнение закона, затем решить его относительно искомой величины.

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НА ЗАНЯТИЯХ

1. Шар массой 1 кг движется со скоростью 20 м/с , испытывает неупругий центральный удар с шаром массой $0,5\text{ кг}$, который движется со скоростью 10 м/с в том же направлении. Найдите скорость шара после удара.

(Ответ: $126,7\text{ м/с}$).

2. Тележка, масса которой 50 кг , движется в горизонтальном направлении со скоростью 2 м/с . С тележки соскальзывает человек со скоростью 4 м/с относительно тележки в направлении, противоположном к движению. Как изменится скорость тележки, если масса человека 80 кг ?

(Ответ: увеличится на $11,6\text{ м/с}$).

3. Шар массой 500 г движется со скоростью 10 м/с и ударяется в неподвижный шар массой 800 г . Какими будут скорости шаров после удара, если удар прямой и абсолютно неупругий?

(Ответ: $3,8 \text{ м/с}$).

4. На железнодорожной платформе установлено орудие. Общая масса платформы и орудия 10 т . Орудие стреляет снарядом под углом 45° к горизонту в направлении железнодорожной колеи. Какую скорость приобретает платформа вследствие отдачи, если масса снаряда 20 кг , скорость, с которой он вылетает, 500 м/с ?

(Ответ: $0,7 \text{ м/с}$).

5. Железнодорожная платформа с закрепленным на нем орудием движется по инерции со скоростью 10 км/ч . Орудие стреляет под углом 30° снарядом в направлении движения платформы, вследствие чего она теряет $\frac{3}{4}$ начальной скорости. Какая скорость вылета полета снаряда, если масса платформы с орудием 5 т , а масса снаряда 50 кг ?

(Ответ: 216 м/с).

6. Лодка с человеком находится в состоянии покоя. На какое расстояние отойдет лодка от этого положения, если человек перейдет с носа лодки на корму? Масса лодки 100 кг , человека – 60 кг , длина лодки – 3 м .

(Ответ: $1,1 \text{ м}$).

7. Человек массой 80 кг стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении тело массой 2 кг со скоростью 5 м/с . На какое расстояние он откатится, если коэффициент трения коньков об лед равен $0,01$?

(Ответ: 8 см).

8. Две лодки двигаются по инерции в неподвижной воде одна навстречу другой с одинаковой скоростью относительно берега $0,5 \text{ м/с}$. Когда

лодки поравнялись, то с первой на вторую переложили груз массой 50 кг . После этого вторая лодка продолжила двигаться в том же направлении, но со скоростью $0,4 \text{ м/с}$. Определите массу второй лодки.

(Ответ: 450 кг).

9. Снаряд массой 10 кг имея скорость 100 м/с в наивысшей горизонтальной части своей траектории разорвался на две части. Меньшая часть массой 4 кг получила скорость 300 м/с и продолжила движение в том же направлении. Найдите скорость и направление движения большей части после взрыва.

(Ответ: -33 м/с).

10. Ракета общей массой 1 т в момент достижения скорости 130 м/с отделяет нижнюю ступень массой 200 кг , при этом скорость основной части увеличивается до 175 м/с . Какую скорость имела отделившаяся частица, если она полетела вниз под углом 30° к вертикали?

(Ответ: $57,5 \text{ м/с}$).

11. Под действием силы вагонетка из состояния покоя прошла путь 10 м и приобрела при этом скорость 2 м/с . Найдите работу силы, если масса вагонетки 500 кг , а коэффициент трения $0,1$.

(Ответ: $5,9 \text{ кДж}$).

12. Наклонной плоскостью длиной 4 м и углом наклона 30° тянут с ускорением $0,5 \text{ м/с}^2$ груз массой 50 кг . Найдите работу силы, если коэффициент трения равен $0,2$.

(Ответ: $0,36 \text{ кДж}$).

13. Лифт массой 2 т поднимают тросом, каждый метр которого весит 4 кг с шахты глубиной 100 м . как при этом выполняется работа?

(Ответ: 2 МДж).

14. Тело массой 1 кг бросили с вышки в горизонтальном направлении с начальной скоростью 20 м/с . Какая высота вышки и какая кинетическая энергия тела в момент падения, если тело достигло земли через 3 с ?

(Ответ: $44,1\text{ м}$; $632,2\text{ Дж}$).

15. Материальная точка массой 1 кг движется под действием некоторой силы согласно закону $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $A = 10\text{ м}$, $B = -2\text{ м/с}$; $C = 1\text{ м/с}^2$; $D = -0,2\text{ м/с}^3$. Найдите мощность в момент времени 2 с и 5 с .

(Ответ: $0,16\text{ Вт}$; 28 Вт).

16. Поезд массой $6 \cdot 10^5\text{ кг}$ равномерно поднимается на гору. Подъем горы составляет 20 м на 1 м пути, коэффициент трения $0,3$ скорость поезда 36 км/ч . Определите мощность тепловоза.

(Ответ: 19 МВт).

17. Автомобиль массой 3 т движется с горы с уклоном 4 м на каждые 100 м пути при выключенном двигателе с постоянной скоростью

18. 54 км/ч . Какую мощность должен развивать двигатель этого автомобиля, чтобы на гору с тем же уклоном автомобиль двигался с той же скоростью.

(Ответ: 36 кВт).

19. С какой наименьшей высоты должен скатиться акробат на велосипеде, не работая ногами, чтобы проехать по дорожке, имеющей форму «мертвой петли» радиусом 5 м , чтобы не оторваться от дорожки в верхней точке петли (трение не учитывать).

(Ответ: $12,5\text{ м}$).

20. Мотоциклист едет горизонтальным путем. Какую наименьшую скорость он должен иметь, чтобы выключив двигатель, проехать по треку «мертвая петля» с радиусом 6 м ? (трение не учитывать).

(Ответ: 17,1 м).

21. На нитке длиной 1 м подвешен груз массой 5 кг. На какую высоту необходимо отвести тело от положения равновесия, чтобы груз проходя через него растянул нитку с силой 60 Н?

(Ответ: 11,2 см).

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Ракета летит со скоростью 200 м/с . После отделения главной части скорость ракеты-носителя уменьшилась вдвое, а направление движения ракеты-носителя и главной части осталось тоже. Какой стала скорость главной части ракеты, если ее масса меньше массы ракеты-носителя в 6 раз?

(Ответ: 800 м/с).

2. Два пластиковых шара массами 2 кг и $1,5 \text{ кг}$ двигаются навстречу друг другу со скоростями соответственно 2 м/с и 3 м/с . Какое время после неупругого столкновения шары продолжают свое движение, если коэффициент трения $0,2$?

(Ответ: $0,2 \text{ с}$).

3. Три лодки одинаковой массы (100 кг) идут одна за другой со скоростями $7,2 \text{ км/ч}$. Из средней лодки одновременно в первую и последнюю лодки бросают со скоростью 3 м/с относительно лодки грузы одинаковых масс – по 10 кг . Какими станут скорости лодок после перебрасывания грузов?

(Ответ: $8,2 \text{ км/ч}$; $7,2 \text{ км/ч}$; $6,9 \text{ км/ч}$).

4. Хоккеист массой 90 кг бросает шайбу массой 150 г под углом 30° к поверхности льда. Найдите начальные скорости хоккеиста и Земли, которые они получают вследствие осуществления броска шайбы, если она летит с начальной скоростью 120 км/ч относительно Земли.

(Ответ: $4,9 \text{ см/с}$; $4,3 \cdot 10^{-25} \text{ м/с}$).

5. Пучок частиц, имеющих скорость 10^6 м/с и массу $2 \cdot 10^{-20} \text{ кг}$ падает на пластинку площадью 10 дм^2 , при этом он частично поглощается, а частично упруго отражается. Какая сила действует на пластинку, если концентрация частиц в пучке равна $5 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$, а доля поглощенных частиц $0,8$?

(Ответ: $0,2 \text{ Н}$).

6. Тело массой 200 г , брошенное под углом 30° к горизонту упало на землю на расстоянии 20 м . Найдите работу, затраченную на бросок.

(Ответ: $22,5 \text{ Дж}$).

7. Мячик бросили в горизонтальном направлении со скоростью 10 м/с . Через какое время кинетическая энергия тела увеличится вдвое?

(Ответ: 1 с).

8. Самолет массой 1 т летит горизонтально на высоте $3,5 \text{ км}$ со скоростью 360 км/ч . При выключении двигателя самолет выполняет полет и достигает земли со скоростью 120 км/ч . Определите силы сопротивления воздуха при спуске, принимая длину спуска 10 км .

(Ответ: $3,9 \text{ кН}$).

9. Вагонетка, скатываясь с горки с углом наклона 10° , проходит путь 50 м и сразу же начинает двигаться на другую горку под уклон с углом наклона 20° . Найдите расстояние, которое вагонетка пройдет под горку, если коэффициент трения постоянен и равен $0,08$.

(Ответ: 11 м).

10. К цилиндрической поверхности шлифовального диска диаметром 20 см , вращающегося с частотой 1000 об/мин , с силой 100 Н прижимают брусок. Какую мощность имеет двигатель, вращающий диск, если коэффициент трения между диском и бруском равен $0,3$?

(Ответ: 315 Вт).

11. На шар, находящийся в состоянии покоя со скоростью 2 м/с налетает другой шар, одинаковой с первым массы. Вследствие столкновения шар меняет направление движения на 30° . Найдите скорость шаров после соударения и угол между векторами скорости второго шара и начального движения первого шара, если удар упругий.

(Ответ: 1 м/с ; $1,7 \text{ м/с}$; 60°).

12. Тело массой m_1 движется со скоростью 2 м/с и догоняет тело массой m_2 , движущееся в том же направлении со скоростью $0,7 \text{ м/с}$. Найдите соотношение масс данных тел, если известно, что после центрального упругого удара первое тело остановилось.

(Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{10}$).

13. Пластиковый шар массой 1 кг , подвешенный на нити длиной 1 м , отклоняют от вертикали на угол 60° и отпускают. В момент прохождения шара через положение равновесия в него стреляют в горизонтальном направлении против движения шариком массой 20 г . Считая удар центральным и абсолютно неупругим, вычислите скорость шара, зная, что пластиковый шар при соударении сразу же остановился.

(Ответ: $156,5 \text{ м/с}$).

14. На гладком столе лежит бильярдный шар массой 200 г . Горизонтальным толчком кия шар сбрасывают со стола и он падает на пол на расстоянии 2 м от края стола (по горизонтали). При высоте стола 1 м определите энергию толкания кия, не учитывая трение.

(Ответ: 2 Дж).

15. От удара копра массой 500 кг , который свободно падает с некоторой высоты, забивая в грунт сваю на 8 см . Определите силу опоры грунта, считая ее постоянной, если скорость копра перед ударом 10 м/с . Вес сваи не учитывать.

(Ответ: $307,6 \text{ кДж}$).

16. С лодки массой 500 кг , движущейся со скоростью 1 м/с , прыгает человек массой 80 кг в горизонтальном направлении со скоростью 7 м/с . Какой будет скорость лодки после прыжка человека, если он прыгает в сторону, противоположную движению лодки?

(Ответ: $2,28 \text{ м/с}$).

17. На конце доски массой 10 кг и длиной 4 м стоит мальчик массой 40 кг . Мальчик переходит на противоположный конец доски, перемещаясь по ней с относительной скоростью 1 м/с . На какое расстояние переместится при этом доска, если трением доски об дорогу можно пренебречь.

(Ответ: $3,2 \text{ м}$).

18. Зенитный снаряд, выпущенный в вертикальном направлении, достигнул максимальной высоты и разорвался. При этом образовалось три осколка. Первый осколок массой 9 кг отлетел со скоростью 60 м/с вертикально вверх, второй, массой 18 кг , со скоростью 40 м/с в горизонтальном направлении. Третий осколок отлетел со скоростью 200 м/с . Определите направление полета третьего осколка и найдите его массу?

(Ответ: $4,5 \text{ кг}$; направление скорости образует угол 53° с вертикалью).

19. Какую работу необходимо выполнить, чтобы однородный стержень длиной 2 м и массой 100 кг , лежащий на земле, поставить вертикально?

(Ответ: 1 кДж).

20. Определите среднюю мощность насоса, который подает $4,5 \text{ м}^3$ воды на высоту 5 м за 5 мин .

(Ответ: 735 Вт).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 3.1.

Цепь массой $m = 10 \text{ кг}$ и длиной $l = 1,5 \text{ м}$ лежит на горизонтальной поверхности. Какую минимальную работу необходимо совершить, чтобы оторвать ее от поверхности?

Дано:

$$m = 10 \text{ кг}$$

$$l = 1,5 \text{ м}$$

$$A = ?$$

Решение:

Будем считать, что мы прикладываем такую силу, что цепь поднимается с минимальной скоростью. В этом случае кинетической энергией можно пренебречь. Формулой для работы пользоваться не удобно, так как сила изменяется по мере подъема цепи (и вид зависимости силы от высоты подъема нам неизвестен). Воспользуемся законом сохранения энергии. Работа сил тяжести в данном случае должна быть равна изменению потенциальной энергии:

$$A_T = -(mgh_2 - mgh_1),$$

где mgh_2 – конечная потенциальная энергия движения, mgh_1 – начальная потенциальная энергия; h_2 – высота центра масс поднятой цепи; h_1 – высота центра масс цепи, лежащей на горизонтальной поверхности. Если пренебречь толщиной цепи по сравнению с ее длиной, то можем считать, что $h_1 = 0$.

Учитывая, что в любой момент времени вектор внешней силы направлен против сил тяжести, то работа внешней силы равна работе сил тяжести, взятая с противоположным знаком:

$$A = -A_T = mgh_2.$$

Найдем центр масс однородной цепи. Для этого воспользуемся следующими предположениями. Пусть масса цепи равномерно распределена по всей его длине. Так как мы

пренебрегли его толщиной, то можем использовать понятие линейной плотности: $\tau = m \cdot l$.

Тогда центр масс можно найти по следующей формуле:

$$X_c = \frac{\int_0^l x dx}{\int_0^l \tau dl} = \frac{\tau^2}{2\tau} = \frac{l}{2}.$$

И таким образом находим работу:

$$A = mg \frac{l}{2}.$$

Сделаем проверку единиц измерения:

$$[A] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

Подставим числовые данные:

$$A = 10 \cdot 9,8 \frac{1,5}{2} = 32,7 \text{ (Дж)}.$$

Ответ: 32,7 Дж.

Задача 3.2.

Два неупругих тела массой 2 кг и 6 кг движутся навстречу друг другу, каждый со скоростью 2 м/с. С какой скоростью и в какую сторону движутся эти тела после столкновения?

Дано:

$$m_1 = 2 \text{ кг}$$

$$m_2 = 6 \text{ кг}$$

$$v_1 = v_2 = 2 \text{ м/с}$$

$$v - ?$$

Решение:

После столкновения неупругие тела движутся как одно тело с общей массой: $m_1 + m_2$.

По закону сохранения импульса:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}.$$

Поскольку тела движутся вдоль одной прямой навстречу друг другу, то:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v.$$

Откуда:

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[v] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с} - \text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}}{\text{кг} + \text{кг}}.$$

Подставим числовые данные:

$$v = \frac{2 \cdot 2 - 6 \cdot 2}{2 + 6} = -1 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

Ответ: -1 м/с .

Задача 3.3.

Шар без начальной скорости начал свободно падать с высоты 30 м . На какой высоте его потенциальная энергия относительно Земли будет вдвое меньше ее кинетической энергии?

Дано:

$$v_0 = 0 \text{ м/с}$$

$$h = 30 \text{ м}$$

$$W_p = \frac{1}{2} W_k$$

$$h_1 = ?$$

Решение:

Полная механическая энергия системы есть сумма кинетической и потенциальной энергий.

В верхней точке при падении: $W = W_p + W_k = W_{p_{\max}}$.

В заданной точке при падении: $W = W_p + W_k = W_p + 2W_p$.

Согласно закону сохранения механической энергии:

$$W_{p_{\max}} = W_p + 2W_p = 3W_p.$$

Потенциальная энергия тела в поле силы тяжести:

$$W_p = mgh.$$

Получим: $mgh = 3mgh_1$. Откуда: $h_1 = \frac{h}{3}$,

Подставим числовые данные: $h_1 = \frac{30}{3} = 10 \text{ (м)}$.

Ответ: 10 м .

Задача 3.4.

Шар, массой $m = 0,05 \text{ кг}$ свободно падает на горизонтальную плоскость. В момент удара его скорость была $v = 8 \text{ м/с}$. Определите приращение импульса шара во время упругого или неупругого удара.

Дано:

$m = 0,05 \text{ кг}$

$v_1 = 8 \text{ м/с}$

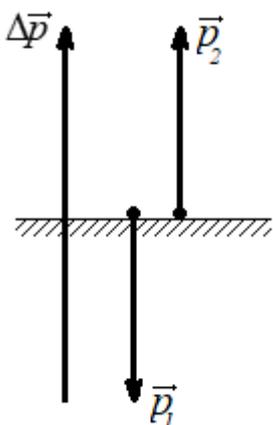
a) $\vec{v}_2 = -\vec{v}_1$

b) $v_2 = 0$

$\Delta p = ?$

Решение:

a) Во время упругого удара шар отскакивает с такой же по модулю скоростью $v_2 = v_1$. То есть, модули импульсов являются равными: $p_2 = p_1$.



На рисунке указаны импульсы шара до и после отскакивания. По определению, приращение импульса имеет вид:

$$\vec{\Delta p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1, \text{ или } \vec{p}_2 = \vec{p}_1 + \vec{\Delta p}.$$

Из последнего равенства следует, что необходимо определить такой вектор $\vec{\Delta p}$, чтобы в случае его сложения с вектором \vec{p}_1 получим \vec{p}_2 . Все три вектора лежат на одной прямой (на рисунке для удобства они сдвинуты) и складывать их неудобно. Очевидно, что $\vec{\Delta p}$ направлен вверх, а его модуль равен:

$$|\vec{\Delta p}| = \Delta p = 2mv_1,$$

b) Во время неупругого столкновения шар не отскакивает,

$$\vec{p}_2 = 0, \vec{\Delta p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = -\vec{p}_1, \text{ по модулю } \Delta p = mv_1.$$

Подставим числовые данные:

a) $\Delta p = 2 \cdot 0,05 \cdot 8 = 0,8 \text{ (м/с)}$.

b) $\Delta p = 0,05 \cdot 8 = 0,4 \text{ (м/с)}$

Ответ: $0,8 \text{ м/с}$; $0,4 \text{ м/с}$.

Задача 3.5.

Тело, брошенное вертикально вниз с высоты $h = 20 \text{ м}$ со скоростью $v = 5 \text{ м/с}$ упало на Землю со скоростью $v_1 = 18 \text{ м/с}$. Какая часть механической энергии перешла в теплоту?

Дано:

$$h = 20 \text{ м}$$

$$v = 5 \text{ м/с}$$

$$v_1 = 18 \text{ м/с}$$

$$\eta - ?$$

Решение:

Полная механическая энергия тела на высоте h равна:

$$E = mgh + \frac{mv^2}{2}.$$

В момент падения на землю $E_1 = \frac{mv_1^2}{2}$, $Q = E - E_1$,

$$\eta = \frac{Q}{E} = 1 - \frac{v_1^2}{2gh + v^2}.$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$\eta = \frac{(\text{м/с})}{\text{м/с}^2 \cdot \text{м} + (\text{м/с})^2} = \text{отд.ед.}$$

Подставим числовые данные:

$$\eta = 1 - \frac{18^2}{2 \cdot 9,8 \cdot 20 + 5^2} = 0,22.$$

Ответ: $0,22$.

Задача 3.6.

Какую работу необходимо выполнить, чтобы увеличить скорость тела от $v_1 = 2 \text{ м/с}$ до $v_2 = 6 \text{ м/с}$ на пути $S = 10 \text{ м}$. На всем пути действует постоянная сила трения $F_{тр} = 2 \text{ Н}$. Масса тела $m = 1 \text{ кг}$.

Дано:

$$S = 10 \text{ м}$$

Решение:

Работа всех сил, действующих на тело, равна приращению

$$v_1 = 2 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 6 \text{ м/с}$$

$$F_{\text{тр}} = 2 \text{ Н}$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$A = ?$$

кинетической энергии тела:

$$A = \Delta E_K = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Работу всех сил представим, как сумму работ внешней силы и силы трения. Работа силы трения отрицательна, поскольку направление силы и перемещения тела противоположны:

$$A_{\text{вн}} + A_{\text{тр}} = A_{\text{вн}} - F_{\text{тр}} \cdot S = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Отсюда,

$$A_{\text{вн}} = F_{\text{тр}} \cdot S + \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[A_{\text{вн}}] = \text{Н} \cdot \text{м}^2 + \text{кг} \cdot (\text{м/с})^2 = \text{Дж}$$

Подставим числовые данные:

$$A_{\text{вн}} = 2 \cdot 10 + \frac{1 \cdot 36}{2} - \frac{1 \cdot 4}{2} = 36 \text{ (Дж)}.$$

Ответ: 36 Дж.

Задача 3.7.

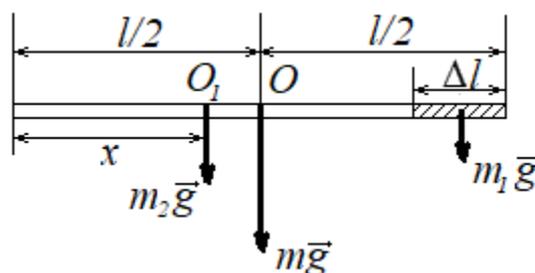
От однородного вала отрезали конец длиной 0,4 м. Куда и на сколько переместится центр тяжести?

Дано:

$$\Delta l = 0,4 \text{ м}$$

$$x = ?$$

Решение:



Силу тяжести вала можно рассматривать как сумму двух сил: силу тяжести $m_1 \vec{g}$ отрезанной части и силу тяжести $m_2 \vec{g}$ той части, что

осталась.

Если поставить отрезанную часть на первое место, то вал, подпертый в точке O – центре тяжести, будет находиться в

равновесии. Уравнение равновесия моментов относительно оси, проходящей через центр тяжести примет вид:

$$m_1 g \left(\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2} \right) - m_2 g \left(\frac{l}{2} - x \right) = 0.$$

Учитывая, что $m_1 = \rho S \Delta l$, $m_2 = \rho S (l - \Delta l)$, где ρ – плотность материала вала, S – площадь поперечного сечения, получим:

$$\Delta l \left(\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2} \right) = (l - \Delta l) \left(\frac{l}{2} - x \right).$$

Откуда, $x = \frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2}$.

То есть, центр тяжести переместился на $\frac{\Delta l}{2}$ ко второму концу вала.

Ответ: На 20 см ко второму концу.

Задача 3.8.

Тело разгоняют с помощью сжатой пружины. Какой потенциальной энергией обладает пружина жесткостью $k = 300 \text{ Н/м}$ в момент, когда она сообщает телу массой $m = 2 \text{ кг}$ ускорение $a = 4 \text{ м/с}^2$.

Дано:

$k = 300 \text{ Н/м}$

$m = 2 \text{ кг}$

$a = 4 \text{ м/с}^2$

$E_p - ?$

Решение:

$$F = ma, F = kx, x = \frac{ma}{k}, E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{m^2 a^2}{2k}.$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[E_p] = \frac{\text{кг}^2 (\text{м/с}^2)^2}{\text{Н/м}} = \text{Дж}$$

Подставим числовые данные:

$$E_p = \frac{2^2 4^2}{2 \cdot 300} = 0,11 (\text{Дж}).$$

Ответ: 0,11 Дж.

Задача 3.9.

Снаряд, выпущенный вертикально вверх, разорвался в верхней точке траектории. Первый осколок массой $m_1 = 1 \text{ кг}$ набрал скорость движения $v_1 = 400 \text{ м/с}$, направлен горизонтально. Второй осколок массой $m_2 = 1,5 \text{ кг}$ полетел вверх со скоростью $v_2 = 200 \text{ м/с}$. Определите скорость третьего осколка массой $m_3 = 2 \text{ кг}$.

Дано:

$m_1 = 1 \text{ кг}$
 $v_1 = 400 \text{ м/с}$
 $m_2 = 1,5 \text{ кг}$
 $v_2 = 200 \text{ м/с}$
 $m_3 = 2 \text{ кг}$
 $v_3 = ?$

Решение:

Разорвавшийся снаряд можно считать замкнутой системой (сила тяжести гораздо меньше, чем сила давления пороховых газов, разрывающая снаряд на осколки). То есть, можно пользоваться законом сохранения импульса. Поскольку импульс снаряда в верхней точке траектории равен нулю, векторная сумма импульсов всех осколков тоже равна нулю. Векторы импульсов осколков образуют прямоугольный треугольник. Искомый вектор – гипотенуза этого треугольника, откуда:

$$p_3 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} \text{ и } v_3 = \frac{\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}}{m_3}$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[v_3] = \frac{\sqrt{(\text{кг} \cdot \text{м/с})^2}}{\text{кг}} = \text{м/с}$$

Подставим числовые данные:

$$v_3 = \frac{\sqrt{(1 \cdot 400)^2 + (1,5 \cdot 200)^2}}{2} = 250 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: 250 м/с .

Задача 3.10.

Какое расстояние пройдет по горизонтальной дороге автомобиль, у которого на скорости 54 км/ч отказал двигатель? Сила сопротивления двигателя равна $0,075$ от веса автомобиля.

<i>Дано:</i>	<i>СИ:</i>	<i>Решение:</i>
$v = 54 \text{ км/ч}$ $\mu = 0,075$ $S - ?$	15 м/с	<p>Во время движения автомобиля по горизонтальной дороге с неработающим двигателем работу выполняют только силы сопротивления движения. При этом кинетическая энергия автомобиля уменьшается. Работа сил сопротивления:</p> $A_{on} = -\mu \cdot m \cdot g \cdot s$ <p>где $\mu = 0,075$, равна изменению кинетической энергии автомобиля:</p> $A_{on} = 0 - \frac{mv^2}{2}.$ <p>То есть, получим:</p> $S = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}.$ <p>Проверим размерность единиц измерения:</p> $[S] = \frac{(\text{м/с})^2}{\text{м/с}^2} = \text{м}.$ <p>Подставим числовые данные:</p> $S = \frac{15^2}{2 \cdot 0,075 \cdot 9,8} = 150 (\text{м}).$

Ответ: $150 \text{ м}.$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое импульс силы?
2. Что такое импульс тела?
3. Сформулируйте закон сохранения импульса.
4. Объясните реактивное движение.
5. Запишите уравнение с переменной массой.
6. Запишите реактивную силу тяги.
7. Сформулируйте формулу Циолковского.
8. Что такое энергия, назовите основные ее виды.
9. Запишите кинетическую энергию.
10. Запишите потенциальную энергию.
11. Сформулируйте и запишите закон сохранения механической энергии.
12. Что такое консервативные силы.
13. Дайте определение потенциальному полю.
14. Что такое работа.
15. Сформулируйте теорему о кинетической энергии.
16. Запишите работу при постоянной силе.
17. Что такое мощность.
18. Запишите КПД.
19. Что такое удар, какие виды соударения знаете. Охарактеризуйте их
20. Объясните действие рычага, блока, наклонной плоскости, клина.

Глава 4. ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ ЖИДКОСТИ И ГАЗОВ



4.1. ДАВЛЕНИЕ

Гидроаэростатика – раздел механики, который определяет равновесное состояние жидкости или газа.

Величина, равная отношению силы, действующей перпендикулярно к поверхности, к плоскости этой поверхности, называется давлением:

$$p = \frac{F}{S}. \quad 4.1)$$

Единица давления – паскаль (Па): $[p] = 1\text{Па} = 1\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$.

Паскаль – давление, которое образует нормальная сила 1Н на площадь 1м^2 .

4.2. ЗАКОН ПАСКАЛЯ

Закон Паскаля – давление, осуществляемое на жидкость или газ, находящиеся в закрытой посудине, передается во все направления без изменений.

4.3. ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ

Гидростатическое давление – давление, обусловленное весом столба жидкости. Увеличивается с глубиной и зависит от плотности жидкости:

$$p = \rho_{\text{ж}} gh.$$

4.2)

Если жидкость находится под внешним давлением p_0 (например, под давлением ветра), то давление в середине жидкости на глубине h равно (рис. 4.1):

$$p = p_0 + \rho_{ж} gh. \quad 4.3)$$

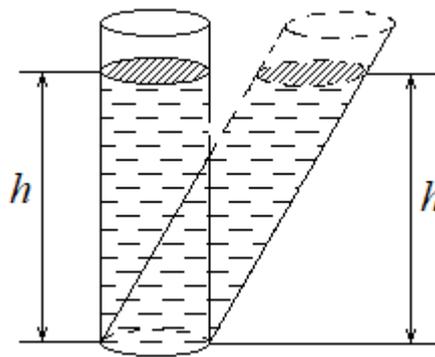


Рис. 4.1.

4.4. СООБЩАЮЩИЕСЯ СОСУДЫ

При любой форме сосудов, содержащих однородную жидкость, поверхности жидкости устанавливаются на одном уровне (рис. 4.2).

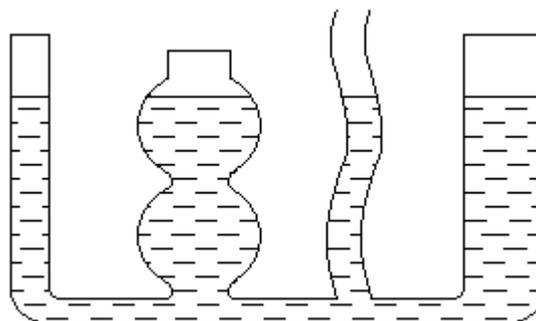


Рис. 4.2. Сообщающиеся сосуды

В сосудах с разными не перемешанными жидкостями высота столбов над уровнем раздела этих жидкостей обратно пропорциональна их плотностям. Жидкость с большой плотностью всегда опускается на дно (рис. 4.3):

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (4.4)$$

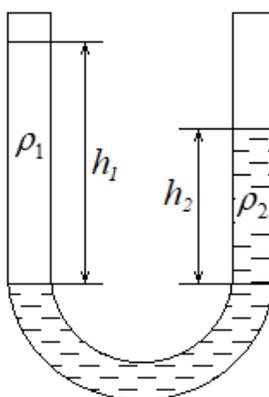


Рис. 4.3. Сосуд с разнородными не перемешанными жидкостями

4.5. ГИДРОСТАТИЧЕСКИЙ ПАРАДОКС

Давление на дно в сосудах (рис. 4.4) одинаково, хотя вес воды в первом сосуде больше, чем в третьем, во втором – меньше, чем в третьем. Почему?

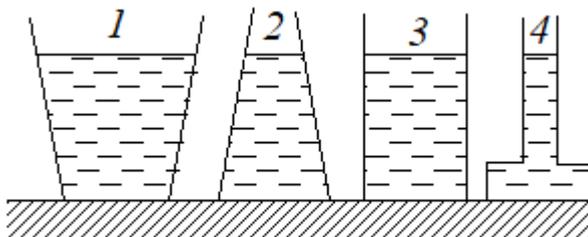


Рис. 4.4. Иллюстрация гидростатического парадокса

В первой посудине сила реакции опоры стенок уравнивает часть веса жидкости, а во второй посудине сила реакции опоры стенок увеличивает силу давления на дно.

В четвертой посудине давление тонкого вертикального столба по закону Паскаля передается дну (рис. 4.5):

$$p = \rho_{ж} g h_1 + \rho_{ж} g h_2. \quad (4.5)$$

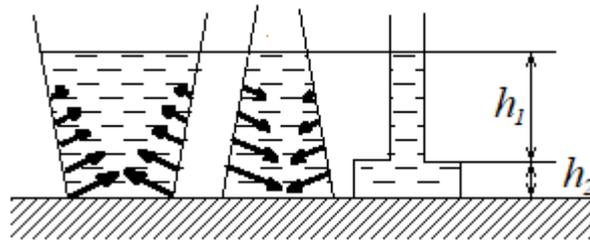


Рис. 4.5. Объяснение закона Паскаля

4.6. ГИДРАВЛИЧЕСКАЯ МАШИНА

Гидравлическая машина дает выигрыш в силе во столько раз, во сколько площадь ее большего поршня больше площади меньшего поршня (рис. 4.6):

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}. \quad (4.6)$$

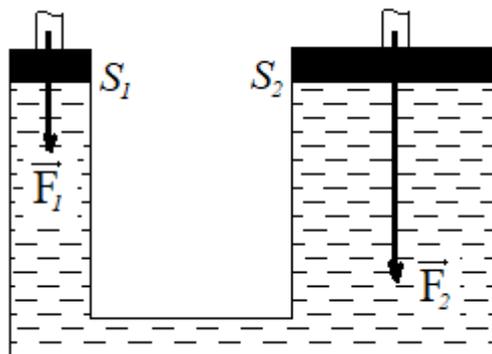


Рис. 4.6. Пример гидравлической машины

4.7. ЗАКОН АРХИМЕДА

Закон Архимеда: на тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, по модулю равная силе тяжести жидкости (или газа), занятого телом.

Выталкивающая сила называется **архимедовой силой**:

$$F_A = \rho_{ж} g V_{погр.тела} \cdot \quad (4.7)$$

Архимедова сила, приложена к центру веса (массы) вытесненной телом жидкости. Она обусловлена разницей давлений на верхнюю и нижнюю поверхность тела, при этом атмосферное давление взаимно компенсируется.

4.8. УСЛОВИЯ ПЛАВАНИЯ ТЕЛ

<i>Поведение тела</i>	<i>Тело</i>	
Тело тонет	$F_A > mg$	$\rho_{\tau} > \rho_{ж}$
Тело всплывает	$F_A > mg$	$\rho_{\tau} < \rho_{ж}$
Тело плавает в середине жидкости	$F_A = mg$	$\rho_{\tau} = \rho_{ж}$
Тело плавает на поверхности жидкости (частичное погружение)	$F_A = mg$	$\rho_{\tau} < \rho_{ж}$

Плавание суден

Тяжелые грузы и двигатели расположены в нижней части судна, чтобы центр веса (2) был ниже точки приложения архимедовой силы (1), чтобы

обеспечить стойкость судна (при наклоне судна \vec{F}_A и $m\vec{g}$ становятся парой сил, поворачивающих судно в вертикальное направление (рис. 4.7).

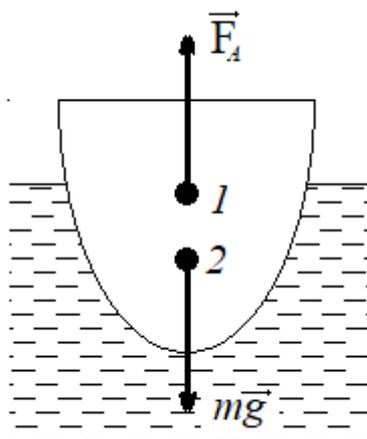


Рис. 4.7. Положение судна на воде

Вес воды, вытесненный судном до **ватерлинии** (наибольшего допустимого осадка, определенного на корпусе красной линией), равный силе тяжести, действующей на судно с грузом, называется **водотонажем** судна.

Если от водотонажности отнять вес самого судна, то получим **грузоподъемность** судна:

$$P_{\text{водопод}} - P_c = P_{\text{водотон}}. \quad (4.7)$$

Разность между 1 м^3 воздуха и весом того же объема другого газа называется **подъемной силой** 1 м^3 газа:

$$F_{\text{под}} = P_{\text{под}} - P_{\text{газ}}, \quad F_{\text{под}} = (\rho_{\text{под}} - \rho_{\text{газ}})gV_{\text{газ}}. \quad (4.8)$$

Определение плотности тела методом **гидростатического взвешивания**:

$$\rho_T = \frac{P}{P - P'} \rho_{\text{жид}} . \quad 4.9)$$

4.9. АТМОСФЕРНОЕ ДАВЛЕНИЕ, ЕГО ИЗМЕРЕНИЕ

Особенность атмосферного давления (давления газов): для определения атмосферного давления формула $p = \rho gh$ неприменима, поскольку плотность воздуха с высотой уменьшается.

Впервые атмосферное давление было измерено **Торричелли**. В его исследовании атмосферное давление уравнивается давлением столба ртути в стеклянной трубке (рис. 4.8). Над ртутью образуются насыщенные пары ртути, давление которых очень маленькое, и ими можно пренебречь.

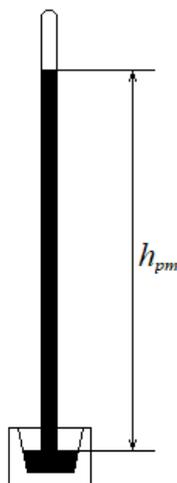


Рис. 4.8. Опыт Торричелли

Атмосферное давление, равное давлению ртутного столба 760 мм при температуре 0°C , называется **нормальным атмосферным давлением**:

$$1\text{ мм.рт.ст.} = 133,3\text{ Па} , \quad p_{\text{атм}} = 10^5\text{ Па}$$

Нормальному атмосферному давлению соответствует давление столба воды высотой $10,2\text{ м}$.

Атмосферное давление с высотой уменьшается на 1 мм.рт.ст. в среднем на каждые 12 м подъем (относительно Земли).

Приборы для измерения атмосферного давления называются **барометрами**. Они бывают жидкими (трубка Торричелли) и металлическими (барометр-анероид). Барометр-анероид состоит из металлической гофрированной коробочки (1), которая сдавливается при увеличении атмосферного давления и расширяется при его уменьшении (рис. 4.9).

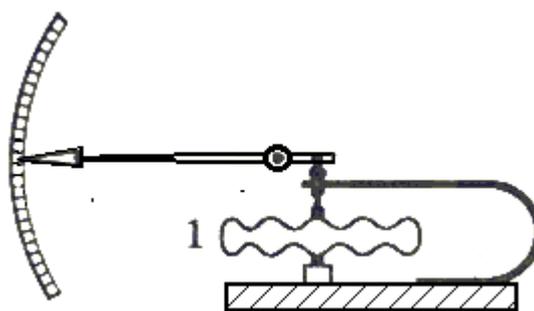


Рис. 4.9. Барометр-анероид

Для измерения давления, большего или меньшего от атмосферного, используют жидкостные или металлические **манометры**. Жидкостные манометры представляют собой соединенные сосуды, заполненные однородной жидкостью. Один конец манометра соединен с посудой, а второй находится под атмосферным давлением. Основная часть металлического манометра – загнутая в дугу пружина металлической трубочки (1), один конец которой закрыт, а другой с помощью крана (2) соединён с посудой, в которой измеряется давление.

РЕКОМЕНДАЦИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ЭЛЕМЕНТЫ МЕХНИКИ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ»

Для решения задач по темам «сообщающиеся сосуды», «гидравлическая машина», условия плавания тел, атмосферное давление и задач, основанных на законе Паскаля, рекомендуется использовать следующую последовательность действий:

1. Определите основные параметры задачи: давление, объем жидкости или газа, высота столба жидкости, температура и т.д.
2. Для темы «сообщающиеся сосуды» опишите систему сообщающихся сосудов, указав размеры, форму и материал каждого сосуда, а также тип и свойства жидкости (плотность, коэффициент вязкости и т.п.).
3. Запишите формулу (или закон), необходимый для расчета искомой величины.
4. Если в задаче даны дополнительные условия или ограничения, то уточните их.
5. Если в задаче присутствуют другие законы или формулы, используйте их для решения задачи.
6. Решите уравнение (или систему уравнений) для определения неизвестных величин.
7. Проверьте, все ли данные использовались и убедитесь, что единицы измерения верны.
8. Запишите ответ и проведите анализ результатов.

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НА ЗАНЯТИЯХ

1. В прямую цилиндрическую посуду налили жидкость плотностью ρ_1 . Во сколько раз изменится давление на дно посуды, если в нее долить жидкости, плотность которой $1,5\rho_1$. Массы жидкостей одинаковы.

(Ответ: давление увеличится в 2 раза).

2. До какой высоты H необходимо налить жидкость в цилиндрическую посуду радиуса R , чтобы сила, с которой жидкость давит на боковую поверхность посуды, равна была бы давлению на дно.

(Ответ: $H = R$).

3. В колена U -подобной трубки налили воду, а потом в одно из колен дополнительно налили масло. Какой будет разность уровней воды в коленах, если высота масла 40 см ?

(Ответ: 36 см).

4. В сообщающиеся сосуды налита ртуть. Потом в одну из посудин наливают масло, а во вторую – воду. Поверхности разделение ртути с маслом и водой в обоих сосудах находятся на одинаковом уровне. Определите высоту столба воды, если высота столба масла $H = 20\text{ см}$, а ее плотность – $\rho_{\text{ж}} = 0,9 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$.

(Ответ: $p = 18\text{ см}$).

5. Шар подвешен на пружине и опущен в воду. При этом удлинение пружины уменьшилось в 3 раза. Определите плотность материала шара.

(Ответ: $\rho = 1500\text{ кг/м}^3$).

6. Колода, длиной $l = 3,5\text{ м}$ и диаметром $D = 30\text{ см}$, плавает в воде. Какая масса человека должна быть, чтобы он не замочил ноги?

(Ответ: $m = 7,4\text{ кг}$).

7. Чему равна плотность тела, если при полном погружении в воду его вес уменьшился вдвое по сравнению с весом в вакууме.

(Ответ: 2000 кг/м^3).

8. Вес тела в воздухе $P_1 = 54\text{ г}$, в воде – $P_2 = 34\text{ г}$, в некоторой жидкости – $P_3 = 38\text{ г}$. Определите плотность жидкости.

(Ответ: 800 кг/м^3).

9. Какой силы давления испытывает плотина длиной 150 м и высотой 8 м , если вода поднимается на такую же высоту?

(Ответ: $1,67 \cdot 10^8\text{ Н}$).

10. В посуду цилиндрической формы диаметром 20 м налили жидкость. Найдите высоту жидкости в посудине, при которой сила гидростатического давления на дно равна силе гидростатического давления на стенку.

(Ответ: $0,1\text{ м}$).

11. В море плавает льдина, часть которой объемом 195 м^3 находится над водой. Найдите объем всей льдины и ее подводной части. Плотность льда 800 кг/м^3 , плотность морской воды 1030 кг/м^3 .

(Ответ: 853 м^3).

12. С каким ускорением всплывает тело с плотностью $0,95 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$ в жидкости с плотностью $115 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$? Силой трения во время движения тела в жидкости пренебречь.

(Ответ: $2,06\text{ м/с}^2$).

13. Пустой стеклянный шар плавает в воде, погруженный на половину. Внешний объем шара 200 м^3 . Найдите объем пустого шара. Плотность стекла $2,5 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$.

(Ответ: $1,6 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3$).

14. Гидравлический домкрат поднимает машину весом 12 кН . К малому поршню домкрата прикладывают силу 250 Н . Чему равна площадь большего поршня, если площадь меньшего $5 \cdot 10^{-4}\text{ м}^2$.

(Ответ: 240 см^3).

15. На полностью погруженное тело в жидкость действует архимедова сила 22 Н . Какой объем тела?

(Ответ: $2,2\text{ дм}^3$).

16. На полностью погруженное тело в жидкость тело объемом 60 см^3 действует архимедова сила $0,66\text{ Н}$. Определите плотность жидкости.

(Ответ: 1100 кг/м^3).

17. На тело массой 540 г , полностью погруженное в газ, действует архимедова сила $2,4\text{ Н}$. Определите плотность тела.

(Ответ: $1800 \text{ кг} / \text{м}^3$).

18. Какая архимедова сила действует на стеклянное тело массой 750 г , полностью погруженное в воду?

(Ответ: 3 Н)

19. Какая архимедова сила действует на стальную деталь, полностью погруженную в воду? Масса детали 117 кг .

(Ответ: 150 Н).

20. К динамометру подвесили тело весом 6 Н и объемом 350 см^3 . Какими будут показания динамометра, если тело полностью погрузить в воду?

(Ответ: $2,5 \text{ Н}$).

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Что покажет динамометр, если подвешенное к нему тело полностью погрузить в воду? Масса тела равна – 250 г , объем – 80 см^3 .

(Ответ: $1,7 \text{ Н}$).

2. Что покажет динамометр, если подвешенный к нему стальной цилиндр массой 780 г наполовину погрузить в воду?

(Ответ: $7,3 \text{ Н}$).

3. Доска шириной 25 см и длиной 8 м плавает в воде, погрузившись на 2 см . Определите массу этой доски.

(Ответ: 10 кг).

4. Вода,двигающаяся по широкому участку трубы со скоростью $0,8 \text{ м/с}$ переходит в узкий участок трубы, площадь сечения которого меньше в 3 раза. Определите скорость воды на этом участке трубы.

(Ответ: $2,4 \text{ м/с}$).

5. Стенки стальной трубы старого участка водопровода так заросли, что фактически внутренний диаметр уменьшился с 24 мм до 15 мм . Во сколько раз отличаются скорости движения воды в этом участке и в новых пластиковых трубах того же водопровода?

(Ответ: в старом участке скорость больше в $2,8$ раза).

6. Во время ремонта одну из труб теплотрассы пришлось заменить на трубу вдвое меньшего диаметра. С какой скоростью двигается вода через эту трубу, если скорость воды в других участках теплотрассы равна 1 м/с . Больше или меньшее давление в «новой» трубе, чем на других участках теплотрассы.

(Ответ: 4 м/с , давление в «новом» участке трубы меньше, чем на других участках).

7. Вода течет по трубе диаметром 6 см со скоростью $0,4\text{ м/с}$, а потом проходит по трубе диаметром 2 см . Определите скорость движения воды в более узкой трубе.

(Ответ: $3,6\text{ м/с}$).

8. Алюминиевая деталь массой 540 г , подвешенная на нити и полностью погруженная в воду, имеет полость. Определите объем полости. Если деталь в воде растягивает нить с силой $2,4\text{ Н}$.

(Ответ: 100 см^3).

9. Медный шар массой 445 г имеет полость. Шар подвесили к динамометру и погрузили в воду. Определите объем полости, если показания динамометра составляют $3,5\text{ Н}$.

(Ответ: 45 см^3).

10. Сколько туристов может перевезти через озеро плот. Сделанный из 25 сосновых колод длиной $3,5\text{ м}$ и площадью поперечного сечения 300 см^2 . Средняя масс туриста составляет 75 кг .

(Ответ: 21).

11. С какой скоростью двигается вода по водопроводной трубе, ведущей к крану, когда кран открыт? Внутренний диаметр трубы равен 2 см . Ведро емкостью 10 л , стоящее под краном, наполняется за 1 мин .

(Ответ: $0,53\text{ м/с}$).

12. Определите гидростатическое давление слоя керосина высотой 1 м .

(Ответ: 8 кПа).

13. Какую силу необходимо приложить к малому поршню гидростатического пресса, чтобы он развил усилие 150 кН . Отношение площадей составляет $1:50$.

(Ответ: 3 кН).

14. Какое усилие развивает гидростатический пресс, если к малому поршню приложить силу 150 Н . Площади поршней соответственно: 2 см^2 и $0,5\text{ дм}^2$.

(Ответ: 3 кН).

15. Чему равна Архимедова сила, действующая на тело объемом 60 см^3 , полностью погруженное в газ.

(Ответ: 480 мН).

16. Пустотелый металлический шар, наружный и внутренний радиусы которого соответственно R_1 и R_2 , плавает на поверхности жидкости. Плотность металла d_1 , плотность жидкости d_2 . Какой должна быть масса груза, который следует поместить внутрь пули, чтобы она плавала внутри жидкости?

(Ответ: $m = \frac{4}{3}\pi\{d_1R_1^3 - (d_1 - d_2)R_2^3\}$).

17. Какая подъемная сила 1 м^3 гелия, которым наполняли дирижабли, если плотность гелия относительно воздуха равна $0,137$, а 1 м^3 воздух имеет вес $12,67\text{ Н}$?

(Ответ: Пусть $\rho_{\text{в}}$ – плотность воздуха, ρ_{He} – плотность гелия. Подъемная сила 1 м^3 гелия определяется следующим образом:

$$F = P_{\text{в}} - P_{\text{He}} = g(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{He}}) = g\rho_{\text{в}}\left(1 - \frac{\rho_{\text{He}}}{\rho_{\text{в}}}\right) = 10,77\text{ Н}$$

18. На дне сосуда с жидкостью лежит тело, плотность которого несколько больше плотности жидкости. Можно ли заставить тело подняться, увеличивая давление на жидкость?

(Ответ: Если сжимаемость тела меньше сжимаемости жидкости, то принципиально можно).

19. Баллон сферического аэростата, наполненный водородом, имеет объем 700 м^3 . Масса оболочки, корзины, приборов и двух пассажиров составляет 447 кг . Сколько нужно добавить балласта, чтобы аэростат уравнивался вблизи земной поверхности при нормальном давлении? Сколько нужно сбросить балласт, чтобы подняться на высоту 2 км ? Плотность воздуха у поверхности Земли $1,293 \text{ кг/м}^3$, водорода – $0,09 \text{ кг/м}^3$. Плотность воздуха на высоте 2 км – $1,0 \text{ кг/м}^3$.

(Ответ: $\Delta m = 205 \text{ кг}$.)

20. В боковой стенке цилиндрического сосуда, стоящего на подставке, есть два отверстия, расположенные на расстоянии 25 см друг над другом. Вытекающие из них струи пересекаются. Найти точку пересечения струй, если известно, что уровень воды находится на 25 см выше верхнего отверстия.

(Ответ: $x_0 = 50\sqrt{2} \text{ см}$ и $y_0 = -25 \text{ см}$).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 4.1.

В открытую цилиндрическую посуду налили ртуть и воду в равных по массе количествах. Общая высота обоих слоев жидкости $h = 0,292 \text{ см}$. Определите давление на дно посуды.

Дано:	Решение:
$\rho_{рт} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	$p = \rho_{рт} g h_{рт} + \rho_в g (h - h_{рт})$
$\rho_в = 10^3 \text{ кг/м}^3$	Так как $m_в = m_{рт}$, $\rho_в V_в = \rho_{рт} V_{рт}$
$h = 0,292 \text{ см}$	$h_{рт} = \frac{\rho_в}{\rho_{рт} + \rho_в} h, \quad p = \frac{2\rho_{рт}\rho_в g h}{\rho_{рт} + \rho_в}$
$p - ?$	Проверим размерность единиц измерения:
	$[p] = \frac{\text{кг/м}^3 \cdot \text{кг/м}^3 \cdot \text{м/с}^2 \cdot \text{м}}{\text{кг/м}^3 + \text{кг/м}^3} = \text{кг/м}^3 \cdot \text{м/с}^2 \cdot \text{м} = \text{Па}$.
	Подставим числовые данные:
	$p = \frac{2 \cdot 13,6 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 0,292}{10^3 + 13,6 \cdot 10^3} = 5340 \text{ (Па)} = 5,34 \text{ (кПа)}$.
Ответ: 5,34кПа .	

Задача 4.2.

Аквариум, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, заполнен водой. С какой силой давит вода на стенку аквариума, длина которой 0,8 м и высота 0,6 м. Ответ:

Дано:	Решение:
$l = 0,8 \text{ м}$	Давление на боковую стенку линейно возрастает от 0 до
$h = 0,6 \text{ м}$	$\rho g h$, поэтому для вычисления силы воспользуемся средним
$F - ?$	давлением:
	$\langle p \rangle = \frac{\rho g h}{2}$.

Тогда $F = \langle p \rangle lh$, или $F = \frac{\rho g h^2 l}{2}$.

Проверим размерность единиц измерения:

$$[F] = \frac{\text{кг}/\text{м}^3 \cdot \text{м}/\text{с}^2 \cdot \text{м}^3}{2} = \text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2 = \text{Н}.$$

Подставим числовые данные:

$$F = \frac{10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,8^2 \cdot 0,6}{2} = 1410 \text{ (Н)} = 1,41 \text{ (кН)}.$$

Ответ: 1,41 кН.

Задача 4.3.

В цилиндрическую посуду с водой опускают тело массой m , плотность которого меньше, чем плотность воды. Как при этом изменится уровень воды в посудине, если площадь дна посуды S и вода из посуды не выливается.

Дано:

S

m

$\rho < \rho_0$

$\Delta h - ?$

Решение:

Сила давления на дно посуды $F = Mg$, где M – масса воды. Во время опускания в посудину тела, сила давления увеличивается на $\Delta F = mg$. Поскольку плотность тела меньше плотности воды, тело плавает в воде и не опускается на дно, уровень воды при этом повышается. То есть, изменение давления Δp на дно обусловлено изменением уровня Δh воды в посудине:

$$\Delta p = \rho_0 g \Delta h,$$

где ρ_0 – плотность воды.

Вместе тем: $\Delta p = \frac{\Delta F}{S} = \frac{mg}{S}$, тогда $\rho_0 g \Delta h = \frac{mg}{S}$. Отсюда: $\Delta h = \frac{m}{S \rho_0}$.

Проверим размерность единиц измерения:

$$[\Delta h] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{кг}/\text{м}^3} = \text{м}.$$

Подставим числовые данные:

$$\Delta h = \frac{m}{S\rho_g}.$$

Ответ: $\Delta h = \frac{m}{S\rho_g}.$

Задача 4.4.

В сообщающиеся сосуды налита ртуть, а сверху нее в одну посудину налит столб масла высотой $h_1 = 48 \text{ см}$ ($\rho_1 = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$), а в другую – столб керосина высотой $h_2 = 20 \text{ см}$ ($\rho_2 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$). Определите разницу уровней ртути в обоих сосудах.

Дано:

$$h_1 = 48 \text{ см}$$

$$h_2 = 20 \text{ см}$$

$$\rho_1 = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_2 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{рт} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$x - ?$$

Ответ: $2 \text{ см}.$

Решение:

$$h_1\rho_1 = h_2\rho_2 + \rho_{рт}x, \quad x = \frac{h_1\rho_1 - h_2\rho_2}{\rho_{рт}}$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[x] = \frac{м \cdot кг / м^3 - м \cdot кг / м^3}{кг / м^3} = м.$$

Подставим числовые данные:

$$x = \frac{48 \cdot 0,9 \cdot 10^3 - 20 \cdot 0,8 \cdot 10^3}{13,6 \cdot 10^3} = 2 \text{ (см)}.$$

Задача 4.5.

Надводная часть айсберга имеет объём $V_1 = 500 \text{ м}^3$. Определите объём айсберга. Плотность льда $\rho_l = 0,92 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, морской воды – $\rho_g = 1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Дано:

$$V_1 = 500 \text{ м}^3$$

Решение:

По закону Архимеда: $F_{Арх} = m_k g, \quad \rho_g(V - V_1) = \rho_l V g.$

$$\rho_l = 0,92 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_g = 1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$V - ?$

Тогда,
$$V = \frac{V_1 \rho_g}{\rho_g - \rho_l}.$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[V] = \frac{\text{м}^3 \text{кг/м}^3}{\text{кг/м}^3 - \text{кг/м}^3} = \text{м}^3.$$

Подставим числовые данные:

$$V = \frac{500 \cdot 0,92 \cdot 10^3}{1,03 \cdot 10^3 - 0,92 \cdot 10^3} = 4682 \text{ (м}^3\text{)}.$$

Ответ: 4682 м^3 .

Задача 4.6.

Аэростат, заполненный водородом, поднимается с Земли с ускорением $a = 1 \text{ м/с}^2$. Масса аэростата $m = 700 \text{ кг}$, плотность воздуха – $\rho_n = 1,29 \text{ кг/м}^3$, водорода – $\rho_g = 0,09 \text{ кг/м}^3$. Определите объем аэростата.

Дано:

$$a = 1 \text{ м/с}^2$$

$$m = 700 \text{ кг}$$

$$\rho_n = 1,29 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_g = 0,09 \text{ кг/м}^3$$

$V - ?$

Решение:

По закону Архимеда: $Ma = F_{\text{Арх}} - Mg$,

$$M = m + m_g = m + \rho_g V,$$

$$F_{\text{Арх}} = \rho_n V g.$$

Тогда,
$$\rho_n V g = (m + \rho_g V) \cdot (g + a), \quad V = \frac{m(g - a)}{\rho_n g - \rho_g (g + a)}$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[V] = \frac{\text{кг}(\text{м/с}^2 - \text{м/с}^2)}{\text{кг/м}^3 \cdot \text{м/с}^2 - \text{кг/м}^3(\text{м/с}^2 + \text{м/с}^2)} = \text{м}^3.$$

Подставим числовые данные:

$$V = \frac{700(9,8 - 1)}{1,29 \cdot 9,8 - 0,09(9,8 + 1)} = 555,6 \text{ (м}^3\text{)}.$$

Ответ: $555,6 \text{ м}^3$.

Задача 4.7.

Шарик, плотность которого $\rho = 2700 \text{ кг/м}^3$ и радиус $R = 0,02 \text{ м}$, находится в посудине с водой. Определите силу F , с которой шарик давит на дно посудины.

<p>Дано:</p> <p>$\rho = 2700 \text{ кг/м}^3$</p> <p>$R = 0,02 \text{ м}$</p> <p>$\rho_в = 10^3 \text{ кг/м}^3$</p> <p>$F - ?$</p>	<p>Решение:</p> <p>По закону Архимеда: $F = mg - F_{Арх}$, где $m = \frac{4\pi\rho R^3}{3}$.</p> <p>Тогда $F = \frac{4\pi(\rho - \rho_в)gR^3}{3}$.</p> <p>Проверим размерность единиц измерения:</p> $[F] = \frac{4\pi(\text{кг/м}^3 - \text{кг/м}^3) \cdot \text{м/с}^2 \cdot \text{м}^3}{3} = \text{кг} \cdot \text{м/с}^2.$ <p>Подставим числовые данные:</p> $F = \frac{4 \cdot 3,14(2700 - 1000) \cdot 9,8 \cdot 0,02^3}{3} = 0,55885 \text{ (Н)} = 558,85 \text{ (мН)}.$ <p>Ответ: 558,85 мН.</p>
--	---

Задача 4.8.

В воде плавает деревянный брусок массой $m = 3 \text{ кг}$. Плотность дерева $\rho = 700 \text{ кг/м}^3$. Объем погруженной части бруска составляет $\frac{1}{3}$ от всего объема бруска. Определите вес плавающего бруска.

<p>Дано:</p> <p>$m = 3 \text{ кг}$</p> <p>$\rho = 700 \text{ кг/м}^3$</p> <p>$\rho_в = 10^3 \text{ кг/м}^3$</p> <p>$V_n = \frac{V}{3}$</p> <p>$P - ?$</p>	<p>Решение:</p> <p>$P = mg - F_{Арх}$, $F_{Арх} = \rho_в V_n g$.</p> <p>$V = \frac{m}{\rho}$, $P = mg \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\rho_в}{\rho} \right)$.</p> <p>Проверим размерность единиц измерения:</p> $[P] = \text{кг} \cdot \text{м/с}^2 \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\text{кг/м}^3}{\text{кг/м}^3} \right) = \text{Н}.$
---	---

Подставим числовые данные:

$$P = 3 \cdot 9,8 \left(1 - \frac{1}{3} \frac{1000}{700} \right) = 15,3 \text{ (Н)}.$$

Ответ: 15,3 Н.

Задача 4.9.

Определите плотность однородного тела, вес которого в воздухе $P_0 = 2,8 \text{ Н}$, а в воде – $P_1 = 1,69 \text{ Н}$. Силу воздуха не учитывать.

Дано:

$$P_0 = 2,8 \text{ Н}$$

$$P_1 = 1,69 \text{ Н}$$

$$\rho_в = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho - ?$$

Решение:

$$F_{\text{Арх}} = P_0 - P_1, F_{\text{Арх}} = \rho_в V g, V = \frac{P_0 - P_1}{\rho_в g}, P_0 = \rho V g.$$

$$\text{Тогда, } \rho = \frac{P_0 \rho_в}{P_0 - P_1}.$$

Проверим размерность единиц измерения:

$$[\rho] = \frac{\text{Н} \cdot \text{кг} / \text{м}^3}{\text{Н} - \text{Н}} = \text{кг} / \text{м}^3.$$

Подставим числовые данные:

$$\rho = \frac{2,8 \cdot 1000}{2,8 - 1,69} = 2,52 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $2,52 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Задача 4.10.

В посудине с водой плавает кусок льда. Как изменится уровень воды, если лед растает?

Решение:

Условия плавания льда: $F_{\text{Арх}} = m_l g$.

Пусть V – объем куска льда. Тогда, $m_l = \rho_l V$, то есть $F_{\text{Арх}} = \rho_l V_n g$, V_n –

объем погруженной части. Получим, $\rho_l V = \rho_n V_n g$.

Масса воды, образуемая во время таяния льда равна:

$$m_в = m_л \text{ или } \rho_в V_в = \rho_л V = \rho_n V_n.$$

То есть, объём воды, образуемый в результате таяния льда, равен объёму погруженной части куска льда. Уровень воды не изменится.

Ответ: уровень воды не изменится.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

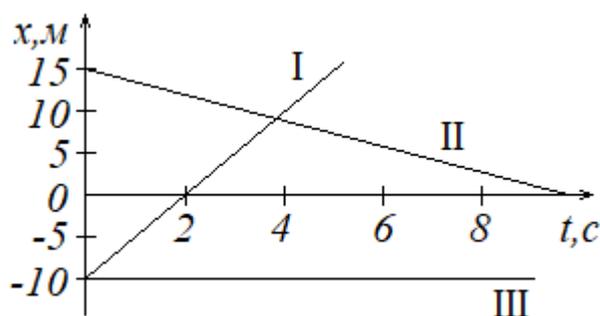
1. Дайте определение гидроаэростатики.
2. В чем измеряется давление?
3. Сформулируйте закон Паскаля.
4. Что такое гидростатическое давление?
5. Какие сосуды называются сообщающимися?
6. Что такое гидростатический парадокс?
7. Объясните действие гидравлической машины?
8. Сформулируйте закон Архимеда.
9. Что такое архимедова сила?
10. Назовите условия плавания тел.
11. Почему плавают судна?
12. Что такое ватерлиния?
13. Что такое водотанаж?
14. Что такое грузоподъемность?
15. Объясните подъемную силу.
16. Что такое гидростатическое взвешивание.
17. Объясните опыт Торричелли.
18. Что такое нормальное атмосферное давление?
19. Что такое барометр?
20. Что такое манометр?

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ



Задания 1-28 содержат 4 варианта ответов, из которых только один будет правильным. Выберите правильный, по вашему мнению, ответ.

1. На рисунке приведены графики движения трех тел, двигающихся вдоль оси Ox . Укажите правильное утверждение.



- А Скорость движения первого тела увеличивается
- Б Скорость движения второго тела уменьшается.
- В Третье тело находится в состоянии покоя.
- Г Первое тело движется со скоростью $2,5 \text{ м/с}$.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Координата первого тела зависит от времени линейно. Линейная зависимость $x(t)$ означает, что за равные промежутки времени тело проходит одинаковые расстояния, то есть движется с постоянной скоростью:

$$v_x = \frac{x - x_0}{t} = \frac{0 - (-10)}{2} = 5 \text{ (м/с)}.$$

Отсюда, второе тело движется с постоянной скоростью в направлении, противоположном направлению оси Ox .

Утверждение Б является неправильным.

Из графика следует, что начальная координата второго тела $x_0 = 15$ м, а конечная через 10 с движения $x = 0$. Согласно определению проекции скорости

$$\text{движения второго тела, } v_x = \frac{x - x_0}{t} = \frac{0 - 15}{10} = -1,5 \text{ (м/с)}.$$

То есть, второе тело движется с постоянной скоростью в направлении, противоположном направлению оси Ox .

Утверждение В правильное.

Из графика следует, что координата третьего тела ($x = -10$) со временем не изменяется. То есть, тело находится в покое.

Утверждение Г является неправильным.

Из графика видно, что координата первого тела изменяется за 2 с на 10 м (от -10 м до 0). То есть, скорость его движения равна 5 м/с.

ОТВЕТ: В.

2. Автобус движется по прямой дороге с постоянной скоростью. Укажите правильное утверждение.

- А Ускорение движения автобуса является постоянным и отличным от нуля.
- Б Равнодействующая всех приложенных к автобусу сил равна нулю.
- В На автобус действует только сила тяжести.
- Г На автобус действует только сила реакции опоры.

Обоснование выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Как известно, если тело движется прямолинейно и равномерно, то его ускорение равно нулю.

Утверждение Б правильное.

Первый закон Ньютона формулируется так: существуют системы отсчета, называемые инерциальными, относительно которых материальные точки, на которые не действуют другие тела (или действие других тел скомпенсировано), находятся в состоянии покоя или движутся прямолинейно и равномерно.

Согласно Ньютону, сила – причина изменения движения тел. Другими словами, если $\vec{F} = 0$, то и $\vec{a} = 0$. Таким образом, если ускорение движения тела равно нулю, то равнодействующая всех приложенных к нему сил равна нулю.

Утверждения В и Г неправильные.

На автобус действуют сила тяжести, сила реакции опоры, сила трения покоя, действующая со стороны дороги (направленная вперед по ходу автобуса), сила трения качения, действующая со стороны дороги (направленная назад по ходу автобуса) и сила сопротивления воздуха.

ОТВЕТ: Б.

3. Человек поднимает груз с постоянной скоростью. Укажите правильное утверждение.

- А Человек выполняет отрицательную работу.
- Б Работа силы тяжести является положительной.
- В Потенциальная энергия груза уменьшается.
- Г Чем больше скорость движения груза, тем большую мощность развивает человек.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Если направление силы \vec{F} совпадает с направлением перемещения \vec{S} , то работа силы $A = FS$. Таким образом, работа силы, может быть, как положительной, так и отрицательной. В этом случае сила, приложенная человеком к грузу, направлена вверх, поэтому в процессе поднятия груза работа человека положительна.

Утверждение Б является неправильным.

Сила тяжести направлена вниз, поэтому в ходе поднятия груза работа силы тяжести отрицательная.

Утверждение В является неправильным.

Потенциальная энергия тела, поднятого над землей на высоту h , равна mgh . То есть, чем больше высота, тем больше потенциальная энергия.

Утверждение Г является правильным.

Как известно, мощностью P называется отношение выполненной работы A к промежутку времени t , за которое выполнена работа: $P = \frac{A}{t}$. Подставляя это выражение в формулу для мощности, получим $P = \frac{FS}{t} = F \frac{S}{t} = Fv$, то есть мощность равна произведению силы и скорости. Таким образом, чем больше скорость груза, тем большую мощность развивает человек.

ОТВЕТ: Г.

4. Из мест A и B , расстояние между которыми 150 км , одновременно выехали навстречу друг другу по прямой дороге два автомобиля со скоростями 60 км/ч и 40 км/ч соответственно. Укажите правильное утверждение.

- А Первый автомобиль движется относительно второго со скоростью 100 км/ч .
- Б Расстояние между автомобилями уменьшается на 100 км каждый

час поездки.

- В Автомобили встретятся через 150 мин .
- Г Через 3 ч после начала движения расстояние между автомобилями будет равно половине начального расстояния.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является правильным.

Воспользуемся правилом сложения скоростей: скорость \vec{v} тела в неподвижной системе равна векторной сумме скорости тела \vec{v}_1 в подвижной системе отсчета и скорости \vec{v}_2 тела в подвижной системе отсчета относительно неподвижной: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

Утверждение Б является неправильным.

За один час расстояние между автомобилями уменьшается на 100 км , так как $S = v't$ и $S = 100 \cdot 1 = 100$ (км). Встретившись, автомобили могут не сближаться, а удаляться друг от друга.

Утверждение В является неправильным.

Начальное расстояние между автомобилями равно 150 км . Поскольку в начале движения автомобили сближались со скоростью 100 км/ч , то они встретятся через время, равное $t = \frac{S}{v_1 + v_2}$ или $t = \frac{150}{60 + 40} = 1,5$ (ч), то есть через 90 мин .

Утверждение Г является неправильным.

Через 1,5 ч после начала движения автомобили встретятся, потом начнут удаляться один от другого со скоростью 100 км/ч . Таким образом, еще через 1,5 ч (то есть через 3 ч после начала движения) расстояние между автомобилями равно 150 км .

ОТВЕТ: А.

5. Двое ребят (первоклассник и девятиклассник) перетягивают канат, который выдерживает нагрузку 150 Н . Укажите правильное утверждение.

- А Девятиклассник тянет канат с большей силой, чем первоклассник.
- Б Если каждый мальчик приложит силу, равную 100 Н , канат разорвется.
- В Если каждый мальчик приложит силу, равную 50 Н , равнодействующая сил, действующих на канат, будет равна нулю.
- Г Если один конец каната привязать к столбу, а другой конец будет тянуть один из мальчиков с силой 200 Н , он может порвать канат.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Согласно с третьим законом Ньютона тела взаимодействуют с силами, равными по модулю и противоположными по направлению: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Первоклассник получает больше ускорения, чем девятиклассник. Согласно третьему закону Ньютона оба участника этого эксперимента тянут канат с силой, одинаковой по модулю.

Утверждение Б является неправильным.

Сила натяжения, возникающая в канате, равна 100 Н , канат выдерживает нагрузку 150 Н , поэтому он не разорвется.

Утверждение В является неправильным.

Обе силы приложены к одному и тому же телу (канату), равны по модулю и направлены в противоположные стороны. Поэтому их равнодействующая равна нулю.

Утверждение Г является неправильным.

Сила натяжения каната не изменяется, если один из мальчиков привяжет свой конец каната к столбу, а второй тянет канат с такой же силой, как и раньше.

Согласно третьему закону Ньютона столб действует на канат с такой же по модулю силой, какой канат действует на столб. Иначе говоря, столб целиком заменяет одного из соперников. То есть, сила натяжения каната такая же, как и тогда, когда к нему подвесили груз весом 200 Н . То есть, канат разорвется.

ОТВЕТ: В.

6. Камень падает без начальной скорости. Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Укажите правильное решение.

- А Импульс камня увеличивается.
- Б Потенциальная энергия камня увеличивается.
- В Кинетическая энергия камня уменьшается.
- Г Работа силы тяжести отрицательная.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является правильным.

Как известно, импульсом тела называется векторная величина, равная произведению массы тела на скорость его движения: $\vec{p} = m\vec{v}$. В случае, когда тело взаимодействует с другими телами, то оно движется с ускорением, то есть его скорость, а также, и его импульс изменяются.

Поскольку импульс $m\vec{v}$ пропорционален скорости движения тела, а во время падения камня его скорость увеличивается, то увеличивается и импульс камня.

Утверждение Б является неправильным.

Часть механической энергии, определяемой взаимодействием тел, называется потенциальной энергией. Из определения потенциальной энергии следует, что эти понятия можно использовать только для системы взаимодействующих тел.

Например, «потенциальная энергия поднятого груза» – это на самом деле потенциальная энергия системы взаимодействующих тел, «груз + Земля», а потенциальная энергия деформированной пружины – потенциальная энергия взаимодействия атомов металла.

Если считать нулевой уровень потенциальной энергии в таком состоянии системы, когда груз находится на поверхности Земли, то потенциальную энергию системы взаимодействующих тел, «груз + Земля» можно записать в виде формулы $E_p = mgh$. То есть, с увеличением высоты потенциальная энергия камня уменьшается.

Утверждение В является неправильным.

Часть механической энергии, определяемой движением тела. Называется кинетической энергией. Кинетическую энергию тела находят по формуле

$E_k = \frac{mv^2}{2}$, где m – масса тела, v – скорость его движения. Кинетическая энергия

тем больше, чем больше скорость тела, а в случае падения камня его скорость увеличивается.

Утверждение Г является неправильным.

В процессе поднятия груза массой m на высоту h сила тяжести выполняет отрицательную работу, равную $-mgh$, то есть потенциальная энергия системы «груз + Земля» увеличивается. Поскольку сила тяжести направлена вниз, во время движения камня вниз она выполняет положительную работу.

ОТВЕТ: А.

7. Турист выехал из места прямой дорогой на велосипеде со скоростью 25 км/ч . В дороге велосипедист сломался. И дальше турист пошел пешком со скоростью 5 км/ч . Укажите правильное утверждение.

А Если движение на каждом участке пути происходит с одинаковым временем, то средняя скорость движения равна среднему

арифметическому скоростей на разных участках.

- Б Если турист ехал и шел одинаковое время, то средняя скорость его движения меньше, чем в случае, когда он проехал и прошел одинаковое расстояние.
- В Если турист половину времени ехал и половину времени шел, то средняя скорость движения на всем пути равна 20 км/ч .
- Г Если турист половину пути ехал и половину пути шел, то средняя скорость движения на всем пути равна 15 км/ч .

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является правильным.

Согласно определению средней скорости неравномерного движения – это скорость такого равномерного движения, при котором тело совершает такое же перемещение, что и за то же время, что при условии неравномерного движения:

$$v_{\text{сред}} = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}.$$

Если турист ехал в течение времени $t_1 = \frac{t}{2}$ и такое же время $t_2 = \frac{t}{2}$ прошел пешком, то он проехал путь $l_1 = v_1 t_1$ и прошел путь $l_2 = v_2 t_2$. Отсюда находим среднюю скорость движения:

$$v_{\text{сред}} = \frac{l_1 + l_2}{t} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t} = \frac{v_1 \frac{t}{2} + v_2 \frac{t}{2}}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

Утверждение В является неправильным.

Если турист проехал путь $l_1 = \frac{l}{2}$ и такой же путь $l_2 = \frac{l}{2}$ прошел пешком, то ехал он в течение времени $t_1 = \frac{l_1}{v_1}$, а шел пешком в течение времени $t_2 = \frac{l_2}{v_2}$.

Поскольку $t = t_1 + t_2$, получим:

$$v_{\text{сред}} = \frac{l}{t_1 + t_2} = \frac{l}{\frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2}} = \frac{l}{\frac{l}{2v_1} + \frac{l}{2v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

Таким образом, $\frac{v_1 + v_2}{2} > \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$.

Утверждение В является неправильным.

Поскольку $v_{\text{сред}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$, то $v_{\text{сред}} = 15 \text{ м/с}$.

Утверждение Г является неправильным.

Поскольку $v_{\text{сред}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$, то $v_{\text{сред}} \approx 8,3 \text{ м/с}$.

ОТВЕТ: А.

8. Скорость движения свободно падающего тела массой 1 кг , увеличилась с 2 м/с до 4 м/с . Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Укажите правильное утверждение.

- А Импульс тела уменьшился в 2 раза.
- Б Кинетическая энергия тела увеличилась в 2 раза.
- В Потенциальная энергия тела уменьшилась на столько же, на сколько увеличилась кинетическая энергия.
- Г Работа силы тяжести равна нулю.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Импульс прямо пропорционален скорости, поэтому в случае увеличения скорости в 2 раза импульс увеличивается тоже в 2 раза.

Утверждение Б является неправильным.

Кинетическая энергия пропорциональна квадрату скорости, поэтому в случае увеличения скорости в 2 раза кинетическая энергия увеличивается в 4 раза.

Утверждение В является правильным.

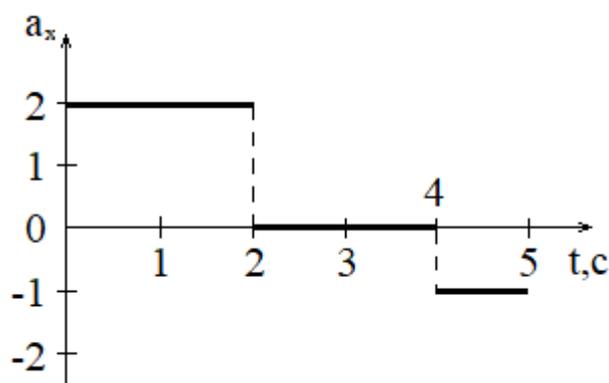
Соответственно к закону сохранения механической энергии, если между телами замкнутой системы действуют только силы тяжести и силы упругости, механическая энергия сохраняется. Если сопротивлением воздуха можно пренебречь, то в этой ситуации можно использовать закон сохранения механической энергии, соответственно которому сумма кинетической и потенциальной энергий остается постоянной.

Утверждение Г является неправильным.

Если направление силы совпадает с направлением перемещения, то работа силы равна $A = FS$, если сила направлена противоположно к перемещению, то $A = -FS$. Таким образом, работа силы может быть, как положительной, так и отрицательной. В этом случае, сила тяжести направлена вниз, поэтому во время движения тела вниз она выполняет положительную работу и не может быть равна нулю.

ОТВЕТ: В.

9. На рисунке приведен график проекции ускорения движения тела, двигающегося вдоль оси Ox ($v_0 = 0$). Укажите правильное утверждение.



- А В течение первых двух секунд тело двигалось равномерно.
- Б После второй секунды в течение 2 с тело двигалось с постоянной скоростью.
- В В течение пятой секунды тело двигалось с постоянной скоростью.
- Г В течение первых двух секунд тело находилось в покое.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Согласно с определением равномерного движения (прямолинейным равномерным движением называется движение, когда тело за любые равные интервалы времени осуществляет одинаковое перемещение) скорость тела при этом постоянна. В этом случае $v_x = a_x t$ (или $v_x = 2t$), то есть скорость движения увеличивается. Это равноускоренное движение.

Утверждение Б является правильным.

Со второй секунды в течение 2 с ускорение тела равно нулю, то есть тело двигалось с постоянной скоростью (или находилось в покое).

Утверждение В является неправильным.

На этом участке проекция ускорения тела равна $a_x = -1\text{ м/с}^2$, то есть скорость движения тела за 1 с движения увеличилась на 1 м/с .

Утверждение Г является неправильным.

В течение двух секунд скорость движения тела изменялась по закону $v_x = 2t$, поэтому тело находиться в состоянии покоя не могло.

ОТВЕТ: Б.

10. К пружине жесткостью 500 Н/м подвесили груз массой 2 кг . Считая груз неподвижным. Укажите правильное утверждение.

- А Вес груза равен силе тяжести, действующей на груз.

- Б Вес груза меньше чем 3 Н .
- В Пружина удлинилась больше, чем на 5 см .
- Г Сила, действующая на пружину со стороны груза, компенсирует силу, действующую на груз со стороны пружины.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является правильным.

Вес неподвижного груза равна силе тяжести, действующей на груз (хотя действуют эти силы на разные тела: вес на опору, а сила тяжести – на это тело).

Утверждение В является неправильным.

Соответственно с третьем законом Ньютона вес груза, то есть сила \vec{P} , с которой груз растягивает пружину, а сила \vec{T} , с которой пружина действует на груз, связаны соотношением: $\vec{P} = \vec{T}$. Из этих формул следует, что $\vec{P} = m\vec{g}$. Таким образом, вес неподвижного тела равен силе тяжести, действующей на тело, то есть вес груза $P = 2 \cdot 9,8 \approx 20\text{ (Н)}$.

Утверждение В является неправильным.

Удлинение пружины можно найти с помощью закона Гука $F = kx$ (в границах деформации сила упругости по модулю пропорциональна удлинению пружины и направлена так, чтобы уменьшить деформацию тела), где F – модуль силы упругости, x – модуль удлинения (измеренный в метрах), k – жесткость пружины. Откуда получим $x = \frac{F}{k} = \frac{20}{100} = 0,2\text{ (м)}$, то есть пружина удлинилась на 20 см .

Утверждение Г является неправильным.

Сиды, действующие на пружину со стороны груза и на груз со стороны пружины, не могут компенсировать одна другую, так как приложены к разным телам.

ОТВЕТ: А.

11. Как изменяются масса и вес тела в разные месяцы расположения этого тела? Укажите правильное утверждение.

- А Масса тела на экваторе Земли меньше, чем на полюсе.
- Б Вес неподвижного тела на экваторе Земли меньше, чем на полюсе.
- В Масса тела на Луне меньше, чем на Земле.
- Г Вес неподвижного тела на Луне такой же, как и на Земле.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Масса тела является мерой его инертных свойств, то есть является характеристикой самого тела. То есть, она не зависит от местоположения тела.

Утверждение Б является правильным.

Поскольку Земля имеет эллипсоидальную форму, а тело, находящееся на экваторе, имеет центростремительное ускорение относительно центра Земли, то если вес тела на экваторе находится по формуле $P = m(g' - a)$, где g' – ускорение свободного падения на экваторе, которое меньше ускорения свободного падения на полюсе через эллипсоидальную форму Земли. То есть, вес неподвижного тела на экваторе меньше, чем на полюсе.

Утверждение В является неправильным.

Масса тела – это характеристика самого тела, то есть она не зависит от сил, действующих на него.

Утверждение Г является неправильным.

Ускорение свободного падения на поверхности Луны приблизительно в 6 раз меньше ускорения свободного падения на поверхности Земли. То есть, неподвижное тело на поверхности Луны приблизительно в 6 раз меньше, чем вес неподвижного тела на поверхности Земли.

ОТВЕТ: Б.

12. Тело движется равноускорено вдоль оси Ox . В начальный момент тело находится в начале координат, проекция начальной скорости движения $v_{0x} = 4 \text{ м/с}$, а проекция ускорения $a_x = -2 \text{ м/с}^2$. Укажите правильное утверждение.

- А Скорость движения тела за каждую секунду увеличивается на 2 м/с .
- Б Через 4 с после начала движения скорость тела равна по модулю начальной скорости.
- В В течение первых четырех секунд тело движется в положительном направлении оси Ox .
- Г Путь, пройденный телом за первые четыре секунды движения, равен нулю.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Поскольку ускорение движения тела направлено противоположно начальной скорости, то в начале движения скорость тела уменьшается по модулю. Из формулы для проекции скорости $v_x = v_{0x} + a_x t$ следует, что $v_x = 4 - 2t$, то есть скорость тела будет равна нулю через 2 с после начала движения. Только после этого момента скорость движения начнет увеличиваться по модулю.

Утверждение Б является правильным.

Подставим в формулу для проекции скорости движения $v_x = v_{0x} + a_x t$ известные величины: $v_x = 4 - 2t$. Через 4 с после начала движения получим: $v_x = 4 - 2t = 4 - 2 \cdot 4 = -4 \text{ м/с}$. Таким образом, модуль скорости движения равен 4 м/с .

Утверждение В является неправильным.

Согласно формуле $v_x = v_{0x} + a_x t$ скорость будет равна нулю после начала движения через 2 с . Только для этого момента тело движется в положительном направлении оси Ox .

Утверждение Г является неправильным.

Согласно определению пути – это длина траектории. Путь увеличивается, если тело движется, и остается неизменным, если оно находится в состоянии покоя. В процессе движения тела путь не может уменьшаться со временем.

ОТВЕТ: Б.

13. Искусственный спутник движется около Земли по круговой орбите. Укажите правильное утверждение.

- А Скорость спутника направлена к центру Земли.
- Б Спутник движется с постоянным по модулю и направлению ускорением.
- В Если спутник движется на высоте h над поверхностью Земли, его скорость равна $v = \sqrt{2R_{\text{Зем}} g}$.
- Г Спутник притягивает Землю с такой же по модулю силой, с какой Земля притягивает спутник.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным. В случае равномерного движения по окружности скорость тела направлена по касательной к окружности.

Утверждение Б является неправильным.

В случае равномерного движения по окружности ускорение остается неизменным по модулю, но его направление все время изменяется, так как оно направлено в каждой точке траектории к центру окружности.

Утверждение В является неправильным.

Земля притягивает расположенное на ее поверхности тело массой m с силой $F_T = G \frac{mM_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}}^2}$, где $M_{\text{зем}}$ – масса Земли, $R_{\text{зем}}$ – радиус Земли. Но эта сила

тяжести $F_T = mg$. Приравнявая два выражения для силы тяжести, получим

$g = G \frac{M_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}}^2}$. На высоте h над поверхностью Земли ускорение свободного падения

$g' = G \frac{M_{\text{зем}}}{(R_{\text{зем}} + h)^2}$ Сила тяжести придает спутнику центростремительное ускорение

$a = \frac{v^2}{R_{\text{зем}} + h}$. Соответственно, по второму закону Ньютона $F = ma$, тогда

$$ma = \frac{mv^2}{R_{\text{зем}} + h}.$$

Отсюда получим:

$$v = \sqrt{g'(R_{\text{зем}} + h)} = \sqrt{G \frac{M_{\text{зем}}}{(R_{\text{зем}} + h)^2} (R_{\text{зем}} + h)} = \sqrt{G \frac{M_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}} + h}}.$$

Утверждение Г является правильным.

По третьему закону Ньютона Земля и спутник действуют друг на друга с силами, равными по модулю.

ОТВЕТ: Г.

14. Мальчик бросил мяч в горизонтальном направлении. Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Укажите правильное утверждение.

- А Импульс мяча перед ударом об землю направлен вертикально.
- Б Импульс мяча во время его движения не изменяется по направлению.
- В Сумма потенциальной и кинетической энергий во время движения мяча остается неизменной.
- Г Кинетическая энергия мяча во время его движения не

изменяется.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Мяч участвует в двух движениях: равномерном по горизонтали и равноускоренном по вертикали. То есть, скорость движения мяча в любой момент, кроме начального, направлена под углом к горизонту. А импульс мяча направлен так же, как и его скорость.

Утверждение Б является неправильным.

Как известно, тело, брошенное под углом к горизонту, движется по параболе, вершина которой расположена в начальной точке отсчета. Скорость в любой точке траектории направлена по касательной к ней. Соответственно изменяется направление скорости движения мяча во время падения. То есть, импульс изменяется по направлению.

Утверждение В является правильным.

Если между телами замкнутой системы действуют только силы тяжести и силы упругости, то механическая энергия сохраняется. Пренебрегая сопротивлением ветра, можно считать, что на мяч действует только сила тяжести, а в этом случае сумма потенциальной и кинетической энергий остается неизменной.

Утверждение Г является неправильным.

Поскольку скорость мяча во время движения увеличивается, то увеличивается и его кинетическая энергия.

ОТВЕТ: В.

15. Тело свободно падает вертикально вниз с высоты 20 м без начальной скорости. Укажите правильное утверждение.

А Время падения превышает 2,5 с.

- Б Средняя скорость движения тела на всем пути меньше 8 м/с .
- В Средняя скорость движения тела на второй половине пути меньше 12 м/с .
- Г Путь, пройденный телом за последнюю секунду падения, меньше 16 м .

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Падение тела в условиях, когда сопротивлением воздуха можно пренебречь, называют свободным падением. В случае свободного падения тела

без начальной скорости $h = \frac{gt^2}{2}$, откуда:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{9,8}} = 2 \text{ (с)}.$$

Утверждение Б является неправильным.

Средняя скорость в случае равноускоренного движения равна:

$$v_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2}.$$

Начальная скорость равна нулю, а проекция конечной скорости $v_x = \sqrt{2gh}$, т.е. $v_x = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 20} = 20 \text{ (м/с)}$. То есть, средняя скорость движения на всем пути

равна $v = \frac{0 + 20}{2} = 10 \text{ (м/с)}$.

Утверждение В является неправильным.

В этом случае скорость движения находится по формуле $v_{cp} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ где v_1 – скорость тела на высоте 10 м (половина пройденного пути), v_2 – конечная скорость. Тогда $v_1 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 20} = 10\sqrt{2} \text{ (м/с)}$, а $v_2 = 20 \text{ м/с}$. То есть, средняя скорость движения на второй половине пути приблизительно равна 17 м/с .

Утверждение Г является правильным.

За 1 с тело проходит путь, равный 5 м . Тогда за последнюю секунду движения тело пролетает расстояние, равное $20\text{ м} - 5\text{ м} = 15\text{ м}$.

ОТВЕТ: Г.

16. Автомобиль движется с постоянной по модулю скоростью по горизонтальной дороге, имеющей форму круга. Укажите правильное утверждение.

- А Автомобиль движется без ускорения.
- Б Ускорение движения автомобиля направлено по касательной.
- В Равнодействующая всех сил, действующих на автомобиль, направлена по радиусу от центра окружности.
- Г Ускорение придается автомобилю силой трения и направлено к центру окружности.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Во время движения по окружности, как и любого другого криволинейного движения, направление скорости изменяется со временем. А если скорость движения тела изменяется только по направлению, то тело движется с ускорением.

Утверждение Б является неправильным.

Во время равномерного движения по окружности ускорение тела направлено к центру окружности.

Утверждение В является неправильным.

На повороте автомобиль движется с центростремительным ускорением, направленным по горизонтали к центру окружности. Поскольку во время равномерного движения по окружности ускорение тела направлено к центру

окружности, то равнодействующая всех сил, приложенных к автомобилю, направлена к центру окружности.

Утверждение Г является правильным.

Автомобиль может равномерно двигаться по окружности только в том случае, если равнодействующая всех сил, действующих на автомобиль, направлена к центру окружности. Из всех сил, действующих на автомобиль, к центру окружности направлена только сила трения покоя, которая действует на колеса автомобиля от дороги.

ОТВЕТ: Г.

17. Камень и мяч расположены на высоте 5 м . Импульс и кинетическая энергия камня равны $8\text{ кг}\cdot\text{м}/\text{с}$ и 16 Дж соответственно, а импульс и кинетическая энергия мяча $8\text{ кг}\cdot\text{м}/\text{с}$ и 32 Дж соответственно. Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Укажите правильное утверждение.

- А Масса мяча больше, чем масса камня.
- Б В начальный момент времени скорость движения камня больше, чем мяча.
- В В начальный момент потенциальная энергия камня в два раза больше, чем потенциальная энергия мяча.
- Г Во время падения на землю скорость движения мяча меньше, чем камня.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Запишем систему уравнений. Для камня: $m\nu = 8$, $\frac{m\nu^2}{2} = 16$; для мяча: $m\nu = 8$, $\frac{m\nu^2}{2} = 32$. Для обоих тел $m = \frac{8}{\nu}$. Подставляя значение для массы в формулу для кинетической энергии, находим массу камня и мяча: $m_k = 2 \text{ кг}$, $m_m = 1 \text{ кг}$.

Утверждение Б является неправильным.

Зная массу камня и мяча, можно найти начальную скорость их движения: $\nu_{0к} = 4 \text{ м/с}$ и $\nu_{0м} = 8 \text{ м/с}$.

Утверждение В является правильным.

Как известно, часть механической энергии, определяемая взаимодействием тел, называется потенциальной. Если считать нулевой уровень потенциальной энергии в таком состоянии системы, когда груз находится на поверхности земли, то потенциальную энергию можно записать в виде формулы $E = mgh$. Поэтому потенциальная энергия камня равна 100 Дж , а мяча – 50 Дж . Как видим, потенциальная энергия камня в два раза больше, чем потенциальная энергия мяча.

Утверждение Г является неправильным.

Оценим скорость движения камня и скорость мяча во время падения на землю. Для этого воспользуемся законом сохранения энергии (если между телами замкнутой системы действуют только силы тяжести и упругости, механическая энергия системы сохраняется): $mgh + \frac{m\nu_0^2}{2} = \frac{m\nu^2}{2}$, где ν – скорость движения тела во время падения на землю. Тогда $mgh = \frac{m\nu^2}{2} - \frac{m\nu_0^2}{2}$, откуда $\nu = \sqrt{2gh + \nu_0^2}$.

Для камня получим $\nu_k = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 5 + 16} = \sqrt{116}$,

а для мяча – $\nu_m = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 5 + 64} = \sqrt{164}$.

Таким образом, во время падения на землю скорость мяча больше, чем скорость камня.

ОТВЕТ: В.

18. В начальный момент времени мяч движется вертикально вверх со скоростью 4 м/с . Укажите правильно утверждение.

- А Время поднятия мяча превышает $0,5 \text{ с}$.
- Б За 1 с мяч пройдет путь, меньший $2,4 \text{ м}$.
- В Модуль перемещения мяча за 1 с равен 1 м .
- Г Через одну секунду после начала движения скорость мяча направлена вниз и по модулю меньше чем 5 м/с .

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Из формулы $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$ следует, что проекция скорости движения мяча, брошенного вертикально вверх (ось Oy направлена вертикально вверх), равна $v_y = v_0 - gt$. В верхней точке подъёма $v_y = 0$, откуда $gt = v_0$ и $t = \frac{v_0}{g} = \frac{4}{9,8} = 0,4 \text{ (с)}$.

Отсюда, время поднятия мяча $0,4 \text{ с}$.

Утверждение Б является неправильным.

Максимальная высота поднятия мяча $h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{16}{2 \cdot 10} = 0,8 \text{ (м)}$. Мяч движется вверх $0,4 \text{ с}$, а за $0,6 \text{ с}$, двигаясь вниз мяч пройдет расстояние:

$$h = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot 0,36}{2} = 1,8 \text{ (м)}.$$

Путь, пройденный мячом за 1 с , равен $2,6 \text{ (м)}$.

Утверждение В является правильным.

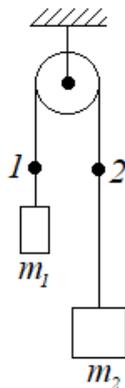
Координата движущегося мяча изменяется по закону $y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$. Через 1 с координата мяча будет составлять $y = 4 \cdot 1 - \frac{10 \cdot 1^2}{2} = 4 - 5 = -1\text{ (м)}$. Таким образом, модуль перемещения мяча за 1 с равен 1 м .

Утверждение Г является неправильным.

Проекция скорости движения мяча изменяется по закону $v_y = v_0 - gt$. Через 1 с $v_y = 4 - 10 = -6\text{ (м/с)}$, то есть скорость мяча направлена вниз и по модулю равна 6 м/с .

ОТВЕТ: В.

19. Грузы, массами m_1 и m_2 соединены нерастяжимой нитью, перекинутой через неподвижный блок (см. рисунок), причем $m_2 = 2m_1$.



Укажите правильное утверждение.

- А Модуль перемещения первого груза равен модулю перемещения второго груза.
- Б Сила натяжения нити в точке 1 меньше, силы натяжения нити в точке 2.
- В Модуль ускорения движения первого груза меньше, чем модуль ускорения второго груза.
- Г Вес первого груза меньше по весу второго груза.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является правильным.

Поскольку нить не растягивается, модули перемещения грузов за любые интервалы времени равны: на сколько один груз опустится, на столько другой груз поднимется.

Утверждение Б является неправильным.

Согласно третьему закону Ньютона: силы, с которыми тела взаимодействуют, равны по модулю, противоположны по направлению и имеют одну и ту же физическую природу. Сила натяжения нити одинакова в любом сечении, то есть нить действует на каждый из грузов с одной и той же по модулю силой. В данном случае эти силы совпадают по направлению (обе направлены вверх), таким образом их обозначают одинаково.

Утверждение В является неправильным.

Если равными являются модули перемещения грузов, то равны и модули скоростей их движений. А отсюда следует, что одинаковые также по модулю ускорения грузов. Поскольку грузы движутся в противоположных направлениях, скорости движения грузов \vec{v}_1 , \vec{v}_2 и ускорения \vec{a}_1 , \vec{a}_2 удовлетворяют соотношениям: $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$ и $\vec{a}_1 = -\vec{a}_2$.

Утверждение Г является неправильным.

Чтобы найти вес каждого груза, достаточно вспомнить, что вес – это сила, с которой груз растягивает подвес. То есть, вес каждого груза равен по модулю силе натяжения нити: $P_1 = P_2 = T$. Грузы разной массы имеют одинаковый вес, то есть оба двигаются с ускорением, причем ускорение грузов направлено так, чтобы вес более массивного груза был меньше силы тяжести, а вес меньшего груза – больше:

$$P_2 = 2m(g - a) \text{ и } P_1 = 2m(g + a).$$

ОТВЕТ: А.

20. Пуля, летящая горизонтально, насквозь пробивает деревянный брусок, лежащий на гладенькой горизонтальной поверхности. Укажите правильное утверждение.

- А Кинетическая энергия пули уменьшилась на столько, на сколько увеличилась кинетическая энергия бруска.
- Б Во время движения пули сквозь брусок работа силы, действующей на пулю от бруска, будет положительной.
- В Во время движения пули сквозь брусок работа силы сопротивления, действующей на брусок со стороны пули, будет положительной.
- Г Когда пуля в середине бруска движется относительно бруска, механическая энергия системы «пуля+брусок» сохраняется.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Во время движения пули в середине бруска часть кинетической энергии преобразовывается на внутреннюю (пуля и брусок нагреваются).

Утверждение Б является неправильным.

Как известно, работа силы равна произведению модуля силы на модуль перемещения и на косинус угла между направлением силы и направлением перемещения. Из формулы для работы следует, что работа может быть положительной, равной нулю или будет отрицательной в зависимости от того, какой угол составляет направление силы с направлением перемещения. Сила трения скольжения направлена противоположно к скорости движения, то есть противоположно к перемещению. Поэтому работа силы скольжения на любом участке траектории отрицательна (в системе отсчета, связанной с телом, по которому скользит данное тело). Это же относится к системе сопротивления во время движения в жидкостях или газах.

С другой стороны, изменение кинетической энергии тела равно работе, выполненной над этим телом. Это утверждение называют теоремой о кинетической энергии. Во время движения пули в середине бруска кинетическая энергия пули уменьшается и работа силы, действующей на пулю от бруска, будет отрицательной.

Утверждение В является правильным.

Во время движения пули сквозь брусок кинетическая энергия бруска увеличивается, и работа силы сопротивления, действующая на брусок со стороны пули, будет положительной.

Утверждение г является неправильным.

Когда пуля в середине бруска движется относительно бруска, механическая энергия системы «пуля+брусок» не сохраняется: часть ее переходит во внутреннюю энергию.

ОТВЕТ: В.

21. Из пневматической винтовки, расположенной на высоте 5 м над землей, сделали выстрел в горизонтальном направлении. Начальная скорость пули 100 м/с . Сопротивлением воздуха пренебречь. Укажите правильное утверждение.

- А Время полета пули больше $1,5\text{ с}$.
- Б Пуля упадет на землю на расстоянии 200 м от винтовки.
- В В момент падения на землю скорость движения пули будет направлена вертикально.
- Г В момент падения на землю скорость движения пули будет больше 100 м/с .

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Пуля одновременно берет участие в равномерном движении по горизонтали со скоростью v и равноускоренном движении без начальной скорости по вертикали с ускорением g . То есть, полет пули будет длиться столько же, сколько падает тело без начальной скорости с высоты 5 м . В случае падения без начальной скорости $h = \frac{gt^2}{2}$. Отсюда $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, то есть в этом случае время полета пули составит 1 с .

Утверждение Б является неправильным.

Поскольку полет пули длится 1 с и по горизонтали она движется с постоянной скоростью, равной 100 м/с , то в этом случае пуля пролетит по горизонтали 100 м .

Утверждение В является неправильным.

Горизонтальная составляющая скорости пули во время полета остается неизменной, поэтому пуля падает на землю под углом к горизонтали.

Утверждение Г является правильным.

Пуля одновременно участвует в равномерном движении по горизонтали со скоростью v_0 и равноускоренном движении без начальной скорости по вертикали с ускорением g . То есть, во время движения скорость пули по модулю увеличивается.

ОТВЕТ: Г.

22. Шар катится по поверхности, как показано на рисунке, не отрываясь от нее. Трением можно пренебречь. Укажите правильное утверждение.

- А Векторная сумма всех сил, действующих на шар в точке В, равна нулю.
- Б Ускорение движения шара в точке В направлено вниз.
- В Вес шара в точке С меньше, чем в точке В.
- Г Сила реакции опоры в точке В меньше, чем в точке А.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

В любой точке траектории (А, В, С) на шар действуют две силы: сила тяжести и сила реакции опоры. Если шар движется по криволинейной траектории, то это движение всегда будет с ускорением. То есть в точке В: $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_\psi$.

Утверждение Б является неправильным.

Во время движения по криволинейной траектории ускорение в каждый момент времени направлено по радиусу к центру кривизны окружности. В точке В ускорение движения шара направлено вверх.

Утверждение В является правильным.

В точках С и В на шар действуют две силы: сила тяжести и сила реакции опоры. Но для точки С: $m\vec{g} + \vec{N} = 0$, а для точки В: $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_A$.

Если ось Ox направлена вертикально вверх (по радиусу к центру окружности), то в проекции на эту ось получим уравнение $N - mg = ma_A$ (точка В) и $N = mg$ (точка С).

На основе третьего закона Ньютона вес шара, то есть сила \vec{P} , и сила \vec{N} , с которой сопротивление действует на шар, связаны соотношением $\vec{P} = -\vec{N}$, или по модулю $P = N$. На основе этого вес шара в точке С равен $P = mg$, а в точке В равен $P = mg + ma_A$.

Утверждение Г является неправильным.

Сила реакции опоры в точке А (как и в точке С) равна $N = mg$. Сила реакции опоры в точке В: $N = mg + ma$. Таким образом, $N_B > N_A$.

ОТВЕТ: В.

23. Вагонетка массой m_1 , движется со скоростью v , налетает на неподвижную вагонетку массой m_2 . Сопротивлением движения можно пренебречь. Укажите правильное утверждение.

- А Если столкновение упругое и $m_1 = m_2$, то первая вагонетка после столкновения остановится.
- Б В случае упругого столкновения выполняется только закон сохранения энергии.
- В Если столкновение неупругое и $m_1 < m_2$, то конечная скорость движения обеих вагонеток будет больше чем $\frac{v}{2}$.
- Г Если столкновение неупругое и $m_1 = m_2$, то механическая энергия вагонеток уменьшится на $\frac{mv^2}{2}$.

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является правильным.

Упругим столкновением называют такое столкновение тел, при котором сохраняется механическая энергия.

Перейдем в систему отсчета, в которой вторая вагонетка до столкновения находилась в покое, и выберем ось Ox параллельно скорости движения v первой вагонетки до столкновения. Обозначим проекции скоростей движения вагонеток на эту ось после столкновения u_1 и u_2 .

По закону сохранения импульса и энергии имеем: $m_1v = m_1u_1 + m_2u_2$ и $\frac{m_1v^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}$. Если $m_1 = m_2$, то $v = u_1 + u_2$, $v^2 = u_1^2 + u_2^2$. Возведем первое уравнение в квадрат, получим: $v^2 = (u_1 + u_2)^2 = u_1^2 + 2u_1u_2 + u_2^2$ и, отняв от него второе, получим $u_1u_2 = 0$. Таким образом, записанная система уравнения имеет два решения: $u_1 = 0, u_2 = 0$ (столкновение не произошло) и $u_1 = 0, u_2 = v$ (произошел обмен скоростями). Если вагонетка налетает на неподвижную

вагонетку такой же массы, то она останавливается, передавая другой вагонетке свой импульс и свою кинетическую энергию.

Утверждение Б является неправильным.

Для решения задания об упругом столкновении используют закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии. В случае неупругого удара импульс сохраняется, а механическая энергия – нет; часть переходит во внутреннюю энергию (в результате столкновения тела нагреваются).

Утверждение В является неправильным.

Если столкновение неупругое, то после столкновения вагонетки движутся как одно целое с массой $m_1 + m_2$. Согласно закону сохранения импульса $m_1 v = (m_1 + m_2) u$, где u – скорость движения вагонеток после столкновения.

Отсюда $u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v$ или $u = \frac{1}{1 + \frac{m_2}{m_1}} v$. Если $m_1 < m_2$, то $\frac{m_2}{m_1} > 1$ и $1 + \frac{m_2}{m_1} > 2$. То есть

$u < \frac{v}{2}$, то есть конечная скорость обоих вагонеток будет меньше, чем $\frac{v}{2}$.

Утверждение В является неправильным.

Если столкновение неупругое и при этом $m_1 = m_2$, то после столкновения вагонетки будут двигаться как одно тело с массой $2m$.

По закону сохранения импульса $m_1 v = (m_1 + m_2) u = 2m u$ или $u = \frac{v}{2}$. До столкновения кинетическая энергия вагонеток была равна $\frac{mv^2}{2}$, а после столкновения – $\frac{2mu^2}{2}$. Так как $u = \frac{v}{2}$, получим $\frac{mv^2}{4}$. То есть изменение кинетической энергии равно $\frac{mv^2}{4} - \frac{mv^2}{2} = mv^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) = -\frac{mv^2}{4}$, таким образом механическая энергия вагонеток уменьшится на $\frac{mv^2}{4}$.

ОТВЕТ: А.

24. Мяч массой $0,5 \text{ кг}$ движется горизонтально со скоростью 10 м/с , сталкивается со стенкой и отскакивает со скоростью 8 м/с . Считая, что начальная скорость мяча перпендикулярна к стене, укажите правильное утверждение.

- А Столкновение мяча со стенкой было упругим.
- Б Изменение импульса мяча по модулю равно $9 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.
- В Импульс силы, действующей на стенку во время удара, меньше на $8 \text{ Н} \cdot \text{с}$
- Г В ходе взаимодействия мяча со стенкой выделилось некоторое количество теплоты, больше 10 Дж .

Объяснение выбора ответов:

Утверждение А является неправильным.

Выясним, что происходит в результате упругого столкновения мяча с плоской стеной. Поскольку массу стены (по сравнению с массой мяча) можно считать бесконечно большой, то скорость ее движения вследствие удара не изменяется и остается нулевой. Закон сохранения энергии в этом случае сводится к закону сохранения кинетической энергии мяча, налетевшего на стену:

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2}.$$

Отсюда следует, что $v_1 = v_2$. Это означает, что мяч отскочит от стены с той же по модулю скоростью. Поскольку скорость движения мяча до удара 10 м/с , а после удара 8 м/с , то есть удар неупругий.

Утверждение Б является правильным.

Изменение импульса мяча $\Delta \vec{p} = m\vec{v} - m\vec{v}_0$, где \vec{v} – скорость движения мяча после удара об стенку, \vec{v}_0 – скорость мяча до удара. Направление оси Ox перпендикулярно к стенке вдоль направления движения мяча.

Запишем уравнение в проекции на эту ось:

$$\Delta p_x = mv_x - (-mv_{0x}) = m(v_x + v_{0x}).$$

Отсюда получим: $\Delta p_x = 0,5(8+10) = 9$ (кг · м / с).

Утверждение В является неправильным.

Характеристикой действия силы является импульс – произведение силы и длительности ее действия: $\vec{F} \cdot \Delta t$. Изменение импульса $\Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v}$. Поскольку $\Delta \vec{v} = \vec{a} \cdot \Delta t$, то получим: $\Delta \vec{p} = m\vec{a} \cdot \Delta t$. Поскольку $\vec{F} = m\vec{a}$, то можно записать: $\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$. Получим, что импульс силы, действующий на стенку во время удара, равен $9 \text{ Н} \cdot \text{с}$.

Утверждение Г является неправильным.

Как известно, в результате неупругого удара происходит потеря кинетической энергии. В результате этого механическая энергия системы уменьшается, переходя во внутреннюю энергию тел, сталкивающихся между собой, то есть $\Delta E_k = Q$ или $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m}{2}(v^2 - v_0^2) = Q$. Отсюда получим:

$$Q = \frac{0,5}{2}(100 - 64) = 9 \text{ (Дж)}.$$

Таким образом, в результате взаимодействия мяча со стенкой выделилось 9 Дж теплоты.

ОТВЕТ: Б.

25. Установите соответствие между законами динамики и их математическими формулами записи.

1. Второй закон Ньютона.
2. Третий закон Ньютона.
3. Закон всемирного тяготения.
4. Закон Гука.

А. $F_x = -kx$.

Б. $\vec{F} = m\vec{a}$.

В. $F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$.

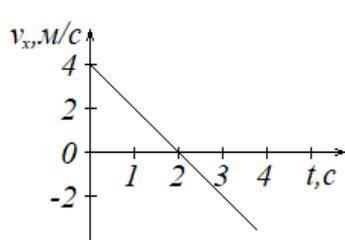
Г. $g = G \frac{M_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}}^2}$.

Д. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

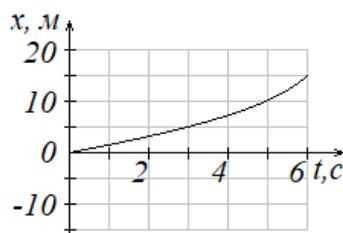
ОТВЕТ: 1 – Б, 2 – Д, 3 – В, 4 – А.

26. Установите соответствие между видами движения и графиками кинематических величин.

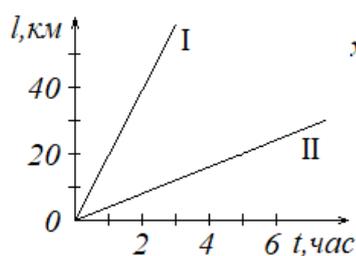
1. Равномерное движение.
2. Равноускоренное движение.
3. Равнозамедленное движение.
4. Свободное падение.



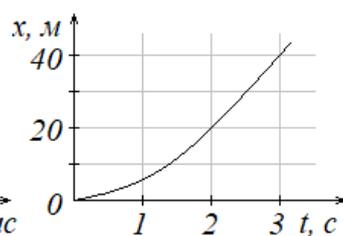
А



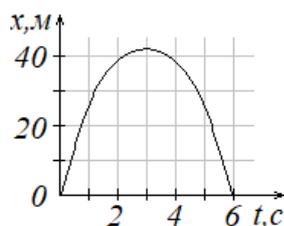
Б



В



Г



Д

Обоснование выбора ответов:

1. В каждый момент времени движущаяся точка может находиться только на траектории в одном положении. Поэтому ее удаление от начала координат является функцией времени. Зависимость между переменными l и t представляется уравнением $l = f(t)$. График этого уравнения – прямая линия, проходящая через начало координат. (В).

2. Зависимость координаты от времени для равноускоренного движения имеет вид $x = v_{0x}t + \frac{at^2}{2}$. Поскольку координата x пропорциональна t^2 , то график зависимости $x(t)$ имеет вид параболы. (Б).

3. Тело движется равнозамедленно, так как график $v_x(t)$ – отрезок прямой. То есть, $v_x(t) = v_{0x} + at$. Проекция начальной скорости $v_{0x} = 4 \text{ м/с}$ проекция скорости движения переходит в нуль. Ускорение будет иметь вид: -2 м/с^2 . (А).

4. Удобнее совместить начало координат с началом расположения тела и направить ось Ox вниз: тогда проекции ускорения, скорости и перемещения будут положительными. Поскольку $x_0 = 0$, то получим $x = 5t^2$. (Г).

ОТВЕТ: 1 – В, 2 – Б, 3 – А, 4 – Г.

27. Установите соответствие между некоторыми понятиями динамики и их физическими смыслами.

1. Принцип относительности Галилея.
2. Инертность.
3. Жесткость пружины.
4. Невесомость.

А. Свойство, состоящее в том, что для изменения скорости движения тела на заданную величину необходимо, чтобы действие на него другого тела длилось некоторое время.

Б. Состояние тела, когда в теле отсутствует внутренне напряжение, обусловлено действием силы тяжести.

В. Во всех инерциальных системах отсчета все механические явления происходят одинаково.

Г. Коэффициент пропорциональности между силой и ускорением, численно равен силе, которую необходимо приложить для того, чтобы растянуть пружину на единицу длины.

Обоснование выбора ответов:

1. Все инерциальные системы отсчета являются равноправными: т.е. во всех этих системах все механические явления происходят одинаково. (В).

2. Исследование показывает, что тележка с грузом под действием той самой силы приобретает меньшее ускорение, чем пустая. Это обусловлено свойством тела, которое называется инертностью: чем больше инертность тела, тем большую силу надо приложить, чтоб придать телу ускорения. (А).

3. В законе Гука коэффициент пропорциональности называется жесткостью пружины. Он численно равен силе, которую необходимо приложить для того, чтобы растянуть пружину на единицу длины.

4. Соответственно, если рассматривать формулу $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$, то вес тела равен нулю при условии, что $\vec{g} = \vec{a}$. Состояние, когда вес тела равен нулю, называется невесомостью. Мы знаем, что $\vec{g} = \vec{a}$ если на тело действует только сила тяжести. Характерным свойством невесомости есть отсутствие «внутренних напряжений» в теле. (Б).

ОТВЕТ: 1 – В, 2 – А, 3 – Д, 4 – Б.

28. Установите соответствие между некоторыми условиями (или свойствами) и их объяснениями.

1. Условие, при котором импульс тела не изменяется.
2. Условие выполнения закона сохранения импульса.
3. Условие, при котором работа полной силы равна нулю.
4. Для некоторых сил можно определить потенциальную энергию.

- А Система взаимодействующих тел должна быть замкнутой, то есть тела этой системы взаимодействуют друг с другом, но не взаимодействуют с другими телами.
- Б Кроме сил тяжести и упругости между телами системы действует сила трения.
- В Для сил, работа которых во время движения по замкнутой траектории равна нулю равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна нулю.
- Г Перемещение тела равно нулю.

Объяснение выбора ответов:

1. Второй закон Ньютона можно записать в виде:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}.$$

Используя второй закон Ньютона в виде $\Delta \vec{p} = \vec{F}\Delta t$ можно показать, что изменение импульса равно нулю только в случае, когда равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна нулю (Г).

2. Согласно закону сохранения импульса векторная сумма импульсов тел, составляющих замкнутую систему, остается постоянной в случае взаимодействия тел друг с другом:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 + \dots + m_n \vec{v}'_n.$$

Этот закон выполняется по условию, если система взаимодействующих тел замкнутая, то есть тела могут взаимодействовать только друг с другом и не взаимодействуют с другими телами. (А).

3. Если на тело действует постоянная сила \vec{F} , направленная вдоль перемещения тела \vec{S} , то работа этой силы $A = Fs$. Следует обратить внимание: если перемещение тела равно нулю, работа силы равна нулю, какой бы большой не была бы эта сила. (Д).

4. Изменение потенциальной энергии измеряется работой, которую может выполнить система тел в случае взаимного расположения этих тел. Если все тела системы вернулись в свое первоначальное положение, потенциальная энергия системы не изменилась. То есть, потенциальную энергию можно определить только для сил, работа которых в ходе движения по замкнутой траектории равна нулю. А это условие удовлетворяют только две силы: сила тяжести и сила упругости. Поэтому для этих сил можно использовать понятие потенциальной энергии (В).

ОТВЕТ: 1 – Г, 2 – А, 3 – Д, 4 – В.

СПРАВОЧНОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Некоторые приставки в СИ

<i>Кратность</i>	<i>Приставка</i>	<i>Обозначение</i>	<i>Пример</i>
10^{18}	Экса	Э	ЭДж – эксаджоуль
10^{15}	Пета	П	Пфлоп – петафлоп
10^{12}	Тера	Т	ТВ – теравольт
10^9	Гига	Г	ГГц – гигагерц
10^6	Мега	М	МПа – мегапаскаль
10^3	Кило	к	кН – килоньютон
10^2	Гекто	г	гОм – гектоом
10	Дека	да	дал – декалитр
10^{-1}	Деци	д	дБ – децибел
10^{-2}	Санتي	с	см – сантиметр
10^{-3}	Мили	м	мТл – милитесла
10^{-6}	Микро	мк	мкГн – микрогенри
10^{-9}	Нано	н	нм – нанометр
10^{-12}	Пико	п	пФ – пикофарад
10^{-15}	Фемто	ф	фс – фемтосекунда
10^{-18}	Атто	а	ас – аттосекунда
10^{-21}	Цепто	й	цН – цептоньютон

Физические свойства твердых веществ

<i>Вещество</i>	<i>Плотность, кг/м³</i>	<i>Удельная теплоемкость, Дж/К · кг</i>	<i>Температура плавления, °С</i>	<i>Удельная теплота плавления, кДж/кг</i>
Алюминий	2700	880	660	380
Гранит	2600	-	-	-
Железо	7900	460	1535	270
Золото	19300	134	1063	66,5
Железобетон	2200	880	-	-
Лед	900	2100	0	330
Латунь	8500	380	1000	-
Медь	8900	380	1083	180
Никелин	8500	-	-	244-306
Никель	8900	460	1452	59
Олово	7300	230	232	25
Свинец	11300	130	327	87
Серебро	10500	210	960	82
Сталь	7800	460	1400	-
Стекло	2500	830	-	102
Цинк	7130	400	420	96
Чугун	7400	550	1150	140
Вода пресная	1000	4200	100	2300
Вода морская	1030	-	-	-
Бензин	700	2100	40	-
Газ	800	2100	-	-
Нефть	800	-	-	-
Ртуть	13600	120	357	290
Спирт	790	2400	78	850

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- А**
- Абсолютно твердое тело **10**
 - Абсолютно упругое тело **10**
 - Абсолютное удлинение тела **59**
 - Абсолютно неупругий удар **105**
- Б**
- Блок **108**
- В**
- Вектор **11**
 - Вращательное криволинейное движение **25**
 - Второй закон Ньютона **54**
 - Вязкое трение **57**
 - Вес тела **64**
 - Высота падения тела **68, 69**
 - Винт **111**
- Г**
- Гравитационное поле **62**
 - Гидроаэростатика **132**
 - Гидростатическое давление **132**
 - Гидростатический парадокс **134**
 - Гидравлическая машина **135**
- Д**
- Динамика **9**
 - Длина вектора **11**
 - Деформация твердого тела **59**
 - Дальность полета тела **67, 69**
- З**
- Закон Гука **60**
 - Закон всемирного тяготения **63**
 - Закон сохранения импульса **96**
 - Закон сохранения энергии **98**
 - Золотое правило механики **106**
- И**
- Закон Паскаля **132**
 - Закон Архимеда **136**
- И**
- Инерциальные системы **50**
 - Импульс тела **55, 96**
- К**
- Кинематика **9**
 - Классический закон сложения скоростей **15**
 - Кинематические уравнения движения точки **16**
 - Кинетическая энергия **99**
 - Консервативные силы **100**
 - Коэффициент полезного действия **104**

– Клин **110**

Л

– Линейная скорость **27**

М

– Материальная точка **10**

– Механическое движение **11**

– Мгновенная скорость **19**

– Масса **52**

– Модуль Юнга **60**

– Механическое напряжение **61**

– Мощность **103**

Н

– Нормальное ускорение **26**

– Невесомость **66**

– Наклонная плоскость **109**

– Нормальное атмосферное давление **138**

О

– Основное уравнение динамики **54**

– Относительное удлинение тела **61**

– Орбитальная скорость **70**

П

– Пройденный путь **10**

– Перемещение тела **11**

– Поступательное движение **11**

– Проекция вектора на ось **12**

– Прямолинейное равномерное движение **17**

– Проекция перемещения при равноускоренном прямолинейном движении тела **22**

– Период вращения **28**

– Принцип относительности в классической механике **52**

– Пластическая деформация **59**

– Первая космическая скорость **70**

– Потенциальная энергия **99**

– Потенциальное поле **101**

– Правило равновесия рычагов **107**

Р

– Радиус-вектор **12, 16**

– Равноускоренное прямолинейное движение **20**

– Равномерное криволинейное движение **25**

– Реактивное движение **97**

– Реактивная сила тяги **97**

– Работа **102**

– Рычаг **106**

С

– Статика **9**

- Система отсчета **10**
 - Сложение векторов **13, 14**
 - Скорость **19**

 - Средняя путевая скорость **20**
 - Свободное падение **24**
 - Сила **50**
 - Сила трения **55**
 - Сила упругости **58**
 - Сила всемирного тяготения **62**
 - Сообщающиеся сосуды **133**
- Т**
- Тело отсчета **10**
 - Траектория **10**
 - Тангенциальное ускорение **26**
 - Третий закон Ньютона **55**
- У**
- Уравнение траектории **16**
 - Уравнение равномерного прямолинейного движения **17**
 - Уравнение равноускоренного прямолинейного движения **21**
 - Уравнение мгновенной скорости в скалярном виде **21**
 - Уравнение движения при равноускоренном прямолинейном движении **23**
 - Угловая скорость **28, 72**
- Угловое ускорение **29, 72**
 - Упругая деформация **59**
 - Уравнение движения тела с переменной массой **97**
 - Удар **104**
 - Условие плавания тел **136**
- Ф**
- Формула Циолковского **97**
- Ц**
- Центр массы **53**
 - Центральный удар **105**
- Ч**
- Частота вращения **28**
- Э**
- Энергия **98**

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бармасов, А.В. Курс общей физики для природопользователей. Механика / А.В. Бармасов. - СПб.: ВНУ, 2012. - 416 с.
2. Бармасов, А.В. Курс общей физики для природопользователей. Колебания и волны. / А.В. Бармасов. - СПб.: ВНУ, 2012. - 256 с.
3. Башлачев, Ю.А. Фундаментальные эксперименты физики: Курс лекций / Ю.А. Башлачев, Д.Л. Богданов. - М.: Ленанд, 2012. - 240 с.
4. Бондарев, Б.В. Курс общей физики. В 3-х т. Т. 1. Механика: Учебник для бакалавров / Б.В. Бондарев. - М.: Юрайт, 2013. - 353 с.
5. Бондарев, Б.В. Курс общей физики. В 3 кн. Кн.1: Механика: Учебник / Б.В. Бондарев, Н.П. Калашников, Г.Г. Спирин. - Люберцы: Юрайт, 2015. - 353 с.
6. Бондарев, Б.В. Курс общей физики. книга 1: механика: Учебник для бакалавров / Б.В. Бондарев, Н.П. Калашников, Г.Г. Спирин. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 353 с.
7. Грабовский, Р.И. Курс физики: Учебное пособие / Р.И. Грабовский. - СПб.: Лань, 2012. - 608 с.
8. Ерофеева, Г.В. Практические занятия по общему курсу физики: Учебник для бакалавриата и магистратуры / Г.В. Ерофеева, Ю.Ю. Крючков, Е.А. Складорова и др. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 492 с.
9. Иванов, И.В. Сборник задач по курсу основы физики и биофизики: учебно-методическое пособие / И.В. Иванов. - СПб.: Лань, 2012. - 128 с.
10. Иванов, И.В. Сборник задач по курсу основы физики и биофизики: учебно-методическое пособие / И.В. Иванов. - СПб.: Лань, 2012. - 128 с.
11. Канке, В.А. Курс общей физики. Т. 4. Сборник вопросов и задач по общей физике В 4-х т. Т:4 / В.А. Канке. - М.: КноРус, 2012. - 368 с.
12. Кудин, Л.С. Курс общей физики в вопросах и задачах: Учебное пособие / Л.С. Кудин, Г.Г. Бурдуковская. - СПб.: Лань, 2013. - 320 с.

13. Ливенцев, Н.М. Курс физики: Учебник / Н.М. Ливенцев. - СПб.: Лань, 2012. - 672 с.
14. Лоренц, Х.А. Курс физики. В 2 т. / Х.А. Лоренц. - М.: Ленанд, 2016. - 824 с.
15. Лучич, С.И. Задачи по общему курсу физики в вопросах и ответах: Механика / С.И. Лучич, Н.И. Ширяева. - М.: КД Либроком, 2016. - 184 с.
16. Ольхова, Р.Г. Краткий курс физики с примерами решения задач (СПО) / Р.Г. Ольхова. - М.: КноРус, 2013. - 280 с.
17. Руднев, В.Н. Курс физики с примерами решения задач. В 2-х т. Т. 2 / В.Н. Руднев. - М.: КноРус, 2013. - 384 с.
18. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. - СПб.: Лань, 2016. - 432 с.
19. Сивухин, Д.В. Общий курс физики. Т.4 Оптика: Учебное пособие в 5 т. / Д.В. Сивухин. - М.: Физматлит, 2013. - 792 с.
20. Смирнова, М.Ф. Корректирующий курс физики: Учебное пособие / М.Ф. Смирнова, С.Л. Сафронов, В.В. Смирнова. - СПб.: Лань П, 2016. - 160 с.
21. Стась, Н.Ф. Курс физики: Учебное пособие / Н.Ф. Стась. - СПб.: Лань, 2012. - 608 с.
22. Степин, П.А. Курс общей физики: Учебное пособие. В 3-х т. Т.1. Механика. Молекулярная физика. Колебания и волны / П.А. Степин. - СПб.: Лань КПТ, 2016. - 352 с.
23. Стерхов, К.В. Сборник задач по курсу основы физики и биофизики: Учебно-методическое пособие / К.В. Стерхов. - СПб.: Лань П, 2016. - 128 с.
24. Ступин, Д.Ю. Курс общей физики (в вопросах и задачах): Учебное пособие / Д.Ю. Ступин. - СПб.: Лань, 2013. - 320 с.
25. Стурман, В.И. Курс общей физики (в вопросах и задачах): Учебное пособие / В.И. Стурман. - СПб.: Лань КПТ, 2016. - 320 с.

26. Суворов, Н.Н. Курс физики с примерами решения задач. Часть I. Механика. Молекулярная физика. Термодинамика: Учебное пособие / Н.Н. Суворов. - СПб.: Лань, 2014. - 464 с.
27. Сушков, А. Курс физики: Учебник / А. Сушков. - СПб.: Лань П, 2014. – 672 с.
28. Схиртладзе, А.Г. Курс физики: Учебник / А.Г. Схиртладзе, В.А. Гречишников и др. - СПб.: Лань П, 2016. - 672 с.
29. Сысоев, С.К. Курс физики: Учебник / С.К. Сысоев, А.С. Сысоев, В.А. Левко. - СПб.: Лань П, 2016. - 608 с.
30. Тиницкий, В.М. Курс физики с примерами решения задач. В 2-х т. Т. 1 / В.М. Тиницкий. - М.: КноРус, 2013. - 592 с.
31. Толмачев, Ю.А. Курс физики: Учебное пособие / Ю.А. Толмачев, В.Ю. Дубок. - СПб.: Лань П, 2016. - 448 с.
32. Трофимова, Т.И. Курс физики с примерами решения задач. В 2-х т. Т. 2. Курс физики с примерами решения задач: Учебник / Т.И. Трофимова. - М.: КноРус, 2013. - 378 с.
33. Трофимова, Т.И. Курс физики: Учебное пособие для вузов / Т.И. Трофимова. - М.: ИЦ Академия, 2012. - 560 с.
34. Туганбаев, А.А. Курс физики. В 3-х тт. Том 1 Механика. Молекулярная физика: Учебник / А.А. Туганбаев, В.Г. Крупин. - СПб.: Лань, 2016. - 352 с.
35. Тульчинский, Г. Курс общей физики. В 3-х тт. Том 1 Механика. Молекулярная физика: Учебник / Г. Тульчинский, Е. Шекова. - СПб.: Лань, 2016. - 432 с.
36. Тульчинский, Г.Л. Курс физики: Учебное пособие / Г.Л. Тульчинский, С.В. Герасимов, Т.Е. Лохина. - СПб.: Лань П, 2016. - 480 с.
37. Фальковский, О.И. Курс общей физики: Учебник / О.И. Фальковский. - СПб.: Лань П, 2016. - 480 с.
38. Фаритов, Т.А. Курс общей физики: Учебник / Т.А. Фаритов. - СПб.: Лань П, 2016. - 656 с.

Учебное издание

Ивахненко Наталья Николаевна
Бадекин Максим Юрьевич
Коноплин Николай Александрович
Бенин Дмитрий Михайлович

Базовый курс физики.

Механика

Учебник

Ответственный редактор Е.Е. Рытова

Корректор

Подписано в печать ___ Формат 60x84У₁₆

Усл.печ.л.12,5. Тираж 100

Издательство РГАУ-МСХА
127550, Москва, Тимирязевская ул., 44
Тел. 8(499)977-40-64