



МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ –
МСХА имени К.А. ТИМИРЯЗЕВА»
(ФГБОУ ВО РГАУ - МСХА имени К.А. Тимирязева)

Кафедра «Инженерная и компьютерная графика»

Е.Л. Чепурина, Д.А. Рыбалкин, Е.С. Шнарас,
Д.Л. Кушнарера, А.С. Свиридов

Выполнение расчетно-графической работы по начертательной геометрии

Методическое пособие

Москва 2023

Введение

Содержание расчетно-графической работы соответствует основной цели дисциплины и ее задачам:

- развитию пространственного воображения;
- изучению теоретических основ построения чертежей с учетом соблюдения требований стандартов Единой Системы Конструкторской Документации (ЕСКД).

1. ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РГР

Исходные данные к выполнению расчетно-графической работы (РГР) выдаются каждому студенту индивидуально. РГР должна быть выполнена по правилам ЕСКД. Теоретические сведения приведены в базовом учебнике [1].

РГР содержит титульный лист, чертежи, выполненные по индивидуальным вариантам. В чертежах должны быть приведены задачи РГР, решенные графическими средствами на листах формата А3.

Титульный лист выполняется в соответствии с приложением №1.

Пример оформления *индивидуальных заданий* представлен в приложениях №2 – 8.

Любой чертеж должен соответствовать одной или группе задач РГР и выполняться в стандартном масштабе на отдельном листе формата А3.

2. АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Общее количество задач РГР – три. Они последовательно охватывают все разделы начертательной геометрии. Первая задача соответствует теме «Методы преобразования», вторая – «Поверхности», третья – «Позиционные задачи». Способы решения этих трех задач можно понять, разбирая алгоритмы решения, приведенные в базовом учебнике [1] и на приведенных примерах.

2.1. Методы преобразования

2.1.1 По координатам точек построить пирамиду

В левом верхнем углу формата А3 строим оси координат (X, Y, Z) (рис. 1).

Для построения оси X необходимо сравнить значения координат всех точек по координате Z , выбрать максимальное значение и прибавить к нему 30 мм. На этом расстоянии от верхней рамки формата провести ось X .

Для построения оси Z необходимо сравнить значения координат всех точек по координате X , выбрать максимальное значение и прибавить к нему 30 мм. На этом расстоянии от левой рамки формата провести ось Z .

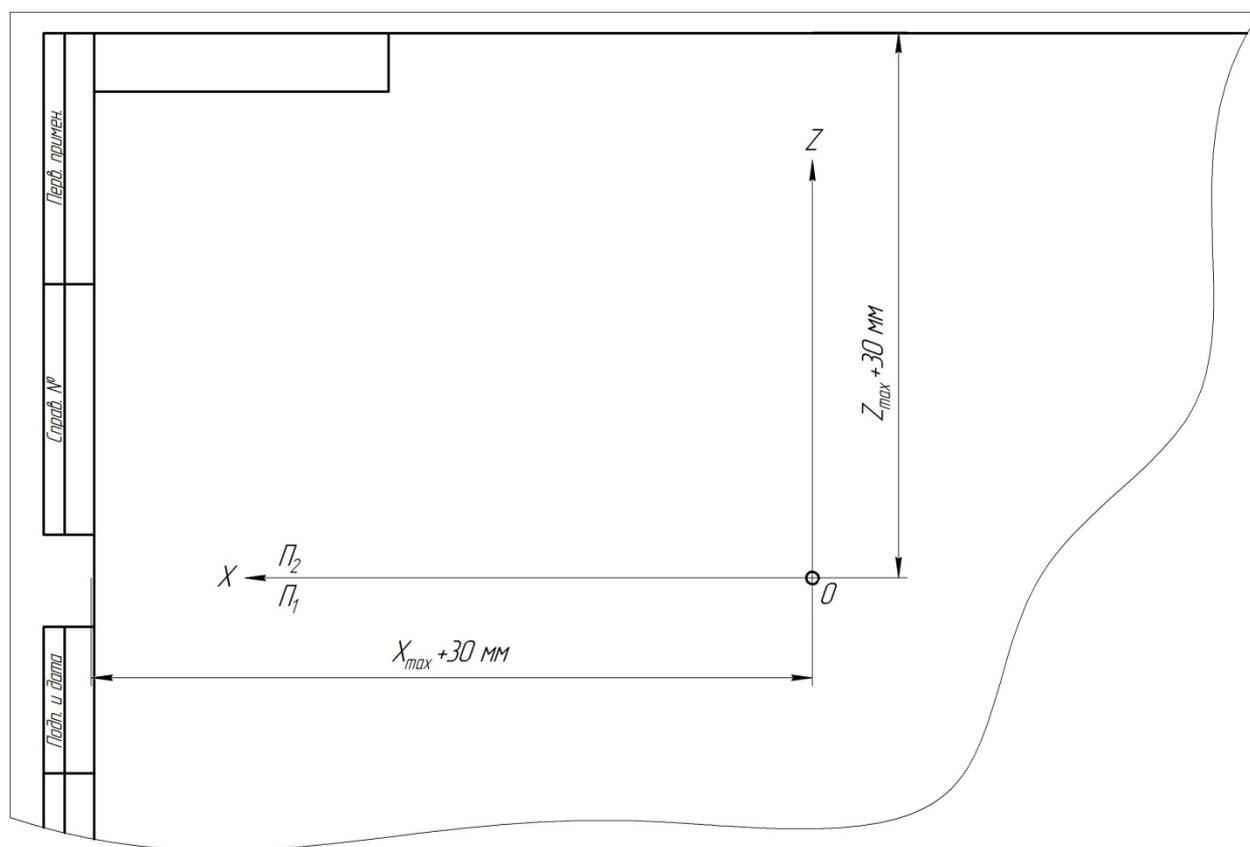


Рисунок 1 – Построение осей на формате А3

Полученную точку пересечения осей X, Y, Z отметить, как точку O . От нее по координатам строим все точки фигуры, обозначив их заглавными буквами латинского алфавита на плоскостях Π_1 и Π_2 .

В основании фигуры лежит треугольник ABC , соединив его вершины с точкой S – получим пирамиду $ABCS$ (рис. 2). На плоскости Π_1 получили $A_1B_1S_1C_1$, на плоскости Π_2 – $A_2S_2C_2B_2$.

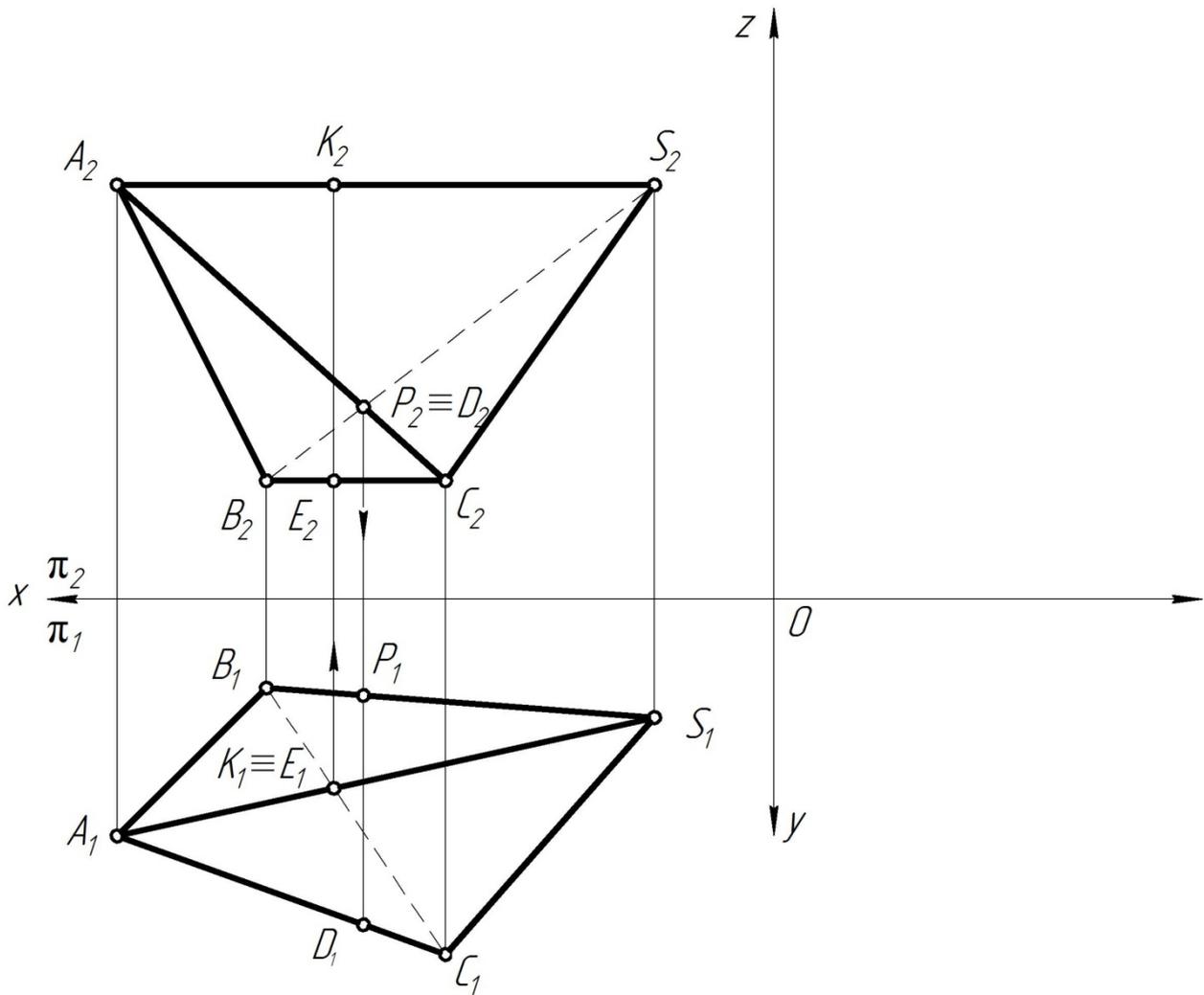


Рисунок 2 – Построение пирамиды

2.1.2 Определение видимости ребер фигуры

Видимость ребер многогранника на ортогональном чертеже определяется с помощью следующих правил:

1. Проекции ребер, которые образуют внешний контур проекции многогранника, всегда видны. Это проекции ребер A_2B_2 , B_2C_2 , C_2S_2 и S_2A_2 на фронтальной плоскости проекций (Π_2) A_1B_1 и B_1S_1 , S_1C_1 и C_1A_1 – на горизонтальной плоскости проекций (Π_1).

2. Видимость остальных ребер многогранника определяются методом конкурирующих точек.

Конкурирующими точками называются точки, лежащие на одной линии связи, но принадлежащие разным прямым [1–3]. Так, на рисунке 2 на плоскости Π_1 показаны конкурирующие точки K и E (их горизонтальные проекции совпадают

$K_1 \equiv E_1$). На фронтальной плоскости проекций Π_2 , конкурирующими точками являются P и D (их фронтальные проекции совпадают $P_2 \equiv D_2$).

1. Метод конкурирующих точек заключается в определении взаимной видимости точек по их несовпадающим проекциям.

Определим видимость ребер пирамиды на плоскости Π_1 . Внешний контур пирамиды $A_1B_1S_1C_1$ обводим жирными линиями. Внутри контура есть две скрещивающиеся прямые линии S_1A_1 и B_1C_1 . Здесь совпадают горизонтальные проекции точек $K_1 \equiv E_1$. Нужно перенести эти точки на фронтальную плоскость проекций Π_2 . По линиям связи точка K_2 попадает на линию A_2S_2 , точка E_2 попадает на линию B_2C_2 . Координата по Z_K , больше, чем Z_E . Так проекция точки K_2 , лежащая на линии S_2A_2 находится выше точки E_2 на линии A_2C_2 относительно плоскости Π_1 , поэтому на плоскости Π_1 точка K_1 будет видимая. И линия S_1A_1 на которой находится точка K_1 , будет видимая. Линия B_1C_1 показана, как линия невидимая.

2. Рассмотрим видимость на плоскости Π_2 . Внешний контур пирамиды $A_2S_2C_2B_2$ обводим жирными линиями. Внутри контура есть две скрещивающиеся линии, здесь совпадают фронтальные проекции точек $P_2 \equiv D_2$. Нужно перенести эти точки на горизонтальную плоскость проекций Π_1 . По линиям связи они попадают: точка P_1 попадает на линию B_1S_1 , точка D_1 попадает на линию A_1C_1 . Координата Y_D больше, чем координата Y_P , значит линия A_2C_2 на плоскости Π_2 будет видимая, в проекция линии B_2S_2 показана как линия невидимого контура.

3. Какая точка ближе к наблюдателю – такая и считается видимой на плоскостях проекций. Это значит, что данная линия, на которой лежит точка, будет видна на данной плоскости проекций.

2.1.3 Способом замены плоскостей проекций найти угол наклона основания ABC к плоскости Π_1

Для решения задачи необходимо провести новую плоскость проекций перпендикулярно плоскости треугольника ABC . Тогда на эту плоскость треугольник спроецируется в прямую линию. На рисунке 3 в треугольнике ABC проводим горизонталь h (h_1, h_2).

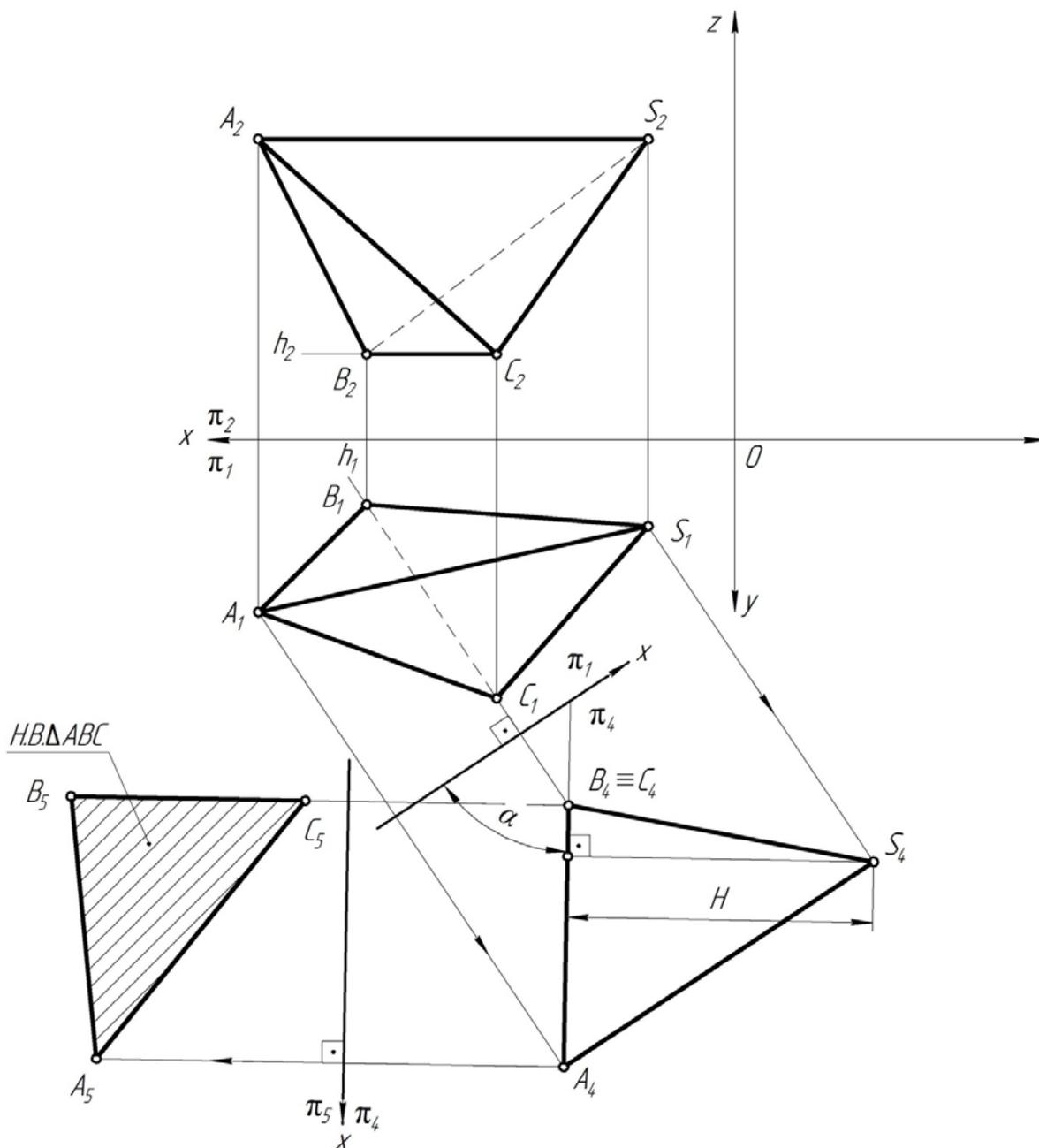


Рисунок 3 – Построение угла наклона основания к плоскости Π_1 , нахождение высоты пирамиды (H) и нахождение натуральной величины основания ABC

Сначала проводим ее на плоскости Π_2 – $h_2 \parallel X$, h_1 – строим по точкам. В данном примере горизонталь h проходит по стороне BC .

Новую плоскость проекций (ось X_{1-4}) строить перпендикулярно к h_1 . Провести новые линии связи перпендикулярно к новой оси плоскости Π_4 . От новой оси отложить координаты ΔABC , координаты берем от предыдущей оси X_{2-1} , на плоскости Π_2 . Тогда на плоскость Π_4 $\Delta A_4B_4C_4$ спроецируется в прямую

линию. Угол наклона основания к плоскости Π_1 обозначают между осью X_{1-4} и вырожденной проекцией $\Delta A_4B_4C_4$. Угол обозначим α .

2.1.4 Найти высоту фигуры

На плоскость Π_4 перевести вершину пирамиды S . Для этого измеряем расстояние от оси X_{2-1} до проекции S_2 и откладываем ее от новой оси X_{1-4} по линии связи. Получаем вершину пирамиды S_4 (рис. 3).

Расстояние от точки S до плоскости ΔABC измеряется перпендикуляром. От S_4 к вырожденной проекции $\Delta A_4B_4C_4$ провести перпендикуляр. На плоскости Π_4 он обозначен буквой H – в натуральную величину.

2.1.5 Найти натуральную величину основания ABC

Для построения натуральной величины основания ΔABC строим новую ось X_{4-5} – проводим ее параллельно вырожденной проекции $\Delta A_4B_4C_4$, строим новые линии связи перпендикулярно к новой оси. Отмечаем новую плоскость Π_5 (рис. 3). Откладываем от новой оси расстояния точек основания, взятые от предыдущей оси X_{1-4} плоскости Π_1 до точек $\Delta A_1B_1C_1$. Получаем на новой плоскости Π_5 натуральную величину $\Delta A_5B_5C_5$.

2.1.6 Способом вращения вокруг проецирующей оси найти натуральную величину сечения фигуры проецирующей плоскостью

По заданным координатам точек M и N строим секущую плоскость, которая пересекает пирамиду (рис. 4).

Отмечаем на плоскости Π_2 точки пересечения секущей плоскости с ребрами фигуры $1_22_23_2$. Перенести эти точки на другую плоскость проекций Π_1 . Видимость линии сечения, расположенной на поверхности многогранника, зависит от видимости тех граней, которым она принадлежит.

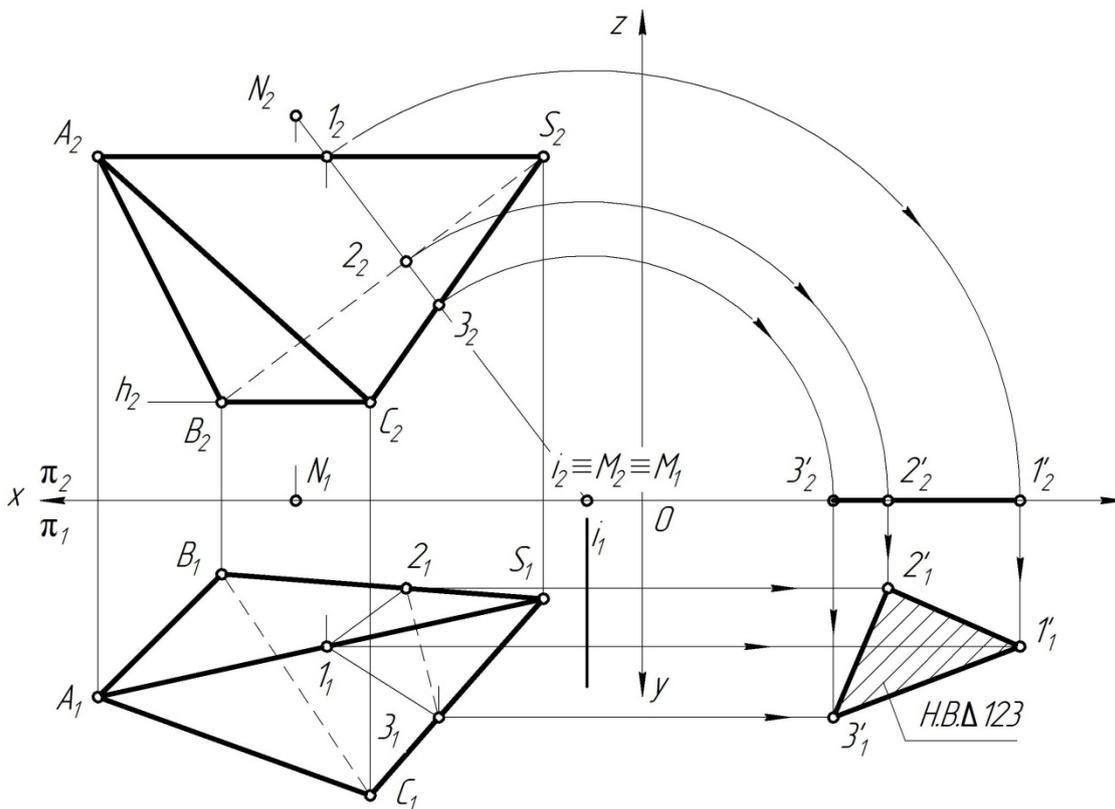


Рисунок 4 – Построение натуральной величины сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки MN

Проводим проецирующую ось i (i_1, i_2). Её вырожденная проекция i_2 должна обязательно лежать на секущей плоскости MN . Поворачиваем секущую плоскость с точками $1_2 2_2 3_2$ до совмещения с плоскостью Π_1 . Здесь они обозначены точками $1'_2 2'_2 3'_2$. На плоскости Π_1 из точек $1_1 2_1 3_1$ провести линии параллельные оси X , а из точек $1'_2 2'_2 3'_2$ провести линии связи до пересечения с этими параллелями. Получаем точки сечения $1'_1 2'_1 3'_1$, соединив которые, получаем натуральную величину $\Delta I'_1 2'_1 3'_1$ (рис. 4).

2.1.7 Способом плоскопараллельного перемещения найти двугранный угол при ребре SA

Все способы преобразования чертежа применяются для перевода от общего положения геометрической фигуры в нужное нам частное положение [1–3].

При плоскопараллельном переносе геометрической фигуры относительно плоскости проекций, проекция фигуры на эту плоскость хотя и меняет свое

положение, но остается конгруэнтной проекции фигуры в ее исходном положении. Т.е. расстояния между точками фигуры не меняются.

В задаче надо найти величину двугранного угла при ребре SA .

1). Рассмотрим, какое положение в пространстве занимает ребро SA .

2). В нашей задаче ребро SA занимает положение *горизонтали*. Это значит, что на плоскости Π_1 ребро S_1A_1 показано в натуральную величину (рис.5).

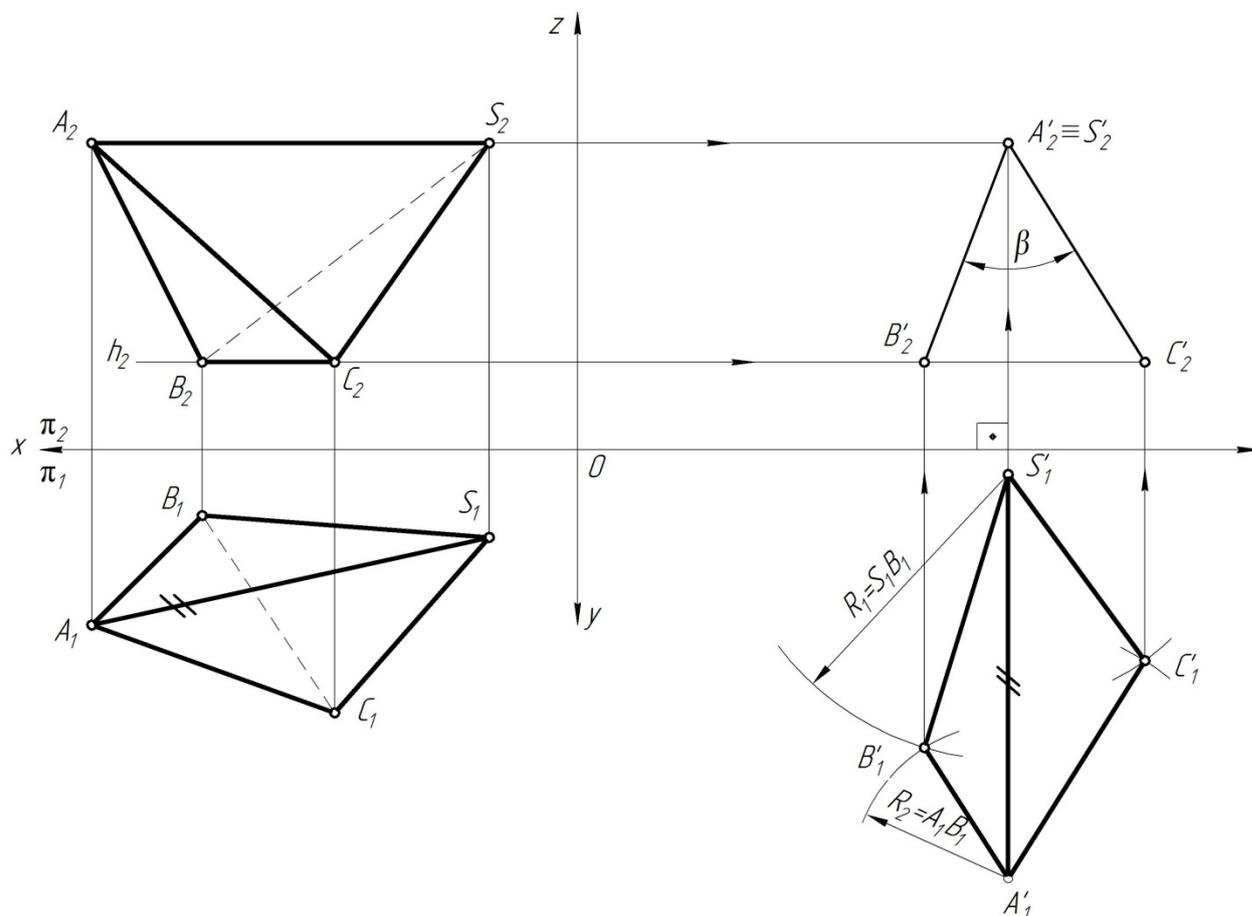


Рисунок 5 – Построение двугранного угла при ребре SA

Перемещая параллельно плоскости Π_1 , ребро SA располагают таким образом, чтобы оно было перпендикулярно плоскости Π_2 . Т.е. переведем ребро SA в проецирующее положение. На чертеже они обозначены на плоскости Π_1 $S'_1A'_1 \perp X$, а на плоскости Π_2 совпадут две точки $S'_2 \equiv A'_2$.

Остальные точки фигуры строим на плоскости Π_1 при помощи циркуля, как показано на чертеже. Точки B'_1 и C'_1 получаются при пересечении радиусов. На плоскости Π_2 , полученный двугранный угол $B'_1S'_2A'_2C'_2$, обозначаем – β .

Если в задаче ребро SA занимает положение *фронтали*, то плоскопараллельное перемещение выполняем параллельно плоскости Π_2 . Далее - аналогично. А ответ тогда получается на плоскости Π_1 .

2.1.8 По координатам точек построить призму

В левом верхнем углу формата А3 строим оси координат X, Y, Z (рис. 6).

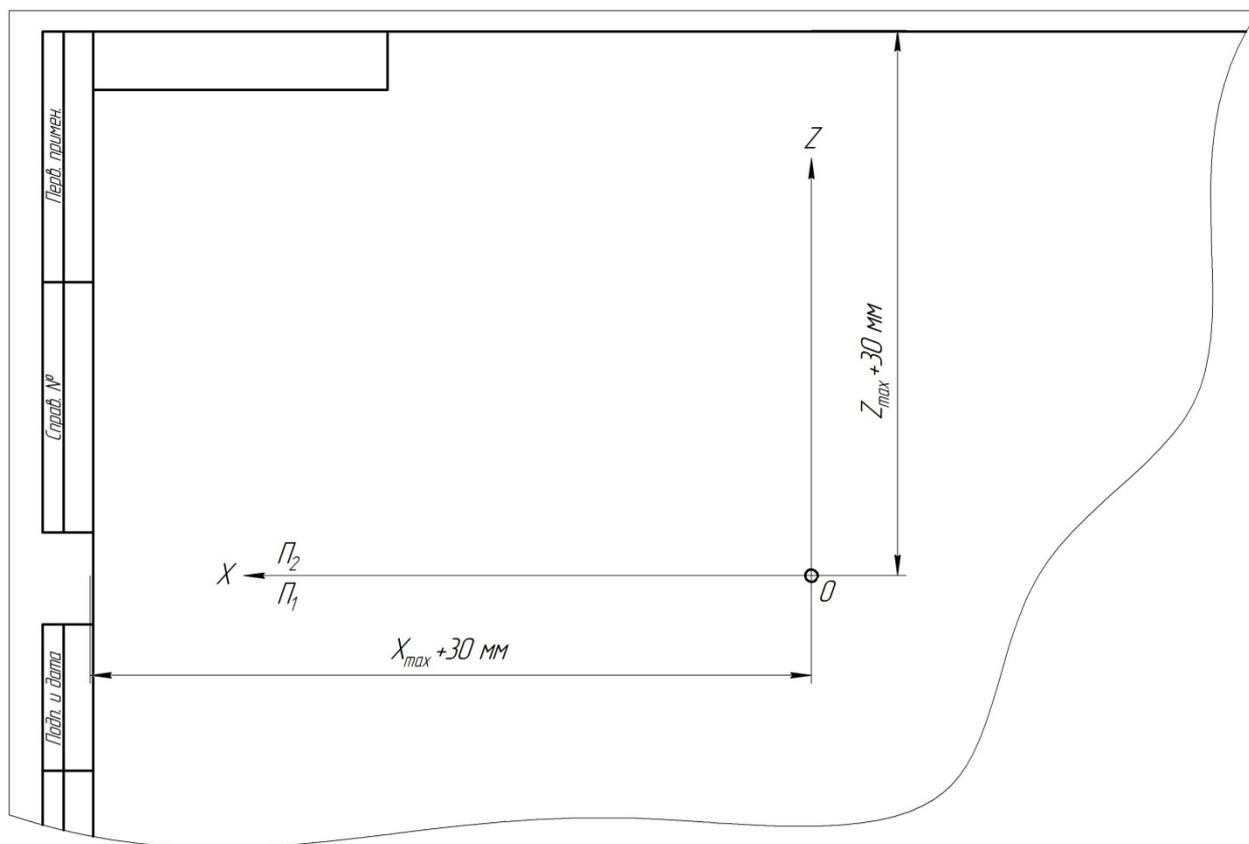


Рисунок 6 – Построение осей

Для построения оси X необходимо сравнить значения координат всех точек по координате Z , выбрать максимальное значение и прибавить к нему 30 мм. На этом расстоянии от верхней рамки формата провести ось X .

Для построения оси Z необходимо сравнить значения координат всех точек по координате X , выбрать максимальное значение и прибавить к нему 30 мм. На этом расстоянии от левой рамки формата провести ось Z .

Полученную точку пересечения осей X, Y, Z отметить как точку O . От нее по координатам строим все точки фигуры, обозначив их заглавными буквами латинского алфавита на плоскостях Π_1 и Π_2 .

В основании призмы лежит треугольник ABC (рис. 7). У призмы есть второе основание $A'B'C'$, которое надо построить через заданную точку A' .

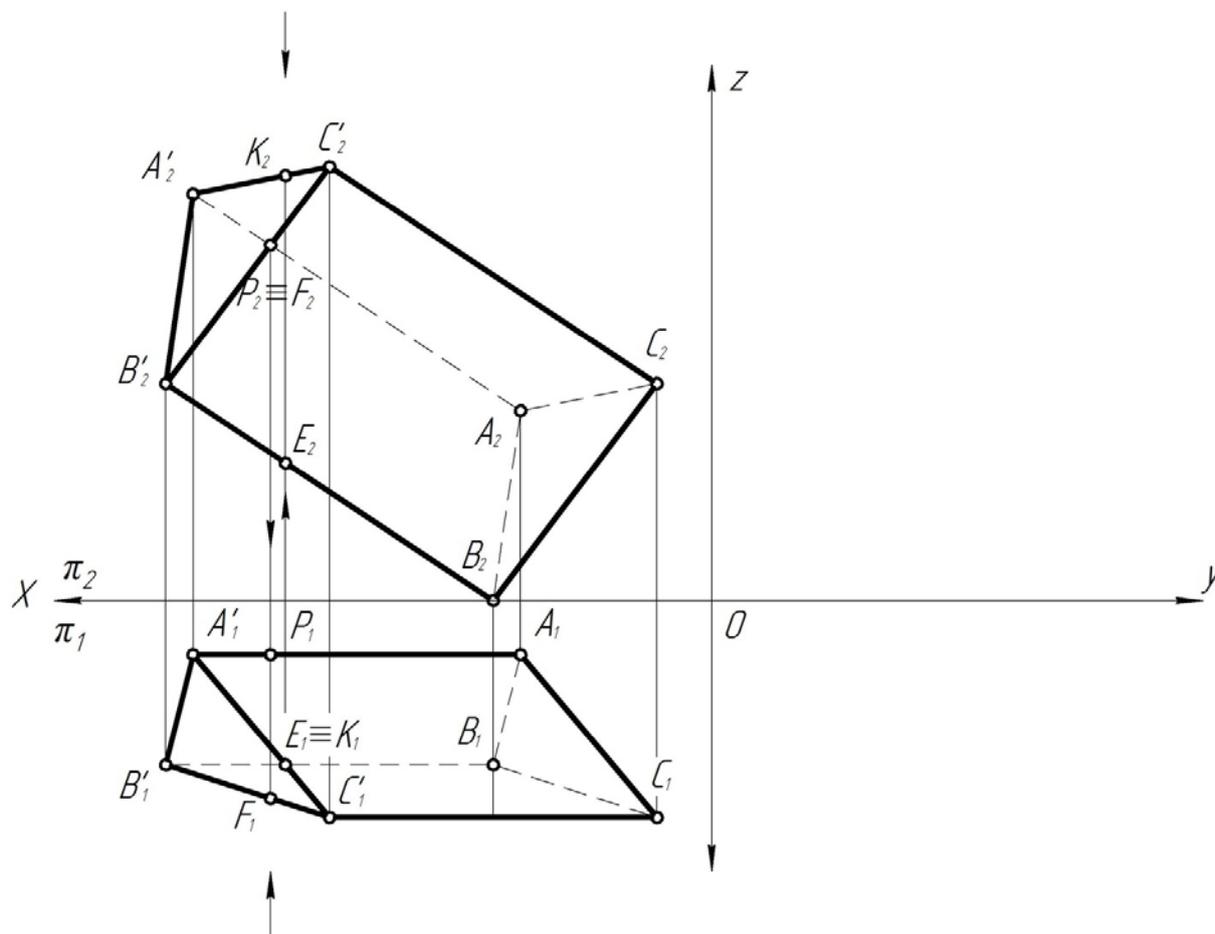


Рисунок 7 – Построение призмы

Если в треугольнике ABC точку A соединить с точкой A' и через нее провести плоскость $A'B'C'$ параллельно ABC , соединить точки A и A' , B и B' , C и C' – получаем призму $ABCA'B'C'$ (рис. 7).

2.1.9 Определение видимости ребер призмы

Видимость ребер многогранника на ортогональном чертеже определяется с помощью следующих правил:

1. Проекции ребер, которые образуют внешний контур проекции многогранника, всегда видны. Это проекции ребер $A'_2C'_2$; C'_2C_2 ; C_2B_2 ; $B_2B'_2$ и $A'_2B'_2$ – на

фронтальной плоскости проекций (Π_2) и A'_1A_1 ; A_1C_1 ; $B'_1C'_1$ и $A'_1B'_1$ – на горизонтальной плоскости проекций (Π_1).

2. Видимость остальных ребер многогранника определяются методом конкурирующих точек.

Конкурирующими точками называются такие точки пространства, у которых совпадают какие-либо две одноименные проекции. Так, на рисунке 7 показаны на плоскости Π_1 конкурирующие точки K и E (совпадают горизонтальные проекции $K_1 \equiv E_1$). На фронтальной плоскости проекций Π_2 точки P и F (совпадают фронтальные проекции точек $P_2 \equiv F_2$).

3. Метод конкурирующих точек заключается в определении взаимной видимости точек по их несовпадающим проекциям.

Рассмотрим видимость ребер призмы на плоскости Π_1 . Внешний контур призмы $A'_1B'_1C'_1C_1A_1A'$ обводим жирными линиями. Внутри контура есть две скрещивающиеся прямые линии $A'_1C'_1$ и $B_1B'_1$. Здесь совпадают горизонтальные проекции точек $K_1 \equiv E_1$. Нужно перенести эти точки на фронтальную плоскость проекций Π_2 . По линиям связи точка K_2 попадает на линию $A'_2C'_2$, точка E_2 попадает на линию B'_2B_2 . Координата Z_K , больше чем Z_E на плоскости Π_2 .

Так, точка K_2 , лежащая на линии $A'_2C'_2$, находится выше точки E_2 на линии B'_2B_2 относительно плоскости Π_1 , поэтому на плоскости Π_1 точка K будет видимая. И линия $A'_1C'_1$, на которой находится точка K_1 , будет видимая. Линия $B_1B'_1$ – как линия невидимая.

Рассмотрим видимость на плоскости Π_2 . Внешний контур призмы $A'_2C'_2C_2B_2B'_2A'_2$ обводим жирными линиями. Внутри контура есть две скрещивающиеся линии, где совпадают фронтальные проекции точек $P_2 \equiv F_2$. Нужно перенести эти точки на горизонтальную плоскость проекций Π_1 . По линиям связи они попадают: точка P_1 попадает на линию $A_1A'_1$, точка F_1 попадает на линию $B'_1C'_1$. Координата по Y_F , больше чем Y_P , значит линия $B'_2C'_2$ на плоскости Π_2 будет видимая. А линия A'_2A_2 – невидимая.

Какая точка ближе к наблюдателю – такая и считается видимой на плоскости проекций.

2.1.10 Способом замены плоскостей проекций найти угол наклона основания призмы ABC к плоскости Π_1

Для решения задачи необходимо провести новую плоскость проекций перпендикулярно плоскости треугольника ABC . Тогда на эту плоскость треугольник спроецируется в прямую линию.

В треугольнике ABC проводим горизонталь $h(h_1, h_2)$. Сначала проводим ее на плоскости Π_2 , здесь $h_2 // X$, h_1 – строим по точкам.

Новую плоскость проекций (ось X_{1-4}) строить перпендикулярно к h_1 . Провести новые линии связи перпендикулярно к новой оси плоскости Π_4 . От новой оси отложить координаты ΔABC , координаты берем от предыдущей оси X_{2-1} , на плоскости Π_2 . Тогда на плоскость Π_4 $\Delta A_4B_4C_4$ спроецируется в прямую линию. Угол наклона основания к плоскости Π_1 обозначают между осью X_{1-4} и вырожденной проекцией $\Delta A_4B_4C_4$. Угол обозначим α (рис. 8).

2.1.11 Найти высоту фигуры

На плоскость Π_4 перевести любую точку второго основания призмы.

Расстояние от точки A' до плоскости ΔABC измеряется перпендикуляром. От A'_4 к вырожденной проекции $\Delta A_4B_4C_4$ провести перпендикуляр. На плоскости Π_4 он обозначен H в натуральную величину (рис. 8).

Для призмы расстояние между двумя параллельными плоскостями измеряется длиной перпендикуляра, опущенного из произвольной точки плоскости $A'_4B'_4C'_4$ на другую плоскость $A_4B_4C_4$. Таким образом, эта задача сводится к предыдущей (построение пирамиды).

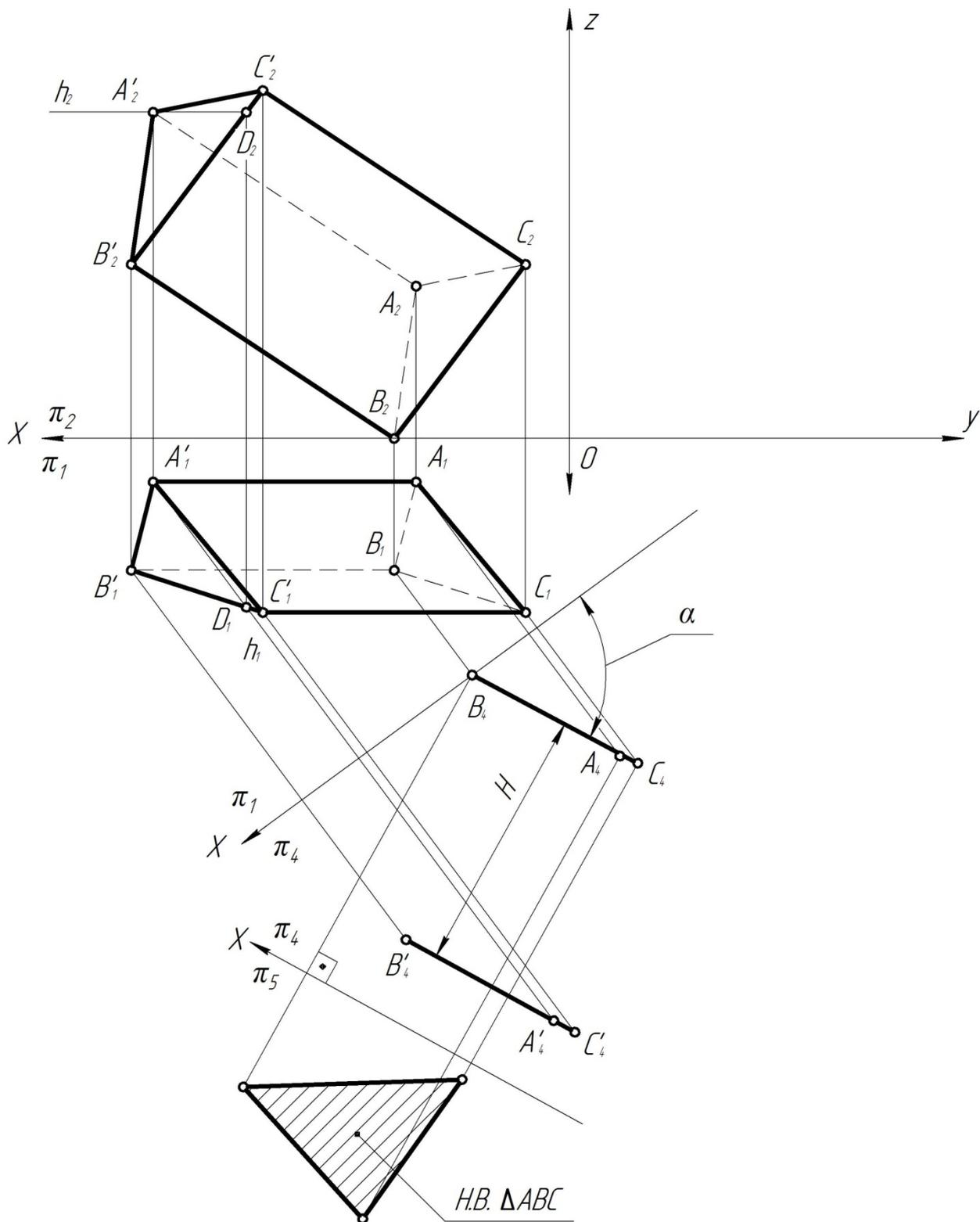


Рисунок 8 – Построение угла наклона основания призмы к плоскости Π_1 .
Нахождение высоты призмы и натуральной величины основания

2.1.12 Найти натуральную величину основания ABC

Для построения натуральной величины основания ΔABC новую ось X_{4-5} проводим параллельно вырожденной проекции $\Delta A_4B_4C_4$, строим новые линии связи перпендикулярно к новой оси. Отмечаем новую плоскость Π_5 . Откладываем от новой оси расстояния точек основания, взятые от предыдущей оси X_{1-4} плоскости Π_1 до точек $\Delta A_1B_1C_1$. Получаем на новой плоскости Π_5 натуральную величину $\Delta A_5B_5C_5$ (рис. 8).

2.1.13 Способом вращения вокруг проецирующей оси найти натуральную величину сечения фигуры проецирующей плоскостью

По заданным координатам точек M и N строим секущую плоскость, которая пересекает призму (рис. 9).

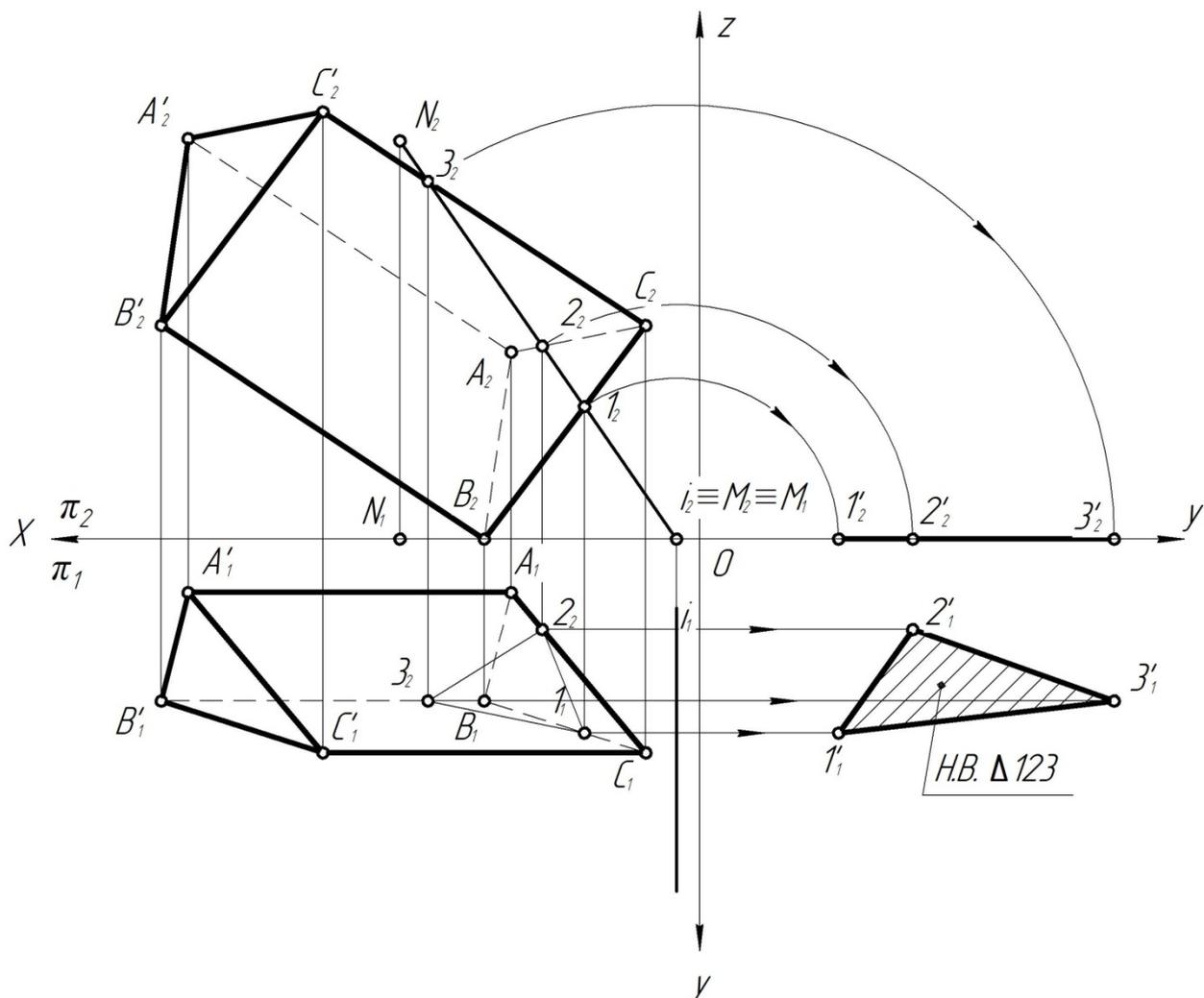


Рисунок 9 – Построение натуральной величины сечения плоскостью, проходящей через точки MN

Отмечаем на плоскости Π_2 точки пересечения секущей плоскости с ребрами фигуры $I_22_23_2$. Перенести эти точки на другую плоскость проекций Π_1 . Видимость линии сечения, расположенной на поверхности многогранника, зависит от видимости тех граней, которым она принадлежит.

Проводим проецирующую ось i (i_1, i_2). Её вырожденная проекция должна обязательно лежать на секущей плоскости. Поворачиваем секущую плоскость с точками $I_22_23_2$ до совмещения с плоскостью Π_1 . Здесь они обозначены точками $I'_22'_23'_2$. На плоскости Π_1 из точек $I_12_13_1$ провести линии параллельные оси X , а из точек $I'_22'_23'_2$ провести линии связи до пересечения с этими параллелями. Получаем натуральную величину сечения $I'_12'_13'_1$.

2.1.14 Способом плоскопараллельного перемещения найти двугранный угол при ребре AA'

Все способы преобразования чертежа применяются для перевода от общего положения геометрической фигуры в нужное нам частное положение [1–3].

При параллельном переносе геометрической фигуры относительно плоскости проекций, проекция фигуры на эту плоскость хотя и меняет свое положение, но остается конгруэнтной проекции фигуры в ее исходном положении. Т.е. расстояния между точками фигуры не меняются.

В задаче надо найти величину двугранного угла при ребре AA' (рис. 10).

1). Рассмотрим, какое положение занимает ребро AA' .

2). В нашей задаче ребро AA' занимает положение *горизонтали*. Это значит, что на плоскости Π_1 ребро S_1A_1 показано в натуральную величину.

Перемещая параллельно плоскости Π_2 , ребро $A_2A'_2$ располагают таким образом, чтобы оно было перпендикулярно плоскости Π_1 . Т.е. переведем ребро $A''_2A'_2 \perp X$ расположено в проецирующем положении. На чертеже они совпали и обозначены на плоскости Π_1 две точки $A''_1 \equiv A'_1$.

Задачи на пересечение геометрических объектов называют *главными позиционными задачами* (ГПЗ). Все эти задачи условно делятся на две основные группы:

Первая группа задач, это задачи на пересечение линии с поверхностью.

Вторая группа задач, это задачи на взаимное пересечение поверхностей.

В этом разделе рассмотрены решения задач, относящихся ко второй группе.

Порядок решения *главных позиционных задач* (алгоритм) зависит от расположения ГО (геометрических объектов) относительно плоскостей проекций.

Существуют несколько вариантов таких расположений ГО. Нами будут рассмотрены только два из них:

1 вариант: оба ГО занимают проецирующее положение

Здесь решение задачи сводится к обозначению проекции искомого геометрического элемента (т.е. используется собирательное свойство проецирующих прямых и поверхностей).

2 вариант: один ГО занимает проецирующее положение, а второй – общее.

Здесь решение задачи сводится к обозначению одной проекции искомого геометрического элемента и нахождению второй проекции по принадлежности ГО, занимающему общее положение.

В соответствии с этими вариантами есть алгоритмы решения задач - *первый* и *второй*.

2.2.1 Решение главных позиционных задач по первому алгоритму (оба ГО занимают проецирующее положение)

На рисунке 11 приведен пример решения позиционной задачи, когда оба цилиндра занимают проецирующее положение. Здесь проекции искомого геометрического элемента пересечения заданных ГО находятся на их вырожденных проекциях. Поверхности цилиндров β и α , а линия их пересечения l ($l_1 \equiv \beta_1$; $l_2 \equiv \alpha_2$). Результат решения задачи проекция линии l_3 . Ее построение основано на принципе принадлежности точки любой поверхности (β или α), считая, что точка лежит на образующей цилиндра.

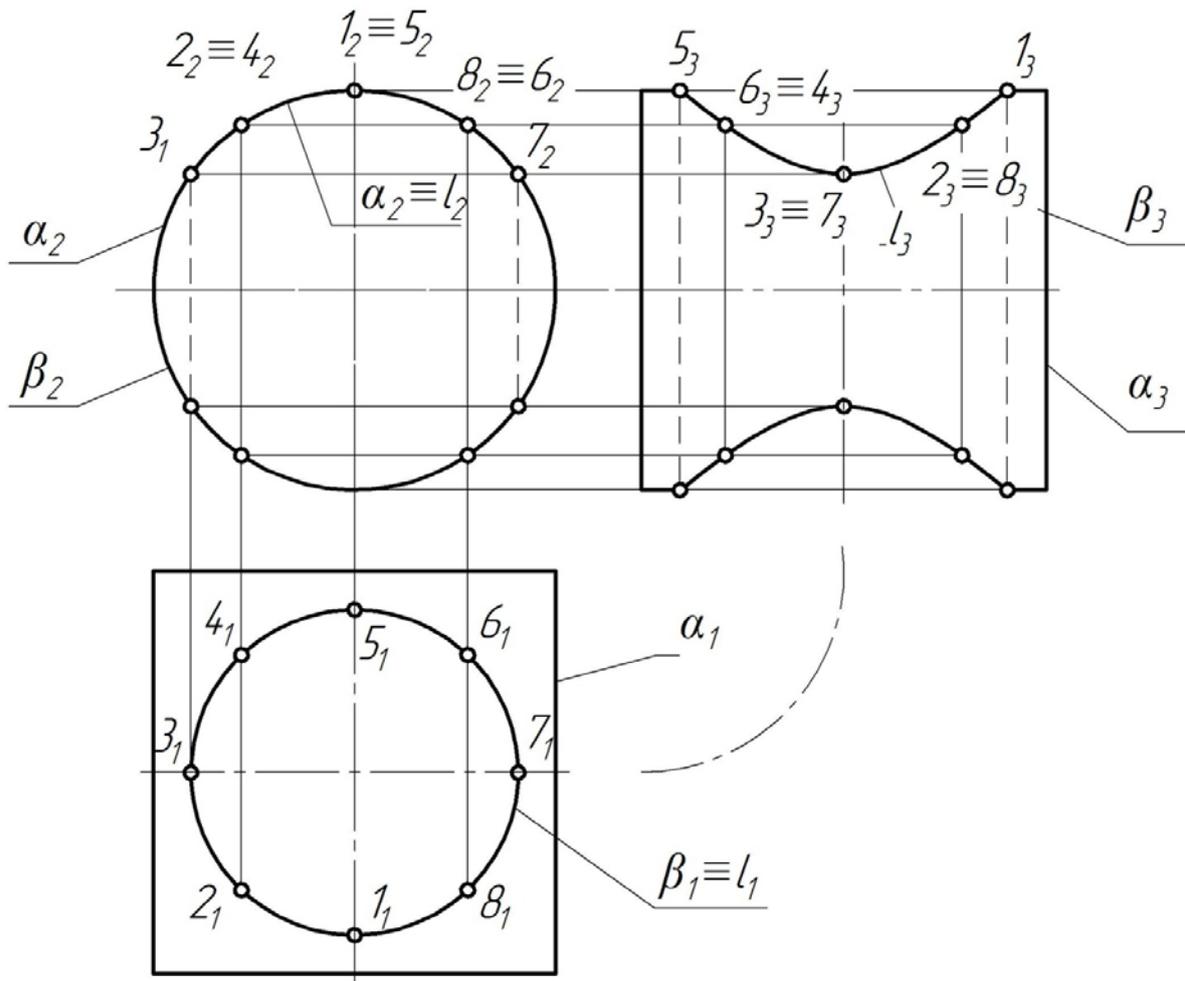


Рисунок 11 – Пересечение проецирующих цилиндрических поверхностей

Можно найти эти образующие и отыскать на них соответствующие точки. Возможны три варианта взаимного сочетания тел ограниченных двумя поверхностями:

- призма пересекает призму (рис. 12б и 13а);
- призма пересекает цилиндр (рис. 12а и 13б);
- цилиндр пересекает цилиндр (рис.11 и 12в).

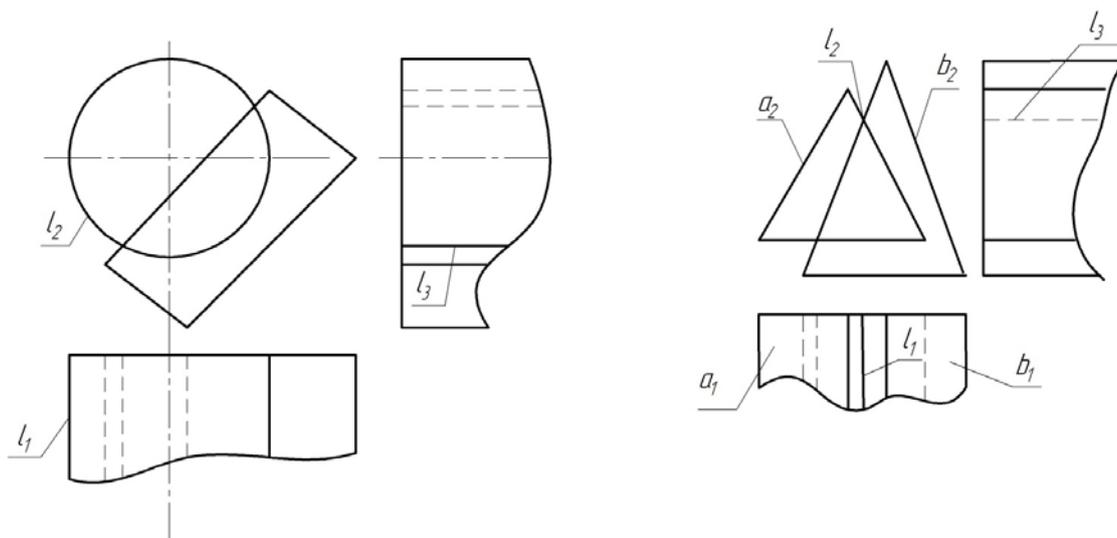
Если пересекаются *одноименно* проецирующие поверхности, то линиями их пересечения служат одноименно проецирующие прямые (рис. 12а, б, в).

Если пересекаются *не одноименно* проецирующие поверхности, то линиями их пересечения являются:

- 1) ломаные линии - призма пересекает призму (рис. 13а);

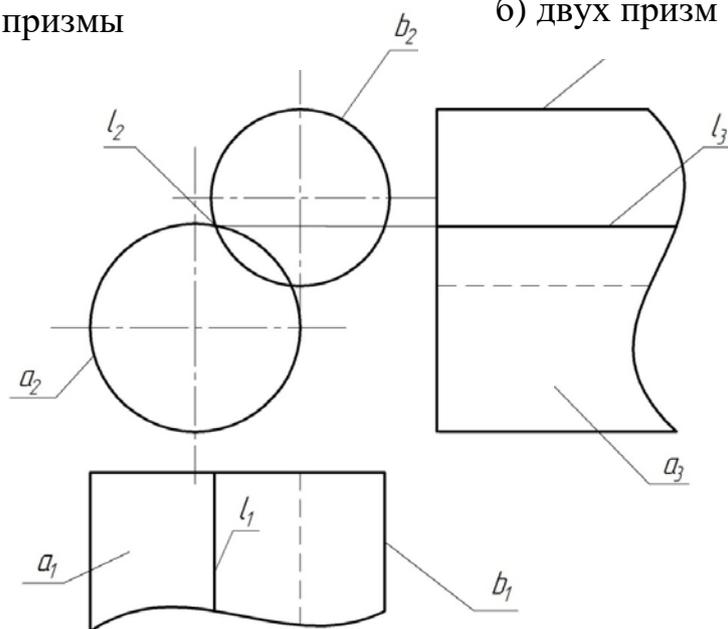
2) линии, составленные из участков поверхности цилиндра – если призма пересекает цилиндр (рис. 13б; 13в) пространственные кривые – если цилиндр пересекает цилиндр (рис. 11).

На рисунке 11 показано построение линии пересечения двух не одноименно проецирующих цилиндров. На рисунке 12а, б, в показаны примеры построения линий пересечения одноименно проецирующих поверхностей.



а) цилиндра и призмы

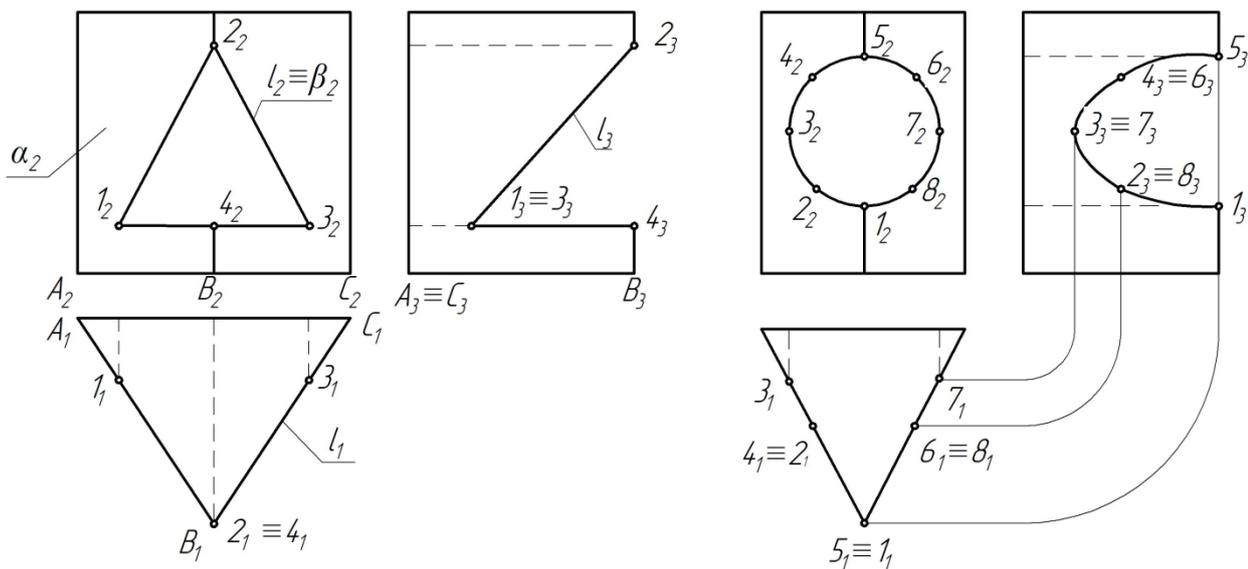
б) двух призм



в) двух цилиндров

Рисунок 12 – Линии пересечения одноименно проецирующих поверхностей

В качестве не одноименно проецирующих пересекающихся поверхностей приведены примеры на рис. 13а и б.



а) двух призм

б) призмы и цилиндра

Рисунок 13 – Линии пересечения не одноименно проецирующих поверхностей

Если построение линий пересечения одноименно-проецирующих поверхностей – прямых сложности не представляет (рис. 12а, б, в), т.к. их вырождение в точку на одной плоскости проекций автоматически дает их изображение в виде проецирующих прямых на других плоскостях (рис. 12а – l_1 ; l_2 ; l_3 и а), аналогично и 12б и 12в, то построение этих линий у не одноименно-проецирующих поверхностей представляет некоторую сложность.

Обозначим поверхности α и β (рис. 11, 12, 13), а линию их пересечения l . Если обе поверхности α и β проецирующие, то обе проекции линии l известны, а находится только третья – это и есть решение задачи:

- При $\beta \cap \alpha$:
1. Если $\beta \perp \Pi_2$, и $\alpha \perp \Pi_1$, то $l_2 \subset \beta_2$ и $l_1 \subset \alpha_1$; $l_3 = ?$
 2. Если $\beta \perp \Pi_3$, и $\alpha \perp \Pi_2$, то $l_3 \subset \beta_3$ и $l_2 \subset \alpha_2$; $l_1 = ?$
 3. Если $\beta \perp \Pi_3$, и $\alpha \perp \Pi_1$, то $l_3 \subset \beta_3$ и $l_1 \subset \alpha_1$; $l_2 = ?$

Третью проекцию линии пересечения l находят различными способами:

а) по принадлежности этой линии любой из заданных поверхностей (в соответствии с алгоритмом 1);

б) используя закон построения третьей проекции по двум другим ее проекциям;

в) используя сочетания способов *a* и *б*.

Приведем примеры решения задач на построение линии пересечения не одноименно проецирующих поверхностей.

Задание: По размерам заданным по вариантам, приведённым для выполнения работы на пересечения двух не одноименно проецирующих гранных поверхностей (призм), строим (рис. 13а) фронтальную и горизонтальную проекцию конструкции.

Решение:

1. Готовим задачу к решению, для этого по двум проекциям строим третью. Т.к. две проекции точки вполне определяют ее положение в пространстве, используем способ построения третьей проекции по двум заданным, указанным выше.

2. Обозначим точки ломаной линии пересечения двух призм на обеих проекциях ($1_1...4_1$ и $1_2...4_2$). Зная, что точки 4 и 2 \in ребру *b*, найдем их проекции 2_3 и $4_3 \in$ проекции ребра b_3 на их уровнях.

Точки 1 и 3 \in поверхности α и линии 1, 2. Продлим ее проекцию $1_2 2_2$ до пересечения с ребром a_2 и найдем эту точку на ее уровне на ребре a_3 и соединим ее прямой с точкой 2_3 . Там, где она \cap линию уровня 4_3 – будут точки $1_3 \equiv 3_3$. Соединив их горизонталью (т.к. грань $1_1 3_1$ поверхности β – горизонтальная плоскость) с точкой 4_3 , получим профильную проекцию линии пересечения двух призм (рис. 13а).

Задание: По размерам по вариантам строим две проекции (фронтальную и горизонтальную) двух пересекающихся ГО – призмы и цилиндра, их поверхности $\alpha \cap \beta$. (рис.13б).

Решение:

1. Готовим задачу к решению, для этого, используя способ построения 3-й проекции по двум заданным, строим 3-ю проекцию конструкции Г.О.

2. На вырожденной проекции фронтально проецирующей поверхности цилиндра β_2 обозначим точки $1_2...8_2 \in \alpha_2$ и найдем их проекции на Π_1 – $1_1, 2_1...8_1$.

3. Горизонтальными прямыми проводим уровни точек $1_2 \dots 8_2$ на профильную проекцию. Считаем, что линия пересечения \subset поверхности α_1 .

4. Находим их проекции $1_1 \dots 8_1$ на Π_1 .

5. Зная положение этих точек по оси проекций Y на Π_1 , находим их на этой же оси на Π_3 (т.е. в координатах YZ) на своих уровнях. Причем, точки 1_3 и 5_3 находим как опорные, \subset ребру b призмы (поверхность α). Таким образом, найдены точки $1_3, 5_3, 2_3 \equiv 8_3, 3_3 \equiv 7_3, 4_3 \equiv 6_3$.

6. Соединяем эти точки лекальной кривой, получаем 3-ю проекцию линии пересечения l_3 .

Задание: По заданным размерам по вариантам строим две проекции (фронтальную и горизонтальную) двух пересекающихся ГО цилиндров (не одноименно проецирующих поверхностей) (рис. 11).

Решение:

1. Готовим задачу к решению, для этого, используя способ построения 3-ей проекции по двум заданным, строим 3-ю проекцию конструкции ГО (рис. 11).

2. На вырожденной горизонтальной проекции β , обозначим точки линии l , пересечения.

Дальнейшее решение аналогично предыдущему заданию (призмы и цилиндра).

2.2.2 Решение главных позиционных задач по второму алгоритму

Один ГО занимает проецирующее положение, а второй – общее.

Проецирующими поверхностями считаются цилиндр и призма, а поверхностями общего положения – пирамида и конус [1–3].

Здесь возможны 4 варианта сочетания ГО (рис. 14, 15, 16, 17):

- призма и пирамида;
- призма и конус;
- цилиндр и пирамида;
- цилиндр и конус.

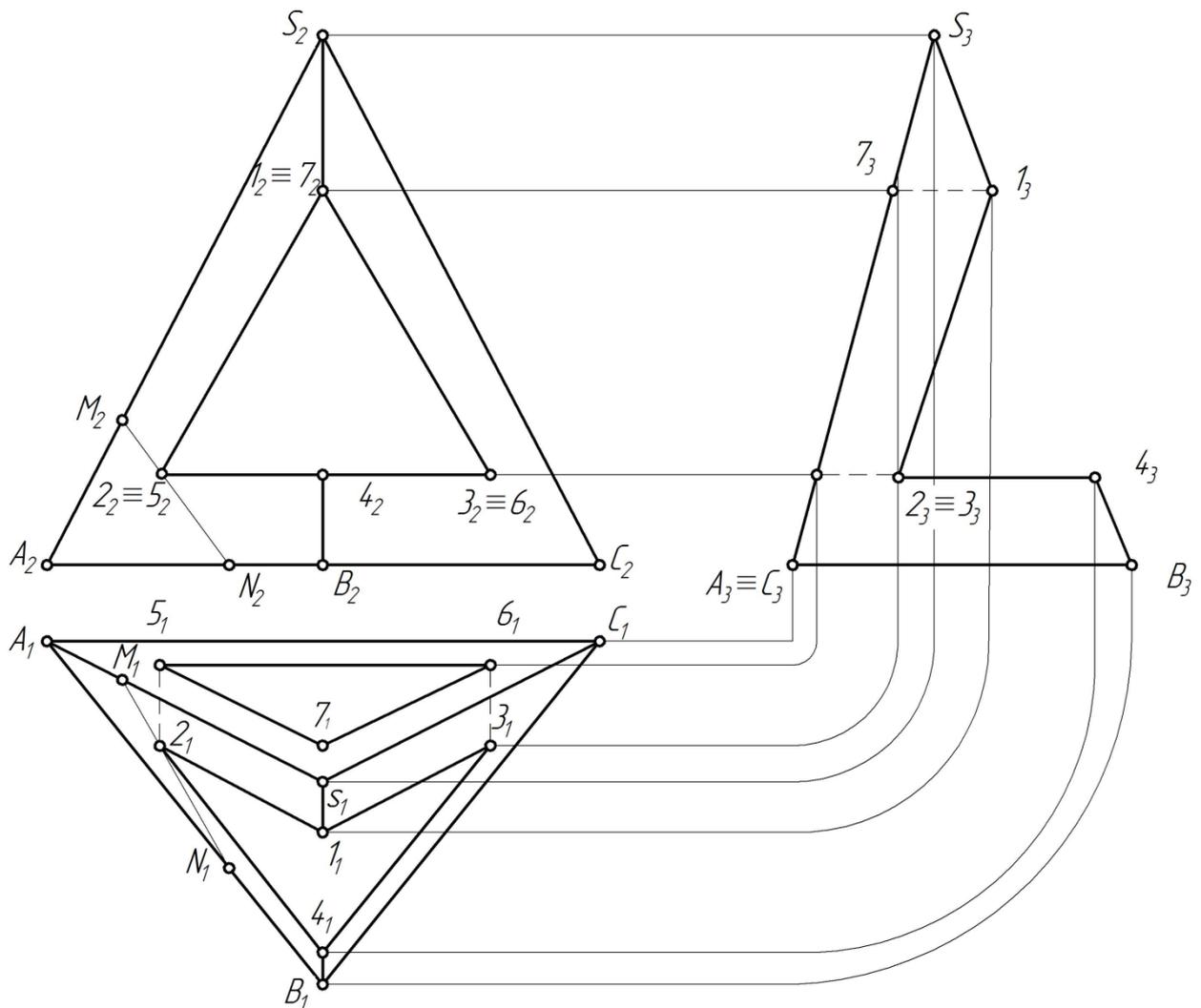


Рисунок 14 – Пересечение пирамиды и проецирующей призмы.

Задание (рис. 14.): По размерам по вариантам на пересечение гранных поверхностей, одна из которых проецирующая, строим 2 проекции фигур, где призма \cap пирамиду, при этом задана только одна проекция линии пересечения l (l_2) – фронтальная. Это ломаная линия $1_2, 2_2, 4_2, 3_2$.

Построить горизонтальную и профильную проекции линии l .

Решение:

1. По двум заданным проекциям пирамиды $ABCS$ строим 3-ю – профильную (рис. 14). Находим опорные точки 1 и $4 \in$ ребру SB , для этого горизонталями связи $1_2 4_2$ переносим их на ребро $S_3 B_3$, где получим проекции $1_3 4_3$.

2. Т.к. одна грань призматического выреза горизонтальная, то ее плоскость пересекает пирамиду по Δ , подобному основанию $A_1 B_1 C_1$. Точку 4_1 на нем найдем по проекции 4_3 по координате Y относительно высоты пирамиды. Через 4_1

проведем линии сечения // A_1C_1 и B_1A_1 до ребер S_1C_1 и S_1A_1 в точках F_1 и Q_1 и соединим их. Ребра призмы – фронтально-проецирующие прямые, вырожденные в точки $1_2, 2_2, 3_2$. На плоскости Π_3 они ограничены точками 1_3 и $1'_3$; 2_3 и 5_3 ; 3_3 и 6_3 . Таким образом на Π_1 можно найти точки $1_1, 2_1, 4_1$ и 3_1 ломаной линии l_1 – входа призмы в пирамиду, а линиями проекционной связи от $2_2 \equiv 5_2$; $1_2 \equiv 1_2$; $3_2 \equiv 6_2$. Находим точки $1_1, 5_1$ и 6_1 линии l_1 выхода призмы из пирамиды (ее профильная проекция $1_3 5_3 \equiv 6_3$ лежит в профильно-проецирующей грани $S_3 - A_3 \equiv C_3$. Точки 2 и 3 могут быть найдены так же по принадлежности их плоскости. Так 2_2 лежит на прямой $M_2N_2 \subset$ грани $A_2S_2B_2$ (рис. 14).

Задание: По размерам в вариантах для построения пересечения конуса и проецирующей призмы (рис. 15) построить фронтальную проекцию конструкции, ее горизонтальную и профильную проекции. Построение линии пересечения l и есть решение задачи [1–3].

Решение:

Строим три проекции конуса и заданную проекцию проецирующей призмы на Π_2 – это ее вырожденная проекция $1_2 2_2 3_2$. Находим опорные точки 1_3 и 4_3 , лежащие на очерковых образующих профильной проекции и их зеркально симметричные аналоги. Одна из граней призмы – горизонтальная, рассекает конус по окружности // основанию. Находим ее на проекциях Π_1 и Π_3 . Берем точки 5_2 и 6_2 на Π_2 , они \subset конической поверхности, проводим через них образующие от вершины S_2 до основания, находим их на Π_1 и Π_3 и определяем на них проекции точек.

Соединяя соответствующие точки лекальными, циркульными и прямыми линиями, получаем проекции линии пересечения l и ее аналога l , где $l_2 \equiv l_2$ и $l_1 \equiv l_1$.

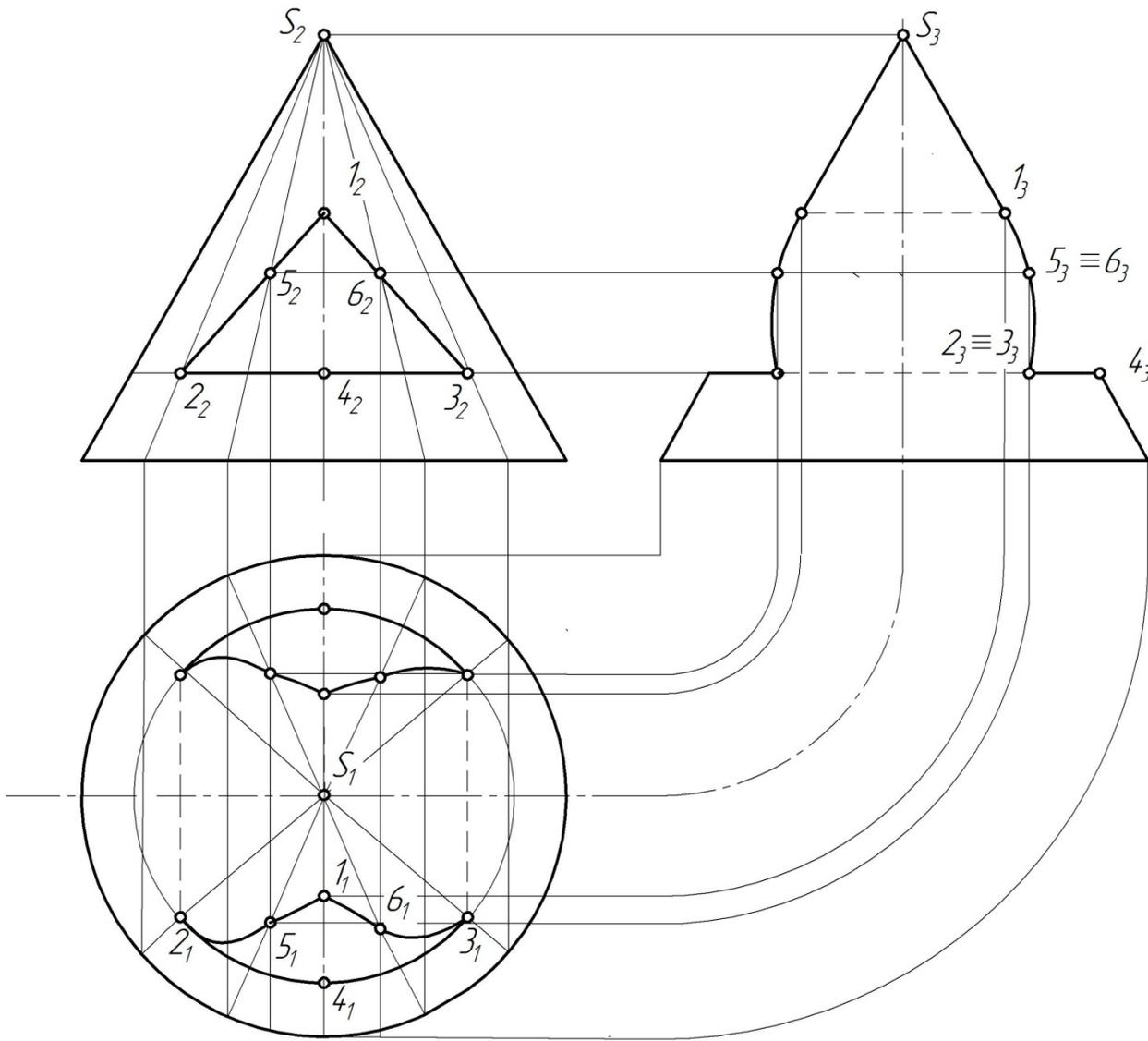


Рисунок 15 – Пересечение конуса с проецирующей призмой

Задание: По размерам в вариантах для построения пересечения двух фигур (рис. 16) построить фронтальную проекцию конструкции конуса и проецирующего цилиндра, а так же ее горизонтальную и профильную проекции. Найти проекции линии их пересечения.

Решение:

Строим три проекции конуса и заданную проекцию проецирующего цилиндра на Π_2 . Построение линии входа и ее аналога (т.е l_1 и l_1) проводим аналогично предыдущей задаче – на Π_2 на проецирующей поверхности цилиндра берем произвольно точки $1_2 \dots 8_2$ и проводим через них образующие. Находя их

проекции, находим на них точки, соединяя их соответствующими лекальными кривыми, получаем линии пересечения $l_2 \equiv l_2, l_1$ и l_1 и l_3 и l_3 .

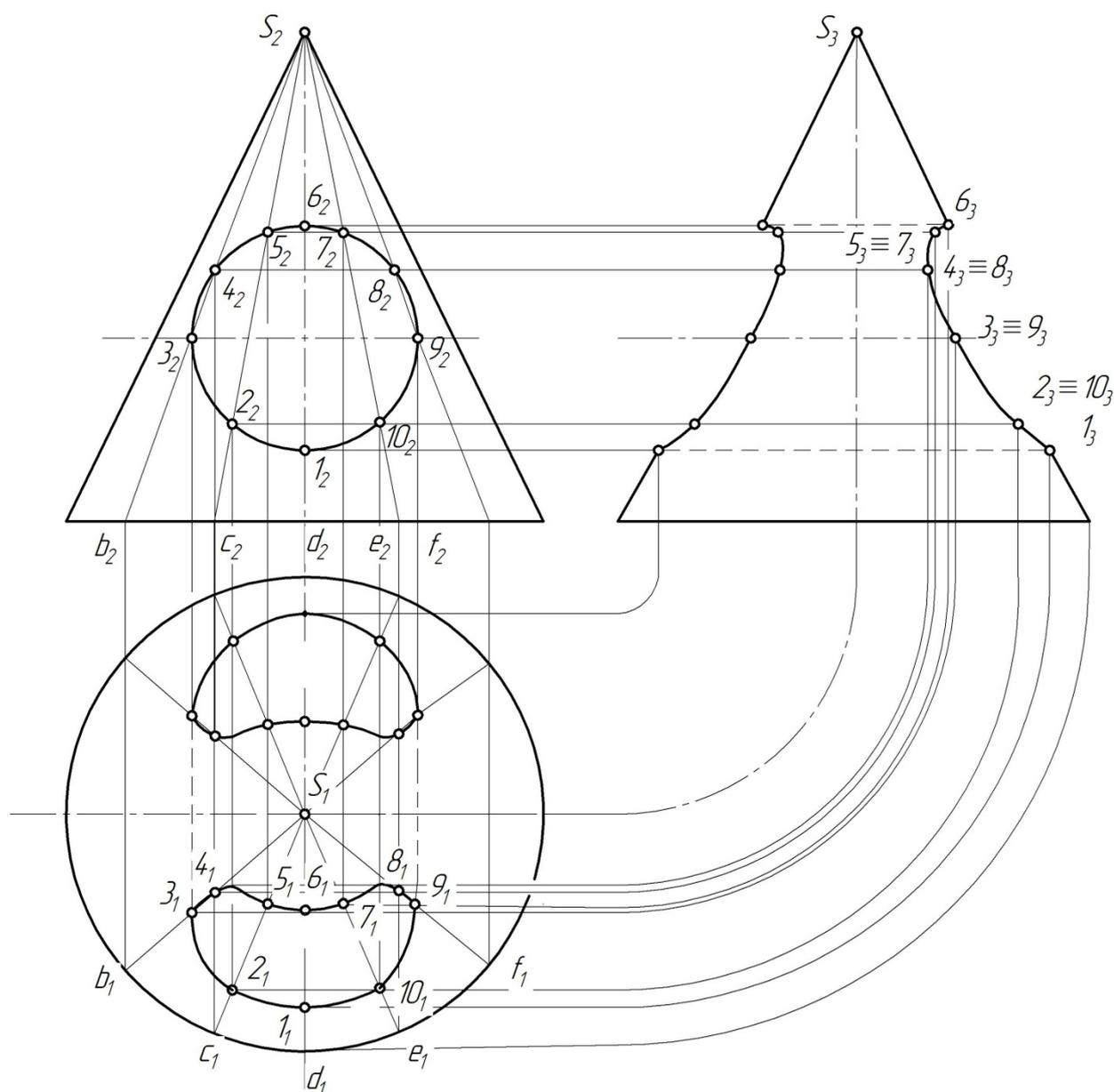


Рисунок 16 – Пересечение конуса с проецирующим цилиндром

Задание: 1. По размерам в вариантах для построения проекций линии пересечения проецирующего цилиндра и пирамиды строим фронтальную проекцию конструкции, горизонтальную и профильную проекции пирамиды (рис. 17) Эти проекции линии пересечения пирамиды и цилиндрического выреза, т.е. двух ГО – есть решение задачи.

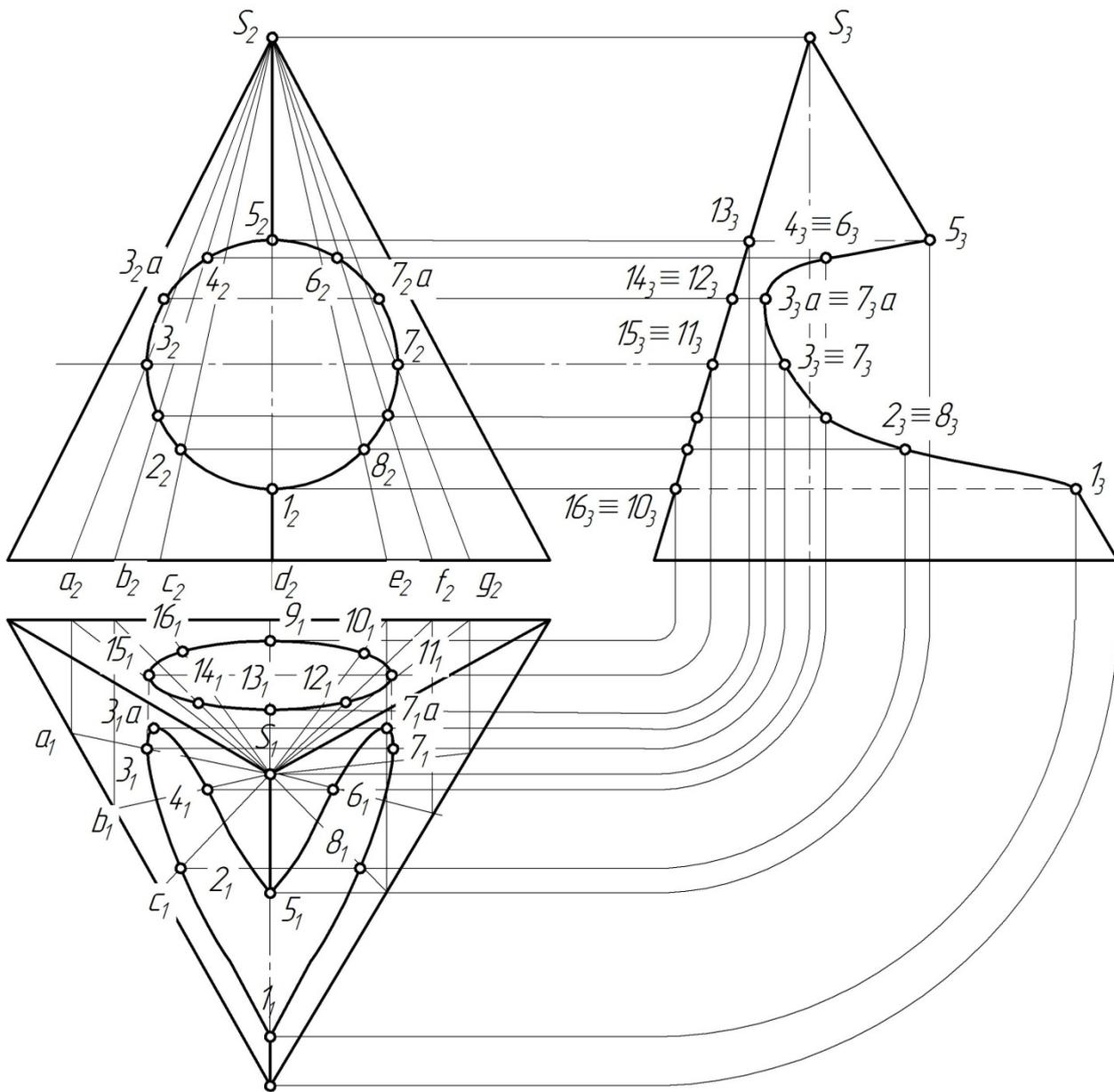


Рисунок 17 – Пересечение пирамиды с проецирующим цилиндром

Решение:

Для решения задачи поступаем аналогично решению предыдущей задачи. Берем произвольно точки на фронтальной проекции цилиндра $1_2 \dots 10_2$. Через них проводим линии, \subset граням пирамиды $a_2; b_2 \dots g_2$. Находим их проекции на плоскостях Π_1 и Π_3 и на них – проекции точек линий пересечения $l_2 \equiv l_2'$; l_1 и l_1' ; l_3 и l_3' . Проводим через найденные точки лекальные кривые. Находим выше обозначенные линии.

2.2.3 Пересечение проецирующих и не линейчатых поверхностей

Существуют виды поверхностей общего положения не линейчатого типа, где не могут быть применены выше указанные правила нахождения общих точек двух поверхностей, т.е. способ образующих – простых прямых или способ проекций точек по их \subset проекции прямой на плоскости грани [1–3].

Это сферы и торы. В этих случаях может применяться способ вспомогательных секущих плоскостей – посредников уровня. Смысл их применения, как известно, в том, что конструкция из двух пересекающихся ГО например, сферы и проецирующего цилиндра (рис. 18) пересекается горизонтальными плоскостями – посредниками $\alpha_1 \dots \alpha_5$ на Π_2 , где цилиндр занимает проецирующее положение. При этом оба ГО пересекаются посредниками по простым линиям, цилиндр – по образующим, т.к. плоскости – посредники \parallel его оси, сфера – по окружностям. Пересечение разных линий одного уровня дает точки линий пересечения.

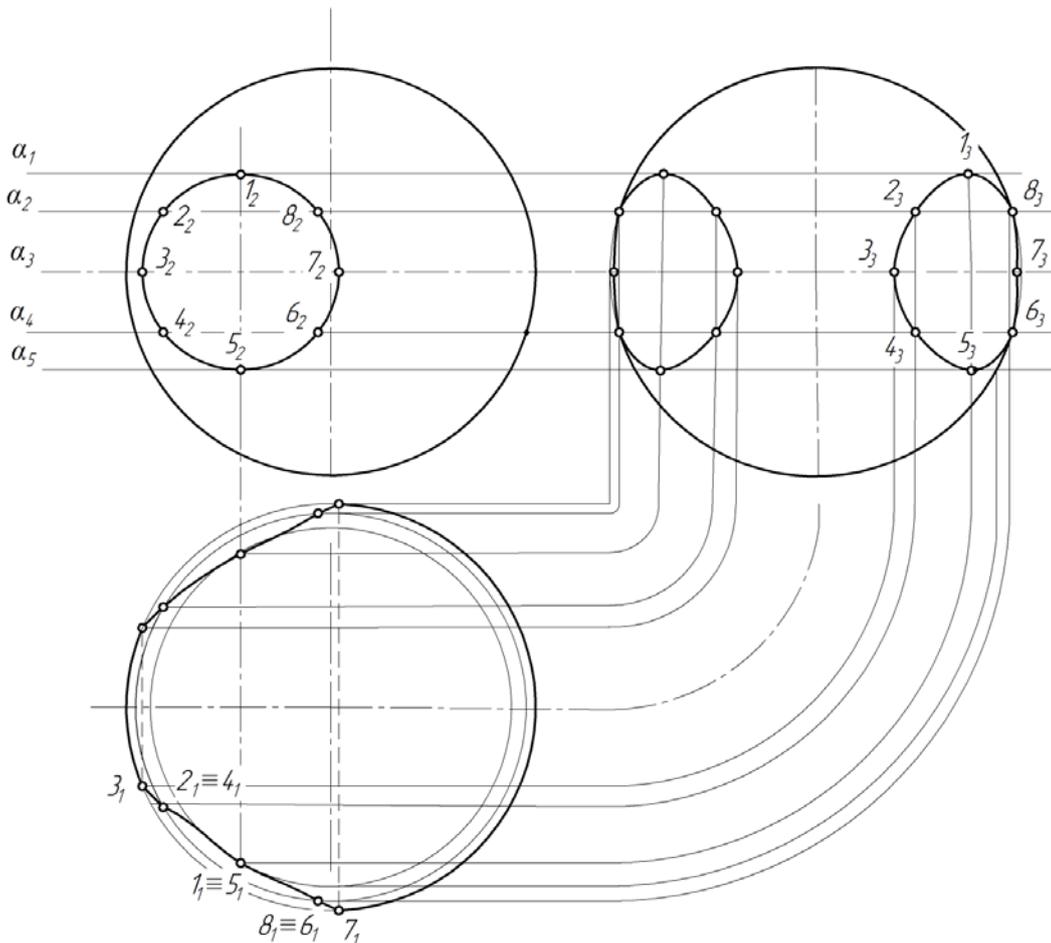


Рисунок 18 – Пересечение сферы с проецирующим цилиндром

Задание: По заданным размерам построить линии пересечения сферы и проецирующего цилиндра (рис. 18).

Решение:

Готовим задачу к решению, для этого строим на Π_2 фронтальную проекцию сферы и проецирующего цилиндра и две проекции сферы на Π_1 и Π_3 . Как указано выше, проводим плоскости – посредники, получаем точки $1_3, 2_3 \dots 8_3$ и $3_1, 2_1 \equiv 4_1, 1_1 \equiv 5_1, 8_1 \equiv 6_1, 7_1$. Соединяя их лекальными кривыми, получаем проекции линии пересечения l_1, l_2, l_3 и ее аналогов.

Задание: По заданным размерам построить линии пересечения сферы и проецирующей призмы (рис. 19).

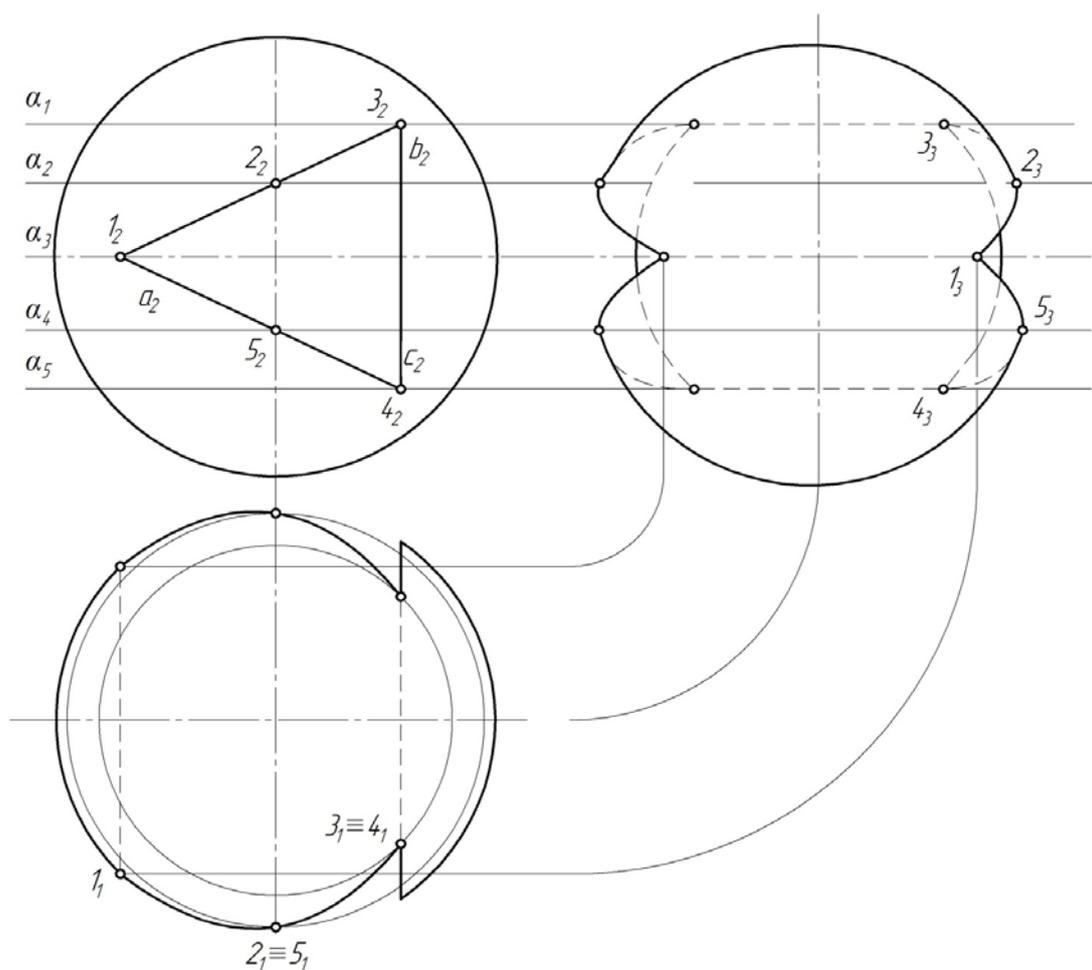


Рисунок 19 – Пересечение сферы с проецирующей призмой

Решение:

Готовим задачу к решению, для этого строим фронтальную проекцию конструкции и две проекции сферы. Грани призмы – это части плоскостей, а линии

ее пересечения со сферой – части проекций окружностей (плоскости, ограниченные ребрами a_2b_2 и a_2c_2). Плоскость, ограниченная ребрами $b_2c_2//\Pi_3$. На Π_3 она – часть окружности $// \Pi_3$. Для построения проекций точек линии пересечения l_1, l_3 и ее аналога проводим, аналогично решению предыдущей задачи, плоскости – посредники уровня, горизонтальные $\alpha_1 \dots \alpha_5$, в том числе и через ребра b_2, a_2, c_2 . Например, точки d_2 и f_2 лежат на гранях призмы, на Π_1 и Π_3 их переносим линиями связи и находим их, как пересечение линий связи и соответствующих им окружностей сечения сферы посредниками α_2 и α_5 . Аналогично найдем и остальные точки линии на плоскостях Π_1 и Π_3 . Соединив точки лекальной кривой с учетом видимости, получим линию пересечения двух ГО и ее аналог (рис. 19).

Задание: По заданным размерам (рис. 20) построить проекции линий пересечения открытого тора и проецирующей призмы.

Решение: Строим фронтальную, профильную и горизонтальную проекции открытого тора и профильно-проецирующую проекцию пересекающей его призмы, т.е. ее вырожденную проекцию. На этой проекции обозначим ребра призмы $a_3b_3c_3$. Линиями связи отмечаем уровни их проекций на Π_2 и Π_1 . Подготовив задачу к решению, проводим на Π_3 фронтальные плоскости – посредники уровня $\alpha_1 \dots \alpha_4$ (рис. 20). Эти плоскости при сечении конструкции образуют простые линии – окружности в сечениях тора и прямые в сечениях призмы. Вначале найдем опорные точки 1_2 и 4_2 , они – на фронтальном очерке тора. Здесь 1_2 – пересечение ребра b_2 с очерком тора, а 4_2 – пересечение того же очерка и плоскости грани призмы, ограниченной ребрами a_2 и c_2 .

Для примера проведем на Π_3 секущую плоскость – посредник α_1 через ребро c_3 . На Π_2 она дает ребро c_2 и две дуги окружности радиусов R и r (рис. 20). С ребром c_2 они \cap в точках 2_2 и 10_2 , все остальные точки находятся аналогично. Точка $2_2 \in$ линии $1_2 2_2 3_2 4_2$, а точка $10_2 \in 9_2 10_2 11_2 12_2$. Построим фронтальные, и горизонтальные проекции точек, соединив их лекальными кривыми, получим проекции линий пересечения.

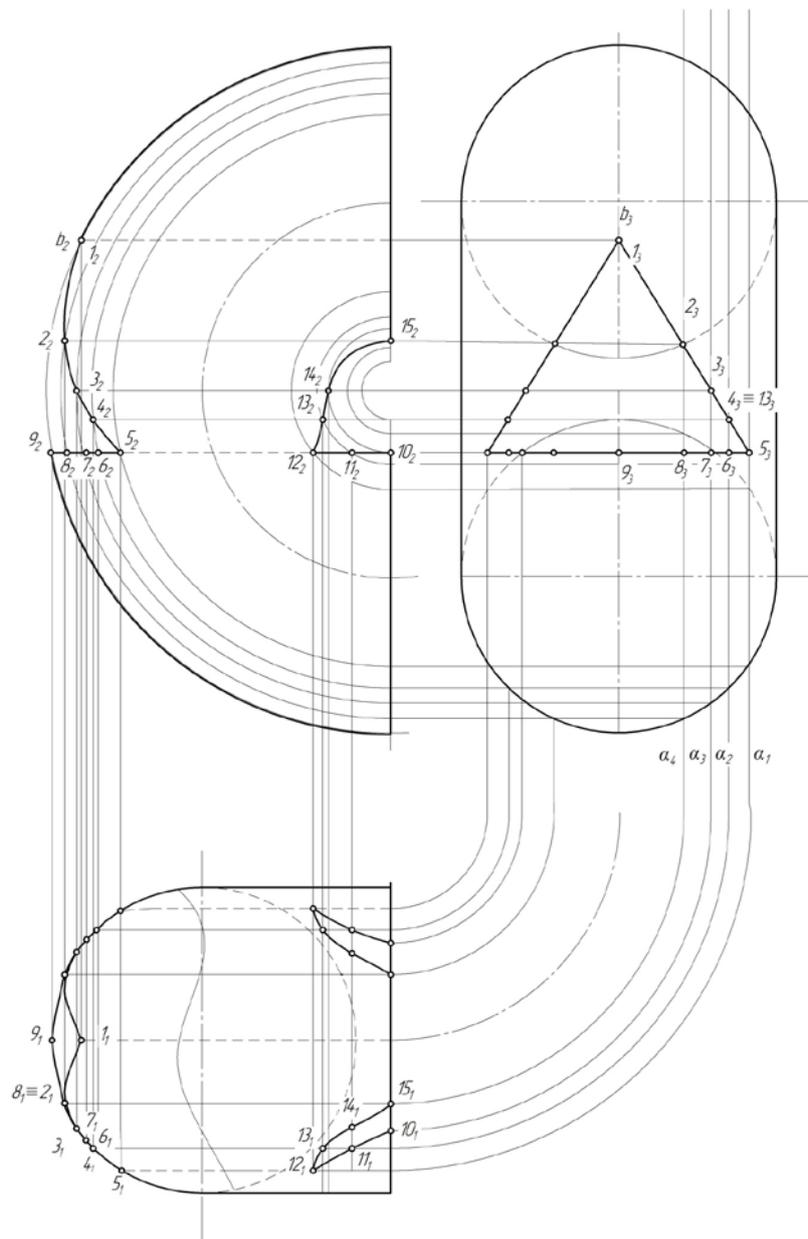


Рисунок 20 – Пересечение открытого тора с проецирующей призмой

Задание: По заданным размерам (рис. 21) построить проекции линий пересечения открытого тора и проецирующего цилиндра.

Решение:

Все построения проводим аналогично предыдущей задаче. Т.е. вначале строим все три проекции тора по двум заданным и профильно-проецирующую проекцию секущего цилиндра.

Подготовив, таким образом, задачу к решению, проводим фронтальные плоскости – посредники, секущие конструкцию по простым линиям, тор – по дугам окружностей, цилиндр – по прямым образующим, т.к. секущие плоскости $\alpha_1 \dots \alpha_4 \parallel$ оси цилиндра. Находим опорные точки на Π_3 . Это точки 2_3 и 6_3 – как \cap

окружностей оснований цилиндра и тора, \in одной плоскости. Точки 1_2 и 7_2 найдем, как \cap очерковых дуги тора и образующих цилиндра на Π_2 . Проводим фронтальные секущие плоскости на Π_3 – посредники $\alpha_1 \dots \alpha_4$. Находим линии пересечения обоих ГО, для этого установим \cap линий одного уровня \in разным ГО.

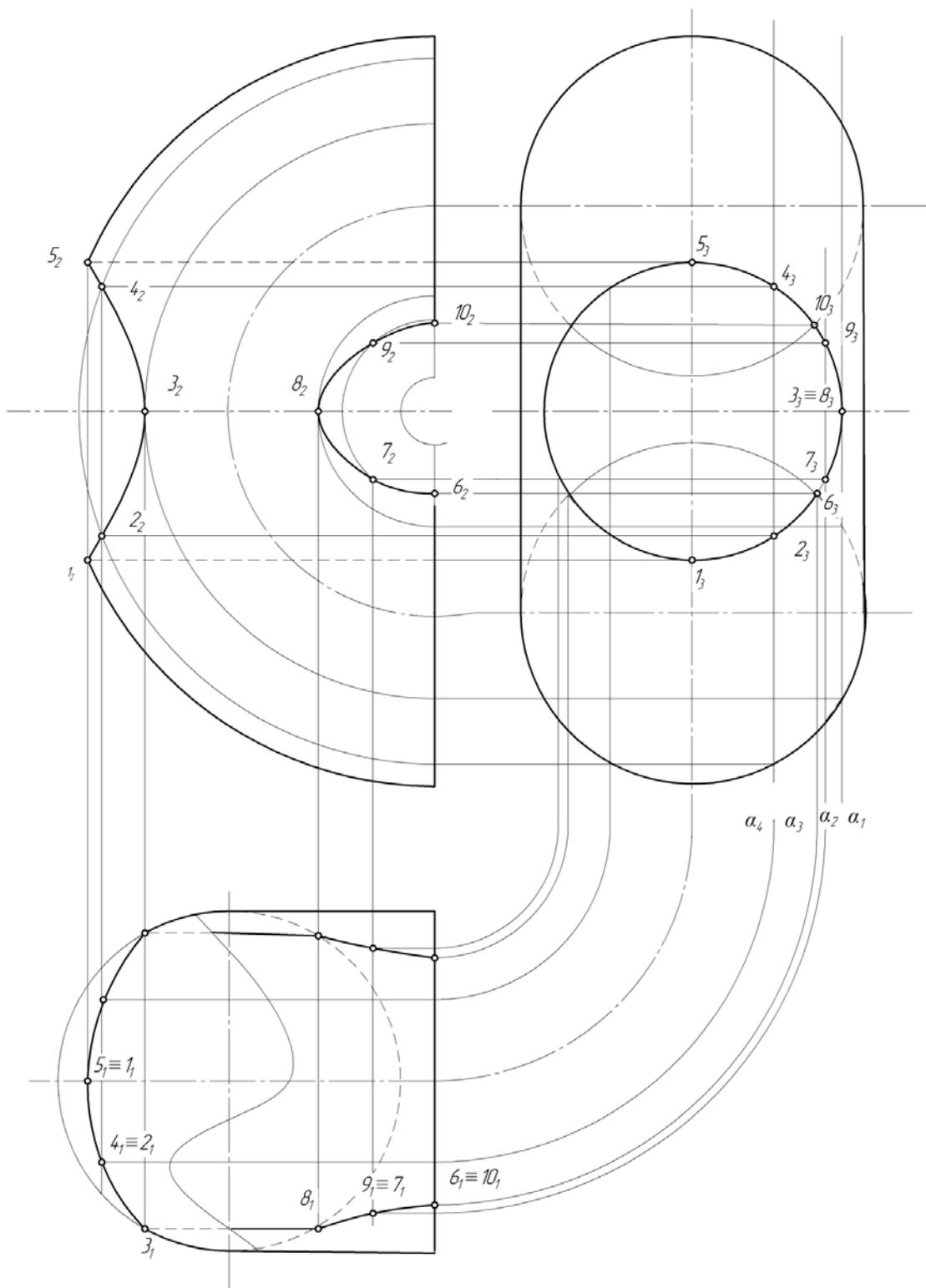


Рисунок 21 – Пересечение открытого тора с проецирующим цилиндром

Так, для примера возьмем одну из секущих плоскостей α_3 , она \cap тор по двум дугам окружностей радиусов R и r (рис. 21), цилиндр – по прямым образующим. Эти линии \cap на Π_2 , дают точки 2_2 и 12_2 . Таким же образом находим и другие точки. Точки, найденные на разных уровнях, соединяем в линии. Находим их третьи проекции.

2.3 Позиционные задачи

Третья задача в РГР соответствует теме «Позиционные задачи», которая содержит 3 чертежа, выполненных графическими средствами на формате А3 в соответствии с ЕСКД.

Позиционными задачами в начертательной геометрии принято называть задачи, в которых требуется определить взаимное положение (принадлежность, параллельность и пересечение) двух или более геометрических объектов [1–3].

Задачи на пересечения называют *главными позиционными задачами* (ГПЗ).

К первой группе этих задач относятся задачи на пересечение линии (прямой или кривой) с поверхностью, а ко второй – задачи на пересечение поверхностей.

Для решения задач одного класса удобно выделить основные операции и сформулировать их в виде *алгоритма*, который указывает, как и в какой последовательности необходимо выполнять эти операции при изменении исходных данных.

Решение главных позиционных задач (*алгоритм*) зависит от расположения геометрических объектов относительно плоскостей проекций [1–3].

Рассмотрим три алгоритма решения ГПЗ:

1 алгоритм. Оба геометрических объекта занимают проецирующее положение. В этом случае решение задачи сводится к обозначению проекций искомого геометрического элемента (используется собирательное свойство проецирующих прямых и поверхностей);

2 алгоритм. Один геометрический объект занимает проецирующее положение, а второй – общее. В этом случае решение задачи сводится к обозначению одной проекции искомого геометрического элемента и нахождению

второй проекции по принадлежности геометрическому объекту, занимающему общее положение;

3 алгоритм. Оба геометрических объекта занимают общее положение. В этом случае для решения задачи используют вспомогательные секущие поверхности (плоские или сферические), называемые посредниками.

Третья задача РГР по теме «Позиционные задачи» состоит из 3 листов формата А3. Графическое решение выполняется по 2 или 3 алгоритму.

Рассмотрим графическое решение 1 листа РГР по теме ГПЗ.

2.3.1 Построение линии пересечения двух плоскостей

Необходимо построить линию пересечения треугольников ABC и EDK и показать ее видимость в проекциях. Данные для своего варианта взять из таблицы.

Указания к решению.

На листе формата А3 строятся оси координат и из таблицы, согласно своему варианту берутся координаты точек A, B, C и E, D, K вершины треугольников.

Оба треугольника занимают общее положение. Для решения таких задач применяют **3 алгоритм решения ГПЗ** (рис. 22) [1–3].

Линией пересечения двух плоскостей является прямая, которую в пространстве определяют двумя точками M и N . Следовательно, для решения задачи необходимо построить две общие (для двух заданных плоскостей) точки, которые строят при помощи вспомогательных плоскостей частного положения. Каждая из них определяется по алгоритму, который составляется на основании общей схемы решения.

Точки M и N , определяющие искомую линию пересечения, найдем как точки пересечения каких-либо двух сторон данных треугольников ΔABC и ΔEDK с плоскостью другого треугольника. На рисунке 22 точка N построена как точка пересечения стороны AB (α_2) с плоскостью ΔEDK (1_23_2), а точка M – как точка пересечения стороны DK (β_2) с плоскостью ΔABC (2_24_2), т.е. дважды решена первая позиционная задача по алгоритму.

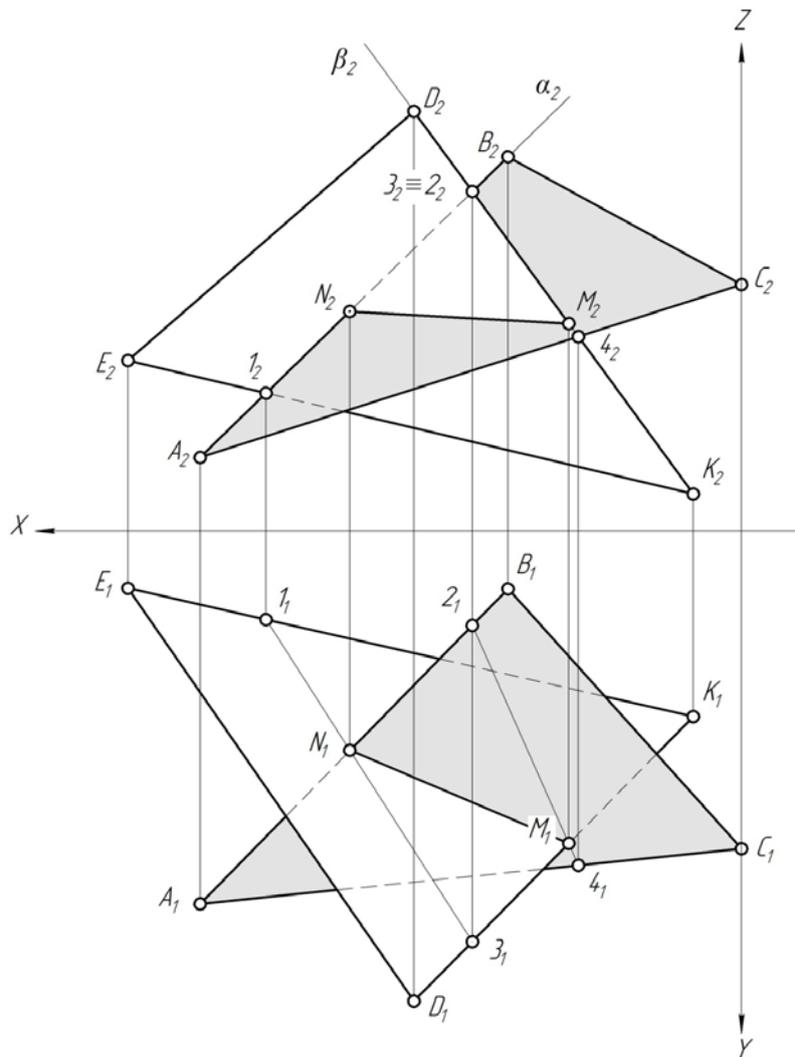


Рисунок 22 – Графическое решение 1 листа РГР по теме ГПЗ

Для построения точек $M(M_1, M_2)$ и $N(N_1, N_2)$ использованы две вспомогательные фронтально проецирующие плоскости α и β . Построенные точки M и N определяют линию пересечения данных треугольников ABC и EDK .

Выбор сторон треугольников и проходящих через них вспомогательных плоскостей достаточно произволен. Предпочтение отдается тем сторонам и вспомогательным плоскостям, которые не требуют выполнения каких-либо дополнительных построений. Здесь также не играет роли выбор горизонтально или фронтально проецирующих вспомогательных плоскостей α и β .

Определение видимости треугольников ABC и EDK на рисунке 22 выполнено с помощью конкурирующих точек:

2 и 3 – относительно фронтальной плоскости проекций. Точка 3_1 треугольника EDK расположена ближе точки 2_1 треугольника ABC , поэтому точка 3_2 видимая, а так как она принадлежит $DK \Rightarrow 3_2M_2$ видимый отрезок.

Аналогично определяем видимость относительно горизонтальной плоскости проекций.

2.3.2 Построение линии пересечения поверхностей

Рассмотрим графическое решение 2 и 3 листов РГР по теме ГПЗ.

Линия пересечения одновременно принадлежит обеим поверхностям и в общем случае является пространственной кривой, группа сложности которой зависит от сложности пересекающихся поверхностей и их взаимного положения в пространстве. В ряде случаев линия пересечения поверхностей может распадаться на несколько частей, в частности, могут быть плоскими кривыми [1–3].

Линию пересечения поверхностей строят по отдельным точкам. При этом, учитываются, в первую очередь опорные точки. Если этого не выполнить, то линия пересечения построена не будет. К опорным точкам относятся все характерные точки очерков поверхностей: точки на ребрах, экстремальные точки (самые высокие или низкие), точки, расположенные на осях симметрии и т.д. Во вторую очередь учитывают дополнительные точки, количество которых определяется требуемой точностью построения.

На листе формата А3 строятся, согласно своему варианту, заданные поверхности. Определяется их положение в пространстве.

Если проецирующая поверхность (цилиндрическая, призматическая плоскость) пересекает любую другую не проецирующую поверхность, то для построения линии пересечения поверхностей будем использовать **2 алгоритм решения ГПЗ** (рис. 23) [1–3].

Указания к решению.

Если одна из поверхностей занимает проецирующее положение, тогда эта поверхность вырождается в окружность (цилиндрическая), многоугольник (призматическая) или прямую (плоскость). Одна из проекций искомой линии

пересечения будет совпадать с вырожденной проекцией проецирующей поверхности, а значит, известна. Вторая проекция линии пересечения строится из условия принадлежности ее к не проецирующей поверхности.

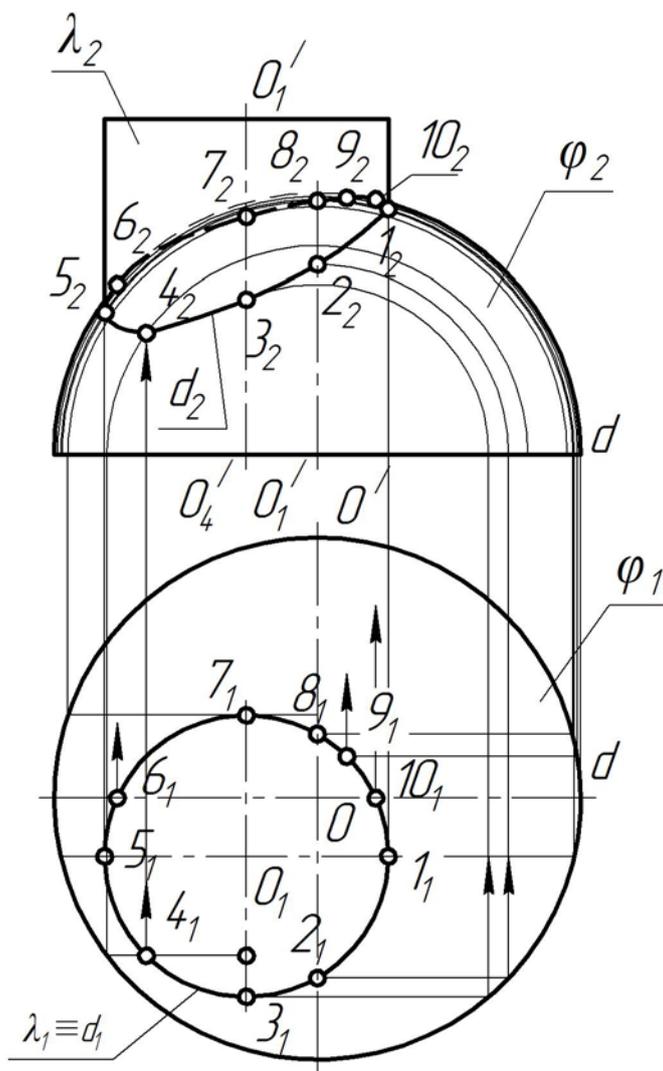


Рисунок 23 – Графическое решение 2 листа РГР по теме ГПЗ

В данном примере даны цилиндрическая и сферическая поверхности вращения. Цилиндрическая поверхность занимает проецирующее положение, сферическая – общее.

Так как ось цилиндрической поверхности перпендикулярна Π_1 , то на Π_1 поверхность проецируется в окружность. На эту же окружность проецируется и искомая линия пересечения. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10 – проекции опорных точек.

Линия пересечения d , горизонтально-проецирующего цилиндра λ полусферы φ общего положения построена следующим образом (рис. 23).

В начале решения задачи обозначена горизонтальная проекция d_1 линии пересечения, которая совпадает с главной вырожденной проекцией цилиндра $\lambda_1 \equiv d_1$. Затем по принадлежности к полусфере φ построим фронтальную проекцию линии d_2 (эллипс). При построении использовали параллели полусферы φ . Каждая точка цилиндра λ принадлежит окружности-параллели полусферы φ , плоскость которой перпендикулярна к оси вращения полусферы φ .

Опорные точки 5 и 1 определяют видимость фронтальной проекции линии d_2 , так как на Π_1 границей видимости является ось цилиндрической поверхности.

Если обе поверхности занимают общее положение в пространстве, то для построения линии пересечения поверхностей будем использовать **3 алгоритм решения ГПЗ**[1–3].

Для решения таких задач применяются посредники. В качестве посредников выбирают плоскости или сферы. В зависимости от вида посредников выделяют следующие наиболее часто применяемые способы построения линии пересечения двух поверхностей:

- а) способ секущих плоскостей;
- б) способ сфер.

2.3.3 Способ плоскостей посредников частного положения

Применяются когда обе поверхности одновременно можно пересечь семейством плоскостей частного положения по графически простым линиям.

Указания к решению.

Рассмотрим применение вспомогательных секущих плоскостей на примере построения линии пересечения сферы с конусом вращения (рис. 24).

Заданные поверхности – поверхности вращения. Их общая плоскость симметрии параллельна фронтальной плоскости проекций. Следовательно, на заданных поверхностях можно выделить два семейства окружностей, расположенных в плоскостях, параллельных горизонтальной плоскости проекций.

Это значит, что для решения данной задачи можно использовать в качестве посредников горизонтальные плоскости.

На рисунке 24 показано построение линии пересечения конуса вращения и сферы, оси которых перпендикулярны плоскости Π_1 .

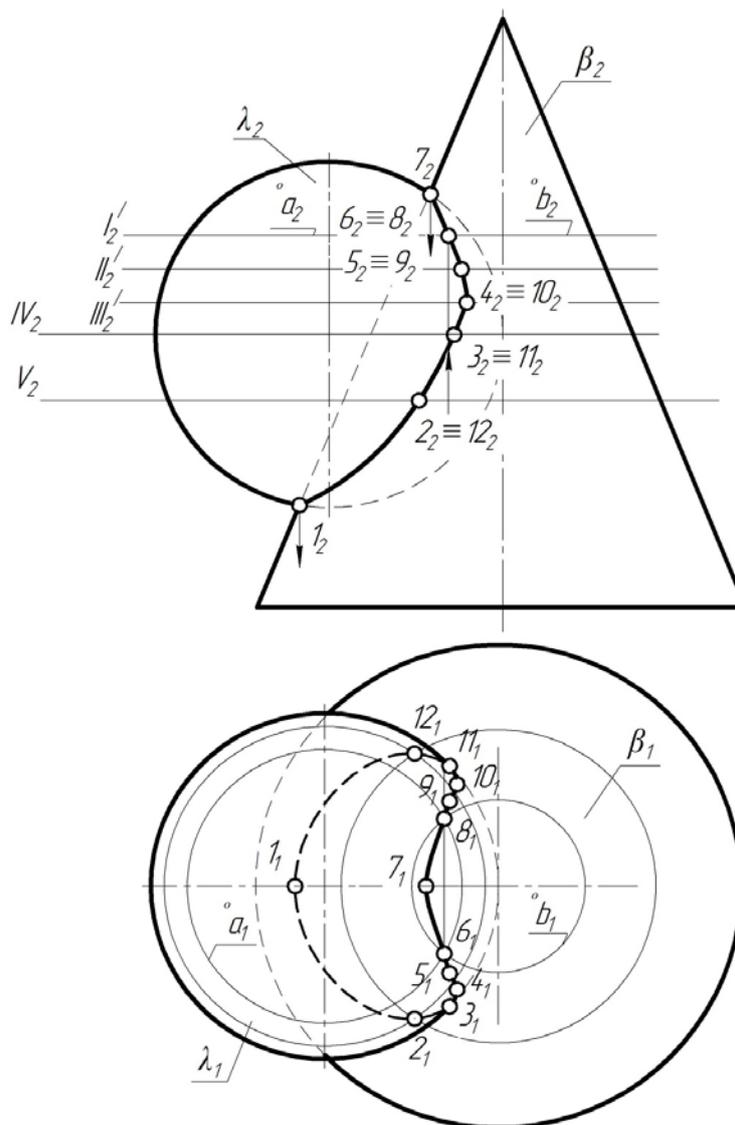


Рисунок 24 – Графическое решение 3 листа РГР по теме ГПЗ

Наиболее просто эта задача будет решаться, если в качестве посредников использовать горизонтальные плоскости уровня: они будут пересекать обе поверхности по окружностям, на пересечении которых и будут находиться принадлежащие линии пересечения точки. В качестве опорных, в данном случае, выступают только экстремальные по высоте точки.

Поскольку обе заданные поверхности имеют общую плоскость симметрии, параллельную фронтальной плоскости проекций Π_2 , то их главные меридианы пересекаются в точках 1 и 7 , которые и отмечаются в первую очередь. Их фронтальные проекции 1_2 и 7_2 будут находиться на пересечении фронтальных очерков заданных поверхностей, а горизонтальные проекции 1_1 и 7_1 – на горизонтальной проекции общей плоскости симметрии.

Далее строим промежуточные точки. Вспомогательные точки расположим между точками 1_2 и 7_2 .

Плоскость – посредник I пересекает обе поверхности по параллелям a° и b° , которые в свою очередь пересекаются в точках 6 и 8 . При этом вначале определим горизонтальные проекции 6_1 и 8_1 этих точек, как результат пересечения горизонтальной проекции a_1° и b_1° параллелей a° и b° , а затем – их фронтальные проекции 6_2 и 8_2 . Аналогично построим дополнительные точки 5 и 9 , 4 и 10 , 3 и 11 , а также 2 и 12 .

Соединив полученные точки, с учетом их видимости, плавной кривой, получим проекции искомой линии пересечения l .

Горизонтальной границей видимости для линии пересечения является линия экватора сферы. А поскольку точки 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10 и 11 линии пересечения l находятся выше этой границы, то горизонтальная проекция l_1 , точки 3_1 , 4_1 , 5_1 , 6_1 , 7_1 , 8_1 , 9_1 , 10_1 и 11_1 будут видимыми.

Фронтальной границей видимости для линии пересечения будет линия главных меридианов заданных поверхностей, а так как часть линии пересечения от точки 1 до точки 7 находится перед этой границей, то фронтальная проекция этой части линии пересечения будет видимой.

2.3.4 Способ вспомогательных концентрических сфер

При построении линии пересечения двух поверхностей, несущих на себе каркасы окружностей в плоскостях частного положения (плоскостях уровня или проецирующих), когда оси данных поверхностей не параллельны, в качестве вспомогательных поверхностей можно рекомендовать сферы. Сферы надо

выбирать так, чтобы они пересекали заданные поверхности по окружностям. Применение метода сфер основано на свойстве соосных поверхностей [1–3].

Рассмотрим применение вспомогательных **концентрических сфер** – сфер с постоянным центром. Этот способ применяют при выполнении следующих условий:

- а) пересекающиеся поверхности должны быть поверхностями вращения;
- б) оси этих поверхностей должны пересекаться; точку их пересечения принимают за центр вспомогательных сфер;
- в) плоскость симметрии поверхностей должна быть параллельна какой-либо плоскости проекций (в противном случае применяют преобразование чертежа).

Рассмотрим применение способа вспомогательных концентрических сфер на примере пересечения конической и цилиндрической поверхностей вращения (рис. 25). Оси заданных поверхностей пересекаются в точке O и находятся в плоскости главного меридиана.

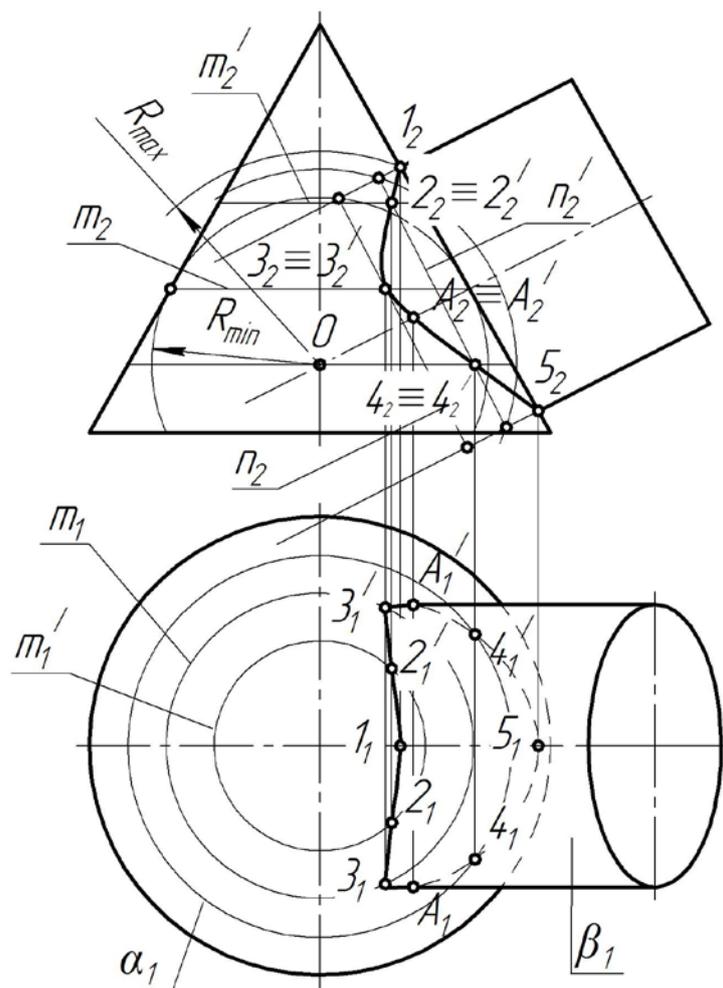


Рисунок 25 – Графическое решение 3 листа РГР по теме ГПЗ

На рисунке 25 показан пример построения линии пересечения конуса и цилиндра вращения. Заданные поверхности имеют общую плоскость симметрии, параллельную фронтальной плоскости проекций. Поэтому их фронтальные очерки пересекаются в точках I и 5 , которые и принимаются в качестве опорных.

Для построения дополнительных точек используем в качестве поверхностей-посредников секущие сферы. Центром секущих сфер является точка O , пересечения осей заданных поверхностей. Далее определяем сферы максимального и минимального радиуса.

В качестве максимального радиуса R_{\max} секущих сфер необходимо принимать расстояние от их центра до наиболее удаленной точки I пересечения очерков заданных поверхностей. Вписывать ее нет необходимости, так как ее применение приведет к определению только одной и к тому же известной и принятой в качестве опорной, наиболее удаленной от центра сфер точки пересечения очерков заданных поверхностей.

Для определения минимального радиуса R_{\min} секущих сфер необходимо из их центра опустить перпендикуляры к поверхности конуса и цилиндра и взять больший из них.

В качестве минимального радиуса R_{\min} секущих сфер следует принять перпендикуляр, опущенный из центра секущих сфер на очерк конуса. Такая сфера касается конуса по окружности m° . Цилиндрическую поверхность эта сфера пересекает по окружности n° . Пресечение этой поверхности определяет точки 3 и $3'$.

Сфера минимального радиуса дает предельное положение точек линии пересечения заданных поверхностей, поэтому ее необходимо использовать обязательно.

Между сферами максимального и минимального радиусов лежит область так называемых рабочих, или промежуточных сфер, то есть таких сфер, которые дают промежуточные точки линии пересечения поверхностей. На рисунке 25 приведена промежуточная сфера, пересекающая конус по окружности m' (m_2' , m_1') и цилиндр по окружности n' (n_2'). Пересечение этих окружностей определяют точки 2 и $2'$, 4 и

4/. Вначале находим фронтальные проекции этих точек, а потом горизонтальные по принадлежности конической поверхности.

Видимость линии пересечения определена следующим образом. Так как заданные поверхности симметричны относительно плоскости главного меридиана, следовательно, симметрична и линия их пересечения относительно той же плоскости. Поэтому на Π_2 проекции видимой и невидимой частей линии пересечения совпадут.

На горизонтальной проекции линии пересечения, границу видимости определяют точки A и A' , лежащие на очерковых образующих цилиндрической поверхности. Сначала обозначают фронтальные проекции этих точек ($A_2 \equiv A_2'$), которые находятся на пересечении фронтальной проекции линии пересечения с осью фронтальной проекции цилиндрической поверхности. Их горизонтальные проекции (A_1 и A_1') находят на верхней и нижней очерковых образующих горизонтальной проекции цилиндрической поверхности.

Литература

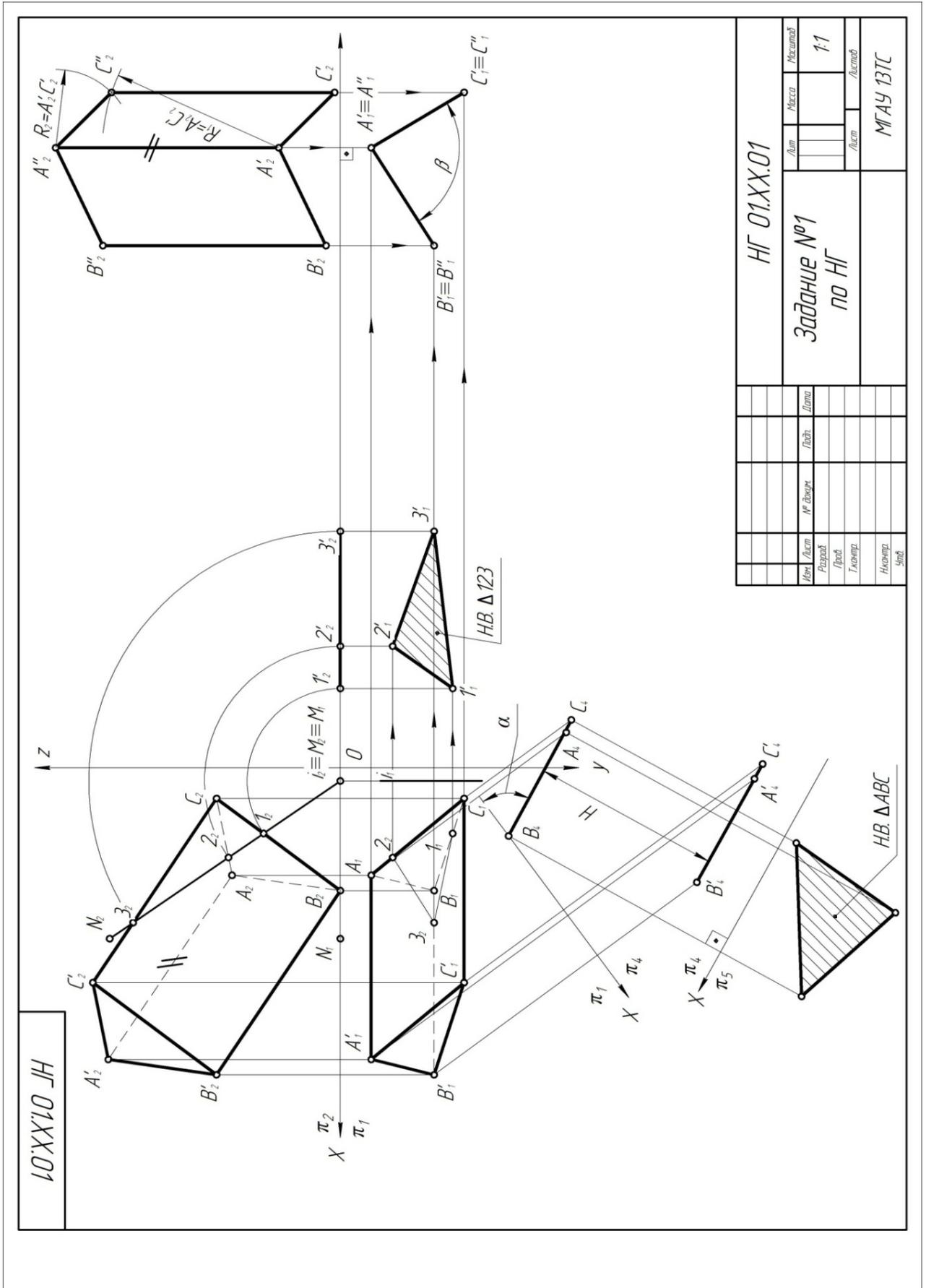
1. Дорохов А.С., Степанов М.В., Чепурина Е.Л. Начертательная геометрия: учебник. – М.: БИБКМ; ТРАНСЛОГ, 2017. – 112 с.
2. Дорохов А.С., Казанцев С.П., Степанов М.В. «Начертательная геометрия» Учебное пособие. М. 2012г.
3. Дорохов А. С. Начертательная геометрия: учебное пособие / А. С. Дорохов, М. В. Степанов, Д. М. Скороходов; Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К. А. Тимирязева (Москва). – Электрон. текстовые дан. – Москва: РГАУ-МСХА им. К. А. Тимирязева, 2018 – 83 с. – Коллекция: Учебная и учебно-методическая литература. Режим доступа: <http://elib.timacad.ru/dl/local/umo199.pdf>.

*Российский государственный аграрный
университет – МСХА имени К.А. Тимирязева
Кафедра инженерной и компьютерной графики
РГР по начертательной геометрии
Студента 1 курса 105 группы
Уткина Евгения Николаевича*

Содержание

- 1. Методы преобразования – листов – 1.*
- 2. Поверхности – листов – 2.*
- 3. Позиционные задачи – листов – 3.*

Москва 20... г.



КР.03.XX.01

КР.03.XX.01

Задание №1
по НГ

Лист	Масштаб	Масштаб
		1:1
Лист	Листов	1

Изд. №

КР.03.XX.01

КР.03.XX.01

Задание №3
по НГ.

105 ЭН

Изм./Лист	№ докум.	Подп.	Дата
Разраб.	Утв.		
Проб.			
Т.контр.			
Н.контр.			
Утв.			

Лист	Масса	Масштаб
1		1:1
Лист		Листов 1

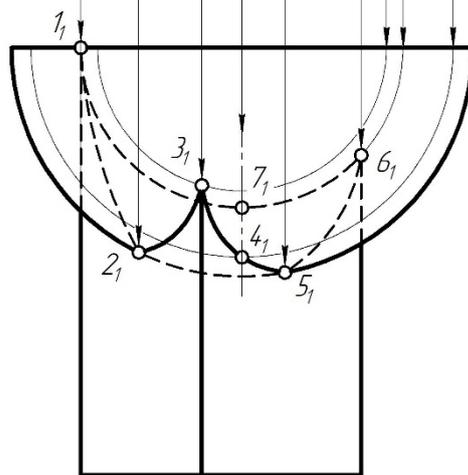
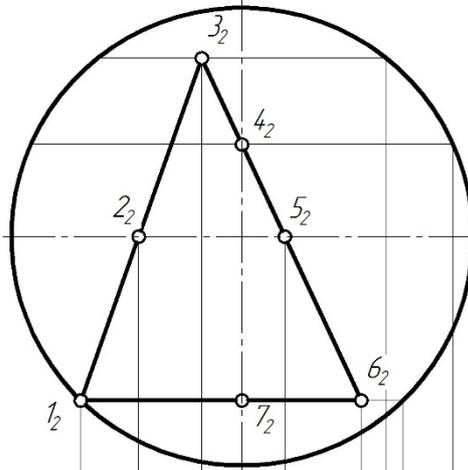
Инд. № подл.	Подп. и дата	Взам. инд. №	Инд. № д/дл.	Инд. № д/дл.	Подп. и дата
--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------

Грubb. №	Грubb. пункт
----------	--------------

Копирован

Формат А3

КР.03.XX.02



Перв. примеч.
Справ. №

Инд. № листа
Изм. инд. №
Инд. № дробл.
Подп. и дата
Подп. и дата

Изм. Лист	№ док.цм.	Подп.	Дата
Разраб.	Уткин		
Пров.			
Т.контр.			
И.контр.			
Утв.			

КР.03.XX.02

Задание №3
по НГ.

Лит.	Масса	Масштаб
		1:1
Лист	Листов	1
105 ЭН		

Копировал

Формат А3

КР.03.XX.03

Лев. примеч.		Справа №		Подп. и дата		Взам. инв. №	Инв. № д/изм.	Подп. и дата		Инв. № подл.	

КР.03.XX.03			
Задание №3 по НГ.			
Изм. Лист	№ докум.	Подп.	Дата
Разраб.	Утв.		
Проб.			
Т.контр.			
Н.контр.			
Утв.			
Лит.		Масса	
Лист		Листов	
105 ЭН		1	
Копировал		Формат А3	