

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ — МСХА ИМ. К. А. ТИМИРЯЗЕВА**



РГАУ-МСХА
имени К.А. Тимирязева

КАФЕДРА ФИЛОСОФИИ



**Мамедов Азер Агабала оглы
Кортунов Вадим Вадимович**

ЛОГИКА

учебник



**Москва, 2022
Издательство «Перо»**

УДК 16
ББК 87.4я73
М22

**Мамедов Азер Агабала оглы,
Кортунов Вадим Вадимович**

М22 **Логика. Учебник.** – М.: Издательство «Перо», 2022. –
373 с.

ISBN 978-5-00204-201-2

В настоящем учебнике, подготовленном в соответствии с Государственным образовательным стандартом для сельскохозяйственных вузов, учтены особенности преподавания логики студентам высших сельскохозяйственных учебных заведений. В нем в достаточно сжатой и вместе с тем в предельно доступной форме прояснены содержание основных разделов логики. Учебник снабжен практическим материалом, включающим основные темы лекционных курсов, список основной и дополнительной литературы, примерные темы рефератов и глоссарий. Учебник может быть использован не только студентами сельскохозяйственных вузов, но также студентами технических и гуманитарных вузов с семестровым курсом обучения.

Рецензенты:

– доктор философских наук, профессор кафедры философии Московского автомобильно-дорожного государственного технического университета (МАДИ) **Шиповская Л.П.**,

кандидат физико-математических наук, доцент Российского государственного университета туризма и сервиса (РГУТИС) **Лавренченко С.А.**

УДК 16
ББК 87.4я73

ISBN 978-5-00204-201-2

© Мамедов А.А., Кортунов В.В., 2022

Содержание

Введение.....	7
ГЛАВА I. ПРИРОДА ЛОГИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ.	21
1.1. Предмет и значение логики	21
1.2. Формы познания. Формы чувственного и абстрактного познания.....	23
1.3. Логическая форма мысли.....	25
1.4. Значение логики для выпускников вузов	26
1.5. История логики. Формальная, диалектическая и символическая логика	27
1.6. Основные законы мышления.....	33
1.7. Логика и методология	35
ГЛАВА II. ЛОГИКА И ЯЗЫК	39
2.1. Язык как знаковая система	39
2.2. Имена.....	41
2.3. Логика и логическая семантика: Готлоб Фреге.....	42
2.4. Семантические категории выражений языка	45
ГЛАВА III. СУЖДЕНИЕ	49
3.1. Простые суждения	49
3.1.1. Атрибутивные суждения	49
3.1.2. Суждения об отношениях.....	52
3.1.3. О распределенности терминов в суждениях.....	53
3.1.4. Логический квадрат	54
3.2. Сложные суждения.....	55
3.3. Модальные суждения	60
3.3.1. Алетическая модальность	60
3.3.2. Деонтическая модальность.....	61
3.3.3. Эпистемическая модальность.....	61
3.4. Выражение суждений на языке логики предикатов	63
3.5. Отрицание суждений.	66
3.5.1. Отрицание простых суждений	66
3.5.2. Отрицание сложных суждений	68
ГЛАВА IV. ДЕДУКТИВНЫЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ	73
4.1. Умозаключение как форма мышления. Состав и виды умозаключений.....	73
4.2. Дедуктивные умозаключения: выводы логики высказываний.....	74
4.2.1. Условно-категорические умозаключения.....	74
4.2.2. Разделительно-категорические умозаключения.	77
4.2.3. Дилеммы.....	77
4.2.4. Простая и сложная контрапозиции. Транзитивность.....	78
4.3. Систематическое построение логики высказываний.....	79
4.3.1. Табличное построение логики высказываний	80
4.3.2. Исчисление высказываний. Система натурального вывода.....	83
4.3.2.2. Правила вывода второго рода:	85
4.4. Непосредственные умозаключения.....	89
4.4.1. Превращение.....	90
4.4.2. Обращение	91

4.4.3. Противопоставление предикату.....	93
4.4.4. Противопоставление субъекту.....	94
4.5. Опосредованные умозаключения.....	95
4.5.1. Простой категорический силлогизм.....	95
4.5.2. Сокращенный силлогизм (Энтимема).....	101
4.5.3. Ошибки в умозаключениях и способы их преодоления.....	102
ГЛАВА V. ИНДУКТИВНЫЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ	108
5.1. Индукция и ее роль в научном познании.....	108
5.2. Виды индуктивных обобщений.....	110
5.2.1. Полная индукция.....	110
5.2.2. Неполная индукция.....	112
5.2.3. Популярная индукция.....	113
5.2.4. Научная индукция. Методы научной индукции.....	114
5.2.4.1. Метод сходства.....	115
5.2.4.2. Метод различия.....	117
5.2.4.3. Соединенный метод сходства и различия.....	117
5.2.4.4. Метод сопутствующих изменений.....	118
5.2.4.5. Метод остатков.....	119
ГЛАВА VI. УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ ПО АНАЛОГИИ	122
6.1. Аналогия и ее роль в научном познании.....	122
6.2. Виды умозаключений по аналогии.....	125
6.2.1. Виды аналогии по характеру переносимого признака.....	126
6.2.1.1. Аналогия качеств и свойств.....	126
6.2.1.2. Аналогия отношений.....	127
6.2.2. Виды аналогии по логической ценности выводного знания.....	128
6.2.2.1. Строгая аналогия.....	129
6.2.2.2. Нестрогая аналогия.....	130
6.3. Правила аналогии.....	132
ГЛАВА VII. ПОНЯТИЕ КАК ФОРМА МЫШЛЕНИЯ	136
7.1. Общая характеристика понятия.....	136
7.2. Содержание и объем понятия.....	137
7.3. Виды понятий.....	139
7.4. Отношения между понятиями.....	141
7.4.1. Совместимые понятия.....	141
7.4.2. Несовместимые понятия.....	143
7.5. Операции с понятиями.....	144
7.5.1. Обобщение и ограничение понятий.....	144
7.5.2. Деление понятий.....	145
7.5.2.1. Правила деления.....	146
7.5.2.2. Виды деления.....	148
ГЛАВА VIII. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАК ПРИЕМ МЫШЛЕНИЯ	154
8.1. Общая характеристика определения.....	154
8.2. Приемы, сходные с определением.....	155
8.3. Виды определений.....	156
8.3.1. Номинальные и реальные определения.....	156

8.3.2. Явные и неявные определения	156
8.3.2.1. Явные определения	157
8.3.2.2. Неявные определения	158
8.3.3. Определения с точки зрения выполняемых функций	159
8.4. Правила и возможные ошибки в определении	159
ГЛАВА IX. ЛОГИКА ВОПРОСОВ И ОТВЕТОВ	163
9.1. Виды вопросов и их структура	163
9.1.1. Виды вопросов	163
9.2. Ответы и их виды	167
ГЛАВА X. ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АРГУМЕНТАЦИИ	171
10.1. Аргументация и доказательство	171
10.1.1. Аргументация	171
10.1.2. Доказательство	172
10.1.2.1. Тезис	173
10.1.2.2. Аргументы	173
10.1.2.2.1. Корректные аргументы	174
10.1.2.2.1. Некорректные аргументы	175
10.1.3. Форма доказательства или демонстрация	176
10.1.3.1. Доказательство прямое	176
10.1.3.2. Доказательство косвенное	176
10.1.3.3. Парадокс	177
10.1.3.4. Абсурд	177
10.1.3.5. Бессмыслица (реникса, репуха)	177
10.2. Опровержение и его виды	178
10.2.1. Структура опровержения	178
10.2.1.1. Прямое опровержение тезиса	178
10.2.1.2. Косвенное опровержение тезиса	179
10.3. Правила и ошибки в аргументации	181
10.3.1. Правила и ошибки по отношению к тезису	181
10.3.1.1. Определенность тезиса	181
10.3.1.2. Неизменность тезиса	182
10.3.2. Подмена тезиса	183
10.3.2.1. Полная подмена тезиса	183
10.3.2.2. Частичная подмена тезиса	183
10.3.3. Правила и ошибки по отношению к аргументам	184
10.3.3.1. Достоверность аргументов	184
10.3.3.2. Автономное от тезиса обоснование	185
10.3.3.3. Непротиворечивость аргументов	186
10.3.3.4. Достаточность аргументов	186
10.3.4. Правила и ошибки демонстрации	186
10.3.4.1. Дедуктивная аргументация	186
10.3.4.2. Индуктивная аргументация	187
10.3.4.3. Аргументация в форме аналогии	187
ГЛАВА XI. ФОРМЫ РАЗВИТИЯ ЗНАНИЯ	191
11.1. Проблема как форма развития знания	191
11.2. Гипотеза как форма развития знания	192
11.2.1. Логическая структура гипотезы и ее виды	194

11.2.2. Развитие и проверка гипотезы.....	196
11.3. Теория как форма развития знания	199
ПРАКТИЧЕСКИЕ СОВЕТЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ	202
Каков язык символической логики?.....	202
Как правильно построить таблицу истинности?.....	206
Как избежать ошибок в построении силлогизмов?.....	218
Как создать полисиллогизм и сорит?.....	223
Как правильно пользоваться энтимемами и эпихейремами?	231
Как работать в системе натурального вывода?	235
Как построить семантическую таблицу?	252
Как работать с секвенциальным исчислением?.....	263
Что такое конъюнктивно и дизъюнктивно нормальные формы?.....	274
Как построить аналитические таблицы?.....	280
Что такое аксиоматическая система выводов?	284
Какие существуют расширения классической логики?.....	299
1. Релевантные логики	299
2. Модальные логики	301
3. Реляционные семантики возможных миров	302
4. Логика времени.....	303
5. Интуиционистская логика	303
6. Логики второго и высших порядков.....	304
7. Многозначные логики	304
8. Логика расплывчатых множеств	305
9. Логика квантовой механики	305
10. Иррациональная логика	306
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	308
Варианты контрольных работ.....	308
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	322
Тестовые задания.....	322
ПРИЛОЖЕНИЕ 3	327
Глоссарий	327
ПРИЛОЖЕНИЕ 4	343
Примерные темы рефератов	343
ПРИЛОЖЕНИЕ 5	345
Сориты Льюиса Кэрролла	345
ПРИЛОЖЕНИЕ 6	358
Основные формулы и эквивалентности классической логики	358
ЛИТЕРАТУРА	368
ВМЕСТО ЗАКЛЮЧЕНИЯ.....	371

Введение

Знание основ науки логики необходимо каждому человеку, так как умение правильно мыслить, доказывать истинные суждения, предположения и опровергать ложные требуется на протяжении всей жизни человека.

В настоящее время перед высшей школой стоят ответственные задачи по трудовому и нравственному воспитанию всесторонне образованных специалистов. Процессы реформирования системы высшего образования требуют от нас особенно внимательного отношения к подготовке студентов.

Необходимым условием внедрения новых методов обучения является развитие логической культуры познания, усвоение рациональных методов и приемов доказательного рассуждения, формирование самостоятельного творческого мышления. Логика способствует становлению самосознания, интеллектуальному формированию личности, формированию научного мировоззрения. Логическая культура — не врожденное качество. Изучение логики и умелое использование ее на практике должно способствовать проведению аргументированной полемики с любым идейным противником.

Традиционная логика из всех законов, связанных с правильным мышлением, выделяет четыре закона: *тождества, непротиворечия, исключенного третьего, достаточного основания*. Эти законы играют важную роль в логике и, будучи наиболее общими, лежат в основе различных операций с понятиями или суждениями, используются в ходе умозаключений или доказательств. Законы тождества, непротиворечия и исключенного третьего были выявлены и сформулированы Аристотелем, а закон достаточного основания был введен в логику Лейбницем.

Формально-логические законы не могут быть отменены или заменены другими. Они имеют общечеловеческий характер: эти законы едины для всех людей всех рас и профессий. Являясь законами правильного мышления, законы логики гарантируют определенность и ясность мышления.

Лекционный курс по логике охватывает широкий круг вопросов, связанных с природой логического знания, логическим анализом языка, формами и приемами мышления.

С целью активизации мышления студентов при изучении логики используются многообразные формы: семинарские занятия, домашние самостоятельные работы, контрольные работы, тестовые задания, теоретические конференции, изучение первоисточников.

Кратко изложим особенности проведения некоторых из этих форм.

Семинарские занятия проводятся по следующим темам: «Природа логического знания» (2 часа); «Логика и язык» (2 часа); «Суждение» (6 часов); «Дедуктивные умозаключения» (6 часов); «Индуктивные умозаключения» (4 часа); «Понятие» (6 часов); «Определение как прием мышления» (2 часа); «Логические основы аргументации» (4 часа); «Логика вопросов и ответов» (2 часа); «Формы развития знания» (2 часа). Семинарские занятия проводятся, в основном, в форме решения логических задач и упражнений, в том числе и тестовых задач, которые приведены в настоящем учебном пособии.

В теме «Предмет и значение логики» несколько трудным для усвоения является раздел «Логика и язык», в котором вводятся многие новые для студентов понятия (знак, имя, предмет, значение, смысл, семантическая категория и др.)

На семинаре следует подчеркнуть то, что каждое имя имеет значение и смысл. Значением имени является обозначаемый им предмет (иногда его называют *денотат*). Смысл (или *концепт*) имени — это способ, которым имя обозначает предмет, т. е. информация о предмете, содержащаяся в имени. Поясняется это на примерах. Такие языковые выражения как «Русский писатель Алексей Николаевич Толстой» (1883—1945), «автор трилогии «Хождение по мукам», «автор романа «Петр Первый», «автор романа «Гиперболоид инженера Гарина» имеют одно и то же значение (они обозначают писателя А. Н. Толстого), но различный смысл. Студентам рекомендуется проиллюстрировать эти понятия своими примерами. Особое внимание на семинаре должно уделяться изучению логических терминов. После изучения раздела «Логика и язык» студентам целесообразно уделить внимание решению задач по выявлению значения и смысла языковых выражений, которые приводятся в соответствующем разделе.

В теме «Суждение» особое внимание на семинаре должно уделяться изучению логических терминов (конъюнкция, нестрогая дизъюнкция, строгая дизъюнкция, импликация, эквивалентность, отрицание, квантор общности, квантор существования).

Суждение – форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о существовании предметов, о наличии или отсутствии у них каких-либо свойств или об отношениях между ними. Суждения бывают либо истинными, либо ложными. Иногда они бывают неопределёнными (завтра будет летная погода). Субъект суждения – это понятие о предмете суждения (обозначаются буквой **S**).

Понятие о признаке предмета, о котором говорится в суждении – это предикат суждения (обозначается буквой **P**). В простом суждении имеются субъект, предикат и связка (иногда присутствует *кванторное слово* («Все подберезовики являются грибами» субъект – понятие «подберезовик», предикат – «гриб», кванторное слово – «все», связка выражена словом «являются»). Связка может быть выражена одним словом «есть», «суть», «является», группой слов, тире или простым согласованием слов.

Значительное время занимает раздел *Распределенность терминов в категорических суждениях*. Студенты не сразу справляются с этим материалом. Необходимо сначала привести суждение к четкой логической форме, а потом найти *субъект* и *предикат* суждения. Некоторые суждения можно приводить к различным логическим формам, поэтому и решение будет не одно, иногда два или три, или более. Например, суждение «Иногда самолеты опаздывают» можно привести к двум различным четким логическим формам:

1. «Некоторые самолеты есть опаздывающие» (здесь предикат «опаздывающий» включает в себя и опаздывающие поезда и опаздывающих куда-то людей, опаздывающие самолеты). Здесь *P* не распределен.

2. «Некоторые самолеты есть опаздывающие самолеты». Объем *P* меньше объема *S*, поэтому *P*- распределен.

Суждение «Не все спортсмены являются разрядниками» можно привести к шести четким логическим формам:

1. Некоторые спортсмены не являются спортсменами-разрядниками.

2. Некоторые спортсмены не являются разрядниками.

3. Некоторые спортсмены являются спортсменами-неразрядниками.

4. Некоторые спортсмены являются неразрядниками,

5. Некоторые спортсмены являются разрядниками.

6. Некоторые спортсмены являются спортсменами-разрядниками.

Во всех шести суждениях субъектом является понятие «спортсмен», и субъект везде не распределен, так как это суждение частное (кванторное слово «некоторые»). Предикат же во всех шести суждениях различный, и некоторых суждениях он распределен, а в некоторых – не распределен. Различными являются понятия: «спортсмен-разрядник» и «разрядник» (т. е. человек, имеющий любой, а не только спортивный разряд, например, «слесарь 5-го разряда» или «плотник, имеющий третий разряд» и т. д.). В зависимости от этого и решения будут различными. Но мы считаем необходимым и достаточным остановиться на двух-трех, а не на шести решениях.

Раздел «*Распределенность терминов в суждениях*» имеет сугубо содержательный, а не формальный характер, ибо берутся конкретные понятия, выражающие S и P , поэтому в каждом случае осуществляется конкретный анализ понятий. Этот анализ заставляет студентов четко формулировать суждения и четко выявлять входящие в него понятия.

В одном из самых распространенных видов умозаключений — категорическом силлогизме - знание распределенности терминов в категорических суждениях поможет отличать правильно построенные умозаключения от неправильно построенных.

Мы здесь не останавливаемся на методике работы со сложными суждениями – эти вопросы должны подробно освещаться на семинарских занятиях, и каждый студент должен знать таблицу истинности сложных суждений как таблицу умножения. Однако необходимо помнить, что в логике союзы имеют свое обозначение и название. Союз «и» связывает простые суждения « a и b ». Эта логическая связка называется конъюнкцией и обозначается так: $a \wedge b$. Сложное суждение: «дракон является сказочным животным и символом 2012 года». Союз «или» связывает простые суждения « a или b ». Эта логическая связка называется

дизъюнкцией. Дизъюнкция может быть *нестрогой* и *строгой*. При нестрогой дизъюнкции могут быть истинными одновременно оба суждения, как a , так и b . («Этот мужчина – или художник, или музыкант». Он может быть одновременно и художником, и музыкантом. *Нестрогая дизъюнкция* обозначается так: $a \vee b$. Строгая дизъюнкция «Я поеду на юг поездом или полечу самолетом». Это сложное суждение представляет строгую дизъюнкцию, так как нельзя одновременно ехать в поезде и лететь в самолете. *Строгая дизъюнкция* обозначается так: $a \underline{\vee} b$. Над «галочкой» точка. Соединение двух простых суждений с помощью союза «если..., то...» называется *импликацией* и обозначается так: $a \supset b$.

В логике используются два способа проверки истинности высказываний – табличный способ и натуральное исчисление предикатов. С помощью табличного способа студенты доказывают, является ли формула тождественно-истинной (законом логики) или не является. Все студенты с этой работой справляются успешно (исключений или не бывает, или - единичные случаи), поэтому мы не останавливаемся на данном материале. Рекомендуем лишь соблюдать алгоритм при заполнении колонок для переменных a, b, c, d и использовать различные цвета для обозначения **И** (истина) и **Л** (ложь): это очень наглядно и облегчает проверку работы.

Определенную трудность студентам представляет *натуральное исчисление предикатов*. В отличие от *табличного способа* определения истинности логических связок, допускающего выполнимые формулы, натуральное исчисление предикатов имеет в своем арсенале более богатый язык, позволяющий точно определить истинность тех или иных высказываний. Поскольку лекционный курс рассчитан на один семестр, в пособии ограничиваемся только правилами вывода первого рода, и, тем самым студенты получают возможность решать сложные задачи, используя простые правила.

Анализируя деление суждений по модальности, надо предложить студентам определить вид модальности в суждениях, представленных в качестве задач в настоящем пособии или найденных в литературе преподавателем; кроме этого, надо предложить студентам самим найти и выписать модальные суждения, содержащие различные модальные операторы.

Определите, к каким семантическим категориям относятся следующие выражения: а) *Море сильно шумит* (суждение, выраженное в форме повествовательного предложения); б) *Сильно шумящее море* (дескриптивный термин, имя предмета); в) *Температура плавления олова* (дескриптивный термин, имя предмета); г) *Когда сегодня наш самолет прилетит в г. Сочи?* (вопросительное предложение, не содержащее суждения).

Выразите в символической форме следующие сложные суждения, используя введенные логические термины:

а) «Дорожки, по которым дети переходят из здания в здание, содержатся в идеальной чистоте, а если в ненастную погоду они бывают мокрыми от дождя, то ученик несет на ногах только влагу, но не грязь и не пыль» (В. А. Сухомлинский). Следует разъяснить, какие простые суждения обозначены буквами (переменными для высказываний), например, *a, в, с, d, e*, почему поставлены те или иные логические знаки. Скобки ставятся с учетом смыслового объединения некоторых простых суждений и с учетом логических правил их расстановки. Конъюнкция здесь выражена различными союзами: «а», «но», «и».

б) «Если он (работник Петр) проходил мимо работающих, ... он тотчас же брался помогать — или пройдет ряда два с косой, или навьет воз, или срубит дерево, или порубит дров» (Л. Н. Толстой). Формула этого суждения включает следующие операции: эквивалентность, строгая дизъюнкция и импликация. Особо следует обратить внимание на эквивалентность и объяснить, почему она здесь поставлена.

В качестве домашнего задания студентам рекомендуется найти в учебниках или художественной литературе по пять сложных суждений, состоящих из 5 — 6 простых суждений и соединенных различными логическими связками. Часть интересных суждений проверяется на следующем семинаре, и коллективное обсуждение помогает показать связь содержательного анализа с формулой символической логики. Иногда для какой-то задачи (сложного суждения) студенты предлагают разные решения, и тогда необходимо уточнять смысл высказывания. При проверке самостоятельных работ студентов преподаватель также должен очень внимательно вдумываться в смысл приведенных студентами примеров и тщательно анализировать, почему

студент выразил сложное суждение именно такой, а не иной формулой.

Тема «Дедуктивные умозаключения» является, несомненно, важной и посвящена структурным первоэлементам логико-дедуктивного мышления – силлогизмам.

В теме «Дедуктивные умозаключения» особое внимание рекомендуем уделить категорическому силлогизму и энтимеме (сокращенный категорический силлогизм), так как они почти ежедневно встречаются в нашем мышлении, также необходимо уделить внимание условно-категорическим и разделительно-категорическим умозаключениям.

Например,

1. Все яблоки содержат витамины, следовательно, все яблоки полезны.
2. Все рыбы дышат жабрами, а форель – рыба.
3. Все ягоды- плоды, следовательно, арбуз – плод.
4. Все зимующие птицы зимой не улетают на юг, поэтому воробьи зимой не улетают на юг.

В структуре сложной дедукции силлогизмы подобны клеткам живого организма, поэтому всю теорию дедуктивных рассуждений нередко называют силлогистикой. Многовековой интерес логиков к силлогизмам сродни интересу биологов к живой клетке. Базисную роль теории силлогизмов по отношению к теории дедукции можно уподобить базисной роли учения о живой клетке (цитологии) по отношению к морфологии живых организмов, к их физиологии.

Студенты должны четко усвоить *modus ponens* и *modus tollens*, вероятные модусы условно-категорического умозаключения, уметь иллюстрировать их своими примерами. В целом, нам представляется эффективным приемом усвоения многообразных видов дедуктивных умозаключений нахождение своих примеров на каждый из изученных видов. Кроме решения задач на семинарах, желательно, чтобы студенты подготовили *самостоятельную домашнюю работу* с подобранными ими различными видами умозаключений. Особый интерес у студентов вызывают дилеммы, в том числе дилеммы военных лет и дилеммы, стоящие перед литературными героями.

Дилемма означает сложный выбор: «из двух зол выбрать наименьшее». Простая конструктивная дилемма включает две посылки: одна посылка состоит из двух условных суждений, а другая является разделительным суждением, состоящим из двух членов.

Схема: $a \supset b, c \supset b, a \vee c \supset b$

Дилеммы очень часто встают и перед студентами. Эта тема предоставляет большой материал для проведения воспитательной работы со студентами.

По теме «*Дедуктивные умозаключения*» проводятся контрольные работы в форме тестовых задач. Особое внимание уделяется непосредственным умозаключениям – превращению, обращению, противопоставлениям субъекту и предикату. На семинарских занятиях студенты подбирают свои примеры, приводят схемы и формулы (там, где они нужны) по таким видам умозаключений как категорический силлогизм, энтимема, два вида полисиллогизмов, два вида соритов, эпихейрема, условно-категорический силлогизм, разделительно-категорический силлогизм, четыре вида дилемм. Дилеммы желательно приводить из области экономики, биологии, агрономии.

По теме «*Индуктивные умозаключения*» особое внимание уделяется методам научной индукции – методу сходства, методу различия, соединенному методу сходства и различия, методу сопутствующих изменений и методу остатков. Важно, чтобы студенты самостоятельно могли привести примеры из различных наук, а также повседневной житейской практики.

Особое внимание уделяется роли индукции в науке. Если она была практически незаменимой на начальных этапах развития науки Нового времени (физические характеристики предметов определялись на основе индуктивного обобщения), то в настоящее время одними индуктивными выводами не обойтись – для полноты научной картины индуктивный вывод должен быть дополнен дедуктивным. Интересно что, по мнению Карла Поппера, индукция вообще не участвует в логике науки. Однако есть сферы деятельности, где индукция, а также *умозаключение по аналогии* играют весьма существенную роль. Например, в медицине, сельском хозяйстве. Студентам предлагается привести примеры применения индукции, например, практикующими

врачами, агрономами, ветеринарными врачами, которые весьма успешно применяют индукцию.

По теме «*Понятие*» все студенты решают различные задачи по видам понятий, содержанию и объему понятий, делению понятий. Студентам предлагается подобрать несколько примеров, иллюстрирующих операцию деления понятий (по видоизменению признака и дихотомического), а также примеры естественной и вспомогательной классификаций.

Раздел «*Понятие*» студенты в основном усваивают удовлетворительно, хотя возникают определенные трудности в разграничении относительных и безотносительных, а также собирательных и несобирательных понятий. Например, некоторые студенты думают, что понятие «завод» — собирательное, так как завод, якобы, есть совокупность цехов, и понятие «газета «Комсомольская правда» — собирательное, так как газета, якобы, есть совокупность статей. Некоторые студенты полагают, что понятие «стихотворение» — относительное, ибо оно не может существовать без автора, и понятие «недобросовестность» — относительное, так как не может существовать без понятия «добросовестность». В каждом конкретном случае отдельным студентам разъясняется, что, к примеру, в газете печатаются не одни только статьи, но и фотографии, очерки, объявления и др. материалы, которые не являются однородными, а в собирательных понятиях группа именно однородных предметов мыслится как единое целое (например, «стая», «созвездие»).

В теме «*Понятие*» одним из центральных является раздел «*Отношения между понятиями*». В учебном пособии дана схема, иллюстрирующая эти отношения. Теория усваивается довольно легко, но применение ее на практике вызывает значительные трудности, поэтому среди студентов возникают споры, разногласия в решении той или иной задачи. В значительной степени у студентов обнаруживается смешение самого явления (например, понятие «пожар») и его причины (понятие «причина пожара»).

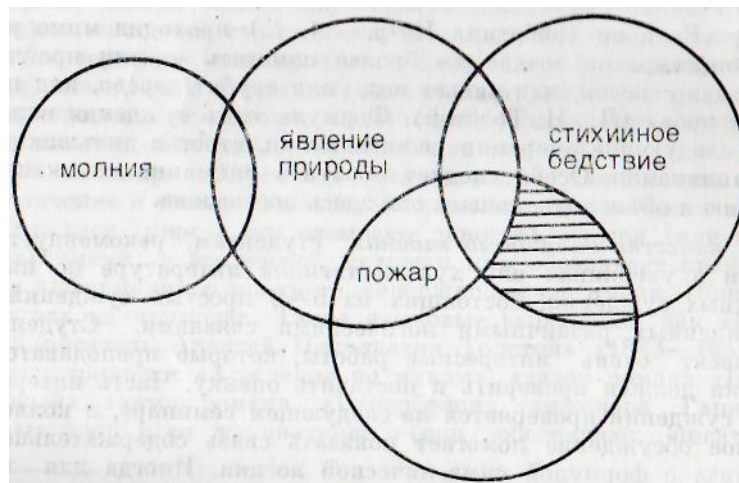


Рис. 1

Чтобы это смешение ликвидировать, рекомендуем решить одну за другой две задачи на отношения между понятиями. В первой задаче даются следующие понятия: «пожар», «молния», «явление природы», «стихийное бедствие». Задача имеет решение, изображенное на рисунке 1. Очень важно приучить студентов приводить 2—3 конкретных примера на каждую часть изображенных здесь кругов Эйлера. Заштрихованную на рис. 1 часть можно проиллюстрировать примером пожара, который является стихийным бедствием, но не явлением природы, т. е. который возник в результате взрыва зажигательной бомбы, или огромный пожар, возникший на нефтеперерабатывающем заводе, ставший стихийным бедствием. Студенты иногда думают, что все стихийные бедствия есть явления природы, поэтому следует привести примеры социальных стихийных бедствий.

Вторая задача. Даются следующие понятия: «молния», «поджог», «причина пожара», «пожар», «взрыв атомной бомбы». Решение с помощью кругов Эйлера выглядит так:

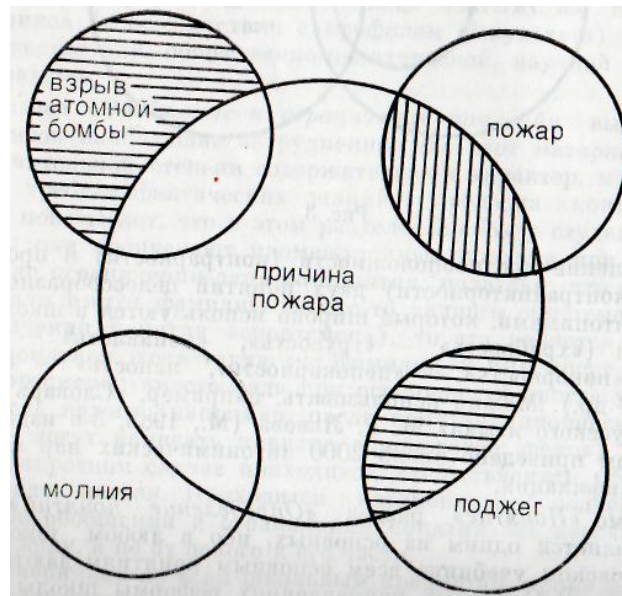


Рис. 2

Вертикально заштрихованная часть означает, что некоторые- пожары могут стать причиной другого пожара (более обширные), т. е. пожар перекинулся на другие объекты, если его не сумели потушить, или пожар, возникший в доме, стал причиной пожара на нефтяной базе, находящейся поблизости, горизонтально заштрихованные части обозначают те взрывы атомной бомбы, которые были под водой или под землей, поэтому не стали причиной пожара, и соответственно, те поджоги, которые привели к пожару (люди вовремя не ликвидировали поджог).

Решение задач на выяснение отношений между понятиями можно осуществлять и другим путем. Дать чертеж, как, например, на рис. 3 и предложить студентам подобрать конкретные понятия вместо переменных А, В, С, обозначающих объемы понятий (т. е. классы или множества).

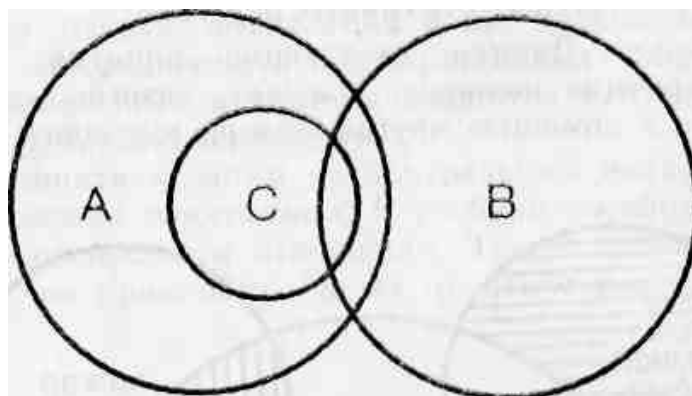


Рис.3

Отношение противоположности (контрарности) и противоречия (контрадикторности) двух, понятий целесообразно связать с антонимами, которые широко используются в школьном обучении («храбрость» — «трусость», «ненависть» - «любовь», «покорность» — «непокорность», «ясность» — «неясность» и др.). Можно использовать, например, «Словарь антонимов русского языка» М. Р. Львова, в котором приведено около 2000 антонимических пар и дана их классификация.

В теме «*Понятие*» раздел «*Определение понятий*» нам представляется одним из основных. В ходе семинаров рекомендуется решить значительное число задач, в которых надо дать характеристику (указать вид, состав, правильность) предложенных определений (как правильных, так и неправильных) и при необходимости указать, какие правила определений были нарушены (например, «ботаника — наука, изучающая все о растениях», «печень — крупный орган массой 1,5 кг», «Футуризм называют одно из декадентских художественных течений XX века» и др.).

Все понятия не могут быть определены (в этом и нет необходимости), поэтому надо знать приемы, сходные с определением понятий (описание, характеристика, разъяснение посредством примера, сравнение, различение).

Можно рекомендовать студентам самим дома подобрать интересные примеры, иллюстрирующие эти приемы. Проверка самостоятельных письменных работ свидетельствует о том, что студенты находят примеры разнообразных выразительных средств в русском языке, метких сравнений, ярких описаний и характеристик. Желательно, чтобы приемы, заменяющие определения, студенты иллюстрировали материалом, взятым из художественной, общественно-политической, научной и другой литературы.

Раздел «*Обобщение и ограничение понятий*» вызывает у студентов наибольшие затруднения, в связи с тем, что этот материал имеет в значительной степени содержательный характер, и решение задач требует фактических знаний. Проверка контрольных работ показывает, что в этом разделе ошибок у студентов достаточно много: они пропускают промежуточные понятия при обобщении или ограничении данного понятия; полагают, что если они написали имя и фамилию какого-то видного спортсмена

(при ограничении понятия «спортсмен»), то это является единственным понятием, хотя такую же фамилию и имя могут иметь и не спортсмены; вместо вида при ограничении иногда указывают часть целого (например, после понятия «научная конференция» могут написать понятие «круглый стол»). В каждом конкретном случае это необходимо разъяснять, общих советов дать нельзя. Приходится неоднократно подчеркивать, что при обобщении и ограничении понятий мы переходим от рода к виду, а не от целого к его части.

В логике, кроме множества определений, встречаются разнообразные примеры, иллюстрирующие *деление понятий* или их *классификацию*. Правила деления понятий (соразмерность деления; деление должно проводиться только по одному основанию; члены деления должны исключать друг друга; деление должно быть непрерывным, т. е. нельзя делать скачка в делении) методически изучаются в первую очередь также с использованием примеров. Эти примеры студенты подбирают самостоятельно. Интересно, что отличающееся от деления мысленное расчленение целого на части лучше всего иллюстрируется примерами из области биологии (например, «в скелете человека различаются отделы: скелет головы, туловища и конечностей» или «скелет туловища состоит из позвоночника и грудной клетки» и др.).

Во время проведения семинаров рекомендуем ставить оценки, вести четкий учет посещаемости и выполнения домашних заданий. Первым двум-трем студентам, правильно решившим предложенную задачу, рекомендуем ставить оценку «5», так как это соревнование активизирует их. Систематический учет знаний на семинаре значительно облегчает работу преподавателя во время зачета или экзамена.

Зачет состоит из одного вопроса и одной задачи, подобранных из различных тем. На зачетах и экзаменах вывешиваются наглядные пособия — таблицы. Это делается с той целью, чтобы студенты не старались заучивать формулы символической логики, а четко разбирались в структуре умозаключения, могли проиллюстрировать их своими (обязательно своими, а не из учебника или лекции) примерами, показать, где и как используются в мышлении, в том числе в процессе обучения в школе, те или

иные логические знания. Упор делается не на работу памяти, а на работу всех звеньев мозга.

Экзамен состоит из двух вопросов и одной задачи. При оценке на экзамене знаний студентов учитывается вся их работа в течение года – выполнение контрольных, тестовых и домашних работ, активная работа на семинарских занятиях. Это требует времени и усилий преподавателя на проверку таких работ, но зато позволяет активизировать работу студентов и более точно оценивать их знания по курсу логики. В результате систематической работы студентов и контроля за ней, оценки на экзамене в подавляющем большинстве бывают 4 и 5; оценок 3 мало (примерно 3—4 на группу); оценка 2 — очень редкое исключение. (Речь здесь идет о студентах, обучающихся по очной форме, а не о заочниках или вечерниках.)

ГЛАВА I. ПРИРОДА ЛОГИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ

1.1. Предмет и значение логики

Слово «логика» происходит от древнегреческого «λογος» («логос»), и переводится как «мысль», «закон», «учение», «разум», «закономерность». Идея Логоса как всеобщего закона мироздания, возникшая впервые у Гераклита, впоследствии была переработана стоиками в качестве духовно-рационального порядка, охватывающего все сферы бытия. Соответственно известное выражение «от мифа к Логосу» означает переход от объяснения мира через мифологическое мировоззрение к его пониманию как разумно устроенного, поддающегося логическому, философскому обоснованию.

В настоящее время слово «логика» используется в следующих основных значениях:

1) закономерности в изменении вещей и явлений окружающего мира – это объективная логика;

2) закономерности в связях и развитии мыслей – это субъективная логика;

3) наука о законах и формах, приемах и операциях мышления, с помощью которых человек познает окружающую его действительность.

В этом последнем значении мы будем использовать и понимать слово «логика».

Таким образом, логика – это наука о мышлении. Мышление изучается не только логикой, но и рядом других наук: психологией, кибернетикой, педагогикой и т.д. Психология, например, исследует мышление со стороны его побудительных мотивов, выявляет индивидуальные особенности мышления. Кибернетику интересует взаимосвязь мышления и языка (естественного и искусственного), методы и приемы программирования и др. Физиологию высшей нервной деятельности интересуют именно физиологические основы мышления – процессы возбуждения и торможения, которые происходят в человеческом мозге как органе мышления.

Поскольку процессы познания мира в полном объеме изучаются философией, логика является философской наукой.

В отличие от указанных выше наук, логика изучает мышление как средство познания объективного мира, те его формы и законы, в которых происходит отражение окружающего мира в процессе мышления; предметом логики являются законы и формы, приемы и операции мышления, с помощью которых человек и познает окружающий мир. Логику очень часто называют наукой о правильном мышлении (Сократ: *я знаю, что ничего не знаю...*).

Человеческое мышление имеет много качеств совершенно разной природы и происхождения:

1. – оно может быть вербальным и невербальным. Вербальное имеет сугубо общественно-теоретическую природу. Невербальное имеет ее лишь отчасти. Например, в профессиональной интуиции человека, обусловленной частичным вытеснением в его подсознании тех знаний, которые он получил от общества.

2.– в вербальном мышлении есть свои феномены, происхождение которых не связано с общественно-историческими факторами. Так классики психологии К.Г. Юнг и С. Гроф выявили и изучили в психике человеческой личности архетипы – врожденные интуитивные знания, выраженные в символической форме.

3. – в человеческом мышлении, как и вообще в человеческом сознании, помимо общественно-исторического, есть сложнейший неповторимо личностный компонент.

4. – нет никаких серьезных оснований отрицать духовно-космический компонент человеческого мышления, о котором свидетельствует многотысячелетний опыт языческих и монотеистических религий. Он демонстрирует такие сверхспособности человеческого разума, перед которыми меркнут все остальные: чтение чужих мыслей, ясновидение, пророчества и др.

5. – человеческое мышление «окрашено» ценностными установками, а также нравственными представлениями о добре и зле, эстетическими представлениями о прекрасном и безобразном.

6. – в индивидуальной человеческой мыслительной деятельности есть свои психофизиологические и чисто физиологические особенности, так как человек, помимо своей духовной и

общественно-исторической природы, имеет и биологическую природу как особь вида *Homo sapiens*.

1.2. Формы познания. Формы чувственного и абстрактного познания

Чувственное познание и абстрактное мышление. Специфика отражения мира на этапе абстрактного мышления.

Познание включает в себя чувственную и абстрактную ступени познания.

Чувственное познание протекает в трех основных формах: *ощущение, восприятие, представление.*

Формами чувственного познания являются: *ощущение, восприятие, представление.*

Ощущение – это отражение отдельных чувственно-воспринимаемых свойств предметов окружающего нас мира – их цвета, запаха, вкуса, формы и пр.

Ощущения возникают в результате воздействия предметов на различные органы чувств – органы зрения, слуха, обоняния, осязания, вкуса. Если человек лишен одного или нескольких органов чувств (например, слепоглухонемые), то остальные органы чувств значительно обостряются и частично восполняют функции недостающих.

Целостный образ предмета, возникающий в результате его непосредственного воздействия на наши органы чувств, называется **восприятием**.

Восприятие – целостное отражение внешнего материального предмета, непосредственно воздействующего на органы чувств (например, зрительное восприятие лежащей на столе книги, слуховое восприятие шума дождя, музыкальной мелодии и т.д.). Восприятия слагаются из ощущений и во многом зависят от прошлого опыта. Полнота и целенаправленность восприятия, например, зеленого луга, будет различной у ребенка, взрослого, биолога, фермера или художника. Один восхитится красотой, фермер прикинет, сколько можно скосить травы, а биолог увидит

на лугу виды некоторых лекарственных или нелекарственных растений.

Представление – это сохранившийся в памяти чувственный образ предмета, который воспринимался раньше. Если восприятие возникает в результате непосредственного воздействия предметов на наши органы чувств, то представление имеется тогда, когда такое воздействие отсутствует. Например, представление о сохранившемся в памяти человеке, предмете или событии. Более того, в отличие от животных, человек способен создавать себе представления об объектах, с которыми он никогда не сталкивался в действительности. Процесс создания такого рода представлений называется **воображением**. Примером человеческого воображения могут служить мифологические персонажи, двуглавый орел, кентавр, человек-паук и т.д.

Однако чувственное познание нам дает знания об отдельных предметах, об их внешних свойствах, и, соответственно, не дает знаний о глубинных связях явлений, сущности вещей. Данный аспект познания является прерогативой абстрактного мышления, являющегося высшей формой познания. Абстрактное мышление включает в себя **суждения, умозаключения и понятия**. Эти формы мышления мы рассмотрим в соответствующих разделах, здесь же подчеркнем основные особенности абстрактного мышления:

1) Абстрактное мышление *есть обобщенное отражение мира*. В отличие от чувственного познания, абстрактное мышление абстрагируется (отвлекается) от единичного, выделяет в предметах общее, повторяющееся, существенное. Так, выделяя общие всем людям свойства - способность трудиться, мыслить и пр., мышление создает абстрактный образ человека. Благодаря обобщению абстрактное мышление глубже проникает в действительность, открывает присущие ей законы.

2) Абстрактное мышление – *процесс опосредованного отражения действительности* (например, по показанию термометра можно судить о погоде, не выходя на улицу; не наблюдая самого факта преступления, можно на основании прямых и косвенных улик установить преступника).

3) Абстрактное мышление *неразрывно связано с языком* (при помощи языка человек закрепляет результаты мыслительной работы).

4) Абстрактное мышление – *это процесс активного отражения действительности.*

1.3. Логическая форма мысли

Для того чтобы понять, как определяется и зачем нужно выявить логическую форму мысли, можно обратить внимание к другим сферам знания, где, отвлекаясь от несущественных сторон предмета знания, изучают важные для этих наук свойства и отношения. Например, в геометрии изучают геометрические формы фигур, отвлекаясь от конкретных физических свойств тел, в языкознании изучают грамматические формы, отвлекаясь от конкретного значения тех или иных слов в предложениях и т.д. Точно так же в логике применяется способ, который позволяет выявить логические формы различных мыслей и процессов мышления, выделить наиболее общие характеристики вещей и явлений, отношения между вещами и явлениями и т.д. Такие свойства, характеристики, отношения в логике принято обозначать следующими словами и словосочетаниями: «*суть*» («*есть*», «*является*»), «*все*» («*каждый*», «*ни один*»), «*некоторые*», «*если..., то...*», «*и*», «*или*», «*следовательно*», «*неверно, что...*» («*не*») и т.д. Они называются логическими терминами. Чтобы выявить логическую форму мысли, нужно отвлечься от смыслов и значений нелогических терминов, входящих в словосочетание, выражающее эту мысль. Эта цель достигается путем замены нелогических терминов на символы-переменные.

Например, *Все студенты нашей группы – будущие агрономы. Все студенты нашей группы – члены городского биологического кружка. Следовательно, некоторые члены городского биологического кружка – будущие агрономы.* Все М суть Р. Все М суть S. Следовательно, некоторые S суть Р.

1.4. Значение логики для выпускников вузов

Прежде всего, выпускник должен вооружиться логической культурой мышления, которой овладевает в процессе обучения в школе, колледже, университете, погружившись в мир знания. Встречаясь не раз с теми или иными способами рассуждения, он постепенно начинает усваивать, какие из них правильные, а какие – нет. Затем сам начинает рассуждать в соответствии с правильными способами рассуждения, что приводит к повышению культуры мышления. Логика систематизирует правильные способы рассуждения, а также выявляет типичные ошибки в рассуждениях. В логических рассуждениях необходима связь посылок, из которой выводится заключение. В рассуждениях типа «*Все планеты вращаются вокруг Солнца. Земля вращается вокруг Солнца. Следовательно, Земля – планета*» такая связь отсутствует, хотя заключение случайно оказалось истинным. Сам факт вращения небесного тела вокруг Солнца еще не делает его планетой, потому как вокруг светила могут обращаться астероиды, кометы и др. объекты, не являющиеся планетами. Ошибки, связанные с нарушением законов логики, называются логическими ошибками. Они делятся на а) *паралогизмы* и б) *софизмы*. Паралогизм (греч. «возле», «около» логики) – это непреднамеренная логическая ошибка. Такого типа ошибки возникают при неясной формулировке мыслей, непоследовательности, необоснованности рассуждений.

Софизм (греч. «хитрость», «уловка») – преднамеренная логическая ошибка, позволяющая заведомо ложное утверждение выдать за истинное. Слово «софизм» восходит к одноименной философской школе в Древней Греции, представители которой учили искусству побеждать в спорах, судах и т.д. Софистов интересовали, прежде всего, деньги, личная выгода. С их точки зрения объективной истины нет; истина всегда субъективна.

Для нашей жизни значение логики сложно переоценить. Во-первых, знание логики дает возможность человеку избегать неправильных выводов и, как следствие, грамотно ставить перед собой задачи и находить оптимальное их решение. Во-вторых,

логика является базисом любой науки. Чем лучше учёный владеет логическими навыками, тем эффективнее его научная деятельность. В-третьих, логика на сегодняшний день является единственным универсальным языком для общения с машинами. Любой гаджет, любой электронный прибор и любая программа – это итог логического взаимоотношения между человеком и искусственным интеллектом. Наконец, в-четвертых, хорошее знание логики помогает студенту благополучно сдать экзамен по этому непростому, но крайне захватывающему предмету.

Задача настоящего издания – объяснить студенту максимально простым языком сложные логические процедуры, задачи, решение которых поможет ему легче ориентироваться в своей будущей профессиональной деятельности.

1.5. История логики. Формальная, диалектическая и символическая логика

Отметим, что стихийный рационализм безраздельно господствовал в культуре человечества вплоть до IV в. до н.э., когда Аристотель заложил основы традиционной формальной логики¹. Основателем формальной логики по праву считается **Аристотель**. Ряд сочинений по логике («Первая аналитика», «Вторая аналитика» и др.) объединены под общим названием «Орга-

¹ Философское учение Аристотеля находилось в русле Богоискательства античной философии. Элементы формальной логики в его произведениях были органично вплетены в ткань религиозной философии. Самому понятию «формальная логика» он придавал совсем другой смысл по сравнению с современным. В учении Аристотеля понятие «форма» имело духовно-мистический смысл – как Богом предопределённые образы предметов материального мира, которые наполняются конкретными вещественными содержаниями. Поэтому в своих законах логики Аристотель видел постигнутый им сокровенный замысел Бога о предметах материального мира. Понятие «формальная логика» у Аристотеля было подобием понятия «все-совершенная логика Божьего замысла о материальном мире». Субъективно Аристотель считал свое логическое учение божественно совершенным, вскрывающим духовно-космические тайны материального объективного мира. В наше время смысл понятия «формальная логика» совершенно иной и даже в корне противоположный: логика рационального человеческого мышления в адекватных понятиях о сугубо материальных объектах, при котором логико-дедуктивные выводы становятся доминирующим типом умножения достоверных знаний. Даже в рациональном познании сугубо материального мира такое формально-логическое мышление эффективно только в высшей фазе познания новых объектов.

нон». Логика, основанная Аристотелем, получила название «**формальной**, или **традиционной логики**».

Формализация является неотъемлемым свойством **деятельности** людей в обществе. Формализм, в общем, в любом случае представляет собой **систему правил, обязательных для всех участников деятельности**. Это свойство правил деятельности называют также **общезначимостью**. Поэтому правила должны всеми одинаково пониматься и применяться к исполнению. Без этого условия вообще невозможна какая-то совместная, общественно-кооперативная деятельность людей.

Принятие человеком формализмов общественной жизни начинается с овладения им грамматики своего языка. Грамматика – это система формальных правил, которые каждый человек, вступающий в жизнь, должен освоить. Язык со своей грамматикой для человека – это элементарно-основополагающий *общественный инструмент* его деятельности в коллективе себе подобных. Формализованы правила дорожного движения для водителей и пешеходов. Ярчайшим примером может служить периодическая система Д.И. Менделеева. Это – классический научный формализм. Он подытожил историю развития химии до 1869 г., и в настоящее время никому из химиков не придет в голову *лично* его обосновывать, проверять и перепроверять.

Возникшая в VI в. до н.э. в недрах древнегреческой философии логика первоначально носила сугубо онтологический характер, и относилась непосредственно «к порядку вещей, а не к порядку идей»². Так, онтологический характер носили тождество бытия и мышления у элеатов, предопределенность движения атомов у Демокрита и Левкиппа, объективный идеализм Платона и т.д.

Еще раньше логически идеи при доказательстве теорем геометрии использовал Фалес.

Развитие логики как науки о мышлении связано также с практикой *ораторского искусства*, как части *теории риторики*, напр., в Древней Греции и Риме.

Логическая мысль эпохи античности в наибольшей степени отражена в трудах атомистов, софистов, элеатов, Сократа, Аристотеля, Платона и др. Новое понимание предмета логики сло-

²Маковельский А.О. История логики. – М.: 1967. С. 4.

жились у **Ф. Бэкона** (1561-1626), который рассматривал логику как орудие познавательной деятельности. Отсюда и название его работы – «Новый Органон» (новый по сравнению с «Органомом» Аристотеля).

Бэкон исходил из того, что наука должна служить счастьем людей, обеспечить господство человека над природой. Для достижения этой цели, как считал мыслитель, необходимо коренное преобразование имеющегося знания, носящего по вине Аристотеля схоластический характер.

Ф. Бэкон понимал формальную логику как науку о правильном оперировании *готовыми, сложившимися* содержательными понятиями. Он впервые поставил методологическую проблему индуктивного, аналитико-синтетического *формирования* таких понятий, поэтому именно его можно считать родоначальником эволюционной теории познания как логики наиболее общего типа. Однако Бэкон отчетливо понимал, что он лишь закладывает фундамент такой науки логики. В вопросах разработки науки логики как методологического самосознания науки Ф. Бэкон ставил во главу соответствующий опыт.

Силлогистике Аристотеля Бэкон противопоставляет свой индуктивный метод, включающий в себя следующие основные пункты:

- 1) *сбор и накопление эмпирических данных;*
- 2) *индуктивное обобщение накопленных данных с формулировкой гипотез и моделей;*
- 3) *проверка гипотез экспериментом на основе дедуктивного метода – логически правильного вывода из аксиоматического предположения;*
- 4) *отказ от неподходящих моделей и гипотез и оформление новых.*

Но прежде, по Бэкону, мы должны освободить наше мышление от *призраков (идолов)*, которые скрывают от нас истинное положение вещей. У неподатливой природы имеются интерпретируемые факты, которые мы сами, освободившись от идолов, должны вырвать у нее. Мыслитель выделяет четыре разновидности идолов:

1) идола рода присущи всем людям от рождения, от которых полностью избавиться нельзя, но можно минимизировать их вредоносное воздействие на человека;

2) идола пещеры имеются, когда человек, например, руководствуется своими субъективными чувствами. В этом случае он скорее верит в истинность того, что сам предпочитает. Этот идол, по Бэкону, можно преодолеть коллективным путем: коллективный опыт исправляет опыт индивидуальный;

3) идола площади порождаются речевым общением людей. Но речи людей зачастую ошибочны и некорректны: чисто словесное знание необходимо отличать от знания вещей. Манипулируя со словами, никогда не следует забывать о том, что 100% объективности принадлежит самим вещам;

4) идола театра порождаются слепой верой в авторитеты, в том числе в традиционные философские системы и доктрины, искусственное построение которых представляет собой «философский театр».

Существенный вклад в логику внес **Р. Декарт** (1596-1650), предложивший, в противовес эмпиризму Бэкона, рационалистический метод научного познания на основе дедуктивной логики. Декарт выдвинул принцип методологического сомнения, суть которого заключается в том, что можно сомневаться во всем – в существовании всего окружающего нас мира, даже в своем собственном существовании, но не подлежит сомнению сам акт сомнения. Отсюда его знаменитый тезис – *Cogito ergo sum*, т.е. «мыслю, следовательно, существую». Суть декартового метода составляют четыре правила:

1) требуется принимать за истинное все то, что воспринимается в очень *ясном и отчетливом виде* и не дает повода для какого-либо сомнения, т.е. является самоочевидным. Декарт указывает на интуицию как на исходный элемент познания и рационалистический критерий истины: то, что интуитивно, несомненно, а все то, что не подпадает под интуицию, подлежит сомнению, и не может считаться истинным;

2) *делить* каждую из рассматриваемых частей *на более простые составляющие* и *дойти*, таким образом, до самых простых, ясных и самоочевидных вещей, т.е. до того, что непосредственно

дается уже интуицией. Иначе говоря, анализ имеет целью открыть исходные элементы знания;

3) идти *от простого к сложному*, от вещей, наиболее доступных для нас, к вещам более сложным, и, соответственно, трудным для понимания;

4) всюду следует *делать перечни и обзоры*, чтобы ничего не упустить из внимания.

Таким образом, логико-методологическими конструкциями Бэкона («Новый Органон») и Декарта («Правила руководства ума», «Рассуждения о методе») логика Нового времени, утвердив прогрессистскую парадигму научного знания, отбросила схоластический авторитаризм, господствовавший в науке в течение столетий.

Значительный вклад в логику внесли представители немецкой классической философии – **И. Кант** и **Г. Гегель**.

И. Кант (1724-1804) рассматривал логику как науку о необходимых законах, являющуюся основой всех наук. В отличие от Ф. Бэкона, считавшего задачей логики открытие новых научных истин, Кант видел в логике источника правил для исследования состоятельности положений всякой науки. В этом смысле, с точки зрения немецкого философа, логика есть канон, а не органон, что имело место у Ф. Бэкона.

У **Г. Гегеля** (1770-1831) логика совпадает с диалектикой, разработанной с позиций объективного идеализма. Мышление человека – понятия, суждения и умозаключения, представляют собой моменты в развитии абсолютного духа. Новым, и весьма ценным в логике Гегеля является рассмотрение форм мышления в плане их диалектического развития – перехода от низших форм к высшим.

В начале XX века в логике произошла своеобразная научная революция, связанная с применением методов *символической* или *математической логики*. Основу для этого заложил еще **Г. Лейбниц** (1646–1716): «*Единственное средство, чтобы улучшить наши умозаключения – сделать их как у математиков, наглядными, так, чтобы все ошибки находить глазами. Если возникнет спорная ситуация, тогда, скажем: «посчитаем». Тогда будет ясно, кто прав, а кто нет*». Это было связано с характерной для классической науки Нового времени инструменталистской трак-

товкой природы, когда на смену квантитативизму (качественному взгляду на мир) пришел квалитативизм (количественное исследование явлений). Развитие символической логики связано с именами Ч. Пирса, Г. Фреге, Б. Рассела, А. Уайтхеда и др. Окончательное оформление символической логики в качестве самостоятельной дисциплины произошло после выхода в 1910–1913 гг. совместной работы Б. Рассела и А. Уайтхеда «*Принципы математики*» в 3-х тт.

В настоящее время символическая логика представляет собой интенсивно развивающуюся область логических знаний, включающую в себя логику высказываний, логику предикатов, вероятностную логику, многозначную логику, модальную логику и т.д.

Отдельной отраслью логики является *логическая семиотика*, занимающаяся анализом естественных и искусственных языков в разных познавательных аспектах.

В России вклад в развитие логики внесли **Э.К. Войшвилло, Д.П. Горский, Ю.В. Ивлев, В.А. Бочаров, А.Д. Гетманова** и др.

В настоящее время в качестве самостоятельных логических дисциплин развиваются 1) общая формальная логика, 2) математическая логика и 3) диалектическая логика.

Диалектическая логика также имеет древнее происхождение. Элементы диалектического мышления содержатся в трудах Фалеса, Гераклита, Сократа, Платона, элеатов (апории Зенона), Аристотеля и др. В новое время свой вклад в диалектическую логику внесли Бэкон (индуктивный метод), Фихте, Кант и особенно Гегель, впервые разработавший на идеалистической основе основные законы и категории диалектики. Дальнейшее развитие диалектической логики связано с деятельностью основоположников марксизма – К. Маркса, Ф. Энгельса и В.И. Ленина, переработавших на материалистической основе идеалистическую диалектику Гегеля.

Следует отметить, что традиционная логика в значительной степени имела эмпирический характер, она выделяла и описывала зафиксированные в языке повседневного обихода некоторые простейшие формы рассуждений (атрибутивные суждения). Современная же логика расширила поле рефлексии, введя в него рассуждения, специфичные для научного познания, в част-

ности, математического. Это связано с тем, что математика все больше вводится в различные области знания, происходит компьютеризация и пр., характеризующие наше современное общество как информационное.

1.6. Основные законы мышления

Три из четырех основных законов мышления разработаны Аристотелем: **закон тождества**, **закон непротиворечия** и **закон исключенного третьего**. Четвертый закон – **закон достаточного основания** введен в логику Г. Лейбницем.

1) Закон тождества – **всякая мысль должна быть тождественна самой себе: $a = a$ или $a \supset a$** . Например, «Петров совершил кражу» и «Петров похитил чужое имущество» выражают одну и ту же мысль (если, разумеется, речь идет об одном и том же человеке), и следовательно, тождественны.

2) Закон непротиворечия: два несовместимых друг с другом высказывания не могут быть одновременно истинными; по крайней мере одно из них необходимо ложно: неверно, что a и не a ; $\neg(a \wedge \neg a)$.

Закон непротиворечия выступает у Аристотеля в качестве основного закона мышления. В «Метафизике» Аристотель дает следующее определение данного закона: «Невозможно, чтобы одно и то же в одно и то же время и в одном и том же отношении и было и не было присуще одному и тому же»³. Позже философ дает и сокращенные определения закона непротиворечия: «Невозможно вместе истинно и утверждать, и отрицать», «невозможно вместе утверждать и отрицать», «невозможно, чтобы одновременно были истинными противоположные суждения» и т.д.

Логическое мышление характеризуется непротиворечивостью. Закон непротиворечия действует в отношении всех несовместимых суждений: противоположных и противоречащих. В логике противоположность (контрарность) принято отделить от противоречия (контрадикторности).

³ Аристотель. Метафизика. IV, 1005 b 19.

Противоположными (контрарными) являются выражения типа «человек высокого роста» и «человек низкого роста»; «черное» и «белое» и т.д. *Противоречащими (контрадикторными)* являются выражения типа «человек высокого роста» и «человек невысокого роста»; «белое» и «небелое», и т.д. Применительно к закону непротиворечия можно привести следующие высказывания: «*Все студенты агрономического факультета работали на поле*». «*Ни один студент агрономического факультета не работал на поле*». По крайней мере, одно из этих высказываний ложно. *Противоречащими* же будут, например, следующие высказывания: «*Эти фрукты спелые*», и «*эти фрукты неспелые*».

3) Закон исключенного третьего: два противоречащих высказывания не могут быть одновременно ложными, одно из них необходимо истинно: $a \vee \bar{a}$.

Одна из формулировок данного закона у Аристотеля такова: «Равным образом не может быть ничего посередине между двумя противоречащими друг другу суждениями, но об одном необходимо либо утверждать, либо отрицать»⁴. Например, суждение «*Каждый гражданин РФ имеет право на квалифицированную медицинскую помощь*» истинно, а «*Некоторые граждане РФ не имеют право на квалифицированную медицинскую помощь*» ложно. Чем же отличается закон исключенного третьего от закона непротиворечия? Закон непротиворечия еще оставлял открытым вопрос – возможно ли нечто третье, т.е. среднее между утверждением и отрицанием. Действуя только в отношении противоречащих суждений, закон исключенного третьего устанавливает, что два противоречащих высказывания не могут быть не только одновременно истинными (на что собственно указывает закон непротиворечия), но и также одновременно ложными: если ложно одно из них, то другое необходимо истинно, третьего не дано. Закон исключенного третьего не может указать, какое из данных высказываний истинно; этот вопрос решается другими средствами. Этот закон лишь определяет направление исследовательского процесса – помогает нам двигаться в направлении истины. Он говорит о том, что возможно только два решения вопроса, причем только одно из высказываний необходимо истинно. Отвечаем «да» или «нет», третьего не дано.

⁴ Аристотель. Метафизика. IV, 7, 1011 в 23.

4) Закон достаточного основания – всякая мысль признается истинной, если она имеет достаточное основание: если есть *b*, то есть и его основание *a*. Этот закон введен в логику **Г. Лейбницем** (1646-1716). Закон достаточного основания говорит о том, что то или иное высказывание можно считать истинным лишь в том случае, если имеется на то достаточное основание: «Ничего не делается без достаточного основания, т. е. не происходит ничего такого, для чего нельзя было бы при полном знании вещей указать основания, достаточного для определения, почему это происходит так, а не иначе»⁵. В законе достаточного основания Лейбниц видел критерий проверки истин факта, т.е. истин эмпирических, в отличие от закона непротиворечия, который имел целью проверку истин разума.

Законы логики носят объективный, не зависящий от воли и желания людей характер.

1.7. Логика и методология

В научном познании логика выполняет ряд важных функций. Одна из них – методологическая. Чтобы понять, что такое «методология», мы должны знать, что такое «метод». В переводе с греческого языка слово «метод» (*methodos*) означает «*путь исследования*». Логика использует методологические средства формальной и диалектической логики.

1) Основные методологические принципы диалектической логики:

а) Объективность рассмотрения. В основе этого принципа лежит требование исходит из самого объекта, а не из нашего мнения о нем. Следствием принципа объективности рассмотрения является требование не идти от вторичных явлений к их причинам, а, наоборот, исходя из первичных явлений, из причин выявлять все возможные следствия;

б) принцип конкретности говорит о том, что нужно исходить из особенностей, специфических условий существования объекта;

⁵ Лейбниц В.Г. Сочинения. Т.1. – М.: 1982. С. 408.

в) принцип всесторонности рассмотрения подразумевает рассмотрение объекта исследования с учетом многочисленных связей и отношений, в которых исходный объект находится с другими объектами;

г) принцип историзма говорит о том, что нужно рассматривать объект в его историческом развитии, самодвижении и изменении.

2) Основные методологические принципы формальной логики: принцип тождества, принцип непротиворечия, принцип исключенного третьего и принцип достаточного основания.

Принцип тождества говорит об определенности мышления – термины мы должны использовать в одном и том же смысле. Хотя предметы реального мира изменяются, но в понятиях об этих предметах выделяется нечто неизменное. Иногда принцип тождества именуют *принципом оговорки*: если изменяем смысл термина, то это нужно оговаривать, иначе этот смысл невозможно будет понять.

Принцип непротиворечия требует последовательности мышления. Этот принцип требует, чтобы, утверждая нечто о чем-то, мы не отрицали того же о том же в том же самом смысле в то же самое время, т.е. запрещает одновременно принимать некоторое утверждение и его отрицание (Сократ: «Я знаю, что я ничего не знаю»).

Принцип исключенного третьего требует не отвергать одновременно высказывание и его отрицание. Нужно уточнять языковые выражения таким образом, чтобы можно было давать ответы на альтернативные вопросы. Например: «Солнце взошло или не взошло?»⁶. Как ответить на этот вопрос? Если наполовину Солнце вышло из-за горизонта, то оно взошло или нет? Надо уточнить, что мы подразумеваем под выражением «взошло»; можно, например. Договориться, что, если светило чуть-чуть показалось из-за горизонта, значит, оно взошло.

Принцип достаточного основания требует принятия обоснованных утверждений, т.е. истинность последних нельзя принимать на веру.

⁶ Ивлев Ю.В. Логика. – М.: 2004. С. 33.

Вопросы для повторения:

1. В каких основных значениях используется в настоящее время слово «логика»?
2. Какие основные ступени включает в себя процесс познания? В каких формах протекает чувственное познание?
3. Какую роль играет мышление в познании? В чем специфика отражения мира на этапе абстрактного мышления? Назовите основные формы мышления.
4. Что такое логическая форма мысли и как она выявляется?
5. Чем отличаются друг от друга формальная, диалектическая и символическая логика?
6. Назовите основные законы формальной логики. В чем состоит отличие закона непротиворечия от закона исключенного третьего?
7. Назовите основные методологические принципы формальной и диалектической логики. Чем отличается принцип от закона?

Упражнения.

1. *Выясните, нарушен ли методологический принцип формальной логики в следующем рассуждении?*

Один философ испытал сильнейшее потрясение, узнав от Б. Рассела, что из ложного утверждения следует любое утверждение. Он спросил: *«Вы всерьез считаете, что из ложного утверждения «два плюсь два – пять» следует, что вы папа римский?»*. Рассел ответил утвердительно. *«И вы можете доказать это?»* - продолжал сомневаться философ. *«Конечно!»* - последовал утвердительный ответ, и Рассел тотчас же предложил такое доказательство:

- 1) предположим, что $2 + 2 = 5$;
- 2) вычтем из обеих частей по 2: $2 = 3$;
- 3) переставим правую и левую части: $3 = 2$;
- 4) вычтем из обеих частей по 1: $2 = 1$.

Папа римский и я – нас двое. Так как $2 = 1$, то папа римский и я – одно лицо. Следовательно, я – папа римский»⁷.

⁷ Ивлев Ю.В. Логика. Сборник упражнений. – М.: 2004. С. 31.

2. Выявите логические формы мыслей в следующих предложениях:

2.1. Все студенты изучают логику.

2.2. Некоторые агрономы являются учеными.

2.3. Некоторые биологи не являются агрономами.

2.4. Ни один студент не является профессором.

ГЛАВА II. ЛОГИКА И ЯЗЫК

2.1. Язык как знаковая система

Мы уже выше отметили, что одной из характерных особенностей мышления является связь с языком, ибо в языке человек закрепляет результаты мыслительной деятельности. Язык является важным средством в деле выявления логической структуры мысли.

Язык – это знаковая информационная система, выполняющая функцию формирования, хранения и передачи информации в процессе познания действительности и общения между людьми.

При логическом анализе язык рассматривается как знаковая система. Что такое знак?

Знак – это материальный объект, используемый в процессе познания или общения в качестве представителя какого-либо объекта.

Выделяются знаки следующих типов: 1) **знаки-индексы**, 2) **знаки-образы**, 3) **знаки-символы**.

Знаки-индексы связаны с представляемыми ими объектами как причинно-следственная связь. Так, дым говорит о наличии огня, повышенная температура человека – о его заболевании, изменение высоты ртутного столба – об изменении атмосферного давления и пр.

Знаки-образы, это те знаки, которые сами по себе несут информацию о представляемых ими объектах, т.е. имеют сходство с обозначаемыми предметами. Это копии документов, дактилоскопические отпечатки пальцев, фотоснимки, карта местности и пр.

Знаки-символы не имеют сходства с обозначаемыми предметами. Например, нотные знаки, буквы в алфавитах национальных языков и пр. Логика занимается знаками-символами.

Множество исходный знаков языка составляет его *алфавит*. Комплексное изучение языка осуществляется общей теорией знаковых систем – **семиотикой**, которая анализирует язык в трех аспектах – **синтаксическом**, **семантическом** и **прагматическом**.

Синтаксис – это раздел семиотики, в котором исследуются отношения между самими знаками (правила построения и преобразования выражений языка и т.д.).

Семантика – это раздел семиотики, в котором исследуются отношения знаков к представляемым ими объектам.

Прагматика – это раздел семиотики, который изучает отношение человека к знакам, а также отношение между людьми в процессе знакового общения.

Следует отметить, что в последнее время все больше сторонников подхода, согласно которому, следует исключить прагматический подход из области точных наук. Но это не всегда выполнимо. Например, треугольник в геометрии. Основание, как правило, внизу. А если нарисовать наоборот? На это, кстати, обратил внимание Гильберт в работе «Основания геометрии». Или возьмем два луча, которые образуют угол? Их (углов) может быть несколько. Какой мы должны считать основным? Без прагматического подхода не обойтись.

Знаки имеют предметные и смысловые значения. Или, проще говоря, **значение** и **смысл**. **Значение** – это тот объект, который представляется или обозначается. **Смысл** – это характеристика объекта, информация об этом объекте, позволяющая отличить его от других объектов. Отношение между смыслом, объектом и значением следующее:

Объект – смысл – значение, т.е. сначала определяем смысл, а затем значение.

Существуют знаки, которые не имеют значения, т.е. представляют несуществующие объекты, и, наоборот, также, как и существуют знаки, обозначающие какие-то объекты, но не имеющие смысла, во всяком случае, не представляется возможным однозначно выделить предметы, обозначаемые данными знаками. Например, дана задача определить смысл и значение языкового выражения «вечный двигатель». Смысл состоит в том, что «вечный двигатель» – это объект, который находится в постоянном движении и никогда не останавливается. А значения выражение «вечный двигатель» не имеет, так как в действительности показать этот объект или указать на него мы не можем – его просто не существует.

2.2. Имена

Одним из видов знаков являются имена. Учение об именах, называемое теорией именованья, подробно разработано немецким логиком **Г. Фреге** (1848-1925). Большой вклад в это дело внесли также **Р. Карнап** (1891-1970) и **Э.К. Войшвилло** (1913-2008).

Имя – это слово или словосочетание, обозначающее какой-либо предмет. Поскольку имя является знаком, оно имеет **значение** и **смысл**. **Значение** имени – это предмет, который обозначается этим именем. Другие названия – *денотат*, *десигнат*, *номинат*. **Смысл** (*концепт*) – это информация о предметах, которую выражает имя. Смысл бывает двух видов: собственный или приданный.

Различают имена двух типов – **единичные** (Луна, столица России) и **общие** (животное, ученик, европейское государство).

Значением единичного имени является единственный предмет. Значениями общего имени являются предметы некоторого класса, содержащего более одного предмета. Класс, который составляют предметы, являющиеся значениями имени, называется **объемом имени**. Объем единичного имени – класс, состоящий из одного предмета. Могут быть имена с разными смыслами и одним и тем же объемом (например, «самый большой город России» и «столица России»), но не может быть имен с одним и тем же смыслом, но разными объемами.

Например, возьмем такое имя как «дом». Это общее имя, и собственного смысла не имеет. Здесь **смысл** может быть только приданный: сооружение, предназначенное для проживания. Каждый дом является **значением** этого имени – деревянный, кирпичный, каменный, и т.д. Объемом имени «дом» является множество всех домов.

Приведем другие примеры. Попробуем найти смысл (собственный или приданный) и значения следующих имен:

1. «Человек». Имя это общее, и собственного смысла не имеет. Но мы можем, например, придать ему следующий **смысл**: живое существо, способное создавать понятия. **Значением** этого имени является каждый человек. **2. «К.А. Тимирязев».** Это имя является единичным, и собственного смысла не имеет. Ему мо-

жем придать, например, такой **смысл**: выдающийся русский естествоиспытатель, основоположник русской школы физиологии растений. **Значением** имени является сам К.А. Тимирязев, т.е. человек, являющийся основоположником русской школы физиологии растений. **З. «Спутник Земли»**. Это имя является описательным, и имеет собственный **смысл**: тело, вращающееся вокруг Земли. Каждое тело, вращающееся вокруг Земли, является **значением** этого имени. Множество таких тел составляет объем имени.

Могут возникнуть, некоторые проблемы при определении значений таких слов, как «Платон», «Аристотель», «Гегель» и т.д. Имеют ли они значение, если не можем на них указать? В современной логике принято, что считать высказывания исторического характера истинными.

Однако возникает теоретический вопрос, в каком смысле можно их считать истинными? Можно ли сказать, что ситуации, которые в них утверждаются, существуют в действительности, если они когда-то существовали, а теперь исчезли? Поэтому, употребляя слово «действительность», мы всегда имеем в виду некоторый фрагмент реальности. Поэтому предметное значение всегда есть. Сейчас, к примеру, мы говорим: «Мы живем в информационном обществе». Но это выражение было бы неверным по отношению к периоду начала или даже середины XX века.

2.3. Логика и логическая семантика: Готлоб Фреге

Значительный вклад в логический анализ языка внёс выдающийся немецкий математик и логик **Готлоб Фреге** (1848-1925).

В ряду известных философов и логиков конца XIX — начала XX века Г. Фреге занимает особое место. Его роль в современной логике, которую он в значительной степени создал, многие сравнивают, и вполне обоснованно, с ролью Аристотеля в логике традиционной. Фреге, в частности, заложил основы той области знания, которая получила название **оснований математики**, впервые отчетливо связав проблему формального единства содержа-

ния математики с принятыми в ней способами рассуждения и заложив тем самым, основы теории формальных систем. Это стало возможным только потому, что им была осуществлена одна из первых аксиоматизаций логики высказываний и логики предикатов, причем последняя фактически впервые появилась в его трудах. Г. Фреге заложил основы логической семантики, отделив в логической теории средства выражения (синтаксис) от того, что они обозначают.

Фреге впервые осознал, что язык является важнейшим средством коммуникации, и что истинность предложения непосредственно зависит от семантических особенностей его составляющих частей. Фреге требовал, чтобы у каждой части предложения было свое значение. «Мысль теряет для нас ценность, как только мы узнаем, что у какой-либо из ее частей отсутствует значение»⁸, - писал мыслитель.

Вопросом, подтолкнувшим Фреге к изучению проблемы значения и смысла языковых выражений, стал вопрос о равенстве. Является ли равенство отношением? Если да, то отношением между предметами или же между именами и знаками предметов? В своей статье «Исчисление понятий» Фреге высказался в пользу второго решения этой проблемы. В статье «Смысл и значение» он еще раз возвращается к этому вопросу. Свои аргументы в пользу выбранного им решения проблемы он формулирует следующим образом: Предложения типа $a = a$ и $a = b$ имеют, очевидно, различную познавательную ценность: предложение $a = a$ значимо *a priori*, согласно Канту, должно называться аналитическим, в то время как предложения, имеющие форму $a = b$ значительно расширяют наше познание и не всегда могут быть обоснованы *a priori*. Здесь зачастую невозможно обойтись без цепочки доказательств.

Если считать равенство отношением между предметами, то предложения (1) «Утренняя звезда есть Утренняя звезда» и (2) «Утренняя звезда есть Вечерняя звезда» окажутся, – при условии, что предложение (2) истинно (очевидно, что так оно и есть), – выражающими один и тот же факт, а именно, что планета Венера тождественна планете Венере.

⁸ Фреге Г. Логика и логическая семантика. – М.: 2000. С. 234.

Ясно, однако, что познавательный статус двух этих предложений совершенно различен. Предложение (1) является аналитическим, т.е. логически-истинным или тождественно-истинным в силу значений входящих в него логических терминов; оно не выражает какого-либо действительного знания о мире. Напротив, предложение (2) не является аналитическим; установление его истинности или ложности требует обращения к эмпирическим наблюдениям о мире. Оно сообщает нам важный астрономический факт и выражает подлинное знание о мире.

По Фреге, зная смысл имени (а, по Фреге, он всегда есть), можно установить значение имени, принято утверждать, что значение имени является функцией его смысла. Однако понимание смысла имени не означает, что лицу, которое понимает смысл имени, обязательно известно значение имени. Дело в том, что знание смысла имени отнюдь не обязательно приводит к знанию значения имени. То есть, смысл как бы задает тот путь, идя по которому можно прийти к значению имени. Однако смысл не дает ответа на вопрос, имеет ли имя значение или нет; это проблема, которая требует эмпирического исследования.

Смысл всегда занимает промежуточное положение между именем и значением, то есть к значению приходят через смысл. Можно понимать смысл имени, но не знать о предмете имени ничего, кроме того, что он определяется этим смыслом. Более того, может случиться и так, что предмета, определяемого смыслом имени, вообще не существует. В том случае, когда имена обозначают предметы, не существующие в действительности, их называют мнимыми. Происходит это потому, что в естественных языках смысл имени не определяет существование предмета. Пожалуй, можно сделать так, чтобы грамматически правильно построенное выражение, представляющее собственное имя, всегда имело один и тот же смысл; но имеет ли оно еще и значение – остается проблематичным. Слова «*наиболее отдаленное от Земли небесное тело*» имеют смысл; однако очень сомнительно, имеют ли они значение.

Фреге считал, что есть сферы человеческой деятельности, где вопрос об истинности не так важен. Например, в сфере художественного творчества. От поэтических сказаний и творений художественной литературы не требуется, чтобы они имели зна-

чение истинности. К примеру, предложение типа «*Одиссей был высажен на берег Итаки крепко спящим*», не истинно и не ложно; мысль, которую оно каким-либо образом выражает, принадлежит поэтической сфере⁹. В этом случае предложение не имеет значения. Если предложение можно разложить на части, каждая из которых обладает значением, то и все предложение обладает значением.

Имена, имеющие смысл, но не обозначающие никакого предмета – это неподлинные собственные имена; они только выполняют роль собственных имен. Фреге называет такие имена мнимыми собственными именами. Они встречаются в естественных языках, но им не должно быть места в языке науки.

Хотя предложенная Фреге схема и не привела к идее единой, универсальной теории истины (и языка) в целом, тем не менее, логико-семантическая концепция выдающегося мыслителя сыграла важную роль в становлении и развитии аналитической философской традиции XX века.

2.4. Семантические категории выражений языка

Среди выражений, входящих в предложения, выделяют: **а)** дескриптивные термины и **б)** логические термины. К дескриптивным терминам относятся: 1) единичные имена; 2) общие имена; 3) знаки свойств и отношений; 4) знаки признаков и 5) знаки предметных функций. *Единичное имя* – это имя, обозначающее один предмет; *общее имя* – имя, обозначающее множество предметов. *Свойство* – это то, чем отличаются друг от друга предметы и явления. Если, например, сравниваем людей, то можем сказать, один высокий, а другой низкий, один умный, а другой глупый и т.д.

Языки, как известно, бывают двух видов – **естественные** и **искусственные**.

Естественные языки – это исторически сложившиеся в обществе звуковые (речь), а затем и графические (письмо) инфор-

⁹ Мамедов А.А. Семантическая природа истины в аналитической философии//Вестник Московского государственного университета культуры и искусств, 2009, №5. С. 17-23.

мационные знаковые системы. Они возникли для закрепления и передачи накопленной информации в процессе общения между людьми. Естественные языки являются носителями многовековой культуры народов.

Искусственные языки – это вспомогательные знаковые системы, создаваемые на базе естественных языков для точной и экономной передачи научной и другой информации.

Есть еще и смешанные языки, базой в которых вступает естественный (национальный) язык, дополняемый символикой и условными обозначениями, относящимися к конкретной предметной области. Например, «юридический язык», «математический язык» и пр. К искусственным языкам относятся также 1) язык логики высказываний и 2) язык логики предикатов.

Важное место в структуре искусственных языков занимают: а) язык логики предикатов и б) язык логики высказываний.

Логика предикатов – это логическая система, рассматривающая процесс рассуждения с учетом внутренней структуры высказываний.

Логика высказываний – это логическая система, опираясь на истинностные характеристики логических связок, рассматривает процесс рассуждения с отвлечением от внутренней структуры высказываний. Логика предикатов, учитывающая внутреннюю структуру высказываний и использующая исчисление предикатов, более точно по сравнению с логикой высказываний выражает мыслительный процесс. Другими словами, логика высказываний анализирует отношения между высказываниями, а логика предикатов анализирует отношения внутри одного высказывания. Например, суждение «*Все люди смертные существа*» в логике высказываний может обозначаться одним символом, например, символом *a*. В логике предикатов это выражение, учитывая его внутреннюю структуру, будет обозначаться значительно сложнее – с использованием кванторов – $\forall xS(x)$.

Алфавит языка логики предикатов включает следующие виды знаков (символов):

a, b, c, d, ... – индивидные или предметные константы (символы для единичных имен);

x, y, z, ... индивидные или предметные переменные (символы для единичных имен предметов);

P, Q, R, S, \dots – предикатные переменные (символы для предикатов);

p, q, r, s, \dots – пропозициональные переменные (символы для высказываний);

\forall, \exists – символы для количественной характеристики высказываний; их называют кванторами: \forall – квантор общности; он символизирует выражения – «все, каждый, всякий, «ни один», и пр.; \exists – квантор существования; он символизирует выражения – «некоторый, иногда, бывает, существует, и пр.

логические связки:

\wedge – конъюнкция (союз «и»);

\vee – дизъюнкция (союз «или»);

$\supset (\rightarrow)$ – импликация (союз «если..., то...»);

\equiv – эквиваленция, или двойная импликация (союз «если и только если..., то...»);

\neg – отрицание («неверно, что...»);

Технические знаки языка: $()$ – скобки; $,$ – запятая.

Других знаков в алфавите нет.

Вопросы для повторения:

1. Что такое знак? Назовите основные виды знаков.
2. Что такое смысл имени? Чем отличается смысл имени от его значения?
3. Что такое «мнимое собственное имя» в концепции Г. Фреге?
4. Что такое «искусственный язык»? Назовите известные вам искусственные языки.

Упражнения.

1. Укажите смысл и значение следующих языковых выражений:

- 1.1. Автор «Физиологии растений».
- 1.2. Преподаватель.
- 1.3. Студент.
- 1.4. Агроном.

1.5. Врач.

1.6. Ближайшая к Солнечной системе звезда.

1.7. Вечный двигатель.

2. Укажите смысл (собственный или приданный) и значение следующих имен:

2.1. Ю.А. Гагарин.

2.2. А.С. Пушкин.

2.3. Живое существо.

2.4. Самая большая планета Солнечной системы.

2.5. Наименьшее натуральное число.

2.6. Наибольшее натуральное число.

2.7. Наименьшее простое число.

2.8. Двуглавый орел.

2.9. Человек-паук.

2.10. Естественный спутник Земли.

ГЛАВА III. СУЖДЕНИЕ

3.1. Простые суждения

Суждение – это форма мышления, в которой утверждается или отрицается связь между предметом и его признаком, отношения между предметами или факт существования предмета; суждение может быть либо истинным, либо ложным.

Суждение выражается **повествовательным** предложением. Вопросительные и побудительные предложения суждений не выражают. Предложение, выражающее суждение, называется также **высказыванием**.

Суждение о связи предмета и его признака состоит из двух понятий: субъекта, отражающего предмет суждения, и предиката, отражающего признак предмета. Субъект и предикат обозначаются латинскими буквами **S** и **P**. Например, в суждении «*Эти яблоки спелые*» «*эти яблоки*» - **S**(субъект), «*спелые*» - **P**(предикат).

Суждения делятся на **1) простые** и **2) сложные** суждения.

Простым называется суждение, в котором нельзя выделить часть, в свою очередь являющуюся суждением. Например, «*идет дождь*». Суждение, состоящее из нескольких простых суждений, называется **сложным**. Например, «*идет дождь и идет снег*». О сложных суждениях речь пойдет ниже. Теперь же продолжим знакомство с простыми суждениями.

Среди **простых** суждений выделяются **1) атрибутивные суждения** и **2) суждения об отношениях**.

3.1.1. Атрибутивные суждения

Атрибутивными называются суждения, в которых выражается принадлежность предметам свойств или отсутствие у предметов каких-либо свойств. Например, «*Москва – столица России*», «*Эти животные – теплокровные*», и пр. В каждом атрибутивном суждении имеется **субъект, предикат** и **связка**. Субъект и предикат называются **терминами** суждения. Кроме того, в

некоторых атрибутивных суждениях еще имеются и *кванторные* слова («некоторые», «все», «ни один» и т.д.) **Атрибутивные суждения** также называются категорическими суждениями, не допускающими иных толкований.

Атрибутивные суждения делятся на виды 1) *по качеству* и 2) *по количеству*.

По *качеству* атрибутивные суждения делятся на 1) *утвердительные* и 2) *отрицательные*. В утвердительных суждениях выражается принадлежность предмету некоторого признака, полное или частичное включение класса предметов в класс предметов или же принадлежность некоторого предмета классу предметов. В отрицательных суждениях выражается отсутствие у предмета некоторого признака, невключение класса предметов, части класса, предмета в некоторый класс предметов. Суждение «*Мать и мачеха является лекарственным растением*» - утвердительное, а «суждение «*В.С. Соловьев не является марксистом*» - отрицательное.

По *количеству* атрибутивные суждения делятся на 1) *единичные*, 2) *общие*, и 3) *частные*. **Единичным** называется суждение, в котором что-либо утверждается или отрицается об одном предмете. Например, «*Франция – европейская страна*». **Общим** называется суждение, в котором что-либо утверждается или отрицается обо всех предметах некоторого класса. Например, «*Все студенты, отсутствовавшие на лекциях, не будут допущены к экзаменам*»; «*ни один студент не является профессором*» и т.д. **Частным** называется суждение, в котором что-либо утверждается или отрицается о части предметов некоторого класса. Например, «*Некоторые агрономы являются учеными*»; «*некоторые студенты не являются отличниками*» и пр. В частных суждениях слово «некоторые» употребляется в смысле «по крайней мере один», а может быть и все», поэтому, например, суждение «*Некоторые камни не являются живыми существами*» истинно, так как ни один камень не является живым существом.

Атрибутивные суждения далее делятся на 1) **общеутвердительные**, 2) **общеотрицательные**, 3) **частноутвердительные** и 4) **частноотрицательные суждения**.

Общеутвердительное суждение – это суждение, которое по количеству является общим, а по качеству – утвердительным

(«**Все S суть P**»). Например, «*Все планеты вращаются по эллиптическим орбитам*».

Общеотрицательное суждение – это суждение, являющееся по количеству общим, а по качеству – отрицательным («**Ни один S не суть P**»). Например, «*Ни один кит не является рыбой*».

Частноутвердительное суждение – это суждение, являющееся по количеству частным, а по качеству – утвердительным («**Некоторые S суть P**»). Например, «*Некоторые студенты являются спортсменами*».

Частноотрицательное суждение – это суждение, являющееся по количеству частным, а по качеству – отрицательным («**Некоторые S не суть P**»). Например, «*Некоторые экономисты не являются банкирами*».

Эти виды суждений могут быть изображены с помощью круговых схем:

Схема **общеутвердительного суждения** («**Все S суть P**»):

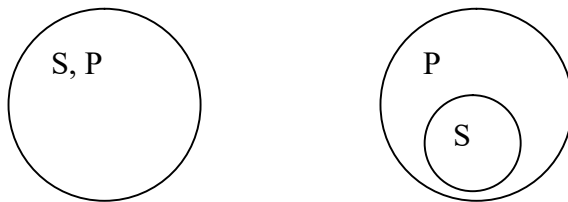


Схема **общеотрицательного суждения** («**Ни один S не суть P**»):

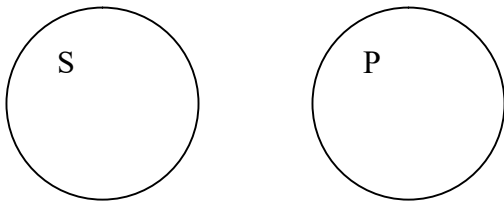


Схема **частноутвердительного суждения** («**Некоторые S суть P**»):

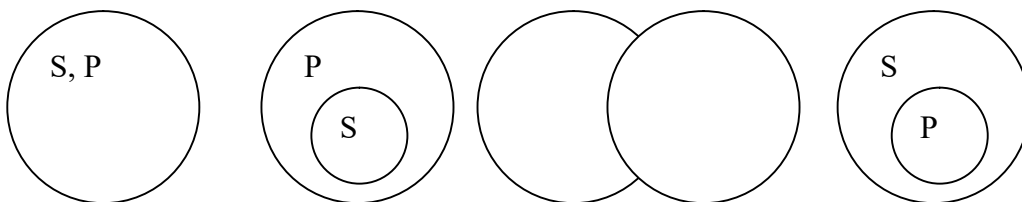
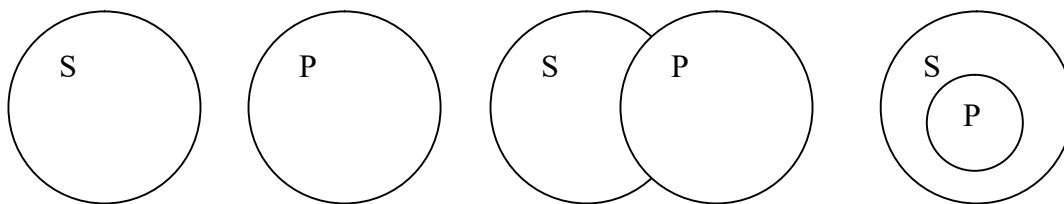


Схема **частноотрицательного суждения** («Некоторые S не суть P»):



3.1.2. Суждения об отношениях

Суждения, в которых говорится о том, что определенное отношение имеет место (или не имеет места) между элементами пар, троек и т.д. предметов, называются **суждениями об отношениях**. Таковыми, например, являются суждения: «Москва больше Калуги», «Волга больше Камы», «Петров выше Иванова», «Каждый агроном знает некоторого зоотехника лучше, чем некоторого учителя» и пр. **Суждения об отношениях** делятся по качеству на **утвердительные** и **отрицательные**. В **утвердительных** суждениях об отношениях говорится о том, что предметы находятся в определенном отношении. В **отрицательных** суждениях об отношениях говорится о том, что предметы не находятся в определенном отношении.

Суждения об отношениях делятся на виды также по количеству. Так, суждения о двухместных отношениях делятся по количеству на единично-единичные, обще-общие, частно-частные, единично-общие, единично-частные, обще-единичные, частно-единичные, обще-частные, частно-общие. Примеры таких суждений: «Петров старше Иванова» (единично-единичные), «Каждый студент нашей группы знает каждого преподавателя нашего факультета» (обще-общее); «Некоторые агрономы знают некоторых мелиораторов» (частно-частное); «Профессор Петров знает каждого студента первого курса агрохимического факультета» (единично-общее); «Сидоров изучает некоторые предметы» (единично-частное); «Все студенты изучают английский язык» (обще-единичное); «Некоторые студенты нашего факультета

изучают логику» (частно-единичное); «Каждый студент нашей группы знает некоторого профессора» (обще-частное); «Некоторые студенты нашей группы знают каждого преподавателя кафедры философии и социологии» (частно-общее). Аналогичным образом осуществляется деление на виды по количеству суждений о трехместных, четырехместных и т.д. отношениях. Так, суждение «Некоторые студенты гуманитарно-педагогического факультета знают некоторые древние языки лучше любого современного иностранного языка» (частно-частно-общее); «Каждый студент учетно-финансового факультета знает каждого студента своей группы лучше, чем каждого студента другой группы» (обще-обще-общее), и пр.

Кроме **атрибутивных** суждений и суждений **об отношениях**, иногда в качестве специальных видов простых суждений выделяют **суждения существования (экзистенциальные суждения)**, выражающие сам факт существования или несуществования предмета суждения («Внеземные цивилизации существуют», «На Земле уже нет некоторых видов животных») и **суждения тождества, т.е. равенства** (« $4 = 2 + 2$ »).

3.1.3. О распределенности терминов в суждениях

Рассмотренные нами выше атрибутивные суждения, не допускающие иных толкований, называются также **категорическими суждениями**. Классифицируя их по качеству и количеству, мы получаем общеутвердительные (А), общеотрицательные (Е), частноутвердительные (I) и частноотрицательные (O) суждения. В таких суждениях часто возникает необходимость выявить, распределены или нет их термины – субъект (S) и предикат (P). Итак, термин считается **распределенным**, если он используется в полном объеме. В противном же случае термин считается **нераспределенным**. Для начала возьмем **общеутвердительное суждение** типа А: «Все студенты (S) изучают логику (P)». В этом суждении субъект (все студенты) распределен, так как он взят (охвачен) в полном объеме. Предикат же (изучают логику) не распределен, так как он не взят в полном объеме. Не все изучающие

логику являются студентами, потому как логика преподается в гимназиях, некоторых средних учебных заведениях, слушателям курсов повышения квалификации, юридическим работникам и т.д.

В **общеотрицательных суждениях** распределены и субъект (S) и предикат (P). Возьмем, к примеру, суждение «*Ни один школьник не является профессором*». Здесь субъект и предикат взяты (охвачены) в полном объеме. Объему субъекта и предиката взаимно исключают друг друга. Ни один школьник не является профессором, и ни один профессор не является школьником.

В **частноутвердительных суждениях** не распределены ни субъект (S), ни предикат (P). В суждении «*Некоторые растения являются съедобными*» объемы субъекта и предиката лишь частично входят друг в друга.

В **частноотрицательных суждениях** субъект (S) не распределен, а предикат (P) распределен. В суждении «*Некоторые выпускники сельскохозяйственных вузов не являются агрономами*» субъект (S) не распределен, так как мыслится лишь часть выпускников сельскохозяйственных вузов, предикат же распределен, ибо в нем мыслятся все агрономы, ни один из которых не включен в ту часть выпускников, которая мыслится в субъекте.

3.1.4. Логический квадрат

Логический квадрат введен в научный оборот средневековым византийским мыслителем *Михаилом Псёллом*. Под «логическим квадратом» подразумевается наглядная схема, служащая для запоминания характера отношений между некоторыми видами суждений. Левый верхний угол в этом квадрате обозначается буквой А (общеутвердительное суждение); правый верхний угол – буквой Е (общеотрицательное суждение); левый нижний угол обозначается буквой I (частноутвердительное суждение), и правый нижний угол – буквой О (частноотрицательное суждение). Суждения А и I, а также Е и О находятся в отношении подчинения. Суждения А и Е составляют противоположности (контрарности), а суждения I и О находятся в отношении частичной

совместимости (субконтрарности). Наглядно схема логического квадрата выглядит следующим образом:



3.2. Сложные суждения

Выше уже говорилось о том, что суждения делятся на **простые** и **сложные**. **Простыми** называются суждения, ни одна составная часть которых не является суждением. Примером таких суждений могут служить атрибутивные суждения и суждения об отношениях.

Сложными называются суждения, в которых можно выделить части, являющиеся суждениями. Сложные суждения образуются из простых, а также из других сложных суждений с помощью логических союзов «если..., то...», «или», «и», «тогда и только тогда, когда...» («если и только если..., то...»).

Суждение, образованное из двух или более простых суждений при помощи логического союза «и», называется **соединительным (конъюнктивным)**. Например, «Судья дал свисток, и игра началась». Здесь два простых суждения объединены с помощью логического союза «и». Встречающийся в естественном языке союз

«и» употребляется в нескольких значениях. Возьмем суждения: «Идет дождь, и идет снег», «Иванов вышел на улицу и сломал ногу». Если в первом суждении можно переставить составляющие его простые суждения без изменения смысла суждения в целом, то во втором суждении этого сделать нельзя. В логике союз «и» имеет широкое применение и обозначается символом \wedge (читается «и»). Это – знак **конъюнкции**. Вот так выглядит таблица истинности для соединительного (конъюнктивного) суждения $p \wedge q$:

Таблица истинности соединительного (конъюнктивного) суждения:

p	q	$p \wedge q$
и	и	и
и	л	л
л	и	л
л	л	л

Применим указанную таблицу для суждения «Идет дождь, и идет снег». Как видно, два простых суждения с помощью логического союза «и» образовали данное сложное суждение. Обозначим первую часть сложного суждения («идет дождь») символом **p**, а вторую часть («идет снег») – символом **q**. Тогда исходное суждение будет иметь следующую форму: $p \wedge q$. Как видно из таблицы, формула $p \wedge q$ истинна только тогда, когда одновременно истинны **p** и **q**. Во всех остальных случаях формула будет ложной.

*Суждение, образованное из двух или более простых суждений при помощи логического союза «или», называется **разделительным (дизъюнктивным)***. Важно выделить два значения союза «или». Союз, употребляемый в одном смысле, обозначается символом \vee (читается «или»), называется знаком **нестрогой дизъюнкции** (или просто знаком **дизъюнкции**), а союз, употребляемый в другом смысле, обозначается символом $\underline{\vee}$ (читается «или..., или...»), называется знаком **строгой дизъюнкции** и обозначается символом $\underline{\vee}$. Суждения с этими союзами соответственно называются **дизъюнктивными** и **строгими – дизъюнктивными**. Таблицы истинности для них следующие:

Таблица истинности разделительного (нестрого дизъюнктивного) суждения:

р	q	$p \vee q$
и	и	и
и	л	и
л	и	и
л	л	л

Таблица истинности разделительного (строго дизъюнктивного) суждения:

р	q	$p \vee\!/\! q$
и	и	л
и	л	и
л	и	и
л	л	л

Примеры нестрого – дизъюнктивного и строго – дизъюнктивного суждений: «Петров является студентом, или Петров является спортсменом» (нестрогая дизъюнкция), «Иванов совершил это преступление, или Иванов не совершил этого преступления» (строгая дизъюнкция).

Суждение, образованное из двух простых суждений при помощи логического союза «**если..., то...**», называется **условным (имплицативным)**. Для определения условного суждения следует охарактеризовать необходимые и достаточные условия. Условие называется необходимым для данного события (действия), если при его отсутствии это событие не происходит. Например, «Наличие атмосферы является необходимым условием для возникновения на Земле высокоорганизованной живой материи, так как в случае отсутствия атмосферы эти виды не могли бы возникнуть». Условие называется достаточным для данного события (действия), если всякий раз, когда имеется это условие, событие происходит. Например, «выпадение дождя является достаточным условием для того, чтобы крыши домов были мокрыми». Условия могут быть «достаточными, но не необходимыми».

ми», «необходимыми, но недостаточными», «необходимыми и достаточными». Например, делимость числа X на 3 и 4 является необходимым и достаточным условием его делимости на 12, делимость числа X на 3 является необходимым, но недостаточным условием его делимости на 12, делимость числа X на 4 является достаточным, но не необходимым условием его делимости на 2.

В условном суждении выделяется **основание (антецедент)** и **следствие (консеквент)**. **Основанием** называется та часть условного суждения, которая находится между словом «если» и словом «то». Та часть условного суждения, которая находится после слова «то», называется **следствием**. В суждении «*Если Иванов – агроном, то он знает основы земледелия*» основанием является суждение «*Иванов- агроном*», а следствием – «*он знает основы земледелия*».

Условным называется суждение, в котором событие, описываемое основанием, является достаточным условием для события, описываемого следствием. В современной логике широко используется союз «**если..., то...**», обозначаемый знаком \supset . Этот знак называется знаком импликации, а суждение с этим союзом – имплицативным. Основание имплицативного суждения называется *антецедентом*, а следствие – *консеквентом*. Вот так выглядит таблица истинности для условного (имплицативного) суждения:

Таблица истинности условного (имплицативного) суждения:

р	q	$p \supset q$
и	и	и
и	л	л
л	и	и
л	л	и

Суждения, образованные из двух или более простых суждений с помощью логического союза «если и только если..., то...» («тогда и только тогда..., когда...»), является суждением эквивалентности. Суждение эквивалентности иногда по форме совпадает с условным суждением. В таких случаях встает задача уста-

новить, является ли условное суждение одновременно и суждением эквивалентности.

Условное суждение является суждением **ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ**, если событие, описываемое основанием, является достаточным и необходимым условием для события, описываемого следствием. Например, «*Вода закипает тогда и только тогда, когда ее температура достигает 100 градусов*». В суждениях эквивалентности событие, описываемого следствием (если суждение эквивалентности по форме совпадает с условным суждением), также является достаточным и необходимым условием для события, описываемого основанием условного суждения. Союз «**если и только если..., то...**» («**тогда и только тогда..., когда...**»), обозначается символом \Leftrightarrow (или \equiv), называемым знаком эквивалентности.

Вот так выглядит таблица истинности для суждения эквивалентности:

Таблица истинности суждения эквивалентности:

р	q	$p \Leftrightarrow q$
и	и	и
и	л	л
л	и	л
л	л	и

К сложным относится также суждение, образованное из простого суждения посредством отрицания. Отрицание обозначается символом \neg , называемым **знаком отрицания**. Таблица истинности:

р	$\neg p$
и	л
л	и

Знак отрицания читается так: «**не**», «**неверно, что...**». Например, если суждение «*Иванов – студент*» истинно, то его отрицание – «*Иванов - не студент*» будет ложным, и наоборот.

3.3. Модальные суждения

Рассмотренные нами выше атрибутивные суждения и суждения об отношениях, а также образованные из них сложные суждения принято называть **ассерторическими**¹⁰ (т.е. просто являются утверждениями и отрицаниями) суждениями. Кроме них еще используют сильные или слабые утверждения и отрицания.

Как уже говорилось, суждение как форма мышления содержит основную и дополнительную информацию. Основная информация содержится в субъекте и предикате суждения, в логической связке и кванторе. Что касается дополнительной информации, то она относится к оценочным характеристикам, логическому или фактическому статусу суждения. Такая информация называется **модальностью** суждения. Таким образом, **модальность** – это явно или неявно выраженная в суждении дополнительная информация о степени его обоснованности, логическом или фактическом статусе, оценочных и других характеристиках. Выделяют три основных типа модальностей: 1) **алетическая** модальность, 2) **деонтическая** модальность и 3) **эпистемическая** модальность.

3.3.1. Алетическая модальность

Суждения, образованные из других суждений путем характеристики описываемых в них положений дел в качестве необходимых, случайных, возможных называются **алетическими**¹¹ **модальными суждениями**. Выражения «необходимо», «случайно», «возможно» («невозможно») называются алетическими модальными выражениями. Алетические модальности делятся на **логические** и **фактические** (физические). **Логически возможно то, что не противоречит законам логики**. Соответственно, можем сказать, что не все логически возможное фактически также возможно. Например, мы знаем, что на Луне жизнь невозможна

¹⁰ *Ассерторический* – установленный, достоверный. Ассерторическое суждение утверждает нечто реально существующее, установленное, достоверное.

¹¹ *Алетический* – истинный (греч.).

(фактически), но утверждение «На Луне есть жизнь» не противоречит законам логики, и, следовательно, логически возможно, что на Луне есть жизнь. **Фактически возможно то, что не противоречит законам природы и общества** (Фактически возможно, что все студенты нашей группы являются спортсменами).

Логически необходимо то, что является законом логики (Логически необходимо, что сейчас идет снег или не идет снег). **Фактически необходимы законы природы и общества, и логические следствия из них** (Фактически необходимо, что треугольник является остроугольным, прямоугольным или тупоугольным).

Алетические модальные суждения выражаются с помощью логических операторов: «необходимо» (\Box), «возможно» (\Diamond). Суждение «Возможно, что на Марсе есть жизнь» имеет форму $\Diamond p$.

3.3.2. Деонтическая модальность

Под **деонтической**¹² модальностью подразумевается характеристика поступков, действий людей в обществе. Это различные нормативные высказывания, правовые нормы и т.д. К **деонтической** модальности относятся такие выражения как «обязательно» (**O**), «разрешено» (**P**), «запрещено» (**F**), «безразлично» и пр. Действие, подлежащее исполнению, обозначается символом **d**. Например, суждение «На семинарских занятиях по логике разрешено пользоваться материалами лекций» имеет форму **P (d)**.

3.3.3. Эпистемическая модальность

Эпистемическая¹³ модальность характеризует наше знание. Под **эпистемической** модальностью подразумевается выраженная в суждении информация о его обоснованности степени

¹² Термин *деонтическая* (*deon*) имеет греческое происхождение и означает «обязанность», «долг».

¹³ Выражение *эпистема* происходит от греческого слова *episteme*, что означает «знание».

его достоверности. К ним относятся выражения «доказано», «опровергнуто», «недоказуемо», «опровержимо» и пр. Различают два вида **эпистемических** суждений: а) основанные на мнениях, выражающих **веру** и б) логически обоснованные, выражающие **знание**.

К первому виду (**вере**) относятся суждения, выражающие мнения авторитетов, сложившиеся в обществе стереотипы, внушения и т.д., которые приводят к стихийному, некритическому принятию чужих (т.е. необоснованных) мнений. Такие суждения, принятые, как правило, без критического осмысления, зачастую носят иррациональный характер и оцениваются как реакционные.

Ко второму виду (**знанию**) относятся суждения, являющиеся логически обоснованными. По степени обоснованности полученного знания, различают два класса суждений: 1) **достоверные** и 2) **проблематичные**. **Достоверные суждения** – это суждения, содержащие твердо установленную информацию. Например, «Доказано, что все планеты вращаются по эллиптическим орбитам». **Проблематичные суждения** – это суждения, истинность или ложность которых точно не установлена. Показателями проблематичности таких суждений являются выражения «повидимому», «вероятно», и пр. Например, «Вероятно, что существуют белые дыры».

Достоверные и проблематичные суждения принято выражать с помощью логических операторов. Например, «доказано» или «верифицировано» - **V**; «опровергнуто» или «фальсифицировано» - **F**. Суждение «Доказано, что все планеты вращаются по эллиптическим орбитам» в символической форме выглядит так: **Vp**, т.е. «доказано, что p». Что касается проблематичных суждений, то их принято обозначать через оператора «вероятно» - **P**. Суждение «Вероятно, что существуют белые дыры» имеет вид **Pp**, и читается как «вероятно, что p».

Кроме указанных основных типов модальностей иногда выделяют такие типы модальностей как **аксиологическая** модальность, **временная** модальность и др. Операторами этих модальностей выступают выражения «хорошо», «плохо», «превосходно» (аксиологическая модальность), «всегда», «раньше», «позже», «никогда» (временная модальность). Например, «Хорошо, что я

посещал все лекции по логике»; «Раньше мне нравились прогулки под дождем».

3.4. Выражение суждений на языке логики предикатов

Современная логика имеет в своем арсенале несколько языков, позволяющих избегать двусмысленности языковых выражений, и осуществить проверку правильности рассуждений. Одним из них является язык логики предикатов. Отличительной особенностью логики предикатов от логики высказываний является то, что, она, в отличие от последних, обращает внимание на внутреннюю структуру простых высказываний. Определение логики предикатов и логики высказываний дано выше. Повторим еще раз:

Логика предикатов – это логическая система, рассматривающая процесс рассуждения с учетом внутренней структуры высказываний.

Логика высказываний – это логическая система, опираясь на истинностные характеристики логических связей, рассматривает процесс рассуждения с отвлечением от внутренней структуры высказываний.

Алфавит языка логики предикатов включает следующие виды знаков (символов):

a, b, c, d, ... - индивидные или предметные константы (символы для единичных имен);

x, y, z, ... индивидные или предметные переменные (символы для единичных имен предметов);

P, Q, R, S, ... - предикатные переменные (символы для предикатов);

p, q, r, s, ... - пропозициональные переменные (символы для высказываний);

\forall, \exists - символы для количественной характеристики высказываний; их называют кванторами: \forall - квантор общности; он символизирует выражения – «все, каждый, всякий, и пр.; \exists - квантор существования; он символизирует выражения – «некоторый, иногда, бывает, существует, и пр.

логические связи:

\wedge - конъюнкция (союз «и»);

\vee - дизъюнкция (союз «или»);

$\supset (\rightarrow)$ - импликация (союз «если..., то...»);

\Leftrightarrow - эквиваленция, или двойная импликация (союз «если и только если..., то...»);

\neg - отрицание («неверно, что...»);

Технические знаки языка: () - скобки; - запятая.

Других знаков в алфавите нет.

Правильно построенное выражение языка логики предикатов называется формулой (коротко - ППФ, т.е. правильно построенная формула). Определение формулы:

1) пропозициональная переменная является формулой; 2) если A - предикаторная переменная, а α - индивидуальная переменная или индивидуальная константа, то $A(\alpha)$ - формула; 3) Если B и C - формулы, α - индивидуальная переменная, то $\neg B$, $(B \wedge C)$, $(B \vee C)$, $(B \supset C)$, $(B \Leftrightarrow C)$, $\forall \alpha (B)$, $\exists \alpha (C)$ - формулы; 3) ничто иное не есть формула.

Для выявления логической формы суждений (для выражения их на языке логики предикатов) необходимо заменить дескриптивные термины переменными символами. Одновременно с заменой дескриптивных терминов переменными переводим суждения на язык логики предикатов. Например, требуется выявить логические формы суждений: «Петров является смертным существом», «Все люди суть смертные существа», «Ни один человек не является смертным существом», «Некоторые люди суть смертные существа», «Некоторые люди не суть смертные существа», и выразить их на языке логики предикатов. Получаем следующие формы рассматриваемых суждений: «а суть Р», «Все S суть Р», «Ни одно S не суть Р», «Некоторые S суть Р», «Некоторые S не суть Р». Если переведем на язык символов, то получим следующую картину:

$P(a)$,

$\forall x(S(x) \supset P(x))$,

$\forall x(S(x) \supset \neg P(x))$,

$\exists x(S(x) \wedge P(x))$,

$\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$.

Эти формулы соответственно читаются: «Р от а», «для всех x, если S от x, то Р от x», «для всех x, если S от x, то не -Р от x», «су-

существует x такой, что S от x и P от x », «существует x такой, что S от x и не $\neg P$ от x ».

Теперь, предположим, от нас требуется выразить на языке логики предикатов логическую форму суждения «*Каждый философ знает некоторого биолога*». Преобразуем в форму «*Каждый философ суть знающий некоторого биолога*». Заменяем предикаторы «*философ*» и «*знающий некоторого биолога*» символами S и P .

$$\forall x(S(x) \supset P(x))$$

Эта формула не полностью выражает логическую форму исходного суждения. Для полного выявления логической формы исходного суждения выявим логическую форму выражения «*суть знающий некоторого биолога*». Заменяем предикатор «*знающий*» переменной R , а предикатор «*биолог*» - переменной Q . Тогда получим формулу:

$$\exists y(Q(y) \wedge R(x,y)).$$

Форма исходного суждения выражается формулой:

$$\forall x(S(x) \supset \exists y(Q(y) \wedge R(x,y))).$$

Квантор существования можно вынести за внешнюю скобку:

$$\forall x \exists y(S(x) \supset (Q(y) \wedge R(x,y))).$$

Формулами $S(x)$, $Q(y)$, $R(x,y)$ заменяются предикаты «... *суть человек*», «...*суть биолог*», «...*знает...*», при этом вместо пустых мест предикатов ставятся индивидуальные переменные. Исходя из вышеизложенного, можно определить стандартный способ выявления логической формы суждений об отношениях и выражения ее на языке логики предикатов. Для этого нужно:

- 1) заменить предикаторы переменными символами;
- 2) заменить кванторные слова, т.е. слова, указывающие количество («все», «некоторые» и др.), кванторами и выписать кванторы с относящимися к ним переменными в порядке вхождения кванторных слов в предложение, выражающее суждение;
- 3) выписать формулу, заменяющую первый (по смыслу) предикат, поставив перед ней левую скобку;
- 4) если индивидуальная переменная формулы, заменяющей первый предикат, связана с квантором общности, то поставить после нее знак импликации, если же она связана с квантором сущест-

вования, то поставить после нее знак конъюнкции; после знака импликации и знака конъюнкции поставить левую скобку;

5) если индивидуальная переменная формулы, заменяющей второй (по смыслу) предикат, связана с квантором общности, то выписать ее и поставить после нее знак импликации, если же она связана квантором существования, то выписать ее и поставить после нее знак конъюнкции; после знака импликации или знака конъюнкции поставить левую скобку, и т.д. После формулы, заменяющей последний предикат, поставить необходимое число правых скобок.

Воспользуемся описанным способом для выявления логической формы суждения «*Некоторые садоводы знают каждого агронома лучше, чем каждого учителя*». Заменяем предикаторы «садовод», «знающий лучше, чем», «агроном», «учитель» соответственно переменными S, R, P, Q.

На языке логики предикатов получим следующую формулу:

$\exists x \forall y \forall z (S(x) \wedge (P(y) \supset (Q(z) \supset R(x,y,z))))$. Возьмем другой пример: «*Каждый зоотехник знает некоторых ветеринаров лучше, чем некоторых врачей*». На языке логики предикатов данное суждение будет выглядеть следующим образом:

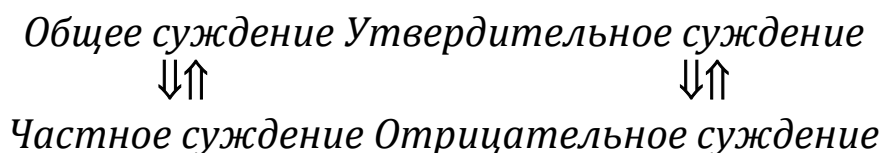
$\forall x \exists y \exists z (S(x) \supset (P(y) \wedge (Q(z) \wedge R(x,y,z))))$.

3.5. Отрицание суждений.

3.5.1. Отрицание простых суждений

Отрицанием суждения является такое преобразование его структуры, в результате которого *исходное истинное суждение превращается в ложное, а исходное ложное суждение – в истинное*. Возьмем суждение «*Все студенты нашего факультета – отличники*». Но есть люди, которые могут не согласиться с этим утверждением: «*Неверно, что все студенты нашего факультета – отличники*». Кто же тогда прав? Какое суждение является отрицанием первого суждения? Отрицанием является суждение «*Некоторые студенты нашего факультета не являются отличниками*». Таким образом, отрицанием общеутвердительного суждения является частноотрицательное суждение. При отрицании

атрибутивного суждения меняются его качество и количество. Отрицая общее суждение, получаем частное, и наоборот, отрицая частное, получаем общее. Отрицая утвердительное суждение, получаем отрицательное, и наоборот, отрицая отрицательное, получаем утвердительное. Схематически это выглядит следующим образом:



Запоминанию отрицания атрибутивных суждений помогает нарисованный выше логический квадрат. По углам логического квадрата расставлены буквы, которыми обозначаются атрибутивные суждения различных видов. Общеутвердительное суждение обозначается буквой **A**, общеотрицательное – буквой **I**, частноутвердительное – буквой **E**, частноотрицательное – буквой **O**. Результатом отрицания суждения, обозначаемого некоторой буквой, является суждение, обозначаемое буквой, расположенной по диагонали от этой буквы. Например, «*Некоторые врачи не имеют высшего образования*». Это - частноотрицательное суждение, и обозначено буквой **O**. По диагонали от этой буквы, у противоположного угла квадрата стоит буква **A**. Следовательно, результатом отрицания данного суждения является суждение «*Все врачи имеют высшее образование*».

При отрицании суждений об отношениях их качество и количество, так же, как и при отрицании атрибутивных суждений, меняются на противоположные. К примеру, нам нужно отрицать суждение «*Каждый почвовед знает некоторого агрохимика*». Это суждение по качеству – утвердительное, а по количеству - общее-частное. Следовательно, в результате отрицания этого суждения мы должны получить суждение по качеству – отрицательное, а по количеству – частно-общее. Таким суждением является суждение: «*Некоторые почвоведы не знают ни одного агрохимика*». Теперь выразим эти суждения на языке логики предикатов. Для первого суждения получим следующую формулу:

$$\forall x \exists y (S(x) \supset (P(y) \wedge R(x,y))).$$

Чтобы получить формулу, выражающую логическую форму суждения, являющегося отрицанием исходного суждения, необходимо преобразовать формулу, выражающую логическую форму исходного суждения, следующим образом:

а) заменить кванторы на противоположные, т.е. все кванторы общности заменить на кванторы существования, а все кванторы существования на кванторы общности;

б) все знаки импликации заменить на знаки конъюнкции, а все знаки конъюнкции – на знаки импликации;

в) перед переменной, подставленной вместо предикатора, представляющего отношение, поставить знак отрицания. Если же перед этой переменной уже стоит знак отрицания – опустить его.

В результате такого преобразования исходной формулы получаем формулу

$$\exists x \forall y (S(x) \wedge (P(y) \supset \neg R(x,y))).$$

3.5.2. Отрицание сложных суждений

Результатом *отрицания конъюнктивного суждения* является *дизъюнктивное суждение*, в котором составляющие суждения являются отрицаниями составляющих суждений конъюнктивного суждения. Например, дано суждение «Идет дождь, и идет снег». В результате отрицания мы получим суждение: «Не идет дождь или не идет снег». Таким образом, отрицая суждение формы $p \wedge q$, получаем суждение формы $\neg p \vee \neg q$

Результатом *отрицания дизъюнктивного суждения* является *конъюнктивное суждение*, в котором составляющие суждения являются отрицаниями составляющих суждений дизъюнктивного суждения. Результатом отрицания суждения «Идет дождь или идет снег» является суждение «Нет дождя и нет снега». Отрицая суждение формы $p \vee q$, получаем суждение формы $\neg p \wedge \neg q$.

Результатом *отрицания имплицативного суждения* является *конъюнктивное суждение*, в котором одним из составляющих суждений является антецедент исходного суждения, а вторым – отрицание консеквента исходного суждения. Например, отрицая

суждение «Если Петров является студентом, то он изучает иностранный язык», получим конъюнктивное суждение «Петров является студентом и не изучает иностранного языка», т.е. отрицая суждение формы $p \supset q$, получаем суждение формы $p \wedge \bar{q}$.

Вопросы для повторения:

1. Что такое суждение? Чем оно отличается от предложения?
2. Что такое высказывание? Почему оно всегда осмысленно?
3. Какие существуют виды суждений? Какие суждения называются простыми?
4. Что такое субъект и предикат суждения? Приведите примеры.
5. Что представляют собой категорические суждения?
6. Что такое сложные суждения и чем они отличаются от простых суждений? Какие существуют виды сложных суждений?
7. Что такое модальность суждений? Какие существуют виды модальностей?
8. Как выявляется логическая форма простых и сложных суждений?
9. Назовите основные принципы отрицания простых и сложных суждений.

Упражнения:

1. Укажите предложения, выражающие суждения.
 - 1.1. Встать! Суд идет!
 - 1.2. Верно ли, что Париж является столицей Франции?
 - 1.3. Каждый студент изучает какой-нибудь иностранный язык.
 - 1.4. Кто сегодня дежурный?
2. Какими по количеству и качеству являются следующие суждения об отношениях?
 - 2.1. Иванов выше Петрова.
 - 2.2. Тула расположена южнее Москвы.
 - 2.3. Каждый агроном знает какого-нибудь ветеринара.

2.4. Некоторые зоотехники знают некоторых агрономов лучше, чем некоторых философов.

2.5. Каждый логик знает некоторых философов лучше, чем каждого математика.

2.6. Некоторые студенты нашего факультета сдали все экзамены.

2.7. Производитель обязан поставить получателю все комплектующие изделия в срок до 21 декабря по каждому из указанных в договоре адресов.¹⁴

3. Установите вид сложного суждения, укажите составляющие его простые суждения, запишите суждения с помощью логических символов, используя логические связки.

3.1. Волков бояться – в лес не ходить.

3.2. Если вечером пойдет снег, то утром будут заморозки.

3.3. Петров является студентом или Петров является спортсменом.

3.4. Иванов совершил это преступление или Иванов не совершил этого преступления.

3.5. Жалеть коня - истомить себя.

3.6. Дом невелик, да стоять (лежать) не велит.

4. Можно ли заменить союз «если..., то...» на союз «если и только если..., то...» в следующих суждениях, сохраняя истинность исходных суждений?

4.1. Если вода закипает, то ее температура достигла 100 градусов.

4.2. Если Петров студент, то он изучает какой-нибудь иностранный язык.

4.3. Если золото – металл, то оно электропроводно.

4.4. Если вода замерзла, то ее температура опустилась ниже 0°.

4.5. Если сверкает молния, то гремит гром.

5. Произведите отрицание следующих простых суждений:

5.1. Все агрономы имеют высшее образование.

¹⁴ Ивлев Ю.В. Логика. Сборник упражнений. – М.: 2004. С. 37.

5.2. Некоторые студенты не изучают ни одного иностранного языка.

5.3. Ни один ветеринар не имеет высшего образования.

5.4. Каждый агрохимик знает какого-нибудь агронома.

5.5. Каждый студент знает некоторых преподавателей лучше, чем каждого зоотехника.

6. Произведите отрицание следующих сложных суждений:

6.1. Все бакалавры изучают логику, и все магистры изучают логику.

6.2. Петров является студентом или Петров является спортсменом.

6.3. Если Иванов – студент, то он посещает занятия.

6.4. И солдат спит и служба идет.

6.5. Каникулы студенты проводят дома или в составе стройотрядов.

6.6. Некоторые студенты не изучают логику, или некоторые аспиранты не сдают кандидатского минимума по истории и философии науки.

7. Определите алгебраическую модальность суждений, вставив вместо точек выражения «логически» или «фактически».

7.1. ... необходимо, что все планеты вращаются по эллиптическим орбитам.

7.2. ... необходимо, что сила действия равна силе противодействия.

7.3. ... необходимо, что всякая мысль тождественна самой себе.

7.4. ... возможно, что Земля является центром Галактики.

7.5. ... возможно, что на Венере есть жизнь.

8. Переведите на язык логики предикатов следующие суждения:

8.1. Некоторые агрономы знают каждого зоотехника.

8.2. Каждый студент знает какого-нибудь преподавателя.

8.3. Некоторые студенты знают некоторых преподавателей лучше, чем каждого врача.

8.4. Каждый философ знает некоторых логиков лучше, чем каждого агронома.

8.5. Некоторые математики знают некоторых физиков лучше, чем некоторых логиков.

8.6. Некоторые студенты не знают ни одного преподавателя.

ГЛАВА IV. ДЕДУКТИВНЫЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ

4.1. Умозаключение как форма мышления. Состав и виды умозаключений

Особенность процесса познания состоит в том, что он сопровождается получением нового знания. Часть получаемого знания имеет непосредственный характер – она есть результат воздействия на наши органы чувств предметов окружающего нас мира. Но большую часть знаний мы получаем выводным путем – из уже имеющихся знаний. Умозаключения представляют собой логическую форму таких знаний.

Умозаключение – это форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений выводится новое суждение.

Любое умозаключение состоит из **1) посылок, 2) заключения и 3) вывода**. **Посылками** умозаключения называют исходные суждения, из которых выводится новое суждение. **Заключением** называется новое суждение, полученное логическим путем из посылок. Логический переход от *посылок* к заключению называется **выводом**. Например,

Все студенты агрономического факультета изучают биологию.

Иванов – студент агрономического факультета.

Иванов изучает биологию.

Умозаключения делятся на следующие виды:

1. В зависимости от строгости правил вывода различают: **а) демонстративные (необходимые)** и **б) недемонстративные (правдоподобные)** умозаключения. В демонстративных умозаключениях заключение с необходимостью следует из посылок, т.е. логическое следование представляет собой логический закон. В недемонстративных умозаключениях правила вывода обеспечивают лишь вероятностное следование заключения из посылок.

2. По направленности логического следования, т.е. по характеру связи между знанием различной степени общности, выраженным в посылках и заключении, различают три вида умозаключений: *а) дедуктивные, б) индуктивные и в) умозаключения по аналогии.*

Дедуктивными (от латинского *deduction* – «выведение») называются умозаключения, в которых переход от общего знания к частному является логически необходимым. Другими словами, дедуктивными являются умозаключения, в которых из исходных истинных посылок получаем истинные заключения.

3. В зависимости от количества посылок дедуктивные выводы из категорических суждений делятся на: *а) непосредственные*, в которых заключение выводится из одной посылки, и *б) опосредованные*, в которых заключение выводится из двух посылок.

4.2. Дедуктивные умозаключения: выводы логики высказываний

Различают два вида дедуктивных умозаключений: *а) умозаключения, основанные на логических связях между высказываниями (выводы логики высказываний, в которых внутренняя структура простых суждений не учитывается), и б) умозаключения, основанные на логических связях между терминами высказываний (непосредственные умозаключения и категорический силлогизм, в которых выводы основываются как на связях между высказываниями, так и на внутренней структуре простых высказываний).*

4.2.1. Условно-категорические умозаключения

Рассмотрим выводы логики высказываний. Одним из них являются *условно-категорические умозаключения*. Этому виду умозаключений соответствует правило вывода:

1) $p \supset q, p$ (**modus ponens** – утверждающий модус)

2) $p \supset q, \neg q$
 $\neg p$ (**modus tollens** – отрицающий модус)

Примеры умозаключений этих модусов:

Если идет дождь, то крыши домов мокрые. Идет дождь.

Крыши домов мокрые (пример утверждающего модуса).

Если идет дождь, то крыши домов мокрые. Крыши домов не мокрые

Не идет дождь (пример отрицающего модуса)

Условно-категорическим называется умозаключение, в котором одна из посылок является условным суждением, а другая – категорическим суждением. Заключение условно-категорического умозаключения - также категорическое суждение. Модус утверждающий (в умозаключениях этого модуса ход мысли направлен от утверждения антецедента имплицативного суждения к утверждению консеквента имплицативного суждения) и модус отрицающий (в умозаключениях отрицающего модуса ход мысли направлен от отрицания консеквента к отрицанию антецедента имплицативного суждения) являются правильными. Связь между посылками и заключением в умозаключениях этих модусов представляет собой *логический закон*. Два других возможных модуса условно-категорических умозаключений (модус, к которому относятся умозаключения, в которых ход мысли направлен от отрицания антецедента к отрицанию консеквента имплицативного суждения, и модус, к которому относятся умозаключения, в которых ход мысли направлен от утверждения консеквента к утверждению антецедента имплицативного суж-

дения) являются неправильными. Формы умозаключений этих модусов выглядят так:

$$\frac{p \supset q, \neg p}{\neg q}$$

$$\frac{p \supset q, q}{p}$$

Эти формулы не являются правилами вывода логики высказываний. Например, следующий вывод не будет правильным:

Если Петров является студентом, то он изучает философию. Петров изучает философию.

Петров является студентом. Возьмем другой пример, который также не является правильным:

Если Иванов является агрономом, то он имеет сельскохозяйственное образование. Иванов не является агрономом.

Иванов не имеет сельскохозяйственного образования.

Рассмотренные выше формы рассуждений называются **правилами прямого вывода**.

Условно-категорическими считаются также умозаключения, в которых условные суждения являются одновременно и суждениями эквивалентности. Этому виду умозаключения соответствуют правила вывода:

$$\frac{p \equiv q, p}{q}$$

$$\frac{p \equiv q, q}{p}$$

$$\frac{p \equiv q, \neg p}{\neg q}$$

$$\frac{p \equiv q, \neg q}{\neg p}$$

Таким образом, если удастся установить, что в условно-категорическом умозаключении условное суждение является, кроме того, и суждением эквивалентности, то это умозаключение является правильным и тогда, когда в нем ход мысли направлен от утверждения следствия к утверждению основания, а также и тогда, когда ход мысли направлен от отрицания основания к отрицанию следствия.

4.2.2. Разделительно-категорические умозаключения.

Этим умозаключениям соответствуют четыре правила вывода:

(**modus ponendo-tollens** – утверждающе-отрицающий модус)

$$1) \begin{array}{l} p \vee q, q \\ \neg p \end{array}$$

$$2) \begin{array}{l} p \vee q, p \\ \neg q \end{array}$$

(**modus tollendo-ponnens** – отрицающе-утверждающий модус):

$$3) \begin{array}{l} p \vee q, \neg p \\ q \end{array}$$

$$4) \begin{array}{l} p \vee q, \neg q \\ p \end{array}$$

$$5) \begin{array}{l} p \vee q, \neg p \\ \underline{q} \end{array}$$

$$6) \begin{array}{l} p \vee q, \neg q \\ \underline{p} \end{array}$$

Как видно их схемы, в умозаключениях типа *modus ponendo-tollens* имеет место только строгая дизъюнкция.

Пример такого модуса:

Студенты находятся на каникулах или сдают экзамены. Студенты сдают экзамены. Следовательно, студенты не находятся на каникулах.

4.2.3. Дилеммы

Слово «дилемма» имеет греческое происхождение и означает «два (*di*) предположения (*лемма*)». Дилемма представляет собой умозаключение, состоящее из трех посылок, две из которых – условные суждения, а третья – разделительное суждение. Дилеммы делятся на *простые* и *сложные*, *конструктивные* и *деструктивные*.

Простая конструктивная дилемма Сложная конструктивная дилемма

$$\frac{A \supset C, B \supset C}{\frac{A \vee B}{C}}$$

$$\frac{A \supset B, C \supset D}{\frac{A \vee C}{B \vee D}}$$

Простая деструктивная дилемма *Сложная деструктивная дилемма*

$$\frac{A \supset B, A \supset C}{\frac{\neg B \vee \neg C}{\neg A}}$$

$$\frac{A \supset B, C \supset D,}{\frac{\neg B \vee \neg D}{\neg A \vee \neg C}}$$

В качестве примера простой конструктивной дилеммы можно привести следующее рассуждение:

Если идет дождь, то крыши домов мокрые.

Если идет снег, то крыши домов мокрые.

Идет дождь или идет снег.

Крыши домов мокрые.

4.2.4. Простая и сложная контрапозиции. Транзитивность

Слово «контрапозиция» (лат. *contrapositio*) означает «противоположение», т.е. если из первого суждения следует второе, то из отрицания второго следует отрицание первого.

Простой контрапозиции соответствует правило вывода:

$$\frac{A \supset B}{\neg B \supset \neg A}$$

Согласно этому правилу, связь между имплицативным суждением и суждением, полученным из него путем отрицания антецедента и консеквента и перестановки их местами, представляет собой логический закон, т.е. между исходным и полученным суждениями имеет место отношения логического следования.

Другими словами, если из высказывания **p** следует высказывание **q**, то из отрицания высказывания **q** следует отрицание высказывания **p**. Например,

Если Иванов является агрономом, то он имеет сельскохозяйственное образование.

Если Иванов не имеет сельскохозяйственного образования, то он не является агрономом.

Сложной контрапозиции соответствует правило вывода:

$$\frac{(A \wedge B) \supset C}{(A \wedge \neg C) \supset \neg B}$$

Например,

Если идет дождь и идет снег, то крыши домов мокрые

Если идет дождь и крыши домов не мокрые, то нет снега.

Транзитивность:

$$\frac{A \supset B, B \supset C}{A \supset C}$$

Например,

Если будет засуха, то урожай зерновых погибнет. Если урожай зерновых погибнет, то цены на хлеб повысятся

Если будет засуха, то цены на хлеб повысятся.

4.3. Систематическое построение логики высказываний

В логике используются два основных способа построения логики высказываний: **1)** *табличное построение логики высказы-*

ваний; 2) исчисление высказываний, система натурального вывода.

4.3.1. Табличное построение логики высказываний

В логике высказываний простые высказывания, т.е. такие, в которых не выделяются части, в свою очередь являющиеся высказываниями, рассматриваются как нечто целое. Их внутренняя структура не анализируется. В силу этого логика высказываний не располагает средствами, которые позволяли бы определять правильность рассуждений, в которых вывод осуществляется за счет преобразования внутренней структуры простых высказываний. Например, средствами логики высказываний нельзя определить правильность рассуждения:

Все юристы - адвокаты.

Некоторые адвокаты являются юристами.

Алфавит языка логики высказываний был показан выше. Добавим только определение правильно построенного выражения языка символов:

а) пропозициональная переменная есть формула;

б) если A есть формула и B есть формула, то $\neg A$, $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \supset B)$, $(A \Leftrightarrow B)$ - формулы;

в) ничто иное не есть формула.

Выражения $(p \wedge q)$, $\neg p$, r являются формулами, а выражения $(p \vee q) \supset$, $r \Leftrightarrow$, не являются формулами. Далее примем некоторые соглашения об опускании скобок в формулах. Принято считать, что знак \neg связывает теснее, чем знаки \wedge , \vee , \supset , \equiv ; знак \wedge теснее, чем \vee , \supset , \equiv ; \vee теснее, чем \supset , \equiv ; знак \supset теснее, чем \equiv .

Исходя из вышесказанного, попробуем восстановить скобки в формуле $p \wedge q \supset r$. Мы уже знаем, что союз \wedge связывает сильнее, чем союз \supset . Поэтому скобки ставим так: $(p \wedge q) \supset r$.

С формулами таблицы истинности мы уже знакомы. Поэтому здесь останавливаться не будем. Идем дальше. Назовем формулу, являющуюся пропозициональной переменной, элементарной, формулу, содержащую только одну логическую константу – простой, а формулу, содержащую более одной логической константы – сложной. В сложной формуле можно выделить логиче-

скую константу, называемую главной логической константой формулы. Найдем главную логическую константу формулы $\neg(p \vee q) \supset p \wedge \neg q$

Восстановим скобки в этой формуле: $((\neg(p \vee q)) \supset (p \wedge \neg q))$.

Эту формулу можно представить единственным образом в виде $A \supset B$. Ее главным знаком является знак импликации. На основе этого знания можно решать следующие задачи: (найти главную логическую константу в этих формулах)

- а) $(p \vee q) \wedge r \supset p \wedge r$; б) $p \wedge \neg q \supset r \Leftrightarrow p \supset (\neg q \supset r)$; в) $((p \supset q) \supset q) \supset q$;
г) $\neg(\neg(p \vee p))$

Теперь построим таблицу истинности для формулы $p \vee q \supset \neg q$. В таблице под главной константой формулы будем писать значения истинности формулы в целом. В этой формуле главной логической константой является знак импликации. Чтобы определить значения истинности всей формулы, необходимо определить значения истинности подформулы, составляющих ее, т.е. формул $p \vee q$ и $\neg q$. Значения истинности этих формул будем соответственно писать под логическими константами \vee и \neg . В результате получим следующую таблицу истинности:

p	q	$p \vee q \supset \neg q$
и	и	и л л
и	л	и и и
л	и	и л л
л	л	л и и

Теперь постройте таблицу истинности для формулы $(p \supset r) \wedge q$:

(p	\supset	r)	\wedge	q
и	и	и	и	и
и	и	и	л	л
л	и	л	и	и
л	и	л	л	л

При решении такого рода задач встает вопрос – определить число строк в таблице. В выше рассмотренном случае число

строк равно 4. Число строк в таблице истинности определяется как 2^n (два в степени n), где n – число различных пропозициональных переменных, входящих в формулу.

Учитывая сказанное, построим таблицу истинности для формулы:

$(p \supset (q \supset r)) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$. Эта формула содержит три различные переменные. Следовательно, число строк в таблице = 2^n , $2^3 = 8$

(p	⊃	(q	⊃	r))	⊃	((p	⊃	q)	⊃	(p	⊃	r))
и	и	и	и	и	и	и	и	и	и	и	и	и
и	л	и	л	л	и	и	и	и	л	и	л	л
и	и	л	и	и	и	и	л	л	и	и	и	и
и	и	л	и	л	и	и	л	л	и	и	л	л
л	и	и	и	и	и	л	и	и	и	л	и	и
л	и	и	л	л	и	л	и	и	и	л	и	л
л	и	л	и	и	и	л	и	л	и	л	и	и
л	и	л	и	л	и	л	и	л	и	л	и	л

Формула $(p \supset (q \supset r)) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$ имеет значение «истина» при каждом наборе значений входящих в нее переменных. Рассмотренная выше формула

$(p \supset r) \wedge q$ имеет при некоторых наборах значений переменных значение «истина», а при некоторых – значение «ложь». Формула может также иметь при каждом наборе значений входящих в нее переменных значение «ложь». Теперь дадим несколько определений:

1) Формула, принимающая значение «истина» при любом наборе значений входящих в нее переменных, называется **тавтологией**, или тождественно-истинной формулой.

2) Формула, принимающая значение «ложь» при любом наборе значений входящих в нее переменных, называется **противоречием**, или тождественно-ложной формулой.

3) Формула, принимающая значение истина только для некоторых наборов значений переменных, называется **выполнимой**.

Зная это, мы без проблем теперь должны определить, какие из формул являются тождественно-истинными, какие тождест-

венно-ложными и какие выполнимыми. Возьмем, к примеру, формулу $p \supset p$. Число строк в таблице = 2^n , $n = 1$, следовательно, число строк равно 2. Строим таблицу истинности для формулы $p \supset p$:

p	\supset	p
и	и	и
л	и	л

Как видно, формула является тавтологией.

4.3.2. Исчисление высказываний. Система натурального вывода

Языком этой системы также является описанный выше язык символов. Кроме перечисления символов и определения формулы, при построении системы натурального вывода задаются правила вывода двух родов, и определяется понятие доказательства.

4.3.2.1. Правила вывода первого рода:

1. ВК (введение конъюнкции): $\frac{A, B}{A \wedge B}$

2. УК1 (удаление конъюнкции): $\frac{A \wedge B}{A}$; УК2 $\frac{A \wedge B}{B}$

3. ОК (отрицание конъюнкции): $\frac{\neg(A \wedge B)}{\neg A \vee \neg B}$

4. ВД1 (введение дизъюнкции): $\frac{A}{A \vee B}$; ВД2 $\frac{B}{A \vee B}$

5. УД1 (удаление дизъюнкции): $\frac{A \vee B, \neg A}{B}$; УД2 $\frac{A \vee B, \neg B}{A}$

$$6. \text{ ОД (отрицание дизъюнкции): } \frac{\neg(A \vee B)}{\neg A \wedge \neg B}$$

$$7. \text{ УИ1 (удаление импликации): } \frac{A \supset B, A}{B}; \text{ УИ2 } \frac{A \supset B, \neg B}{\neg A}$$

$$8. \text{ ОИ (отрицание импликации) } \frac{\neg(A \supset B)}{A \wedge \neg B}$$

$$9. \text{ ВЭ (введение эквивалентности): } \frac{A \supset B, B \supset A}{A \equiv B}$$

$$10. \text{ УЭ1 (удаление эквивалентности): } \frac{A \equiv B}{A \supset B}; \text{ УЭ2 } \frac{A \equiv B}{B \supset A}$$

$$11. \text{ ВО (введение отрицания) } \frac{A}{\neg\neg A}$$

$$12. \text{ УО (удаление отрицания) } \frac{\neg\neg A}{A}$$

Доказательством из посылок (гипотез) A_1, A_2, \dots, A_n называется конечная последовательность формул, в которой каждая формула является гипотезой из A_1, A_2, \dots, A_n или получена из предшествующих формул последовательности по одному из правил вывода первого рода. Если B есть последняя формула последовательности, то доказательство называется доказательством формулы B из гипотез A_1, A_2, \dots, A_n . Запись $A_1, A_2, \dots, A_n \vdash B$ обозначает факт существования доказательства формулы B из гипотез A_1, A_2, \dots, A_n . Теперь на основе этого приведем пример доказательства формулы r из гипотез $p \supset (q \supset r), p \supset q, p$:

- (1) $p \supset (q \supset r)$
- (2) $p \supset q$ } гипотезы
- (3) p
- (4) q – из (2), (3) по УИ,
- (5) $q \supset r$ – из (1), (3) по УИ,
- (6) r – из (5), (4) по УИ

1. $p \supset (q \supset r)$, $p \supset q$, $p \vdash r$ – из (1) – (6) в силу определения доказательства из гипотез.

Чаше всего бывает удобно в начале последовательности, являющейся доказательством из гипотез, выписать все гипотезы, однако это не обязательно. Гипотезы можно выписывать по мере надобности, причем из определения доказательства из гипотез видно, что одна и та же гипотеза может встречаться в доказательстве несколько раз. Но, с другой стороны, некоторые из гипотез вообще могут не встречаться в доказательстве, например, в следующем задании:

докажем, что из гипотез $p \supset q$, $p \supset r$, p следует формула q :

(1) $p \supset q$ } гипотезы,

(2) p

(3) q – из (1), (2) по УИ

1. $p \supset q$, $p \supset r$, $p \vdash q$ – из (1) – (3) в силу определения доказательств из гипотез.

4.3.2.2. Правила вывода второго рода:

1. **ПД** (правило дедукции): $\frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma \vdash A \supset B}$

2. **КД** (косвенное доказательство): $\frac{\Gamma, \neg A \vdash B; \Gamma, \neg A \vdash \neg B}{\Gamma \vdash A}$

3. **ПРС** (прямое доказательство разбором случаев):
 $\frac{\Gamma, A \vdash C; \Gamma, B \vdash C}{\Gamma, A \vee B \vdash C}$

4. **КРС** (косвенное доказательство разбором случаев):
 $\frac{\Gamma, A, \neg D \vdash C; \Gamma, A, \neg D \vdash \neg C; \Gamma, B, \neg D \vdash C; \Gamma, B, \neg D \vdash \neg C}{\Gamma, A \vee B \vdash D}$

Теперь поясним суть записанных формул.

1. ПД читается: «Если из гипотез Γ и формулы A следует B , то из гипотез Γ следует формула $A \supset B$ ».

2. КД читается: «Если из гипотез Γ и формулы $\neg A$ следует формула B , а также формула $\neg B$, то из гипотез Γ следует формула A ».

3. ПРС читается: «Если из гипотез Γ и формулы A следует формула C и из гипотез Γ и формулы B следует формула C , то из гипотез Γ и формулы $A \vee B$ следует формула C ».

4. КРС читается: «Если из гипотез Γ и формул $A, \neg D$ следуют формулы C и $\neg C$, и из гипотез Γ и формул $B, \neg D$ следуют формулы C и $\neg C$, то из гипотез Γ и формулы $A \vee B$ следует формула D ».

Эти правила применяются к доказательствам из гипотез, полученным лишь при помощи правил вывода первого рода.

Формула, доказуемая из пустого множества гипотез, называется теоремой.

Что значит доказать формулу? Это означает, что мы её сначала разбиваем на части (согласно правилам вывода) а затем собираем по частям (согласно тем же правилам). Например, нужно доказать элементарную формулу типа $p \wedge q$. Записываем ее первым действием:

(1) $p \wedge q$

(2) p – из (1) по УК.

(3) q – из (1) по УК.

(4) $p \wedge q$ – из (2) и (3) по ВК.

Формула считается доказанной. Это значит, что она выполняется.

Теперь приведем примеры доказательства теорем.

Теорема №1. $(q \supset r) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$

(1) $q \supset r$

(2) $p \supset q$ } гипотезы,

(3) p

(4) q – из (2), (3) по УИ.

(5) r – из (1), (4) по УИ.

1. $q \supset r, p \supset q, p \vdash r$ – из (1) – (5) в силу определения доказательств из гипотез.

2. $q \supset r, p \supset q \vdash p \supset r$ – из 1 по ПД.

3. $q \supset r \vdash (p \supset q) \supset (p \supset r)$ – из 2 по ПД.

4. $\vdash (q \supset r) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$ – из 3 по ПД

Теорема доказуема.

При доказательстве теорем, являющихся импликацией, часто бывает удобно взять в качестве гипотез последовательность таких формул, что первой формулой последовательности является антецедент импликации, второй формулой – антецедент консеквента исходной импликации, если консеквент исходной импликации, в свою очередь, является импликацией, третьей формулой – антецедент консеквента консеквента исходной формулы, если консеквент консеквента исходной импликации тоже является импликацией и т.д. Например, при доказательстве теоремы $(p \supset q) \supset ((q \supset r) \supset (p \supset r))$

В последовательность формул, являющихся гипотезами, первой включаем формулу $p \supset q$, так как она является антецедентом этой теоремы. Консеквент исходной формулы $(q \supset r) \supset (p \supset r)$ тоже является импликацией, следовательно, в качестве второго члена последовательности можно взять ее антецедент, т.е. формулу $q \supset r$. Консеквент формулы $(q \supset r) \supset (p \supset r)$ – формула $p \supset r$ – тоже является импликацией, следовательно, в качестве третьего последовательности формул, являющихся гипотезами, можно взять формулу p . Консеквент последнего консеквента – формула r – не является импликацией. Следовательно, в качестве гипотез возьмем последовательность формул: $p \supset q$, $q \supset r$, p и попробуем получить доказательство формулы r из этих гипотез.

Теорема №2. $(p \supset q) \supset ((q \supset r) \supset (p \supset r))$

(1) $p \supset q$

(2) $q \supset r$ } гипотезы

(3) p

(4) q – из (1), (3) по УИ

(5) r – из (2), (4) по УИ

1. $p \supset q, q \supset r, p \vdash r$ – из (1) – (5) в силу определения доказательства из гипотез.

2. $p \supset q, q \supset r \vdash p \supset r$ – из 1 по ПД

3. $p \supset q \vdash (q \supset r) \supset (p \supset r)$ – из 2 по ПД

4. $\vdash (p \supset q) \supset ((q \supset r) \supset (p \supset r))$ – из 3 по ПД

Теорема доказуема.

Существует более краткий, но куда более сложный метод построения таблиц истинности.

Предположим, нам надо доказать закон экспортации – $(p \wedge q \supset r) \supset (p \supset (q \supset r))$.

Смысл в том, что мы строим своё доказательство от противного (предполагая, что формула ложна) и меняем порядок действий на противоположный: начинаем с эквивалентности « \equiv », затем переходим к импликации « \supset », затем к дизъюнкции « \vee », и, в последнюю очередь, к конъюнкции « \wedge ». Для этого нам понадобится лишь одна строчка:

(p	∧	q	⊃	r)	⊃	(a	⊃	(q	⊃	r))

Поскольку мы пытаемся доказать формулу от противного, мы предполагаем, что она ложна:

(p	∧	q	⊃	r)	⊃	(p	⊃	(q	⊃	r))
					л					

Импликация ложна в одном случае, когда истинен антецедент (условие), а консеквент (вывод) – ложен, т.е.:

(p	∧	q	⊃	r)	⊃	(p	⊃	(q	⊃	r))
			и		л		л			

Если формула $(p \supset (q \supset r))$ мы посчитали ложной, это значит, что ее антецедент « p » истинен, консеквент « q » - ложен:

(p	∧	q	⊃	r)	⊃	(p	⊃	(q	⊃	r))
			и		л	и	л		л	

Если формула $(q \supset r)$ ложна, то по закону (по таблице истинности для импликации) « q » должно быть истинным, а « r » - ложным:

(p	∧	q	⊃	r)	⊃	(p	⊃	(q	⊃	r))
			и		л	и	л	И	л	л

Поскольку переменные «р» и «q» у нас уже имеют истинные значения, мы эти значения переносим в пустые клетки:

(р	∧	q	⊃	r)	⊃	(р	⊃	(q	⊃	r))
и		и	и		л	и	л	и	л	л

Когда конъюнкция верна? Когда верны оба её члена:

(р	∧	b	⊃	r)	⊃	(р	⊃	(b	⊃	r))
и	и	и	и		л	и	л	и	л	л

Поскольку антецедент формулы $(p \wedge q \supset r)$ у нас уже обозначен как истинный, нам ничего не остается, как вписать в колонку «с» значение «и»:

(р	∧	q	⊃	r)	⊃	(р	⊃	(q	⊃	r))
и	и	и	и	и	л	и	л	и	л	л

Исчисление завершено. Теперь давайте посмотрим, что мы получили в итоге. Переменная «r» у нас получила значение «и» и «л». Таким образом, предположив, что формула $(p \wedge q \supset r) \supset (p \supset (q \supset r))$ ложна, мы пришли к противоречию. Значит наше предположение ложно, а формула – истинна.

4.4. Непосредственные умозаключения

Непосредственными называются умозаключения из одной посылки, являющейся категорическим суждением.

В непосредственных умозаключениях суждение, содержащее новое знание, может быть получено посредством преобразования исходного суждения. Это новое знание может быть получено следующими способами: 1) *превращение*; 2) *обращение*; 3) *противопоставление предикату*.

4.4.1. Превращение

Преобразование суждения в суждение, противоположное по качеству с предикатом, противоречащим предикату исходного суждения, называется *превращением*.

Превращение опирается на правило: двойное отрицание равносильно утверждению.

$$\neg\neg p \Leftrightarrow p$$

Превращать можно общеутвердительные, общеотрицательные, частноутвердительные и частноотрицательные суждения.

А: Общеутвердительное суждение (А) превращается в общеотрицательное (Е). Схема превращения суждения (А) выглядит следующим образом:

Все S суть P
Ни один S не суть не-P

Например,

Все студенты зоотехнического факультета (S) – практиканты районной фермы (P).

Ни один студент зоотехнического факультета не является не-практикантом районной фермы (не-P)

Е: Общеотрицательное суждение (Е) превращается в общеутвердительное (А). Схема превращения суждения (Е):

Ни один S не суть P
Все S суть не-P

Например,

Ни один студент нашей группы (S) не является успевающим (P).
Все студенты нашей группы (S) являются неуспевающими (не-P).

I: Частноутвердительное суждение (I) превращается в частноотрицательное (O). Схема превращения суждения (I):

Некоторые S суть P
Некоторые S не суть не-P

Например,

Некоторые причины (S) являются уважительными (P).
Некоторые причины (S) не являются неуважительными (не-P).

O: Частноотрицательное суждение (O) превращается в частноутвердительное (I). Схема превращения суждения (O):

Некоторые S не суть P
Некоторые S суть не-P

Например,

Некоторые шутки(S) не являются уместными(P).
Некоторые шутки(S) являются неуместными (не-P).

Таким образом, для превращения суждения нужно заменить его связку на противоположную, а предикат – на понятие, противоречащее предикату исходного суждения. Суждение, полученное посредством превращения, сохраняет количество, но изменяет качество исходного суждения. Субъект исходного суждения не меняется.

4.4.2. Обращение

Преобразование суждения, в результате которого *субъект исходного суждения становится предикатом, а предикат – субъектом заключения*, называется *обращением*.

Обращение подчиняется следующему правилу: термин, не распределенный в посылке, не может быть распределен в заключении.

A: Общеутвердительное суждение (A) обращается в частноутвердительное (I), т.е. обращается с ограничением. Схема обращения общеутвердительного суждения выглядит следующим образом:

Все S суть P
Некоторые P суть S

Например,

Все выпускники нашего факультета – почвоведы.
Некоторые почвоведы – выпускники нашего факультета.

E: Общеотрицательное суждение (E) обращается в общеотрицательное (E), т.е. без ограничения. Схема обращения общеотрицательного суждения (E):

Ни один S не суть P
Ни один P не суть S

Например,

Ни один студент нашей группы не является отличником.
Ни один отличник не является студентом нашей группы.

I: Частноутвердительное суждение (I) обращается в частноутвердительное (I), т.е. без ограничения. Схема обращения частноутвердительного суждения (I):

Некоторые S суть P
Некоторые P суть S

Например,

Некоторые студенты являются спортсменами.
Некоторые спортсмены являются студентами.

О: Частноотрицательное суждение (О) не обращается. Таким образом, с обращением суждения его качество не изменяется. А количество может изменяться (в этом случае суждение обращается с ограничением), или не изменяться (если обращение идет без ограничения).

4.4.3. Противопоставление предикату

Противопоставление предикату – это такой вид непосредственного умозаключения, в котором субъектом заключения становится термин, противоречащий предикату посылки, а предикатом – субъект посылки.

А: Общеутвердительное суждение (А) преобразуется в общеотрицательное (Е). Схема противопоставления предикату суждения (А):

Все S суть P
Ни один не-Р не суть S

Например,

Все агрономы (S) имеют сельскохозяйственное образование (P).

Ни один не имеющий сельскохозяйственного образования (не-Р) не является агрономом.

Е: Общеотрицательное суждение (Е) преобразуется в частноутвердительное (I). Схема противопоставления предикату суждения (Е):

Ни один S не суть P
Некоторые не-Р суть S

Например,

Ни один кит(S) не является рыбой(P).
Некоторые не рыбы (не-P) являются китами.

I: Частноутвердительное суждение (I) посредством противопоставления предикату не преобразуется. Превращение суждения типа «*Некоторые S суть P*» дает частноотрицательное суждение «*Некоторые S не суть не-P*». А частноотрицательное суждение, как отметили выше, не обращается.

O: Частноотрицательное суждение (O) преобразуется в частноутвердительное (I). Схема противопоставления предикату суждения (O):

Некоторые S не суть P
Некоторые не-P суть S

Например,

Некоторые студенты(S) не являются грамотными(P)
Некоторые неграмотные(не-P) являются студентами.

4.4.4. Противопоставление субъекту

Противопоставление субъекту – это такой вид непосредственного умозаключения, в котором субъектом заключения становится предикат посылки, а предикатом заключения – термин, противоречащий субъекту посылки.

A: Общеутвердительное суждение (A) преобразуется в частноотрицательное (O). Схема противопоставления субъекту суждения (A):

Все S суть P
Некоторые P не суть не-S

Например,

Все комбайны(S) – сельскохозяйственные машины(P)

Некоторые сельскохозяйственные машины (P) не являются не-комбайнами (не-S).

Е: Общеотрицательное суждение (Е) преобразуется в общеутвердительное (А). Схема противопоставления субъекту суждения (Е):

Ни один S не суть P
Все P суть не-S

Например,

Ни одна птица (S) не является разумным существом (P)
Все разумные (P) существа суть не-птицы (не-S).

И: Частноутвердительное суждение (И) преобразуется в частноотрицательное (О). Схема противопоставления субъекту суждения (И):

Некоторые S суть P
Некоторые P не суть не-S

Например,

Некоторые спортсмены (S) являются футболистами (P)
Некоторые футболисты (P) не являются не-спортсменами (не-S).

4.5. Опосредованные умозаключения

4.5.1. Простой категорический силлогизм

Для первичного представления логических конструкций силлогизмов следует сделать одно предварительное замечание. Оно касается взаимоотношений импликаций с простыми категорическими суждениями. Простые категорические суждения можно считать вырожденными импликациями. В отличие от подлинных импликаций, которые объединяют два простых катего-

рических суждения, эти вырожденные импликации можно переформулировать в простые субъект-предикатные суждения без потери смысла.

Например,

Все прокуроры – юристы. – Если человек – прокурор, то он – юрист.

Ни одно животное не обладает письменностью. – Если живое существо – животное, то оно не обладает письменностью.

Некоторые яблоки кислые. – Если есть яблоки, то среди них имеются кислые.

Категорический *силлогизм* является одним из широко распространенных видов опосредованных умозаключений.

Простой категорический силлогизм представляет собой простейший вид дедуктивного умозаключения, в котором из двух категорических суждений (посылок), связанных между собой дополнительным (средним) термином, при соблюдении определенных правил обязательно следует заключение.

В простом категорическом суждении всего три понятия **S**, **P** и **M**. В простом категорическом силлогизме имеются две посылки, которые мы представим как вырожденные импликации. Эти две посылки логически объединяются понятием **M** и образуют конъюнктивный сложный антецедент (основание) логической формулы простого категорического силлогизма. Консеквентом (следствием) этой сложной импликации служит заключение простого категорического суждения.

M есть **P** или в вырожденной импликации, $M \supset P$

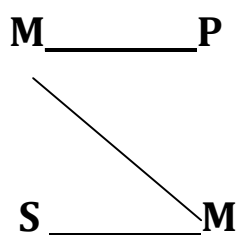
S есть **M**, или, в вырожденной импликации, $S \supset M$

S есть **P** или, в вырожденной импликации, $S \supset P$

Логическая формула этого сложного высказывания имеет вид:

$$[(M \supset P) \wedge (S \supset M)] \supset (S \supset P)$$

В теории силлогизмов этому высказыванию соответствует 1-я фигура простого категорического силлогизма.



S	P	M	$M \supset P$	$S \supset M$	$(M \supset P) \wedge (S \supset M)$	$S \supset P$	$[(S \supset P) \wedge (S \supset M)] \supset (S \supset P)$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1

Как видим, логическая формула, соответствующая 1-ой фигуре простого категорического силлогизма, представляет собой тождественно-истинное высказывание. Однако значение тождественной истинности 1-ой фигуры простого категорического силлогизма не следует преувеличивать. У тождественно-истинных простых категорических силлогизмов 1-ой фигуры насчитывается 64 модуса (т.е. разновидности), которые зависят от типов простых категорических суждений, образующих посылки простого категорического силлогизма. В тождественно-истинной формуле 1-ой фигуры простого категорического силлогизма всего 6 правильных модусов, а остальные 58 являются неправильными.

Категорический силлогизм – это умозаключение, в котором из двух атрибутивных суждений выводится третье атрибутивное суждение. Категорический силлогизм состоит из трех категорических суждений, два из которых являются посылками, а третье – заключением. Например,

1. Агроном (M) знает свойства растений (P).
2. Иванов (S) – агроном (M).
3. Иванов (S) знает свойства растений (P).

В отличие от терминов суждения – субъекта (S) и предиката (P) – термины, входящие в состав силлогизма, называются **терминами** силлогизма. Различают меньший, больший и средний термины. **Меньшим термином** силлогизма называется понятие, которое в заключении является субъектом («Иванов»). **Большим термином** силлогизма называется понятие, которое в заключении является предикатом («знает свойства растений»). Меньший и больший термины считаются **крайними**, и обозначаются соответственно латинскими буквами **S** (меньший термин) и **P** (больший термин). Оба этих термина входят и в заключение, и в одну из посылок. Как и термины, посылки бывают большими (куда входит больший термин) и меньшими (куда входит меньший термин). В силлогизме есть еще и **средний термин**, благодаря которому возможно заключение. Он входит в обе посылки, но отсутствует в заключении. Средний термин обозначается буквой **M**.

Пример:

*Некоторые студенты – отличники.
Все отличники – медалисты
 Некоторые медалисты – студенты.*

Этот силлогизм имеет следующую общую форму:

*Некоторые P суть M.
Все M суть S.
 Некоторые S суть P.*

Для того чтобы убедиться, правильно ли построен силлогизм или нет, нужно проверить соблюдение **общих правил силлогизма**. Эти правила следующие:

1. По крайней мере, одна из посылок должна быть общим суждением.
2. По крайней мере, одна из посылок должна быть утвердительной.
3. При одной частной посылке заключение должно быть частным.
4. При одной отрицательной посылке заключение должно быть отрицательным.

5. При обеих утвердительных посылках заключение должно быть утвердительным.

6. Средний термин должен быть распределен, по крайней мере, в одной из посылок.

7. Термин, не распределенный в посылке, не должен быть распределен в заключении.

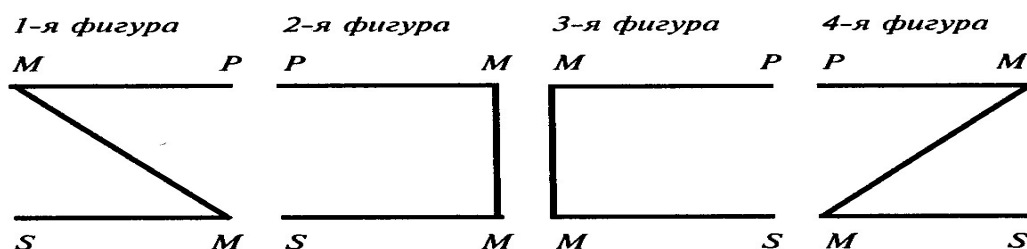
В разделе «Суждение» мы уже касались вопроса распределенности терминов в суждениях. Что значит быть распределенным? Поясним еще раз. Термин считается распределенным, если взят в полном объеме. Соответственно, термин является нераспределенным, если взят частично. Когда мы говорим, например, «Все студенты изучают логику», то мы имеем в виду студентов в полном объеме. Здесь термин «студенты» распределен. Если мы говорим, «Некоторые студенты изучают логику», то мы имеем в виду не всех студентов. Здесь термин нераспределен. Напомним также, что когда мы говорим просто «Студенты изучают логику», без кванторов, то здесь термин «студенты» распределен по умолчанию.

С субъектом (логическим подлежащим) мы с Вами разобрались. Но как быть с предикатом (логическим сказуемым)? Как понять, берём мы его в полном объеме или не в полном?

Для этого существует специальное правило, которое следует запомнить: предикат (логическое сказуемое) распределен в отрицательном суждении, а в утвердительном суждении – нераспределен.

Нарушение хотя бы одного из указанных выше правил силлогизма влечет за собой разрушение всего силлогизма: силлогизм считается неправильным. Кроме того, существуют другие приемы, позволяющие определить, правилен ли силлогизм или нет. Это – **фигуры силлогизма**.

I фигура II фигура III фигура IV фигура



В качестве примера попробуем определить, к какой фигуре относится следующий силлогизм?

Все агрономы (M) – специалисты по растениям (P).

Все агрономы (M) – выпускники сельскохозяйственных вузов (S).

Некоторые выпускниками сельскохозяйственных вузов являются специалистами по растениям.

Обратив внимание на фигуры силлогизма, отмеченные выше, легко догадаться, что силлогизм относится к III фигуре. Теперь отметим особые правила для фигур.

Правила I фигуры:

1) большая посылка должна быть общим суждением;

2) меньшая посылка должна быть утвердительным суждением.

Правила II фигуры:

1) большая посылка должна быть общим суждением;

2) одна из посылок должна быть отрицательным суждением.

Правила III фигуры:

1) меньшая посылка должна быть утвердительным суждением;

2) заключение должно быть частным суждением

Итак, подытожим на примерах.

I фигура – первая посылка должна быть общей, вторая утвердительной.

Например,

Все птицы (M) имеют перья (P).

Все аисты (S) – птицы (M).

Все аисты (S) имеют перья (P).

II фигура – первая посылка общая; одна из посылок, а также заключение – отрицательные.

Все петухи (P) кукарекают (M).

Ни одна курица (S) не кукарекает (M).

Ни одна курица (S) не есть петух (P).

III фигура – вторая посылка должна быть утвердительной, а заключение – частным.

Все бурые медведи (M) – млекопитающие (P).

Все бурые медведи (M) – лесные звери (S.)

Некоторые лесные звери (**S**) – млекопитающие (**P**).

IV фигура – общеутвердительных заключений не дает.

Все жуки (**P**) – насекомые (**M**).

Ни одно насекомое (**M**) не есть ракообразное (**S**).

Ни одно ракообразное (**S**) не есть жук (**P**).

4.5.2. Сокращенный силлогизм (Энтимема)

Силлогизм с пропущенной посылкой или заключением называется сокращенным силлогизмом или *энтимемой* («Энтимема» – греческое слово, означающее «в уме»).

Для проверки правильности энтимемы обычно восстанавливают пропущенное атрибутивное суждение таким образом, чтобы получился правильный силлогизм. Например, есть энтимема следующей формы:

Адвокаты – не агрономы, так как они юристы. Для восстановления полного силлогизма нужно сначала выделить в нем заключение. Здесь таким заключением является суждение «*Ни один адвокат не является агрономом*». Теперь выделим меньший и больший термины.

*Все адвокаты (**S**) – юристы (**M**).*

*Ни один адвокат (**S**) – не является агрономом (**P**).*

Мы должны помнить, что при одной отрицательной посылке заключение должно быть отрицательным. Следовательно, недостающая большая посылка должна быть отрицательной.

Такой посылкой в этом силлогизме является суждение «*Ни один юрист не является агрономом*». Тогда полный силлогизм будет иметь следующий вид:

*Ни один юрист (**M**) не является агрономом (**P**).*

*Все адвокаты (**S**) – юристы (**M**).*

*Ни один адвокат (**S**) – не является агрономом (**P**).*

Это – силлогизм **I** фигуры.

4.5.3. Ошибки в умозаключениях и способы их преодоления

Чтобы избежать логических ошибок в умозаключениях, например, в силлогизмах, нужно обратить внимание на распределение среднего термина, который должен связывать посылки. Возьмем, к примеру, следующее умозаключение:

Все планеты (P) вращаются вокруг Солнца (M).

Земля (S) вращается вокруг Солнца (M).

Земля (S)-планета (P).

Здесь, как видно, средний термин не связывает посылки. Попробуем преобразовать умозаключение таким образом, чтобы в заключении речь шла о том же самом, что и в посылках. Данное условие может быть соблюдено в том случае, если средний термин будет распределен в одной из посылок:

Все планеты (P) вращаются вокруг Солнца (M).

Земля (S)- планета (P).

Земля (S) вращается вокруг Солнца (M).

Мы получили силлогизм II фигуры. В первом примере вывод случайно оказался истинным. Но факт вращения небесного тела вокруг Солнца еще не делает его планетой, ибо, как известно, вокруг нашего светила обращаются многочисленные астероиды, кометы и пр. тела, не являющиеся планетами. Можно привести множество примеров, похожих на вышеприведенный силлогизм, и вывод окажется ложным. Например,

Все студенты (P) изучают иностранный язык (M).

Антон (S) изучает иностранный язык (M).

Антон (S)-студент (P).

Средний термин (M) не распределен ни в одной из посылок, и ошибочность вывода очевидна. Исправив посылки, получаем правильное умозаключение:

Все студенты (P) изучают иностранный язык (M).

Антон (S) студент (P).

Антон (S)изучает иностранный язык (M).

Имеют место логические ошибки, связанные с энтимемой. Для проверки правильности энтимемы следует восстановить пропущенные посылки. В «Слове о полку Игореве» описан случай затмения Солнца, сильно волновавших дружинников князя:

«Солнце затмилось – быть беде»¹⁵. Восстановив пропущенные посылки, получаем следующий силлогизм:

Если Солнце затмилось, то будет беда.

Солнце затмилось.

Следовательно, будет беда.

Здесь, как видно, большая посылка является ложной – затмение Солнца представляет собой обычное физическое явление, которое никак не сопровождается какими-то катаклизмами или бедствиями.

Вопросы для повторения:

1. Что такое умозаключение? Назовите состав и виды умозаключений.
2. Что называется посылкой, заключением, выводом?
3. Что такое условно-категорическое и разделительно категорическое умозаключение? Приведите примеры.
4. Что такое контрапозиция? Какие существуют виды контрапозиций?
5. Какие существуют способы построения логики высказываний?
6. Что такое непосредственные умозаключения? Назовите виды непосредственных умозаключений.
7. Что такое опосредованные умозаключения? Какие существуют виды опосредованных умозаключений?

Упражнения:

1. *Укажите антецедент и консеквент, сделайте вывод, определите модус в следующих умозаключениях:*

1.1. Если туман не рассеется, то вылет будет задержан. Вылет не был задержан.

1.2. Если пойдут ливневые дожди, то урожай зерна погибнет. Урожай зерна был спасен.

1.3. Если Земля – планета, то она вращается вокруг Солнца. Земля вращается вокруг Солнца.

¹⁵Уемов А.И. Логические ошибки. Как они мешают правильно мыслить. – М.: Государственное издательство политической литературы, 1958. С. 99.

1.4. Если задание решено правильно, то ответ совпадает с данным. Ответ совпадает с данным.

1.5. Если Иванов – агроном, то он имеет сельскохозяйственное образование. Иванов не является агрономом.

2. Определите, к какому виду относятся следующие умозаключения?

2.1. Если у человека диабет, то он болен. Следовательно, если человек не болен, то у него нет диабета.

2.2. Если Петров является агрономом, то он должен знать технологию сельскохозяйственного производства. Следовательно, если Петров не знает технологию сельскохозяйственного производства, то он не является агрономом.

2.3. Суждения бывают простыми или сложными. Суждение «Иванов знает Петрова лучше, чем Сидорова» не является сложным. Следовательно, данное суждение относится к числу простых.

2.4. Если философ является дуалистом, то он признает наличие двух независимых друг от друга субстанций. Этот философ является дуалистом. Следовательно, он признает наличие двух независимых друг от друга субстанций.

3. Восстановите скобки в следующих формулах:

3.1. $p \wedge q \supset r$;

3.2. $\neg q \supset (p \vee \neg r) \wedge q$;

3.3. $p \supset q \Leftrightarrow p \wedge \neg r \supset p \vee q$;

3.4. $p \wedge q \supset r \Leftrightarrow p \supset (q \supset r)$

4. Найдите главную логическую константу в каждой из следующих формул:

4.1. $\neg p \vee q \supset p \wedge \neg q$;

4.2. $(p \vee q) \wedge r \supset p \wedge r$;

4.3. $\neg(\neg p \vee p)$;

4.4. $((p \supset q) \supset q) \supset q$.

5. Применив табличный способ построения логики высказываний, определите, какие из указанных формул являются тожде-

ственно-истинными (тавтологией), тождественно-ложными или выполнимыми:

- 5.1. $p \vee q \supset \neg q$;
- 5.2. $(p \supset (q \supset r)) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$;
- 5.3. $(p \supset p) \wedge q$;
- 5.4. $(p \supset q \wedge r) \supset (p \vee \neg r \supset \neg q)$;
- 5.5. $((p \supset q) \wedge (\neg q \wedge r) \wedge s) \supset \neg p$.

6. Применив табличный способ построения логики высказываний, определите, являются ли правильными следующие рассуждения¹⁶:

6.1. Если Иванов является участником этого преступления, то он знал потерпевшего. Иванов не знал потерпевшего, но знал его жену. Потерпевший знал Иванова. Следовательно, Иванов является участником этого преступления.

6.2. Если человек принял какое-то решение, и он правильно воспитан, то он преодолет все конкурирующие желания. Человек принял решение, но не преодолел некоторых конкурирующих желаний. Следовательно, он неправильно воспитан.

6.3. Если человек говорит неправду, то он заблуждается или сознательно вводит в заблуждение других. Этот человек говорит неправду, но явно не заблуждается. Следовательно, он сознательно вводит в заблуждение других.

6.4. Если человек удовлетворен работой и счастлив в семейной жизни, то у него нет причин жаловаться на судьбу. У этого человека есть причина жаловаться на судьбу. Значит, он либо удовлетворен работой, но не счастлив в семейной жизни, либо счастлив в семейной жизни, но не удовлетворен работой.

7. Применив правила вывода первого рода, выявите, являются ли обоснованными следующие рассуждения:

- 7.1. $p \supset (q \supset r), p \supset q, p \vdash r$.
- 7.2. $p \supset (q \supset r), p \wedge q \vdash r$.
- 7.3. $p \wedge q \supset r, p, q \vdash r$.
- 7.4. $\neg p \supset q, \neg q \vdash p$.

¹⁶ Ивлев Ю.В. Логика. Сборник упражнений. – М.: 2004. С. 78-79.

8. Применив исчисление высказываний, определите, являются ли правильными следующие рассуждения:

8.1. Если Петров изучал логику в университете, то он посещал лекционные занятия. Петров слушал спецкурсы, но не ходил на лекционные занятия. Сокурсники не раз заставляли Петрова за прочтением книг по логике. Следовательно, Петров не изучал логику в университете.

8.2. Если человек говорит неправду, то он заблуждается или сознательно вводит в заблуждение других. Этот человек говорит неправду, но явно не заблуждается. Следовательно, он сознательно вводит в заблуждение других.

8.3. Если человек удовлетворен работой и счастлив в семейной жизни, то у него нет причин жаловаться на судьбу. У этого человека есть причина жаловаться на судьбу. Значит, он либо удовлетворен работой, но не счастлив в семейной жизни, либо счастлив в семейной жизни, но не удовлетворен работой.

8.4. Если идет дождь, и идет снег, то на улице холодно. Идет дождь. Идет снег. Следовательно, на улице холодно.

9. Произведите превращение следующих суждений:

9.1. Все банкиры – бизнесмены.

9.2. Некоторые учащиеся – студенты.

9.3. Некоторые выпускники МСХА не являются агрономами.

9.4. Ни один студент не является профессором.

10. Произведите обращение следующих суждений:

10.1. Все банкиры – бизнесмены.

10.2. Некоторые учащиеся – студенты.

10.3. Некоторые выпускники МСХА не являются агрономами.

10.4. Ни один студент не является профессором.

11. Произведите противопоставление предикату в следующих суждениях:

11.1. Все окружности – замкнутые кривые линии.

11.2. Ни один тунеядец не заслуживает уважения.

11.3. Некоторые бизнесмены являются удачливыми.

12. Произведите противопоставление субъекту в следующих суждениях:

12.1. Все окружности – замкнутые кривые линии.

12.2. Ни один туняец не заслуживает уважения.

12.3. Некоторые бизнесмены являются удачливыми.

ГЛАВА V. ИНДУКТИВНЫЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ

5.1. Индукция и ее роль в научном познании

В дедуктивных умозаклЮчениях, если помните, имеет место отношение логического следования (от общего к частному) В индуктивных умозаклЮчениях, наоборот, идем от частного к общему. Слово «индукция» означает «наведение» (от латинского *inductio*). *Индуктивным называется умозаклЮчение, в котором на основании принадлежности признака отдельным предметам или частям некоторого класса делают вывод о его принадлежности классу в целом.*

Индуктивные умозаклЮчения сложились в результате многовековой общественно-исторической и производственной практики человечества. Так, исследуя различные природные явления и явления общественной жизни, изучая предметы окружающего нас мира, люди приходили к некоему общему правилу, выводу. В мышлении данный процесс познания окружающего мира совершался индуктивно: от единичных суждений и фактов человек шел к универсальным высказываниям и обобщениям.

Одним из первых философов, кто начал использовать индуктивные приемы мышления, был **Сократ** (469-399 до н.э.). Наряду с *иронией* и *майевтикой* («повивальным искусством»), индукция составляла основу сократовской диалектики. На стадии индукции ум, обретая уверенность, продвигается от найденных частных истин к истинам более общим, охватывающим все более широкий спектр бытия, пока не дойдет до последних онтологических оснований (до созерцания самой истины). Позже индукцию исследовал **Аристотель** (384-322 до н.э.), выявивший такие ее виды как индукция через простое перечисление и неполная индукция. В Новое время существенный вклад в дело исследования индукции внес **Ф. Бэкон** (1561-1626). Согласно Бэкону, основу научного познания составляет индуктивная методология – собирая и обобщая единичные факты (эмпирические данные), мы приходим к универсальным высказываниям, т.е. к гипотезам и

теориям. Идеи Бэкона в XIX в. развил **Дж. С. Милль** (1806-1873), который видел целью логики нахождение причинных связей явлений. Милль подробно разработал методы научной индукции, о которых речь пойдет ниже.

Мы уже ранее рассматривали суждения типа «*Все металлы электропроводные вещества*». На основании чего сделан такой вывод? Сначала опытным путем установили, что железные стержни хорошо проводят электричество. Позднее такое же свойство обнаружилось и у медных стержней и серебра. На основании этих частных случаев сделали вывод о том, что все металлы хорошо проводят электричество.

Рассмотренное нами выше определение можно считать определением в узком смысле слова. В широком смысле под индукцией понимают определенный метод научного исследования и теоретического обобщения эмпирического опыта (наблюдений, измерений, экспериментов). Особенностью индуктивных выводов является то, что они основываются на таких правилах рассуждения, которые не гарантируют получение из истинных посылок всегда истинных заключений. Поэтому они являются лишь правдоподобными и имеют вероятностный характер. Поясним это на следующем примере:

Всем нам знакомо выражение типа «*Все S суть P*». Это что означает? То, что все S обладают свойством P.

Схема индуктивного вывода

Случай №1. S1 обладает свойством P

Случай №2. S2 обладает свойством P

Случай №3. S3 обладает свойством P

.....

Случай №n. Sn обладает свойством P

Все S обладают свойством P

Если бы вышеприведенная схема была схемой правильного дедуктивного вывода, то при наличии истинных посылок, и следуя этой схеме, мы бы всегда получали истинные заключения. Однако в случае индуктивного умозаключения это невозможно. Беря истинные посылки и следуя данной схеме, мы в одних случаях будем получать истинный результат, а в других - ложный.

Если вышеприведенный пример с металлами введём в уже опробованную схему, то получим следующее:

Случай №1. Железный стержень (S1) проводит электрический ток (P)

Случай №2. Медный стержень (S2) проводит электрический ток (P)

Случай №3. Серебряный стержень (S3) проводит электрический ток (P)

S1, S2, S3 – принадлежат к классу металлов (S)

Все металлы (S) - электропроводны (P)

Подобным образом получено огромное множество научных выводов. Однако такая схема не всегда отражает реальное положение дел. Например, впервые оказавшись в африканской стране и приехав туда в сезон дождей, можно ошибиться со следующим выводом:

В первый день (S1) шел сильный ливень (P)

Во второй день (S2) шел сильный ливень (P)

В третий день (S3) шел сильный ливень (P)

.....

В n-й день шел сильный ливень (P)

В Африке каждый день идет сильный ливень

5.2. Виды индуктивных обобщений

5.2.1. Полная индукция

Как мы убедились, объектом индуктивного анализа выступает класс отдельных случаев, фактов, процессов. В зависимости от того, в каком объеме исследован данный класс, различают *полную и неполную индукцию*, а по степени вероятности заключения выделяют *популярную индукцию, индукцию через отбор фактов и научную индукцию*.

Полная индукция – это такой вид индуктивного умозаключения, в котором на основе принадлежности определенного признака каждому элементу класса делают вывод о его принадлеж-

ности классу в целом. Схема полной индукции выглядит следующим образом:

Первый элемент класса S (S1) обладает свойством P
Второй элемент класса S (S2) обладает свойством P
Третий элемент класса S (S3) обладает свойством P

Десятый элемент класса S (S10) обладает свойством P
S1, S2, S3,..., S10 – образуют весь класс S
Все S обладают свойством P

Следует иметь в виду, что умозаключения такого типа применяются тогда, когда имеем дело с закрытыми классами, число элементов в которых является конечным и легко обозримым. Например, количество команд на спортивных состязаниях, количество учебных заведений в данном регионе и т.д.

Выраженная в посылках вышеприведенного умозаключения информация о каждом элементе или каждой части класса служит показателем полноты исследования и достаточным основанием для логического переноса признака на весь класс. Тем самым вывод в умозаключении полной индукции носит демонстративный характер. Это означает, что при истинности посылок заключение в выводе будет необходимо истинным. Важно подчеркнуть, что логический перенос признака с отдельных предметов на класс в целом не является простым суммированием. Знание о классе или роде – это обобщение, представляющее собой новую ступень в развитии знания.

Полная индукция хорошо применяется, например, в астрономии. Так, при выявлении характера кривой, по которой движутся планеты вокруг Солнца, первоначально было установлено, что Марс, Венера, Земля обращаются по эллиптическим орбитам. С открытием новых планет было установлено, что и другие планеты Солнечной системы, включая Плутона, обращаются по таким же орбитам. В итоге в форме полной индукции было сделано обобщение, что все планеты Солнечной системы обращаются по эллиптическим орбитам.

Таким образом, не снабдив нас знанием о новых предметах, которые нам неизвестны, полная индукция раскрывает рассматриваемые предметы в некотором новом отношении.

Однако в логике получается и так, что невозможно охватить весь класс предметов. Тогда обобщение строится в форме *неполной индукции*.

5.2.2. *Неполная индукция*

Неполная индукция – это такой вид индуктивного умозаключения, в ходе которого на основании принадлежности признака некоторым элементам или частям класса делают вывод о его принадлежности классу в целом. Схема неполной индукции выглядит следующим образом:

Первый элемент класса S (S_1) обладает свойством P

Второй элемент класса S (S_2) обладает свойством P

Третий элемент класса S (S_3) обладает свойством P

.....

n - й элемент класса S (S_n) обладает свойством P

$S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ - принадлежат классу S

Все S обладают свойством P

Неполнота индуктивного обобщения выражается в том, что исследуют не все, а лишь некоторые элементы или части класса – от S_1 до S_n . Следует отметить, что логический переход в неполной индукции от некоторых ко всем элементам или частям класса не является произвольным. Он оправдывается чисто эмпирически – объективной зависимостью между всеобщим характером признаков и устойчивой их повторяемостью в опыте для определенного рода явлений. Например, для установления закона. Физические, математические, социальные, биологические и другие законы являются обобщением различных научных данных. Применение неполной индукции на производстве также имеет важное значение. В производственных условиях по выборочным образцам заключают о качестве той или иной массовой продукции. Например, комиссия проверяет качество производимой обуви.

Берут несколько образцов из крупной партии, выявляют в них дефекты, и забраковывается вся продукция. Индуктивный переход от некоторых ко всем не может претендовать на логическую необходимость, поскольку повторяемость признака может оказаться результатом простого совпадения. Тем самым для неполной индукции характерно ослабленное логическое следование – истинные посылки обеспечивают получение не достоверного, а лишь вероятностного, в большей степени проблематичного знания. При этом обнаружение хотя бы одного случая, противоречащего обобщению, делает индуктивный вывод несостоятельным. Исходя из этого, неполную индукцию относят к правдоподобным (недемонстративным) умозаключениям. В таких выводах заключение следует из истинных посылок с определенной степенью вероятности, которая может колебаться от маловероятной до весьма правдоподобной. Заключение неполной индукции нередко бывают и ошибочными. Ярким примером этого служит ставшее курьезным выражение «*Все лебеди белые*», которое действительно имело место на определенном этапе развития науки. Бурная дискуссия развернулась в логическом позитивизме и постпозитивизме (Поппер, Лакатос, Кун и другие). Это заключение индукции возникло в результате наблюдения лебедей в Европе, Азии и Америке. Позднее выяснилось, что в Австралии есть черные лебеди. Столь же проблематичным является выражение «*Все вороны черные*», хотя ни одной белой вороны не удалось обнаружить.

Таким образом, истинность индуктивного вывода зависит от полноты и законченности опыта. Однако наряду с количественным параметром большое значение имеет качественная оценка тех оснований, признаков, по которым отбирается эмпирический материал. Другими видами индукции являются *популярная индукция* (через простое перечисление) и индукция *путем отбора*, которую называют *научной индукцией*.

5.2.3. Популярная индукция

Популярная индукция – это такое индуктивное умозаключение, в котором на основании простого перечисления фактов по

случайному признаку и отсутствию явления, противоречащего остальным из числа перечисленных, заключают о принадлежности этого признака всему классу явлений.

Популярная индукция определяет, в частности, начальные шаги в развитии научных знаний. Из курса философии мы знаем, что любая наука начинается с эмпирического этапа исследования – наблюдения над соответствующими объектами с целью их описания, классификации, выявления устойчивых связей и т.д. Первые обобщения в науке делались на основе простейшего индуктивного заключения путем перечисления повторяющихся признаков.

5.2.4. Научная индукция. Методы научной индукции

Научной индукцией называют умозаключение, в котором обобщение строится путем *отбора необходимых и исключения случайных обстоятельств*. В зависимости от способов исследования различают: 1) *индукцию методом отбора* и 2) *индукцию методом исключения*.

1) *Индукция методом отбора* (или селективная индукция) – это умозаключение, в котором вывод о принадлежности признака определенному классу основывается на знании об образце, полученном методичным отбором явлений из различных частей этого класса.

2) *Индукция методом исключения* – это система умозаключений, в которой выводы о причинах исследуемых явлений строятся путем обнаружения подтверждающих обстоятельств и исключения обстоятельств, не удовлетворяющих свойствам причинной связи. Что же такое «причинная связь»? Причинная связь характеризуется такими свойствами, как: а) *всеобщность*, б) *последовательность во времени*, в) *необходимость*, г) *однозначность*. *Всеобщность* причинной связи означает, что все в мире детерминировано, т.е. нет беспричинных явлений. Каждое явление имеет свою причину. *Последовательность во времени* означает, что причина всегда предшествует следствию (конечно, в других измерениях, вполне допустимо, чтобы следствие опережало причину). Поскольку причина всегда предшествует следствию, то из

многих обстоятельств в процессе индуктивного исследования отбирают лишь такие, которые проявились раньше интересующего нас действия, и исключают из рассмотрения возникшие одновременно с ним или позже. Последовательность во времени – необходимое условие причинной связи, но само по себе оно недостаточно для обнаружения действительной причины. Причинная связь отличается свойством *необходимости* – то есть, следствие наступает тогда, когда есть причина. *Однозначный* характер причинной связи означает, что каждая конкретная причина всегда вызывает вполне определенное, соответствующее ей следствие. Связь между причиной и следствием такова, что видоизменения в причине с необходимостью влекут видоизменения в действии, и, наоборот, изменения в следствии говорят об изменениях в причине.

5.2.4.1. Метод сходства

Выделяют следующие методы научной индукции: **1) метод сходства; 2) метод различия; 3) соединенный метод сходства и различия; 4) метод сопутствующих изменений; 5) метод остатков.**

Метод сходства – это метод научной индукции, в котором устанавливается сходная причина для появления одного и того же признака у разных явлений.

Схема умозаключения по методу сходства выглядит следующим образом:

1-й случай. Ряд обстоятельств *ASB* вызывает признак *P*

2-й случай. Ряд обстоятельств *FDS* вызывает признак *P*

3-й случай. Ряд обстоятельств *KMS* вызывает признак *P*

Мы видим, что во всех трех случаях фигурирует *S*. Значит, *S* является причиной *P*. Согласно методу сходства, если на два или более случаев исследуемого явления имеется только одно обстоятельство, то в данном обстоятельстве как раз и нужно искать причину интересующего нас явления. Например, дана задача установить причину плохой посещаемости студентами лекций. Обозначим плохую посещаемость –*P*, а причину – *S*.

Первая учебная неделя	Вторая учебная неделя	Третья учебная неделя
Р Суббота (А) (В)	(F) РПервая пара (S) Вторник (D)	(M) РЧетверг (К) Первая пара (S)
Первая проверка	Вторая проверка	Третья проверка

Заключение: первая пара (S) является причиной плохой посещаемости (P). Возьмем другой пример. Воду, налитую вечером в железный сосуд, мы утром, после темной и морозной ночи находим замерзшей, в измененном виде. Исследование данного явления говорит о том, что ему (замерзанию, изменению воды) предшествовали следующие обстоятельства: а) вода находилась в железном сосуде; б) вода простояла в железном сосуде всю ночь в темноте; в) вода находилась под влиянием мороза. Какое из указанных обстоятельств может считаться причиной обращения воды в лед? Ответ на этот вопрос дает наблюдение второго случая. Мы на этот раз наливаем воду в стеклянный сосуд, и ставим на мороз, только не ночью, а днем. Спустя некоторое время замечаем, что вода опять обратилась в лед. Что это означает? А то, что не железный сосуд, не темнота ночи составляет причину обращения воды в лед, а именно мороз, ибо в обоих случаях понижение температуры постоянно предшествует явлению обращения воды в лед, тогда как другие обстоятельства (железный сосуд, темнота ночи) не постоянно предшествуют этому явлению. Применяв приведенную выше схему, получаем следующее:

Случаи	Наблюдаемые обстоятельства	Действие, причина которого устанавливается
1.	мороз, железный сосуд, темная ночь	превращение воды в лед
2.	мороз, стеклянный сосуд, ясный день	превращение воды в лед

Вывод: мороз есть причина обращения воды в лед.

Следует обратить внимание на то, что, применяя метод сходства, надо знать, что степень вероятности выводов по этому

методу зависит от числа рассмотренных случаев, так же, как и от степени различия всех прочих обстоятельств. Кроме того, интересующее нас обстоятельство должно быть единственным повторяющимся во всех этих случаях.

5.2.4.2. Метод различия

Метод различия – это метод научной индукции, в котором причина признака устанавливается на основании сравнения только двух случаев – когда данный признак возникает и когда не возникает. То, чем эти случаи различаются, считается причиной данного признака.

Схема умозаключения по методу различия:

Первый случай: Ряд обстоятельств ASB вызывает признак P

Второй случай: Ряд обстоятельств AB не вызывает признак P

Поскольку причина имеет необходимый характер, заключаем, что S является причиной P

Пример:

Первый случай: Простуда, переутомление, высокое давление вызывают бронхит.

Второй случай: Переутомление и высокое давление не вызывают бронхита.

Простуда часто бывает причиной бронхита.

Метод различия, в отличие от метода сходства, дает более правдоподобное знание о причине исследуемого явления. Объясняется это тем, что исследователь здесь применяет эксперимент, который позволяет исключить все обстоятельства кроме одного.

5.2.4.3. Соединенный метод сходства и различия

Соединенный метод сходства и различия – это метод научной индукции, в котором сравниваются не два случая, а две группы случаев. В первой группе выявляется сходство, а во второй–

различие между явлениями по причинам, вызывающим определенный признак.

Схема умозаключения по методу сходства и различия:

<u>Первый ряд случаев:</u>	<u>Второй ряд случаев:</u>
<i>ASB вызывает признак</i>	<i>PAB не вызывает признак P</i>
<i>FDS вызывает признак</i>	<i>PFD не вызывает признак P</i>
<i>KSM вызывает признак</i>	<i>PKM не вызывает признак P</i>

Заключение: Обстоятельство S является причиной появления признака P. *Пример.* В научной литературе описан случай заболевания овец и крупного рогатого скота, имевший место в Шотландии в позапрошлом веке. Животные теряли аппетит, у них быстро развивались слабость, истощение. Заболевшие животные с трудом держались на ногах, и вскоре погибали. Долгое время не знали, как бороться с этой болезнью (сухоткой), пока не обратили внимания на то, что заболевшие животные начинали выздоравливать, как только в пищу им добавляли кору осиновых деревьев, в которой содержится относительно много кобальта. Одновременно было установлено, что в местностях, где животные болеют сухоткой, трава, вода и корм бедны кобальтом. Сопоставление обоих этих фактов позволило заключить, что причиной таинственного заболевания животных является недостаточное содержание кобальта в пище. Прибавляя к корму кобальт, стали предупреждать болезнь.

5.2.4.4. Метод сопутствующих изменений

Метод сопутствующих изменений – это метод научной индукции, при котором устанавливается причинная связь между изменением обстоятельств и изменением признака, возникающего при данных обстоятельствах.

Схема умозаключения по методу сопутствующих изменений:

Первый случай: *При обстоятельствах ABS возникает признак P*

Второй случай: *При изменении одного обстоятельства ABS' изменяется признак P'*

Третий случай: *При повторном изменении этого обстоятельства ABS'' также изменяется признак P''*

Заключение: именно обстоятельство S является причиной признака P.

Согласно методу сопутствующих изменений, всякое явление, которое каким-либо образом видоизменяется всякий раз, как видоизменяется другое явление, составляет причину или следствие данного явления или связано с ним какой-либо общей причиной. Однако, как считает В.Ф. Асмус, этот метод оставляет невыясненным вопрос о том, какова в каждом данном случае причинная связь. Неслучайно, метод сопутствующих изменений применяется, главным образом, на первом этапе исследования. Как и все остальные индуктивные методы, данный метод дает лишь вероятностный вывод о причинной связи явлений.

5.2.4.5. Метод остатков

Метод остатков – это метод научной индукции, в котором причина интересующего признака устанавливается через *исключение случаев, когда данный признак не возникает. Оставшееся обстоятельство, т.е. обстоятельство, вызывающее явление, считается причиной появления признака.*

Схема метода остатков:

Первый случай: *Ряд обстоятельств ABS вызывает сложное явление CDP*

Второй случай: *Обстоятельство A вызывает явление C*

Третий случай: *Обстоятельство B вызывает явление D*

Заключение: *оставшееся обстоятельство S вызывает явление P.*

Интересно, что при помощи метода остатков была открыта планета Нептун. Астрономы (Леверье, Галле, Адамс), наблюдавшие за движением планеты Уран, заметили, что она в определенном месте движется с отклонением от привычной траектории. Данное явление получило название «возмущение Урана». Движение этой планеты то замедлялось, то ускорялось. Исследования

показали, что ни Солнце, ни другие планеты не могли быть причиной «возмущения Урана». Величина воздействия Солнца и других планет была точно подсчитана. Когда была выяснена величина силы, необходимой для того, чтобы замедлить движение Урана, и когда из этой величины была вычтена сила воздействия на Уран Солнца и других планет, то получился остаток, который говорил о том, что «возмущение Урана» вызывается другой причиной. На этом основании ученые предположили, что, вероятно, имеется какая-то другая планета, которая вызывает «возмущение Урана». В 1846 году эта планета была открыта и названа Нептуном.

Вопросы для повторения:

1. Что такое индукция? Чем отличается индуктивный вывод от дедуктивного?
2. В чем различие вывода по полной индукции от вывода по неполной индукции?
3. Что такое популярная индукция? Приведите примеры применения популярной индукции в истории науки.
4. Что такое научная индукция? Какие существуют виды научной индукции?

Упражнения:

1. Укажите умозаключения полной и неполной индукции:

1.1. Для выступления на студенческой конференции доклады подготовили 5 студентов: Иванов, Петров, Николаева, Соколова и Андреева. Николаева выступила с докладом на пленарном заседании. Студенты Иванов, Петров, Соколова выступили с докладами на секциях. Таким образом, все подготовившие доклады студенты выступили на конференции.

1.2. В школе состоялась олимпиада по математике для учащихся начальных классов. Лучше всех выступили ученики третьего класса, опередившие второклассников на 4 балла. Ученики первого класса опередили четвероклассников по дополни-

тельными показателям. Таким образом, на олимпиаде приняли участие все начальные классы.

1.3. На подносе много булочек. Первая – свежая и мягкая, вторая – тоже, третья – свежая и мягкая... Значит, все булочки на подносе – свежие и мягкие (Л. Кэрролл).

2. Определите, по какому методу научной индукции сделано заключение в следующих примерах¹⁷:

2.1. Английский физик Д. Брюстер следующим образом открыл причину переливов радужных цветов на поверхности перламутровых раковин. Случайно он получил отпечаток перламутровой раковины на воске и обнаружил на поверхности воска ту же игру радужных цветов, что и на раковине. Он сделал отпечатки раковины на гипсе, смоле, каучуке и других веществах и убедился, что не особый химический состав вещества перламутровой раковины, а определенное химическое строение ее внутренней поверхности вызывает эту прекрасную игру цветов.

2.2. Вместе с посевом растений в почву внесли удобрение. Урожай оказался низким. На следующий год количество этого же удобрения увеличили. Урожай повысился. Затем опять увеличили количество этого удобрения. Урожай еще повысился. Сделали заключение, что урожай находится в причинной зависимости от применения этого удобрения.

2.3. Различные растения, находящиеся под солнцем, имеют зеленую окраску. Те же растения, помещенные в темноту, теряют зеленую окраску. Заключение – причиной зеленой окраски растений является солнечный свет.

¹⁷ Ивлев Ю.В. Там же. С. 140-142.

ГЛАВА VI. УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ ПО АНАЛОГИИ

6.1. Аналогия и ее роль в научном познании

Значимой характеристикой умозаключения как одной из форм мышления человека является вывод нового знания. При этом в умозаключении вывод (следствие) получается в ходе движения мысли от известного к неизвестному. Такое движение может быть представлено как непосредственное, так и опосредствованное. Однако при любых обстоятельствах оно обосновывается на вполне определенных, достоверных и достаточно обоснованных знаниях. К такому движению человеческой мысли относятся дедукция и индукция. Наряду с ними существуют и другие виды умозаключений, одним из которых является аналогия.

Умозаключения по аналогии играют очень важную роль в научном познании. На начальных этапах исследования новых, незнакомых явлений ученые, как правило, ищут какие-то аналогии их и используют уже имеющиеся знания. Например, в последнее время очень интенсивно обсуждали возможности оранжевой революции в той или иной стране. Точно так же активные дискуссии идут вокруг событий т.н. «арабской весны», т.е. повторения египетского сценария в других арабских странах. К этому подключились политологи, историки, психологи и т.д. Они, анализируя события в одной стране, уподобляют их ранее совершенной в другой стране, и на этой основе прогнозируют развитие политических событий. Таким образом, **умозаключение по аналогии** – это вывод о принадлежности определенного признака исследуемому объекту на основе его сходства в существенных чертах с другим уже известным единичным объектом. Умозаключению по аналогии всегда предшествует операция сравнения двух объектов, которая позволяет установить сходства и различия между ними.

Общая схема умозаключения по аналогии выглядит следующим образом:

Предмет M обладает признаками A, B, C, D

Предмет S обладает признаками A, B, C

Вероятно, предмет S обладает также признаком P.

Аналогия (греч. *analogia*–«сходство», «соответствие») **представляет собой сходство, подобие предметов (явлений) в каких-либо свойствах, признаках, отношениях.** Например, химический состав Солнца и Земли сходен по многим показателям (признакам). Вот почему, когда на Солнце обнаружили еще не известный на Земле элемент гелий, то по аналогии сделали вывод: такой элемент есть и на Земле. Дальнейшие научные исследования подтвердили такое заключение, хотя в момент своего выдвижения оно в значительной мере было похоже на догадку. Умозаключение по аналогии опирается на ряд несомненных данных, которыми в конкретных исторических условиях располагает наука.

Умозаключение по аналогии представляет собой движение мысли от общности одних свойств и отношений у сравниваемых предметов (или процессов) к общности других свойств и отношений. Аналогия играет существенную роль в естественных и гуманитарных науках. Ко многим научным открытиям исследователи подошли благодаря ее использованию. Например, природа звука устанавливалась по аналогии с морской волной, а природа света - по аналогии со звуком.

Аналогия получила значительное распространение при изучении Древнего Мира, в ходе обобщения исторического опыта. Одним из примеров умозаключения по аналогии в данном случае является работа известного ученого Л.Г. Моргана о системе родства индейцев, населяющих Северную Америку.

В основе рассуждения по аналогии лежит сходство между предметами и метод переноса признаков с одного предмета на другой. При этом степень достоверности вывода по аналогии будет зависеть как от числа сходных признаков (чем больше, тем лучше), так и от их существенности (чем существеннее признак, тем вероятнее правильный вывод).

Следует отметить, что аналогия не является произвольным логическим построением, в ее основе лежат объективные свойства и отношения предметов реальной действительности. Каждый конкретный предмет, обладая множеством признаков, представляет не случайную их комбинацию, а определенное единство. Например, если изменится такой признак государства, как расстановка политических сил, то это может повлиять на его

внутреннюю и внешнюю политику (примеры). С изменением физических свойств изменяются и другие качественные признаки объекта.

Вывод по аналогии не является чисто произвольным логическим допущением, он имеет под собой определенную объективную основу. Такую основу составляют связи и отношения, существующие между признаками объектов действительности. Каждый объект представляет собой не простую случайную комбинацию присущих ему признаков, а определенное их единство. Поэтому вполне правомерно допустить (особенно при наличии определенных условий), что обнаруженное в одном из сравниваемых предметов сосуществование общих признаков (А, В, С) с признаком D является не случайным, а необходимым, и поэтому этот признак может быть мысленно перенесен с предмета М на предмет S. Однако из того факта, что два предмета сходны между собой в определенном отношении, еще не следует с логической необходимостью, что они обязательно сходны и в другом. Как бы ни были сходны сравниваемые предметы, всегда имеются признаки, по которым они различаются (иначе эти предметы были бы уже не двумя различными предметами, а одним и тем же предметом). Признак D, присущий предмету М, может оказаться как раз именно таким признаком или одним из таких признаков, который отличает эти предметы друг от друга. В этом случае вывод о том, что "предмет S также обладает признаком D", окажется ложным.

Аналогии, как умозаключению, свойственны некоторые специфические черты.

Во-первых, она представляет собой определенное правдоподобие исследуемого предмета (или явления) и выражает знание с внутренне скрытой вероятностью. Вот почему аналогия весьма широко применяется не только в научном познании, но и в практической деятельности.

Во-вторых, процесс формирования и широкого распространения аналогии начался с обыденного сознания, и она непосредственным образом связана с повседневной жизнью людей, их бытовыми условиями.

В-третьих, выводы по аналогии носят весьма проблематичный характер, они, как правило, не представляют доказа-

тельной силы. Поэтому в развитии познания следует переходить от вывода по аналогии к заключению по необходимости.

Любая видимая аналогия нуждается в фактической проверке, однако именно она поможет на начальной стадии познания построить первое предположение, достоверность которого проверяется последующим исследованием. Естественно, такая проверка идет уже не путем аналогии, а посредством фактического доказательства. Между тем как первые предположения (догадки) строятся часто методом аналогии. Так, Ч. Дарвин, известный естествоиспытатель, впервые сформулировал закон естественного отбора растительных и животных видов по аналогии с искусственным отбором в селекционной практике. Выводы по аналогии в границах отдельных областей природы приводят к более глубоким исследованиям естественных явлений, способствуют разработке научных открытий.

Основные **функции аналогии** следующие:

1) *эвристическая* – аналогия позволяет открывать новые факты, т.е. способствует приращению научного знания;

2) *объясняющая* – аналогия служит средством объяснения явлений (например, жизнь возможна на спиральных рукавах Галактики);

3) *доказательная* – в аналогии приводится пример доказательства различных явлений, обнаруживаемых у сходных предметов;

4) *гносеологическая* – аналогия выступает в качестве средства познания.

Аналогия лежит в основе такого важного научного инструмента как моделирование.

6.2. Виды умозаключений по аналогии

Оперирование умозаключениями по аналогии занимает значительное место в теоретической и практической деятельности человека. Важное значение в этой связи приобретает знание видовой характеристики аналогии и умение ее использовать как в конкретном мыслительном процессе, так и в специфической профессиональной деятельности личности, особенно в экономи-

ческой, юридической, филологической. Виды аналогий, исходя из конкретных критериев (оснований), можно классифицировать на две устойчивые группы: 1) *по характеру переносимого признака*; 2) *по логической ценности знания, полученного с помощью аналогии*.

6.2.1. Виды аналогии по характеру переносимого признака

По характеру переносимого признака различают такие виды аналогии, как: а) *аналогия качеств и свойств*, и б) *аналогия отношений*.

6.2.1.1. Аналогия качеств и свойств

В аналогии качеств и свойств переносимый признак представляет собой знание о новом качестве или свойстве предмета. Здесь рассматриваются два единичных предмета (или же два множества однородных предметов, т.е. два класса), а переносимыми признаками выступают свойства этих предметов. Примером аналогии свойств может являться аналогия симптомов протекания какой-либо болезни (например, гриппа) у разных людей или у двух групп людей (например, инженеры и учителя). Исходя из сходства признаков болезни, врач ставит определенный диагноз. В качестве примера данного вида аналогии можно вспомнить случай открытия в медицине метода *перкуссии* (лат. *percussio* – «простукивание») в качестве средства диагностики заболеваний, впервые открытого австрийским врачом **Л. Ауэнбруггером** (1722-1809). Однако его трактат *«Новое открытие, позволяющее на основании выстукивания грудной клетки обнаружить скрытые грудные болезни»*, написанный в 1761 г., не был известен широкой научной общественности, и не получил практического применения на протяжении многих десятилетий. В России одним из первых начал использовать метод перкуссии врач Талызин, который, заметив свойство различным образом наполненных бочек издавать различные звуки при простукивании, пе-

ренес данное свойство на человека и тем самым открыл путь к широкому применению в России метода перкуссии.

В вышеприведенном примере были обнаружены сходные свойства у сравниваемых предметов, благодаря чему найденное у одного из предметов новое свойство переносилось и на другой предмет. Логической основой такого переноса признаков выступает однородность уподобляемых предметов в целом либо их сходство в определенной группе существенных признаков, характеризующих предмет со стороны его отдельных качеств и свойств.

Общая схема аналогии качеств и свойств в формальной логике следующая:

Предмет x обладает свойствами a , b , c , d , e , f

Предмет y обладает свойствами a , b , c , d

Вероятно, предмет y обладает свойствами e , f

Например,

Студент Петров является отличником, активным читателем библиотеки, настойчиво работает над освоением профессии агронома.

Студент Иванов - отличник, активный читатель библиотеки.

Вероятно, студент Иванов настойчиво работает над освоением профессии агронома.

6.2.1.2. Аналогия отношений

В аналогии отношении уподобляются друг другу не два отдельных предмета, а два отношения между предметами. Если установлено, например, что явление X относится к явлению Y так же, как явление Z относится к явлению F, то в этом случае на отношение Z-F может быть перенесено все то, что установлено в паре X-Y.

Многие примеры в истории науки показывают, что аналогия отношения играла важную роль в том или ином научном открытии. Так, например, открытие Галилеем четырех спутников Юпитера, которые обращаются вокруг центрального, наиболь-

шего по своей массе тела, позволило уподобить это отношение Юпитера и его спутников отношению Солнца к его планетам в рамках нашей Солнечной системы. Это уподобление послужило весьма ценным аргументом в пользу гелиоцентрической системы Коперника.

Следует также отметить, что умозаключение по аналогии отношений нашло весьма распространенное применение в составлении пропорций, когда посредством аналогичных соотношений определяется искомая величина. Такая аналогия приобретает характер функциональной зависимости.

6.2.2. Виды аналогии по логической ценности выводного знания

Логическая ценность выводов по аналогии заключается в характере исходного знания о сравниваемых предметах. При уподоблении двух предметов исходным выступает, *во-первых*, знание о сходстве этих предметов в определенных признаках. *Во-вторых*, исходным является знание о характере различий между сравниваемыми предметами. И, наконец, *в-третьих*, вывод определяется знанием о характере зависимости или связи между сходными и переносимыми признаками. Применение аналогии обоснованно, если точно установлены сходные признаки у сравниваемых предметов. В реальной практике встречаются случаи применения аналогии по признакам, которые лишь внешне кажутся сходными. Однако такого рода уподобления, способные случайно привести к истине, должны быть исключены из логики науки.

В соответствии с характером исходного знания аналогия дает либо достоверное, либо проблематичное знание. Первый тип аналогии, дающий достоверное заключение в выводе, называется полной или *строгой аналогией*, а второй тип, когда заключение носит проблематичный характер – неполной или *нестрогой аналогией*.

6.2.2.1. Строгая аналогия

Специфическим признаком, отличающим строгую аналогию, является наличие необходимой связи общих признаков с переносимым признаком. Схема строгой аналогии такова:

Предмет X обладает признаками a, b, c, d, e

Предмет Y обладает признаками a, b, c, d

Из совокупности признаков a, b, c, d необходимо следует

Предмет Y обязательно обладает признаком e.

Устанавливая сходство между X и Y по признакам a, b, c, d, и обнаружив во втором предмете (Y) новый признак (e), мы не просто констатируем его принадлежность данному предмету, а обращаем внимание на зависимость этого признака от признаков сходства. Если достоверно устанавливается, что существование переносимого признака (e) или его характерные черты необходимо связаны с существованием или основными показателями сходных признаков (a, b, c, d), то это обстоятельство служит достаточным основанием для переноса указанного признака на предмет Y.

Строгая аналогия находит применение в научных исследованиях, а также в математических доказательствах. Так, формулирование признаков подобия двух треугольников основано на строгой аналогии. Напомним: «Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны».

На свойствах умозаключения по строгой аналогии основан метод моделирования. **Моделирование** - это такая разновидность аналогии, при которой один из аналогичных объектов (модель) подвергается исследованию в качестве имитации другого (оригинала), и полученные знания о модели служат необходимыми посылками вывода по аналогии об оригинале. Модель выполняет двоякую роль: она является одновременно и объектом изучения, и средством познания оригинала. Назначение модели - замещать объект изучения, если он по тем или иным обстоятельствам недоступен для непосредственного исследования, невыгоден по экономическим соображениям, весьма проблематичен с точки зрения результатов и т.д. В таком случае предме-

том непосредственного изучения избирается модель, а результаты исследования переносятся на оригинал.

Модели могут быть: *мысленные* (образные, знаковые) и *вещественные* (физически или математически подобные). Вещественные модели замещают соответствующие объекты в качестве их физического подобия или аналога: например, электростанции, самолета, многоэтажного дома и т.д. Знаковые модели тоже должны соответствовать связям и отношениям между явлениями реального мира, например, географическая (геодезическая) карта с нанесенной на ней обстановкой местности, природной среды и т.д.

Модель как заместитель объекта находится с ним в определенных отношениях. Модель не тождественна оригиналу; она выступает аналогом предметов (явлений) реальной действительности, преимущественно на уровне их структур и функций. В настоящее время в практике применяются все чаще модели, не имеющие ни геометрического, ни физического сходства с оригиналом. Таковы, например, модели акустических, тепловых, аэродинамических и других явлений и процессов. Кибернетическая машина способна выполнять некоторые функции, относящиеся к мозгу человека, однако данное обстоятельство отнюдь не означает тождественности мозга человека и кибернетического устройства.

6.2.2.2. Нестрогая аналогия

Наряду со строгой аналогией следует также различать **нестрогую** (*неполную* или *простую*) **аналогию**. Ее сущность выражается в том, что она дает не достоверное, а лишь вероятностное заключение. Логическая ослабленность заключения в нестрогой аналогии состоит в проблематичном характере выводного знания, что объясняется тем, что при уподоблении двух предметов не всегда удается точно установить зависимость между сходными и переносимыми признаками. Если в выводе по строгой аналогии связь между признаками выступает в форме необходимой зависимости, то в нестрогой аналогии всего лишь констатируют сходство и отсутствие существенных различий. Примером не-

строгой аналогии может служить испытание прочности моста на модели, затем построение настоящего моста. Заключение в таком (и подобном) случае носит вероятностный характер. Разница в масштабах между моделью и самим сооружением иногда бывает не только количественной, но и качественной, что не всегда можно учесть. Кроме того, трудно соотнести различия между лабораторными условиями испытания конкретной модели и естественными условиями функционирования самого сооружения.

Таким образом, важно помнить, что выводы по нестрогой аналогии представляют собой вероятностное знание. При этом, если в исходном знании известно, что переносимый и сходный признак предметов является собой знания малосвязанные по существу, то вывод может выступать как малоправдоподобный. В этом случае от аналогии следует воздержаться. Между тем в истории науки известны случаи, когда применение нестрогой аналогии приводило к важным научным открытиям. Так Х. Доплер в 1842 г. опубликовал статью *«Об окрашенном свете двойных звезд и некоторых других небесных светил»*, в которой утверждал, что окраска двойных звезд, являющихся в действительности белыми, обязана своим происхождением их движению. В этом выводе Доплер исходил из акустической аналогии. Объяснял это пражский физик следующим образом. Скорость звука определяется упругостью и плотностью той среды, в которой распространяется звуковая волна, и не зависит от состояния источника. Доплер произвел расчет, что наблюдатель будет воспринимать частоту колебаний, посылаемых источником, измененной, которая будет различной в зависимости от того, движется ли источник к наблюдателю или, наоборот, удаляется от источника. Это положение он распространил и на световые волны, полагая, что окраска двойных звезд своим происхождением обязана их движению, а не чему-либо другому.

Очевидно, такой вывод носил весьма проблематичный характер, и, неслучайно, встретил возражение в научных кругах, ибо изменение окраски двойных звезд могло быть вызвано и другими причинами. Позднее открытие спектрального анализа подтвердило выводы Доплера по нестрогой аналогии.

К нестрогой аналогии часто обращаются при исследовании явлений общественной жизни, как например, «оранжевая рево-

люция» (Украина, Киргизия, Грузия...), «арабская весна» (Тунис, Египет, Ливия, Сирия...) и т.д. Но здесь крайне трудно учесть такую зависимость между признаками, которая с необходимостью указывала бы на все вытекающие последствия.

Между тем от *нестрогой аналогии* необходимо отличать *ложную аналогию*. Она иногда делается умышленно, с целью ввести оппонента (или противника) в заблуждение. В таком случае ложная аналогия выступает как прием софистики. В ином случае такая аналогия делается случайно, вытекая из незнания правил построения аналогии или из-за отсутствия фактических знаний относительно предметов и их свойств, на основании которых осуществляется аналогия. Подобную ошибку совершили в прошлом столетии представители вульгарного материализма Л. Бюхнер, К. Фохти, Я. Молешотт, которые, проводя аналогию между печенью и мозгом, утверждали, что мозг выделяет мысль, подобно тому как печень выделяет желчь.

6.3. Правила аналогии

Для успешного применения аналогии важно соблюдать определенные логические правила, выполнение которых в немалой степени повышает вероятность вывода, а в определенных обстоятельствах придает ему вполне обоснованный характер.

Правило первое. При сопоставлении сравниваемых предметов (явлений) необходимо всесторонне изучать их сходство и различие в существенных признаках. Иными словами, сравниваемые предметы (явления) должны быть связаны между собой по существу, а не формально.

Если данное правило нарушается, то вывод будет или слишком поверхностным, или, что еще хуже, ложным. Устанавливая различие сравниваемых предметов (явлений), необходимо учитывать существенные признаки, которые составляют благоприятные условия для наличия переносимого свойства или, напротив, прямо исключают его у предмета, ставшего объектом изучения. В процессе исследования может оказаться, что существенное различие между сравниваемыми предметами именно и содержится в интересующем нас признаке.

Правило второе. В процессе аналогии необходимо установить у предметов (явлений) как можно больше разнообразных сходных признаков, связанных с переносимым свойством. Чем больше сходных признаков и разнообразнее их отношения к переносимому свойству, тем скорее достигается значительная полнота условий для вывода по аналогии. Поэтому, вскрывая сходные признаки, важно показывать их позитивную и негативную значимость по отношению к интересующему нас предмету (явлению). Вполне понятно, что, увеличивая количество учитываемых в сравнении признаков предметов (явлений), мы тем самым добиваемся увеличения степени их сходства.

В свою очередь необходимо иметь в виду и то обстоятельство, что человек не может безгранично и произвольно увеличивать количественный фактор. Причины таких ограничений могут быть самыми разнообразными, но в любом случае они будут конкретного, ситуативного характера. Не всегда также удастся установить всю полноту условий, и зависимость от переносимого свойства от сходных признаков мыслится лишь как вероятностная, в значительной степени основанная не на связи признаков, а на отсутствии существенных различий, исключающих возможность применения аналогии.

Правило третье. В процессе сопоставления предметов (явлений) следует выявить необходимую связь общих признаков с переносимым свойством, т.е. показать, что сходные признаки в своей совокупности обеспечивают присутствие переносимого свойства у предмета (явления) изучения. Следует отметить, что если исходное знание о сопоставляемых предметах (явлениях) раскрывает необходимую связь или специфические условия, закономерно сопутствующие переносимому свойству, то вывод получается достаточно обоснованный.

Такой внутренней взаимозависимостью (корреляцией) пользуются в различных отраслях научного знания: в микрофизике, биологии, социологии, палеонтологии, зоологии и др. Довольно успешно в последние годы такая зависимость применяется, например, при установлении соответствующих характеристик давно уже вымерших представителей животного мира по их ископаемым останкам. Аналогия может быть использована при экономическом анализе определенного исторического периода в

развитии общества. Учитывая характер развития страны, например, многоукладность ее экономического развития, целесообразно сравнить со сходными признаками развития другой страны, прошедшей подобные периоды в своей истории. Метод аналогии в таком случае даст возможность учесть позитивное и негативное в развитии общества, избежать промахов и ошибок.

Кроме того, аналогия может быть применена и в юридической практике, особенно в ходе расследования. Сравнение конкретного уголовного дела с уже исследованными явлениями способствует выявлению сходства между ними. Благодаря этому (осуществив подобие) можно обнаружить ранее не известные признаки и обстоятельства преступления.

Таким образом, соблюдение правил умозаключения по аналогии (а их в литературе также еще называют условиями) способствует повышению вероятности достижения истины в различных отраслях деятельности.

Вопросы для повторения:

1. Какое умозаключение называют умозаключением по аналогии?
2. Какую роль играет аналогия в научном познании?
3. Назовите основные виды умозаключений по аналогии.
4. Каковы основные функции аналогии?
5. Какие следует соблюдать правила при выводе умозаключений по аналогии?
6. Какую роль играет аналогия в научном познании и в практической деятельности?

Упражнения:

1. Определите, являются ли в следующих рассуждениях выводы обоснованными?

1.1. Переселенцы из Калифорнии, прибыв в Австралию, занялись поисками золота. Местность в Австралии была такой же холмистой, как и в Калифорнии, где велась добыча золота. По-

этому они предположили, что и здесь можно найти золото. При проверке оказалось, что уподобляемая Калифорнии территория близ Баларата изобилует золотом. Таким образом, примененная аналогия оказалась истинной.

1.2. Возражая против атомистического взгляда на строение вещества и наличия пустого пространства между атомами, Фарадей рассуждал следующим образом: Если пустота – проводник, то все тела должны быть проводниками, а если пустота – не проводник, то все тела должны быть изоляторами. Ни того, ни другого не наблюдается. Следовательно, никакой пустоты нет, и материя заполняет все пространство.

ГЛАВА VII. ПОНЯТИЕ КАК ФОРМА МЫШЛЕНИЯ

7.1. Общая характеристика понятия

Понятие – это форма мышления, отражающая предметы в их существенных признаках. **Признаком** предмета называется то, в чем предметы сходны друг с другом или чем они друг от друга отличаются.

Переход от чувственной ступени познания к абстрактному мышлению характеризуется, прежде всего, как переход от отражения мира в формах ощущений, восприятий и представлений к отражению его в понятиях, суждениях и умозаклчениях. Любой предмет имеет множество разнообразных признаков. Одни из них характеризуют отдельный предмет и являются *единичными*, другие принадлежат определенной группе предметов и являются *общими*. Так, каждый человек имеет признаки, одни из которых (черты лица, телосложение, походка и пр.) принадлежат только конкретному человеку и отличают его от других людей; другие (профессия, национальность и пр.) являются общими для определенной группы людей; и, наконец, есть признаки, общие для всех людей. Они присущи каждому человеку и вместе с тем отличают его от других живых существ. Это такие признаки, как речь, абстрактное мышление, социум и пр. Кроме единичных (индивидуальных) и общих признаков выделяются также существенные и несущественные признаки. Признаки, необходимо принадлежащие предмету, выражающие его сущность, называются *существенными*. Признаки, которые могут принадлежать, но могут и не принадлежать предмету и которые не выражают его сущность, называются *несущественными*. Существенные признаки могут быть *общими* и *единичными*. Понятия, отражающие множество предметов, включают общие существенные признаки. Например, общие признаки человека (речь, социум и пр.) являются существенными. Понятия, отражающие один предмет («Маркс»), наряду с общими существенными признаками (человек, немецкий экономист) включают единичные признаки (основатель марксизма, автор «Капитала»), без которых отличить того же Маркса от других экономистов или философов невозможно.

Понятие качественно отличается от форм чувственного познания- ощущений, восприятий и представлений, существующих в сознании человека в виде наглядных образов отдельных предметов или их свойств. Мы не можем представить, или тем более воспринять здание вообще. Понятие лишено наглядности.

Для образования понятий используются следующие логические приемы – *сравнение, анализ, абстрагирование, синтез, обобщение*. Чтобы составить понятие о предмете, нужно сравнить данный предмет с другими предметами, найти признаки сходства и различия. Логический прием, устанавливающий сходство или различие предметов, называется **сравнением**. Мысленное расчленение предметов на части называется **анализом**. Выделение с помощью анализа признаков позволяет отличить существенные признаки от несущественных и отвлечься, абстрагироваться от последних. Мысленное выделение признаков одного предмета и отвлечение от других признаков называется **абстрагированием**. Следующим важнейшим моментом операций с понятиями является синтез. **Синтез** – это мысленное соединение частей предмета, расчлененного анализом. Признаки изучаемых предметов распространяются на все сходные предметы. Эта операция осуществляется с помощью **обобщения** – приема, с помощью которого отдельные предметы на основе присущих им одинаковых свойств объединяются в группы однородных предметов. Благодаря обобщению существенные признаки, выявленные у отдельных предметов, рассматриваются как признаки всех предметов, к которым приложимо данное понятие. Таким образом, устанавливая сходство (или различие) между предметами (сравнение), расчленяя сходные предметы на элементы (анализ), выделяя существенные признаки и отвлекаясь от несущественных (абстрагирование), соединяя существенные признаки (синтез) и распространяя их на все однородные предметы (обобщение), мы образуем одну из основных форм мышления – **понятие**.

7.2. Содержание и объем понятия

Содержанием понятия называется *совокупность существенных признаков предмета, которая мыслится в данном поня-*

тии. Например, содержанием понятие «преступление» является совокупность существенных признаков преступления: виновность, наказуемость, противоправность. *Множество предметов, которое мыслится в понятии, называется объемом понятия*. Объем понятия «преступление» охватывает все преступления, поскольку, они имеют общие существенные признаки. Логика оперирует также понятиями «класс» («множество»), «подкласс» («подмножество») и «элемент класса». Классом, или множеством, называется определенная совокупность предметов, имеющих некоторые общие признаки. Таковы, например, классы вузов, студентов, учащихся и т.д. На основании изучения определенного класса предметов формируется понятие об этом классе. Класс (множество) может включать в себя подкласс, или подмножество. Например, класс студентов включает в себя подкласс студентов гуманитарных вузов, класс преступлений – подкласс экономических преступлений. Если А (адвокат) является подклассом В (юрист), то это пишется так: $A \subset B$. Классы состоят из элементов. Элемент класса – *это предмет, входящий в данный класс*. Так, элементами множества вузов будут МСХА имени К.А. Тимирязева, МГУ и т.д. Отношение элемента к классу выражается при помощи знака \in : $A \in B$ (А является элементом класса В) Если, например, А – юрист Петров, а В – юристы, то А будет элементом класса В. Различают универсальный класс, единичный класс и нулевой (или пустой) класс. Класс, состоящий из всех элементов исследуемой области, называется универсальным классом (например, класс планет Солнечной системы). Если класс состоит из одного элемента, то это будет единичный класс (планета Марс); наконец, класс, который не содержит ни одного элемента, называется нулевым (пустым) классом. Например, вечный двигатель, круглый квадрат и т.д. Число элементов пустого класса равно нулю.

Содержание и объем понятия тесно связаны друг с другом. Эта связь выражается в **законе обратного отношения между объемом и содержанием понятия**, который устанавливает, что *увеличение содержания понятия ведет к образованию понятия с меньшим объемом, и наоборот*. Например, увеличивая содержание понятия «государство» путем прибавления нового признака – «современный», мы переходим к понятию «современное государство», имеющему меньший объем. Увеличивая объем понятия

«учебник по истории философии», переходим к понятию «учебник», имеющему меньшее содержание, так как оно не включает в себя признаки, характеризующие учебник по истории философии. Другой пример. Возьмем понятия «преступление» и «преступление против личности». Здесь первое понятие шире по объему, но уже по содержанию. «Генеральный прокурор» и «прокурор». Здесь первое понятие уже по объему, но шире по содержанию.

7.3. Виды понятий

Понятия принято делить на следующие виды: 1) *единичные и общие*; 2) *собираательные и несобираательные*; 3) *конкретные и абстрактные*; 4) *положительные и отрицательные*; 5) *безотносительные и соотносительные*.

Понятия делятся на единичные и общие в зависимости от того, мыслится в них один элемент, или множество элементов. Понятие, в котором мыслится один элемент, называется **единичным** («Москва», «Россия», «Пушкин» и пр.). Понятие, в котором мыслится множество элементов, называется **общим** («Столица», «поэт», «студент» и пр.).

Понятие, в котором мыслятся признаки некоторой совокупности элементов, составляющих единое целое, называется **собираательным**. Например, «коллектив», «вуз», «созвездие». Эти понятия отражают множество элементов (членов коллектива, студентов и преподавателей вузов, звезд), однако это множество мыслится как единое целое. Содержание собираательного понятия нельзя отнести к каждому отдельному элементу, входящему в его объем, оно относится ко всей совокупности элементов. Например, существенные признаки коллектива (группа лиц, объединенных общей работой, общими интересами) неприложимы к каждому отдельному члену коллектива. Собираательные понятия могут быть общими («коллектив», «вуз», «созвездие») и единичными («коллектив нашего университета», «созвездие Тельца»).

Понятие, в котором мыслятся признаки, относящиеся к каждому его элементу, называется **несобираательным** («Звезда», «государство»).

Понятие, в котором мыслится предмет или совокупность предметов как нечто самостоятельно существующее, называется **конкретным**; понятие, в котором мыслится признак предмета или отношение между предметами, называется **абстрактным**. Так, понятия «книга», «учебник», «тетрадь» являются конкретными; понятия «смелость», «храбрость», «белизна» - абстрактными. Различие между конкретными и абстрактными понятиями основано на различии между предметом, который мыслится как целое, и свойством предмета, отвлеченным от последнего и отдельно от него не существующим. Абстрактные понятия образуются в результате отвлечения, абстрагирования определенного признака предмета; эти признаки мыслятся как самостоятельные объекты мысли. Так понятия «смелость», «храбрость» отражают признаки, не существующие сами по себе, в отрыве от лиц, обладающих этими признаками. Не следует смешивать конкретные понятия с единичными, а абстрактные - с общими. Общие понятия могут быть и конкретными, и абстрактными (например, понятие «посредник» - общее, конкретное; понятие «посредничество» - общее, абстрактное). Как конкретным, так и абстрактным может быть единичное понятие (например, понятие «ООН» - единичное, конкретное; понятие «смелость Юрия Гагарина» - единичное, абстрактное).

Понятия делятся на положительные и отрицательные в зависимости от того, составляют ли их содержание свойства, присущие предмету, или свойства, отсутствующие у него. Понятие, содержание которого составляют свойства, присущие предмету, называется **положительным**. Понятие, в содержании которого указывается на отсутствие у предмета определенных свойств, называется **отрицательным**. Так, понятия «грамотный», «порядок», «верующий» являются положительными; понятия «неграмотный», «беспорядок», «неверующий» - отрицательными.

Понятия делятся на безотносительные и соотносительные в зависимости от того, мыслятся ли в них предметы, существующие отдельно или в отношении с другими предметами. Понятия, отражающие предметы, существующие отдельно и мыслящиеся вне их отношения к другим предметами, называются **безотносительными**. Таковы понятия «студент», «государство» и пр. **Соотносительные** понятия содержат признаки, указываю-

щие на отношение одного понятия к другому понятию. Например, «родители» (по отношению к понятию «дети») или «дети» (по отношению к понятию «родители»), «начальник» («подчиненный»). Соотносительными являются также понятия «часть», «причина», «брат», «сосед» и др. В этих понятиях отражены предметы, существование одного из которых не мыслится вне его отношения к другому.

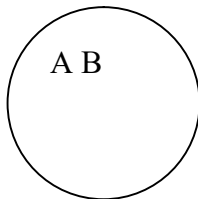
7.4. Отношения между понятиями

Говоря об отношении между понятиями, прежде всего, выделяют **сравнимые** и **несравнимые** понятия. Два понятия считаются сравнимыми, если они имеют общий род. Например, понятия «футбол» и «хоккей» - это сравнимые понятия, так как имеют общий род - спорт. Несравнимыми считаются понятия, которые не имеют общего рода. Среди несравнимых понятий не существует уже никаких отношений. Например, понятия «преступление» и «неевклидова геометрия» являются несравнимыми. Сравнимые понятия делятся на *совместимые* и *несовместимые*.

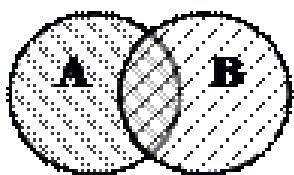
7.4.1. Совместимые понятия

Понятия совместимы, если признаки, составляющие содержание этих понятий, могут принадлежать одним и тем же предметам, их объемы полностью или частично совпадают. Например, совместимыми являются понятия «медалист» и «отличник», «философ-идеалист» и «философ-диалектик», и т.д. Выделяют *три вида* отношений совместимости: 1) *равнообъемность* (равнозначность); 2) *пересечение*; 3) *подчинение*. В отношении 1) *равнообъемности* находятся понятия, в которых мыслится один и тот же предмет. Объемы этих понятий полностью совпадают (хотя содержание различно). Например, «равносторонний треугольник» (А) и «равноугольный треугольник» (В), «классическая механика» (А) и «ньютоновская механика» (В), и т.д. В логике отношения между понятиями принято изображать с помощью круго-

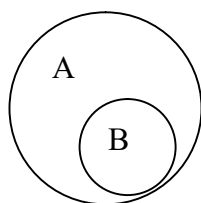
вых схем (так называемые *круги Эйлера*), где сам круг обозначает объем понятия, а каждая его точка – предмет, мыслимый в его объеме. Например, отношение равнозначности понятий А и В имеет следующую форму:



В отношении 2) *пересечения* находятся понятия, объем одного из которых частично входит в объем другого (содержания различны). Например, «студент» (А) и «спортсмен» (В) («некоторые студенты являются спортсменами», и «некоторые спортсмены являются студентами»); «философ» (А) и «преподаватель» (В), и т.д. Схема выглядит так:



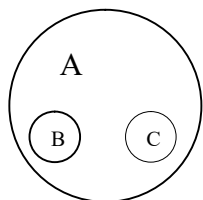
В отношении 3) *подчинения* находятся понятия, объем одного из которых полностью входит в объем другого, составляя его часть. Например, понятия «суд» (А) и «городской суд» (В). Второе понятие полностью входит в состав первого понятия. Понятие с более широким объемом называется подчиняющим, а другое – подчиненным. Другие примеры: «международный отношения» и «международные экономические отношения», «химический элемент» и «металл», и т.д. Если в отношении подчинения находятся два общих понятия, то подчиняющее понятие называется *родом*, подчиненное – *видом*. В приведенном выше примере понятие «городской суд» является видом по отношению к понятию «суд», а понятие «суд» – родом по отношению к понятию «городской суд». Схема следующая:



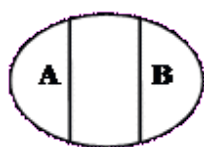
7.4.2. Несовместимые понятия

Несовместимые понятия – это такие понятия, объемы которых ни полностью, ни частично не совпадают. Существуют три вида отношений несовместимости: 1) *отношение соподчинения*; 2) *отношение противоположности (контрарности)*, и 3) *отношение противоречия (контрадикторности)*.

В отношении 1) *соподчинения* находятся два и более понятий, подчиненных общему для них понятию. Например, «животная жизнь» (В) и «растительная жизнь» (С) подчинены общему для них понятию «жизнь» (А); понятия «городской суд» и «областной суд» подчинены общему понятию «суд», и т.д. Схема выглядит так:



В отношении 2) *противоположности (контрарности)* находятся понятия, одно из которых содержит некоторые признаки, а другое – признаки, несовместимые с ними. Примеры: «человек высокого роста» (А) и «человек низкого роста» (В), «черное» и «белое», «высокое» и «низкое», и т.д. Схема выглядит так:



В отношении 3) *противоречия (контрадикторности)* находятся понятия, одно из которых содержит некоторые признаки, а другое эти же признаки исключает. Примеры таких понятий: «успевающий» А) и «неуспевающий» (не-А), «высокий» и «невысокий», и т.д. Схема выглядит таким образом:



7.5. Операции с понятиями

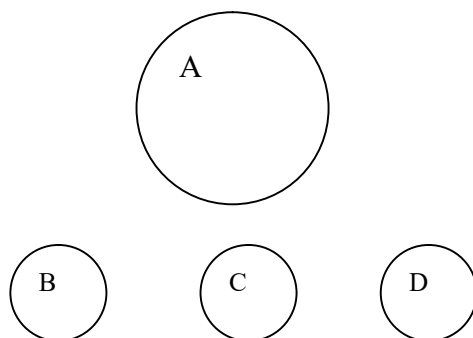
7.5.1. Обобщение и ограничение понятий

Обобщение понятий – это процесс перехода от понятий с меньшим объемом, но с большим содержанием к понятию с большим объемом, но с меньшим содержанием. Например, обобщая понятие «футбольный клуб ЦСКА», мы получаем понятие «футбольный клуб». Здесь содержание уменьшилось, а объем увеличился. Каждое последующее понятие является родом по отношению к предыдущему. Возьмем другой пример. От понятия «повествовательное предложение» мы переходим к понятию «предложение». Объем увеличился, а содержание – уменьшилось.

Ограничение понятий – это процесс перехода от понятий с большим объемом, но меньшим содержанием, к понятию с меньшим объемом, но большим содержанием. Ограничивая понятие «преподаватель», мы переходим к понятию «преподаватель английского языка», которое, в свою очередь, тоже можем ограничить, образовав понятие «преподаватель английского языка Иванов», и т.д. Или другой пример. Есть понятие «спортивный клуб». В результате ограничения получаем «спортивный клуб Динамо»; «юрист» - «следователь» - «следователь прокуратуры» - «следователь прокуратуры Иванов», и т.д. Нужно учитывать, что в процессах такого рода, когда обобщаем или ограничиваем понятия, необходима определенная последовательность. Здесь нельзя делать скачков. При обобщении понятий мы должны переходить от вида к некоторому ближайшему роду. При ограничении – наоборот, от рода к некоторому ближайшему виду. Яркий пример, скажем, с понятием «серная кислота». Обобщая, переходим к понятию «кислота», далее к понятию «химически сложное вещество», а затем к понятию «вещество» вообще. Зная что-нибудь о серной кислоте, мы можем ставить вопрос: нельзя ли это высказать о кислоте вообще или даже о всех сложных химических веществах? Но переход от серной кислоты сразу к химически сложному веществу был бы очень затруднителен в свете проверки обобщения знания. Здесь надо идти шаг за шагом, без скачков.

7.5.2. Деление понятий

Операция деления понятий используется в логике во всех случаях, когда возникает задача обзора, систематизации некоторого материала. Иными словами, при работе с понятиями, в особенности при работе с объемами понятий, мы часто сталкиваемся с необходимостью раскрывать объем понятия, распределять предметы на отдельные группы для лучшего их изучения. **Деление понятий** – это логическая операция разбиения объема понятия на подклассы, представляющие собой виды предметов, мыслимых в этом понятии. Итак, запоминаем: **деление – это логическая операция, раскрывающая объем понятия**. Обратите внимание, делится не само понятие, а объем этого понятия! В операции деления различают 1) *делимое понятие* – понятие, объем которого мы должны раскрыть, 2) *члены деления* – соподчиненные виды, на которые делится понятие – они представляют собой результат деления, и 3) *основание деления* – признак, по которому производится деление. Схема операции деления выглядит таким образом:



Здесь А – *делимое понятие*, В, С, D – *члены деления*.

Например, нам нужно разделить объем понятия «автомобиль». В результате деления мы получаем два видовых понятия: а) *грузовой автомобиль*, и б) *пассажирский автомобиль*. Когда мы производим деление объема родового понятия на видовые понятия, мы отыскиваем те признаки, которые присущи одним видам, но не встречаются в других видах. Например, в понятие «грузовой автомобиль» входит такой существенный признак как пере-

возка грузов, который отсутствует в понятии «пассажирский автомобиль».

Практическая значимость знания логической операции деления для специалиста очень существенна. Оно облегчает труд человека, занимающегося классификацией каких-либо предметов или явлений, дает возможность быстрее заметить ошибочные положения неправильных классификаций.

7.5.2.1. Правила деления

Различают: а) *правильное* и б) *неправильное деление*. Деление является правильным, если оно удовлетворяет следующим пяти условиям, называемым в теории понятия также правилами деления:

1) *деление должно происходить по одному определенному основанию*. Так, механическое движение (А) можно разделить по характеру траектории (основание деления) на прямолинейное (В), криволинейное (С), колебательное (С). В зависимости от изменения скорости во времени (другое основание деления) выделяем равномерное, равноускоренное или равнозамедленное движение. Это первое требование не исключает того, что основание деления может представлять собой сочетание двух или даже большего числа различных признаков. Так, объединяя указанные основания деления механического движения, можем получить новое деление: механическое движение может быть прямолинейным и равномерным, прямолинейным и равноускоренным, прямолинейным и равнозамедленным, криволинейным и равномерным, криволинейным и равноускоренным, криволинейным и равнозамедленным, и т.д. Однако, продолжая эти сочетания, мы не можем, например, сказать, что движение может быть колебательным и равномерным, или равноускоренным и равнозамедленным, ибо в природе таких движений не существует.

2) *полученные при делении понятия должны быть попарно несовместимы (т.е. должны исключать друг друга)*. Здесь не должно быть совпадений. Иначе (например, при делении поня-

тия «преступление» на умышленное, уголовное, тяжкое, воинское, и т.д.), будет нарушено правило деления.

3) члены деления как классы должны исчерпывать объем исходного понятия, т.е. объединение их должно быть равно этому объему, т.е. деление должно быть соразмерным.

4) никакой из членов деления не должен быть пустым классом,

5) деление должно быть непрерывным, т.е. все его члены должны быть ближайшими видами объема исходного понятия, выделяемыми по выбранному основанию.

Что же касается *неправильного деления*, то, оно, по существу, не есть деление. Например, «живые существа делятся на растения, позвоночных животных и беспозвоночных животных». Деление понятий особенно нужно, когда, например, анализируются некоторые юридические, правовые и др. доклады, сообщения и т.д. Пример. В отчетном докладе прокуратуры сказано: «В прошлом году по инициативе прокуроров восстановлено 11 тысяч незаконно уволенных. Удовлетворено 90 тысяч жалоб граждан. Наказано 18 должностных лиц. 32 тысячи привлечены к материальной ответственности...» Здесь непонятно, входят ли 18 тысяч наказанных должностных лиц в число 32 тысяч, привлеченных к материальной ответственности? Или сообщение МВД: «За истекший период сотрудниками нашего отдела было изъято 8 единиц холодного оружия, 4 пистолета ПМ, 2 финских ножа, 10 единиц огнестрельного оружия, 2 охотничьих ружья...». Здесь тоже вопросов много – сколько всего оружия изъято?

Деление осуществляется с целью обеспечения систематического и полного обзора возможных видов предметов рода. Обзор такого рода связан с некоторой задачей, и потому в качестве основания деления выбирается каждый раз нечто существенное для решения этой задачи. Смещение оснований в делении лишает обзор систематичности. В процессе деления родового понятия, как правило, переходят к ближайшим видам, не пропускают их. Здесь должна быть определенная последовательность.

Подытоживая сказанное, еще раз подчеркнем, что делимое понятие, как правило, выступает как родовое, а его объем разделяется на соподчиненные виды. Например, берем понятие «кабинет министров». Делим его на соподчиненные виды – «мини-

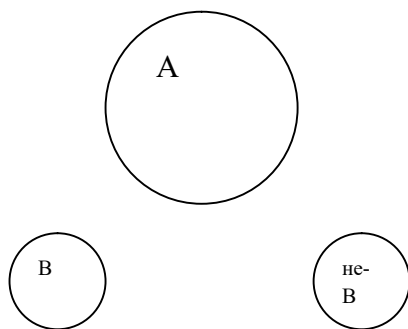
стерство здравоохранения», «министерство торговли», «министерство промышленности» и т.д.

7.5.2.2. Виды деления

Различают два вида деления: 1) *деление по видоизменению признака* и 2) *дихотомическое деление*.

Деление по видоизменению признака. Здесь основанием деления является признак, при изменении которого образуются видовые понятия, которые входят в объем делимого (родового) понятия. Основанием деления могут быть различные признаки делимого понятия. Например, делим понятие «агрегатное состояние тела». Получаем следующие видовые понятия: «твердое состояние тела», «жидкое состояние тела», «газообразное состояние тела», «плазменное состояние тела».

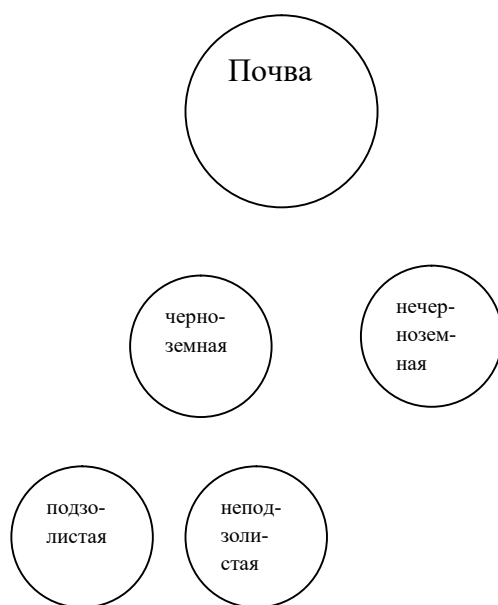
Дихотомическое деление. Дихотомическое деление, или просто дихотомия (от греческих слов *dicha* и *tome* – «сечение на две части»), представляет собой деление объема делимого понятия на два противоречащих понятия. Если **A** – делимое понятие, то членами деления будут два понятия: **B** и **не-B**. Схема следующая:



Допустим, нам нужно разделить понятие «лес». Дихотомическое деление объема данного понятия начинается с того, что выделяется в одну группу какой-нибудь из видов, входящих в объем делимого понятия, например, вид «лиственный лес», а в другую группу, которая называется «нелиственный лес», относятся все прочие виды. Затем отрицательное понятие делится (т.е. в данном случае «нелиственный лес») на два противоречащих понятия, выражающих две новые группы. В первую группу выделяется один какой-либо подвид, например, «хвойный лес», а

в другую группу – все прочие остающиеся подвиды, которые выражаются одним понятием «нехвойный лес». Далее работаем с объемом понятия «нехвойный лес», и продолжаем деление до тех пор, пока не дойдем до видового понятия, к которому должно быть отнесено понятие исследуемого нами предмета.

Следует отметить, что основанием дихотомического деления объема понятия является не изменение признака, а его наличие или отсутствие. Рассмотрим, например, дихотомическое деление объема понятия «почва»:



Как видно из схемы, объемы противоречащих понятий не совпадают нигде. Если почвы делятся на черноземные и нечерноземные, то с полным основанием можно утверждать, что исследуемая почва принадлежит либо к группе черноземных почв, либо к группе нечерноземных почв. Когда же будет установлено, что исследуемая почва входит в группу черноземных почв, то это будет означать, что данная почва не может принадлежать к группе нечерноземных почв.

Точно так же студентов можем разделить на *способных и неспособных, трудолюбивых и нетрудолюбивых*; государства на демократические и недемократические и т.д. Дихотомическое деление бывает простым, как на этих примерах, и сложным.

Например, в приведенном примере, студентов можно разделить на «способных и трудолюбивых»; «способных, но нетрудолюбивых»; «неспособных, но трудолюбивых»; «неспособных и нетрудолюбивых». Следует обратить внимание на то, что дихо-

томическое деление не всегда завершается установлением двух противоречащих понятий. Иногда отрицательное понятие вновь делится на два понятия, а те, в свою очередь еще на два понятия, и т.д.

Например, при определении меры наказания обычно устанавливается возраст обвиняемых. Лица, совершившие преступления (А), могут быть разделены на совершеннолетних (В) и несовершеннолетних (не-В). Несовершеннолетних, в свою очередь, можно разделить на лиц, достигших 16 лет (С), и не достигших этого возраста (не-С). Далее мы знаем, что законодательством предусмотрено определенное наказание за некоторые преступления для лиц от 14 до 16 лет. Значит получаем еще и Д и не-Д, и т.д.

Дихотомическое деление по сравнению с делением по видоизменению признака, имеет свои преимущества и недостатки. Преимущество, например, состоит в том, что здесь нет необходимости перечислять все виды делимого рода: мы выделяем один вид, а затем образуем противоречащее понятие, в которое включаются все другие виды. Членами дихотомического деления являются два противоречащих понятия, исчерпывающих весь объем делимого понятия. Здесь деление всегда соразмерно. Деление производится только по одному основанию – в зависимости от наличия или отсутствия у предметов некоторого признака. Члены дихотомического деления всегда исключают друг друга: любой предмет может мыслиться только в одном из противоречащих понятий. Это деление играет положительный фактор и помогает в работе правоохранительным органам (когда спрашивают очевидцев того или иного случая, когда совершается преступление («был ли одет преступник в черное или нет, белое или нет? и т.д.) и пр. Или возьмем тесты для студентов – является ли эта функция алгебраической или нет? и т.д.).

Тем не менее, дихотомическое деление имеет ряд недостатков. Главным из них является его недостаточная конкретность – неопределенность отрицательных членов деления. Прежде всего, объем отрицательного понятия получается слишком широким. На определенном этапе деления строгость и последовательность нарушается.

Вопросы для повторения:

1. Что такое понятие? Чем отличается понятие от представления?
2. Что такое содержание и объем понятия? Какой логический закон выражает отношение между содержанием и объемом понятия?
3. Какие существуют виды понятий? Приведите примеры собирательных и несобирательных, абстрактных и конкретных понятий.
4. Какие понятия называются сравнимыми, и какие несравнимыми?
5. Что такое обобщение и ограничение понятий? Каким логическим законом они выражаются?
6. Что такое деление понятий? Зачем нужна операция деления?
7. Какие бывают виды деления? Приведите примеры.

Упражнения.

1. Укажите конкретные и абстрактные понятия:

- 1.1. Бескорыстие.
- 1.2. Храбрость.
- 1.3. Агроном.
- 1.4. Безволие.
- 1.5. Свобода.

2. Определите, соотносительны ли данные понятия, или же безотносительны:

- 2.1. Копия.
- 2.2. Южное полушарие.
- 2.3. Проблема.
- 2.4. Наставник.
- 2.5. Призер.
- 2.6. Лидер.

3. Проведите операцию обобщения со следующими понятиями:

3.1. Закон Ньютона.

3.2. Электрон.

3.3. Повесть.

3.4. Меморандум.

3.5. Студент.

3.6. Профессор.

3.7. Закон перехода количественных изменений в качественные.

4. Проведите операцию ограничения со следующими понятиями:

4.1. Логический союз.

4.2. Созвездие.

4.3. Форма мышления.

4.4. Воображение.

4.5. Весна.

4.6. Принцип классического естествознания.

4.7. Реформа.

5. Подберите понятия, противоположные и противоречащие данным.

5.1. Высокий.

5.2. Гармония.

5.3. Ответственность.

5.4. Смелый.

5.5. Законный.

5.6. Белый.

5.7. Жаркий климат.

6. Подберите понятия, находящиеся в отношении соподчинения к данным понятиям.

6.1. Форма мышления.

6.2. Чувственное познание.

6.3. Ученое звание.

6.4. Кризис.

6.5. Образование.

6.6. Культура.

6.7. Природа.

7. Разделите объемы следующих понятий по избранному вами основанию.

7.1. Культура.

7.2. Труд.

7.3. Закон.

7.4. Климат.

7.5. Европа.

7.6. Язык.

7.7. Ценная бумага.

ГЛАВА VIII. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАК ПРИЕМ МЫШЛЕНИЯ

8.1. Общая характеристика определения

Операция определения представляет собой одну из важнейших составляющих процесса познания. Она, прежде всего, связана с проблемой связи выражений языка с объектами, которые данные выражения должны представлять как знаки.

Термин «*Определение*» в науке употребляется в различных смыслах. В грамматике определение – член предложения, в юриспруденции – одна из форм судебного решения. В философии определение – выделение необходимого признака предмета. В логике этот термин до сих пор однозначно не употребляется.

Итак, в логике термин «определение» имеет два разных смысла.

1) Под определением понимается операция, позволяющая выделить некий предмет среди других предметов, однозначно отличить его от них. Это достигается путем указания на признак, присущий этому и только этому предмету. **2)** Определение (дефиниция) – это логическая операция, позволяющая раскрыть, уточнить или сформировать смысл одних языковых выражений с помощью других языковых выражений.

Определение – это логическая операция, заключающаяся в придании точного смысла языковому выражению, который позволяет, когда это требуется, выделить или уточнить значение этого выражения. Итак, запоминаем: ***определение – это логическая операция, раскрывающая содержание понятия.***

Определение решает следующую задачу: выделить систему признаков, общую и отличительную для предметов, обозначаемых термином. В научном познании эта задача часто усиливается требованием найти систему существенных признаков этих предметов. Например, возьмем понятие «человек». В истории науки было очень много попыток дать определение понятию «человек». Платон определял человека как «двуногое животное, но без перьев». Аристотель определял человека как «общественное животное». Гельвеций – как животное, обладающее особой внешней организацией, руками и пользующееся орудиями и оружием.

Маркс в 11-м тезисе о Фейербахе определял человека с материалистических позиций: *«сущность человека не есть абстракт, присущий отдельному индивиду. В своей действительности она есть совокупность всех общественных отношений»*.

8.2. Приемы, сходные с определением

Определение, в котором указывается система существенных признаков предметов, является результатом сложного процесса познания. Однако часто получается так, что и в таком определении раскрывается не все содержание понятия, а только часть ее. В случаях, когда нет возможности задать точный и полный смысл термина, т.е. когда нельзя дать определение предмету, пользуются приемами, сходными с определением. Очень часто определению предшествуют приемы, сходные с определением: *остенсивное определение, разъяснение посредством примеров, описание, характеристика, и сравнение. **Остенсивное определение*** (от латинского *ostensio*- показывание) – *это разъяснение слов и словосочетаний путем непосредственного указания предметов, действий или ситуаций, обозначаемых этими словами или словосочетаниями.* Но и сфера применения такого типа определений ограничена. Если такие слова, как «яблоко», «груша» можно объяснить с помощью остенсивного определения, то трудно пояснить такие понятия, как «абстрактное», «конкретное» и т.д. Но для логики остенсивное определение собственно не является определением, поскольку не раскрывает смысла языкового выражения. **Посредством примеров** используются языковые выражения, где достаточно много примеров, указывающих на значение выражения. **Описание** применяется на эмпирическом уровне исследования, когда выявляются свойства изучаемых объектов. Среди таких свойств могут быть отличительные и неотличительные, существенные и несущественные, и т.д. При описании не проводится различие между этими свойствами, поскольку преследуется лишь одна цель – выявить как можно больше свойств. Описания позволяют выяснять языковые выражения, однако с их помощью не всегда удастся выделить класс предметов, обозначаемых термином, и выявить сущест-

венные признаки предметов. Для **характеристики** важны отличительные признаки предметов. Пример: «Золото-это драгоценный камень, используемый как мерило ценностей».

Также очень важную роль в научном познании играет **сравнение**. Оно состоит в указании некоторых существенных признаков предметов, отличающих их от других предметов. Пример: «Книги - величественные маяки в океане времени» (Ф. Ницше).

8.3. Виды определений

8.3.1. Номинальные и реальные определения

*Определение, дающее отличительную характеристику (существенные признаки) предмета, называется **реальным**.*

*Определение, раскрывающее, уточняющее или формирующее смысл одних языковых выражений с помощью других языковых выражений, называется **номинальным**.*

Эти понятия не исключают друг друга, определение выражения может быть одновременно определением соответствующего предмета. В структуре определения выделяют три части: 1) *определяемое имя или выражение, его содержащее*, – обозначается **Dfd**, сокращением от лат. *definiendum*; 2) *выражение, раскрывающее, уточняющее или формирующее значение определяемого имени*, – обозначается **Dfn**, сокращением от лат. *definiens*; 3) *дефинитивная связка, соотносящая Dfd и Dfn по их значению*, – обозначается \equiv . Формальная структура определения представляется выражением: **Dfd=Dfn**.

8.3.2. Явные и неявные определения

Определения классифицируются по разным основаниям. По способу представления определяемого определения делят на **явные** и **неявные**.

8.3.2.1. Явные определения

*Определение, раскрывающее существенные признаки предмета, называется **явным**.*

Явное определение – это такое определение, которое имеет структуру: «А есть В», где А – определяемое выражение, а В – определяющее. Особое место среди явных занимает классическое определение.

Классическое определение строится по схеме «А есть В». Классическое определение также называется **определением через род и видовое отличие**. Такое определение часто применяется в отношении абстрактных объектов – массы, площади, длины, формы и т.д. Пример из геометрии: «Форма геометрической фигуры есть то общее, что имеется у всех подобных фигур».

К явным определениям также относятся: *атрибутивные, генетические и операциональные определения.*

Атрибутивные определения – это определения, в которых на основе имеющихся признаков выделяются предметы или классы предметов. Такими признаками выступают качества, свойства предметов. Пример из биологии: «Дерево – это многолетнее растение, имеющее ствол, крону и корни».

Генетические определения описывают предметы в соответствии со способами их образования, возникновения и построения. Пример из математики: «Круг – это фигура, образованная движением на плоскости отрезка прямой вокруг неподвижной точки». Как правило, генетические определения исторически предшествуют классическим, и, в ряде случаев, являются более эффективными и удобными. Генетические определения часто применяются в области геометрии. А при определении сложных социальных явлений нужно указывать, как они возникли, функционировали и т.д.

Операциональные определения – это определения через описание совокупности специфицирующих экспериментально-измерительных операций. Они широко распространены в естествознании. Пример из механики: «Сила – это физическая величина, пропорциональная расстоянию пружины в пружинных весах».

Определения через абстракцию – это явные определения, связанные с выделением в виде «абстрактных предметов» неко-

торых множеств и соответствующих им свойств через установление между изучаемыми предметами отношений типа равенства (эквивалентности) и введения для них некоторых имен.

Определения через абстракцию, т.н. логико-математические определения, реально применимы в математике.

8.3.2.2. Неявные определения

Определения именам могут даваться и в **неявном виде**. Особенность неявных определений состоит в том, что в них определяемое и определяющее не разделены. Другими словами, нельзя четко выделить, какая часть является определяемой, а какая – определяющей. Так обстоит дело со многими математическими понятиями. Например, логарифмы, интегралы и пр. *Неявные определения* включают: *контекстуальные, индуктивные и аксиоматические* определения.

Контекстуальными называются неявные определения, в которых *имя определяется через контекст его использования*. Другими словами, контекстуальными являются определения часто употребительных контекстов, из которых определяемый термин не может быть выделен с целью его определения изолированно от контекста.

Индуктивные определения – это неявные определения, которые позволяют из исходных объектов теории путем применения к ним определенных операций, строить новые объекты этой теории. Пример: «1» – натуральное число. Следовательно, если n – натуральное число, то и $n + 1$ – натуральное число.

Аксиоматические определения – это определения систем объектов через предложения, фиксирующие отношения объектов друг к другу с помощью знаковых выражений, входящих в эти предложения. Эти предложения суть аксиомы, а логически выводимые из них новые выводы – теоремы.

Аксиоматические определения не имеют структуры **Dfd=Dfn**. В них значение соответствующих терминов определяется друг через друга. По отношению к аксиоматическим определяемым совокупностям взаимосвязанных объектов не определено, какой из них является Dfd, а какой Dfn.

8.3.3. Определения с точки зрения выполняемых функций

С точки зрения выполняемых функций определения делят на *регистрирующие, постулирующие и уточняющие*.

Регистрирующие определения указывают на значения, которое определяемое выражение уже имеет в некотором языке. Пример: «Слепой – лишенный зрения, неспособный видеть».

Постулирующие определения устанавливают значение некоторого выражения на будущее. Особое значение постулирующие определения имеют в системах развивающегося знания, когда идет освоение новых сфер деятельности, осваиваются новые типы исследуемых объектов, и, соответственно, возникает потребность в разработке соответствующей терминологии.

Уточняющие определения – это определения, функция которых заключается в замене неточных имен на точные. Уточняющие определения занимают промежуточное положение между регистрирующими и постулирующими определениями. В процессе развития различных сфер человеческой деятельности, в ситуациях обсуждения каких-либо проблем, решения практических вопросов, возникает необходимость замены неточных имен на более точные. Пример: «Соревнования по борьбе в малом и среднем весе могут проводиться при определении, какой вес атлета считать малым, а какой – средним».

8.4. Правила и возможные ошибки в определении

В процессе определения терминов (понятий) необходимо соблюдать ряд правил. Определение должно быть не только правильным не только по своему содержанию, но и по своей форме. В логике выделяют **четыре правила** для определений. Перечислим эти правила в таблице с указанием возможной ошибки в определениях.

Таблица правил и ошибок определений:

№	Правило	Ошибка
1.	<i>Определение должно быть соразмерным, т.е. объем</i>	Ошибка здесь состоит в несоразмерности определения , и

	<p>определяющей части должен быть равен объему определяемой части: Dfd=Dfn. Пример: «Аудитор – это ревизор, контролирующий финансовую деятельность организации».</p>	<p>бывает двух типов: <i>а) несоразмерное широкое определение: Dfd<Dfn</i>. Пример: «Аудитор – это ревизор» (как видно, определяющей части не хватает видовых признаков); <i>б) несоразмерное узкое определение: Dfd>Dfn</i>. Пример: Аудитор – это ревизор, контролирующий кредитную политику организации» (как видно, функции аудитора не выявлены в полном объеме).</p>
2.	<p><i>Определение не должно содержать в себе круга</i>. Круг этот образуется, если Dfd определяется через Dfn, а Dfn, в свою очередь, через Dfd.</p>	<p>Ошибка: круг в определении, логический круг, порочный круг. Пример: «Философ – это философствующий человек». Разновидностью круга в определении является тавтология, суть которой состоит в том, что определяющее понятие повторяет определяемое. Таким образом, здесь не происходит расширения знания.</p>
3.	<p><i>Определение должно быть ясным</i>, т.е. в нем не должно быть признаков, которые сами нуждаются в определении.</p>	<p>Ошибка: определение неизвестного через неизвестное, или определение x через y. Пример: «Сущность – это суть бытия». Правила ясности требуют избегать в процессе определений различного рода метафор, сравнений, которые хоть и помогают составить представление о предмете, но не раскрывают его существенных признаков.</p>

4.	<p><i>Определение не должно быть отрицательным.</i> Отрицательное определение не раскрывает определяемого понятия: оно указывает, чем не является предмет, не указывая, чем он является.</p>	<p>Ошибка: только отрицательное определение. Пример: «Аудитор – это не агроном». Ясно, кем не является аудитор, но неясно, кем он является.</p>
----	--	--

Вопросы для повторения:

1. Что такое определение? Какие существуют виды определений?
2. Что такое номинальное и реальное определение?
3. Какие определения называются явными и какие - неявными?
4. Какие существуют приемы, сходные с определением?
5. Каким правилам подчиняются определения? Какие допускаются ошибки в определениях?

Упражнения:

1. Найдите в следующих определениях Dfd и Dfn и укажите виды неявных определений:

1.1. Определение – это логическая операция, заключающаяся в придании точного смысла языковому выражению.

1.2. Если каждый элемент объема одного понятия является элементом объема другого понятия, и наоборот, то эти понятия являются эквивалентными.

1.3. Шар есть тело, образованное вращением полукруга вокруг диаметра.

2. Установите, к какому виду относится каждое из следующих определений:

2.1. Человек – общественное животное (Аристотель).

2.2. Сущность человека не есть абстракт, присущий отдельному индивиду...она есть совокупность всех общественных отношений (К. Маркс).

2.3. Кислота – это жидкость, при погружении в которую лакмусовой бумажки, последняя окрашивается в красный цвет.

2.4. Ромб – это параллелограмм с равными сторонами.

3. Установите, являются ли правильными следующие определения? Если есть ошибка, то укажите ее.

3.1. Действительность – это реализованная возможность. Возможность – это потенциальная действительность.

3.2. Тоталитарная идеология – это идеология тоталитаризма.

3.3. Либеральный человек – это человек, имеющий либеральные убеждения.

3.4. Ускорение – это величина, на которую увеличивается скорость предмета за определенный отрезок времени.

ГЛАВА IX. ЛОГИКА ВОПРОСОВ И ОТВЕТОВ

9.1. Виды вопросов и их структура

Развитие научного знания протекает как переход от ранее установленных суждений к новым, более точным и богатым по содержанию. Этот переход представляет собой последовательность следующих этапов:

1) постановка вопроса; 2) поиск новой информации в определенной области; 3) конструирование ответа на поставленный вопрос.

Вопрос – это выраженная в вопросительном предложении мысль, направленная на уточнение или дополнение исходного, или базисного знания.

Ответ – это новое суждение, уточняющее или дополняющее в соответствии с поставленным вопросом исходное знание. Поиск ответа предполагает обращение к конкретной области теоретических или эмпирических знаний, которую называют областью поиска ответов. Полученное в ответе знание, расширяя либо уточняя исходную информацию, может служить базисом для постановки новых, более глубоких вопросов о предмете исследования.

9.1.1. Виды вопросов

Выделяются виды вопросов с учетом 1) отношения к обсуждаемой теме; 2) семантики; 3) функций; 4) структуры.

1) Отношение к обсуждаемой теме.

Выделяются два типа: а) вопросы по существу темы и б) не по существу темы.

а) Вопрос по существу темы – это запрос мысли, прямо или косвенно связанный с обсуждаемой темой, ответ на который уточняет либо дополняет исходную информацию.

б) Вопрос не по существу темы – это вопрос, который не имеет непосредственного отношения к обсуждаемой теме.

2) Семантика вопросов.

В отличие от суждений вопрос не содержит ни утверждения, ни отрицания, поэтому выраженную в нем информацию не оценивают в терминах истинности и ложности, т.е. о вопросе не говорят как об истинном или ложном. Вместе с тем вопрос явно или неявно включает либо опирается на определенное исходное, базисное знание, выступающее его предпосылкой. Качество базисного знания существенно влияет на логический статус вопроса, определяя правильность или неправильность его постановки.

а) *Правильно поставленным, или корректным*, считается вопрос, предпосылка которого представляет собою истинное непротиворечивое знание.

б) *Неправильно поставленным, или некорректным*, считается вопрос с ложным или противоречивым базисом. Примером неправильно поставленного вопроса служит следующий вопрос: «На чем перемещаются внеземные цивилизации?». Здесь базис вопроса непонятен. Прежде чем выяснять способ перемещения внеземных цивилизаций, следует установить факт существования самих этих цивилизаций. Если неправильно поставленный вопрос умышленно используется с целью запутать отвечающего, то такой вопрос квалифицируется как *улавливающий* или *провокационный*. Например, «Продолжаешь ли ты совершать кражи?». Любой ответ на этот вопрос - и «да», и «нет» - приводит к признанию, что человек занимался кражей.

3) *Функции вопросов.*

По познавательной функции вопросы подразделяются на два основных вида:

а) *уточняющие*, или *ли – вопросы*, и б) *восполняющие*, или *что – вопросы*.

а) *Уточняющим* называется вопрос, направленный на выявление истинности выраженного в нем суждения. Например, «Верно ли, что наш университет носит имя К.А. Тимирязева?», «Является ли Москва столицей России?». Грамматический признак уточняющих вопросов – наличие в предложении частицы *ли*: «Верно ли, что...»; «Является ли...». Отсюда и название уточняющего вопроса – «*ли – вопрос*».

Схема *ли – вопроса* в символической записи-?(р), где? – оператор вопроса, р - суждение, истинность которого выясняется.

б) *Восполняющим* называется вопрос, направленный на выяснение новых свойств у исследуемых явлений. Например, «Где состоялся футбольный матч между ЦСКА и Локомотивом?», «Кто открыл Америку?», и т.д. Грамматический признак восполняющих вопросов – наличие в предложении восполняющих слов Кто? Что? Когда? Как? – и других, с помощью которых стремятся получить дополнительную информацию о том, что представляет собой исследуемый объект. Отсюда и название восполняющего вопроса – «что- вопрос».

Схема что – вопроса в символической записи $?Q(p)$, где? – оператор вопроса, Q – переменная для вопросительного слова, p – исходная, нуждающаяся в дополнении информация.

3) Структура вопросов.

По своему составу ли – вопросы и что – вопросы могут быть:

а) простыми или б) сложными.

а) *Простым* называется вопрос, не включающий в качестве составных частей других вопросов

б) *Сложным* называется вопрос, включающий в качестве составных частей другие вопросы, объединяемые логическими связками. В зависимости от типа связки сложные вопросы могут быть: соединительными (конъюнктивными), разделительными (дизъюнктивными) и смешанными (соединительно – разделительными).

Соединительный вопрос – это два и более простых вопроса, связанные союзом и.

Схема соединительного ли – вопроса имеет следующий вид: $?(p \wedge q)$, т.е. «верно ли p и верно ли q». Например, «Верно ли, что вода закипает при 100 гр. и замерзает при 0 гр.?».

Разделительный вопрос – это два и более простых вопроса, связанных союзом или.

Схема разделительного ли – вопроса имеет следующий вид: $?(p \vee q)$ например, «Верно ли, что матч состоится сегодня или же он будет перенесен?».

Смешанный вопрос – это объединение соединительных и разъединительных вопросов:

$?((p \wedge q) \vee (m \wedge n))$, т.е. «верно ли p и q или m и n?». Это дизъюнктивный вопрос, включающий два конъюнктивных соче-

тания. Например, «Верно ли, что Иванов и Петров или Михайлова и Сидорова отправились на уборку территории?»

? ($Q (p \vee q) \wedge Q (m \vee n)$), например, «Где могут быть обнаружены r или q и когда появятся m или n ?» Пример: «Содержит ли это деяние состав преступления, и каким именно уголовным законом оно предусмотрено?» Здесь два простых вопроса: «Содержит ли это деяние состав преступления?»; это «ли-вопрос» - его схема $-(p)$. Второй – «что-вопрос»: «каким именно уголовным законом это деяние предусмотрено?»; его схема $-?Q(p)$. Вопросы эти связаны последовательной конъюнктивной связью: лишь получив утвердительный ответ на первый вопрос, можно ставить второй вопрос. Схема смешанного вопроса имеет следующий вид: $?(p) \wedge ? Q (p)$

Резюмируя сказанное о вопросах, мы можем теперь эти вопросы сгруппировать следующим образом:

Таблица видов вопросов:

Вопросы	
Отношение к обсуждаемой теме	
По существу темы	Не по существу темы
Семантическая характеристика	
Корректные	Некорректные
Познавательная функция	
Уточняющие «ли-вопросы»	Восполняющие «что-вопросы»

Структура



9.2. Ответы и их виды

Ответ – это, как и отметили выше, *новое суждение, уточняющее или дополняющее в соответствии с поставленным вопросом исходное знание*. Например, на вопрос «Кто является основателем русской школы физиологии растений?» ответом будет «К.А. Тимирязев».

Различают следующие виды ответов: 1) *истинные и ложные*; 2) *прямые и косвенные*; 3) *краткие и развернутые*; 4) *полные и неполные*; 5) *точные (определенные) и неточные (неопределенные)*.

Ответ истинен, если выраженное в нем суждение правильно, или адекватно отражает действительность. Ответ расценивается как ложный, если выраженное в нем суждение неверно, или неадекватно отражает положение дел в действительности.

Прямым называется ответ, взятый непосредственно из области поиска ответов, при конструировании которого не прибегают к дополнительным сведениям и рассуждениям. Например, «Является ли кит рыбой?». Прямой ответ – «Нет, кит не является рыбой».

Косвенным называется ответ, который получают из более широкой области, нежели область поиска ответа, и из которого лишь выводным путем можно получить нужную информацию. Так, на вопрос: «Является ли кит рыбой?» косвенный ответ будет: «Кит относится к млекопитающим животным».

Краткие ответы – это односложные утвердительные или отрицательные ответы: «да» или «нет».

Развернутые ответы – это ответы, в каждом из которых повторяются все элементы вопроса. Например, на вопрос: «Является ли Москва столицей России?» краткий ответ будет «да», а

развернутый - «Да, Москва является столицей России». Точно так же и отрицательный ответ будет звучать: «Нет» и «нет, Москва не является столицей России».

Полные и неполные ответы. **Полный** ответ включает информацию по всем элементам или составным частям вопроса. Например, на сложный **«ли-вопрос»** «Верно ли, что Иванов, Петров и Сидоров являются соучастниками преступления?» полным будет следующий ответ: «Иванов и Сидоров - соучастники преступления, а Петров – исполнитель». **Неполный** ответ включает информацию относительно отдельных элементов или составных частей вопроса. Так, на указанный выше вопрос неполный ответ будет следующий: «Нет, неверно, Петров является исполнителем».

Точные (определенные) и неточные (неопределенные) ответы.

Под **точностью** и **определенностью** имеется в виду логическая, т.е. понятийно – структурная характеристика вопроса. **Неточность** вопросов выражается в двусмысленном употреблении понятий и вопросительных слов.

Таблица видов ответов

Ответы

Семантика ответов

Истинные	Ложные
----------	--------

Область поиска ответов

Прямые	Косвенные
--------	-----------

Грамматическая структура вопросов

Краткие

Развернутые

Объем информации

Полные

Неполные

Степень точности

Определенные

Неопределенные

Вопросы для повторения:

1. Дайте характеристику вопросов и ответов. Приведите определения.
2. Какие существуют виды вопросов? Что такое корректно поставленный вопрос?
3. На какие виды делятся вопросы по познавательной функции?
4. Какова структура вопросов? Приведите примеры смешанных вопросов.
5. Какие существуют виды ответов? Как делятся ответы по степени точности?

Упражнения:

1. *Дайте семантическую характеристику и установите виды следующих вопросов:*
 - 1.1. Верно ли, что Каллисто является спутником Юпитера?
 - 1.2. Находится ли Тверь между Москвой и Санкт-Петербургом?
 - 1.3. Сколько лет длилась семилетняя война?

1.4. Продолжаете ли вы нарушать общественный порядок?

2. Проанализируйте следующие вопросы:

2.1. Вы за или против требований дольщиков?

2.2. Является ли подсудимый тем человеком, за которого себя выдает?

2.3. Кто является создателем евклидовой геометрии?

2.4. Можно ли войти в одну и ту же реку дважды?

ГЛАВА X. ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АРГУМЕНТАЦИИ

10.1. Аргументация и доказательство

Под «аргументацией» (лат. *argumentatio* – приведение аргументов) понимают приведение логических доводов для обоснования какого-либо положения, утверждения, суждения о фактах и т.д. Аргумент же (лат. *argumentum*) есть мысль, истинность которой проверена и доказана практикой, и потому может быть использована для обоснования истинности или ложности другого положения или утверждения. Таким образом, аргументация представляет собой один из способов обоснования утверждений (суждений, гипотез, концепций и т.д.). Утверждения могут обосновываться путем *непосредственного обращения к действительности* (посредством наблюдений, экспериментов и других видов практической деятельности), а также с помощью уже известных положений (*аргументов*) и средств логики. Во втором случае, обоснование тоже осуществляется путем обращения к действительности, но не непосредственного, а *опосредованного*. Логика изучает обоснования второго рода, называемые аргументациями.

10.1.1. Аргументация

Аргументация – это полное или частичное обоснование какого-либо утверждения с использованием других утверждений.

Задачей аргументации часто является выработка убеждения в истинности какого-либо утверждения. В большей степени это касается политики. Убеждение может быть полным или неполным. Неполное убеждение называют *мнением*. В целом, убеждения вырабатываются двумя основными путями:

1) Путем обоснования и 2) на основе внушения, веры и т.д. С детства – в семье, детском саду преобладает второй путь – через религиозное воспитание, уважение к авторитету, знаниям старших и т.д., однако со школьных лет, т.е. после знакомства с опытными науками, начинают вырабатываться убеждения путем обоснования, представляющего два варианта – а) *непосредствен-*

ного обращения к действительности, и б) опосредованного обращения к действительности, т.е. аргументации.

Учение об аргументации впервые возникло в Древней Греции. В Древней Греции с ее развитыми публичными формами государственного управления, активной судебной и политической практики учение об аргументации разрабатывалось на основе логико-методологического, психологического и этического анализа различных форм убеждения, а также обобщения и систематизации тех приемов и методов ведения споров, диалогов, диспутов, дискуссий и полемики и т.д. Умение приводить убедительные аргументы оборачивалось победой в суде, решением вопросов в общественном сознании, политической карьерой, практической выгодой и т.д. Логико-философская классика античности в лице Сократа, Платона и Аристотеля придерживалась интерпретации диалога как вопросно-ответного метода поиска истины, в котором участвуют, по крайней мере, два собеседника, один из которых задает вопросы и по сути дела руководит диалогом (у Платона), а другой отвечает на них. Путем систематической постановки вопросов в конечном итоге удавалось найти удовлетворительный ответ на вопрос и психологически сблизить участников диалога. Такой метод поиска истины благотворно влиял на разработку различных стилей аргументации.

В исследовании аргументации выделяются *два аспекта – логический и коммуникативный*. В логическом плане цель аргументации сводится к обоснованию некоторого положения, точки зрения, формулировки, через другие положения, именуемые аргументами. В случае эффективной аргументации реализуется и *коммуникативный аспект* аргументации, если собеседник соглашается с аргументами и способом доказательства или опровержения исходного положения.

10.1.2. Доказательство

Выше мы уже познакомились с положениями основных законов логики. Согласно закону непротиворечия, для любого высказывания **A** не может быть истинным одновременно **A** и **не-A**, доказательство **A** означает одновременно опровержение **не-A**. В

силу закона исключенного третьего, согласно которому истинно A или $не-A$, опровержение A есть доказательство $не-A$. А это приводит к возможности употребления термина «доказательство» в узком и широком смысле:

1) в узком смысле мы доказываем A и при этом опровергаем $не-A$;

2) в широком смысле и то, и другое есть доказательство: в одном случае – истинности A , в другом – истинности $не-A$.

Таким образом, в широком смысле под **доказательством** понимается *любой способ обоснования истинности какого-либо утверждения - эмпирического или теоретического*. Визуальные наблюдения, измерительные процедуры, химические опыты и т.д. являются примерами непосредственного доказательства. Такое доказательство принимает вид практических действий, в ходе которых доказываемое положение сопоставляется с фактами окружающей действительности.

В узком же смысле под доказательством понимается логическая операция обоснования истинности какого-либо утверждения при помощи других утверждений, истинность которых уже доказана. Такое доказательство называется опосредованным или логическим, с чем логика имеет дело.

Любое доказательство состоит из 1) **тезиса**, 2) **аргументов** и 3) **демонстрации**.

10.1.2.1. Тезис

Тезисом называется утверждение, истинность которого необходимо доказать. Тезис есть центральный элемент доказательства. В предложении тезис выражается подлежащим и отвечает на вопрос: «Что требуется доказать?». Поэтому говорят, что доказать – это значит установить истинность тезиса.

10.1.2.2. Аргументы

Аргументы – это истинные суждения, которые используются для доказательства тезиса. В структуре доказательства

они именуются также основаниями или посылками, из которых по определенным правилам выводится тезис доказательства. Например, для доказательства тезиса «*Медь электропроводна*» используются следующие истинные аргументы: «*Все металлы электропроводны*» и «*Медь – металл*».

В процессе доказательства могут использоваться разные аргументы: законы, истинные утверждения о фактах, теоремы, аксиомы и пр. В целом аргументы бывают двух видов – правильными и неправильными, корректными или некорректными.

10.1.2.2.1. Корректные аргументы

Аргументы, касающиеся дела (ad rem), называются корректными. Они объективны и касаются сути доказываемого тезиса. Их множество:

а) *аксиомы* (от греческого *axioma* – без доказательства) – бездоказательные научные положения, которые принимаются в качестве аргумента при доказательстве других положений. В понятии «аксиома» заключены два логических смысла. Это – «истинное положение, не требующее доказательства» и «отправной пункт доказательства». Так, кстати, понимал аксиому Аристотель, считая истинность аксиом самоочевидной и бесспорной. Понятие «аксиомы» положено в основу аксиоматического метода построения научной теории, когда из исходных аксиом, взятых в качестве основополагающих утверждений, чисто логическим путем выводятся (т.е. доказываются) ее следствия (теоремы). Образцом аксиоматической теории античности являлась геометрия Эвклида и его «Начала». В современных аксиоматических теориях формулируется ряд требований, предъявляемых к формальным системам (непротиворечивость, полнота, независимость). Если на основании данной аксиоматической системы нельзя доказать противоречивые суждения (утверждение или отрицание), то такая система считается непротиворечивой. Если данной системы аксиом достаточно, чтобы вывести все истинные положения в данной научной области, то система аксиом считается полной. Если аксиомы данной системы не выведены из других акси-

ом этой же научной области, то эта аксиоматическая система является независимой.

б) *теоремы* – доказанные положения науки. Их доказательство принимает вид логического следствия из аксиом.

в) *законы* – особые положения наук, устанавливающие существенные, необходимые, устойчивые и повторяющиеся связи явлений. Каждая наука имеет свои законы, результирующие определенный вид научно-исследовательской практики. Аксиомы и теоремы также принимает вид законов (аксиома силлогизма, теорема Пифагора).

г) *суждения о фактах* – раздел научного знания опытно-экспериментального характера (результаты наблюдений, показания приборов, социологические данные, измерительные данные, статистика, данные эксперимента и т.д.). В качестве аргументов берутся те из суждений о фактах, истинность которых подтверждена на практике.

д) *определения*. О них мы говорили на прошлых лекциях. Данная логическая операция позволяет формировать в каждой научной области класс определений, которые играют двоякую роль: с одной стороны, они помогают специфицировать предмет и отличить его от других предметов данной области, а с другой стороны, расширять объем научных знаний, вводя новые определения.

10.1.2.2.1. Некорректные аргументы

Некорректные аргументы (ad hominem) – апеллирующие к человеку, касаются характерных черт личности, психологии человека и особенностей публичной речи. Их цель – убедить любой ценой – ссылкой на авторитет, игрой на публику, ложным аргументом, угрозой и намеком на последствия, игрой на чувствах (жалости, тщеславия, эгоизма), обещаниями и заверениями. Такие аргументы в логике считаются некорректными, а доказательство с их использованием – неправильным.

Таким образом, доказательство обращает особое внимание на качество и состав аргументов. Кроме того, форма перехода от

посылок доказательства к тезису может быть разной. Она образует третий элемент в структуре доказательства.

10.1.3. Форма доказательства или демонстрация

Форма доказательства или демонстрация – это способ логической связи аргумента и тезиса доказательства. Это самое общее определение доказательства, которое затем конкретизируется в соответствии с предметом науки. Сама логика исследует два вида доказательства:

10.1.3.1. Доказательство прямое

Доказательство считается прямым, если в нем тезис необходимо следует из аргументов. Прямое доказательство часто принимает вид правильного силлогизма – категорического, условного, условно-категорического, разделительно-категорического, условно-разделительного. Например, *modus ponens*:

$$\frac{p \supset q, p}{q}$$

10.1.3.2. Доказательство косвенное

Доказательство считает косвенным, если в нем истинность тезиса устанавливается не прямо, а через доказательство ложности противоречащего ему антитеза. Тезис и антитезис образуют логическое противоречие (как утверждение и отрицание – вспомните Гегеля). В этом и заключается логический смысл косвенного доказательства. Закон непротиворечия запрещает одновременную истинность утверждения и отрицания. Значит, установив логическое значение одного из противоречивых положений, можно автоматически получить логическое значение другого положения. Схема косвенного доказательства выглядит так:

$$\frac{p \supset q, \neg q}{\neg p}$$

10.1.3.3. Парадокс

Если в ходе доказательства утверждается одновременная истинность противоречивых положений. То это противоречит правилам. Такую форму мысли древние греки называли парадоксом (от греческого *para* – два и *doxos* – мнение, т.е. два мнения). Эта форма мысли часто используется в литературном выражении (метафора), в маркетинге («парадоксальная реклама»), однако в формальной логике считается ошибочной.

10.1.3.4. Абсурд

У парадокса есть латинский «брат» - абсурд (от латинского *absurdus* – глупый, нелепый). Под абсурдом в логике понимается внутренне противоречивое высказывание. Оно также нарушает закон непротиворечия и побуждает к признанию истинными утверждение и отрицание.

10.1.3.5. Бессмыслица (реникса, репуха)

Парадокс и абсурд в логике следует отличать от бессмыслицы. Бессмысленное – это высказывание, истинность, либо ложность которого установить невозможно. Оно без смысла, т.е. искусственно, неадекватно ни реальному, ни воображаемому предмету мысли. Логический смысл абсурда используется в доказательстве. В логике существует вид доказательства путем приведения к абсурду. Его смысл сводится к установлению противоречивых следствий из доказываемого тезиса. Схематически это выглядит так:

$$p \rightarrow q \text{ (первое следствие)}$$

$$p \rightarrow \neg q \text{ (второе следствие)}$$

В общем символическом виде схема доказательства выглядит следующим образом:

$(p \rightarrow (q \wedge \neg q)) \rightarrow \neg p$. Читается так: «Если из p следуют противоречивые следствия, то p – ложно».

10.2. Опровержение и его виды

Опровержение – это логическая операция по установлению ложности тезиса. Задача опровержения – установить ложность выдвинутого положения или его недоказанность. Доказать тезис A – значит обосновать его истинность, а опровергнуть тезис A – значит обосновать его ложность. Любое положение может быть подвергнуто двум видам аргументации. Либо будут найдены аргументы, подтверждающие выдвинутое в диалоге положение, либо будут указаны аргументы против данного положения (контраргументы), т.е. опровергающие его. На практике опровержение используется так же широко, как и доказательство, и имеет такую же структуру.

10.2.1. Структура опровержения

Опровержение составляют следующие элементы:

1) тезис – положение, высказывание, которые необходимо опровергнуть;

2) аргументы – положения, истинные суждения, при помощи которых опровергается тезис. Аргументы выступают основанием опровержения;

3) форма опровержения или демонстрация – логический способ связи аргументов и тезиса опровержения. Опровержение может иметь два вида:

10.2.1.1. Прямое опровержение тезиса

Прямое опровержение тезиса означает обоснование ложности тезиса и истинности антитезиса и по структуре напоминает косвенное доказательство. Только оно начинается с допущения

истинности не антитезиса, а опровергаемого тезиса. Из него выводятся следствия («Пусть то, в чем вас обвиняют, - истина. Но тогда должны быть следствия...»). Это - ход рассуждения по логике опровержения). Затем устанавливается несоответствие хотя бы одного из следствий действительному положению вещей или ранее доказанному («Но эти следствия отсутствуют или противоречат фактам...»). На основании этого из ложности следствия заключают о ложности основания, т.е. допущении истинности тезиса. Значит, тезис ложен, т.е. опровергнут. Поэтапно это выглядит следующим образом:

- а) необходимо опровергнуть тезис **A**;
- б) допускаем, что **A** – истинно;
- в) из **A** получаем следствия, одно из которых (**B**) – ложно, т.е. **не-B**;
- г) по ложности следствия заключаем о ложности основания:
Если **A**, то **B**, **не-B**
Следовательно, **не-A**.
- д) значит, **A** (тезис опровержения) - ложно, что и требовалось обосновать.

Нетрудно заметить, что прямое опровержение и косвенное доказательство имеют не только аналогичный ход мысли, но и связаны по смыслу. Например, опровергнуть обвинение в убийстве означает доказать невиновность, и, наоборот, доказать вину означает опровергнуть невиновность.

Прямым опровержением будет следующее рассуждение: «Предположим, что он действительно убил этого человека. Но в этом случае должны быть следы преступления, мотив, орудие. Ничего этого нет. Значит, нет и состава преступления».

10.2.1.2. Косвенное опровержение тезиса

Косвенное опровержение тезиса означает доказательство истинности антитезиса. Если смысл прямого опровержения – выведение из опровергаемого утверждения следствий, противоречащих истине, то задача косвенного опровержения – доказать истинность обратного утверждения (или антитезиса). Поскольку утверждение и его отрицание не могут быть одновременно ис-

тинными, то, как только удастся обосновать истинность антитезиса, ложность тезиса следует «автоматически» по закону непротиворечия. Так, чтобы опровергнуть утверждение, что все лебеди белые, достаточно показать хотя бы одного черного лебедя (Поппер). Как видим, логический смысл косвенного опровержения тот же, что и в косвенном доказательстве. Разными являются лишь логические задачи, стоящие перед доказательством и опровержением.

Косвенное опровержение имеет следующую структуру:

- а) необходимо опровергнуть тезис **A**;
- б) формулируем антитезис **не-A** (обратное утверждение);
- в) прямо доказываем истинность антитезиса **не-A**;
- г) истинность **не-A** означает ложность **A**, что и требовалось сделать.

Например, преподаватель хочет опровергнуть заявление студента, что он знает предмет. Он может делать это прямо, допуская, что он знает этот предмет и установить ложные следствия (отсутствие ответа на вопрос). А может делать это косвенно, доказывая незнание предмета.

Кроме опровержения тезиса могут быть опровергнуты также аргументы и демонстрация. При опровержении аргументов устанавливается их ложность. Ложность аргументов не означает ложности тезиса, однако указывает на некорректность операции опровержения. При опровержении демонстрации выявляется неправильность связи аргументов и тезиса. Например, вместо *модуса толленса* вывод может осуществляться по одному из неправильных модусов условно-категорического силлогизма (вспомните). Опровержение демонстрации также не означает опровержения тезиса. Однако очевидно, что правильность демонстрации влияет на корректность опровержения в целом. В мышлении и языке познавательное значение опровержения чрезвычайно велико, ибо с помощью данной логической операции удастся сократить количество ложных высказываний и заблуждений.

10.3. Правила и ошибки в аргументации.

Обсуждение дискуссионных вопросов в практических делах, как и научные рассуждения, приводят к истинным результатам, если они проводятся с соблюдением рациональных приемов и правил аргументации и критики по отношению к тезису, аргументам, демонстрации.

Что такое «логическая ошибка»? Под логической ошибкой имеется в виду непреднамеренное нарушение правил логики в процессе рассуждения по причине логической небрежности либо неосведомленности. Такие ошибки называют паралогизмами. Преднамеренные нарушения логических правил с целью ввести в заблуждение оппонента и слушателей либо создать видимость победы в дискуссии называют логическими уловками, или софизмами. Последнее выражение происходит от имени софистов – древнегреческих философов, которые, обладая искусством спора, умело манипулировали своими оппонентами. Они, между прочим, за обучение философии брали деньги. За такой подход Протагора ненавидел Сократ.

Бывают: **а) Правила и ошибки по отношению к тезису и б) Правила и ошибки по отношению к аргументам.**

10.3.1. Правила и ошибки по отношению к тезису

а) Логичное рассуждение предполагает соблюдение двух правил в отношении тезиса: **1) определенность тезиса** и **2) неизменность тезиса.**

10.3.1.1. Определенность тезиса

Правило определенности означает, что тезис должен быть сформулирован ясно и четко. Описание тезиса с помощью новых терминов вполне допустимо, но в таких случаях следует четко выявить их смысл через раскрытие содержания употребляемых понятий. Четкое определение тезиса наряду с выявлением смысла употребляемых терминов включает также анализ суждения, в

форме которого выставляется тезис. Если он представлен как простое суждение, то надо точно выявить субъект и предикат суждения, что не всегда является очевидным. Важное значение имеет качественная и количественная характеристика суждения. Например, тезис может быть представлен количественно неопределенным высказыванием: «Люди по природе эгоистичны» или «Люди самонадеянны». В этом случае не ясно – обо всех или о некоторых людях идет речь в высказывании. Такого рода тезисы трудно отстаивать и не менее трудно опровергать именно в силу их логической неопределенности.

Требование определенности и ясности предполагает расчленение сложного тезиса на относительно самостоятельные части с выделением существенных элементов. Такие существенные составные части тезиса выполняют роль основных пунктов разногласия, вокруг которых строится обсуждение проблемы. Это позволяет поэтапно обсуждать тезис – принимать или отвергать важнейшие его элементы, избегать подмены существенных разногласий несущественными.

10.3.1.2. Неизменность тезиса

Правило неизменности тезиса запрещает видоизменять или отступать от первоначально сформулированного положения в процессе данного рассуждения. Если человек в ходе выступления под влиянием новых фактов или контраргументов приходит к мысли о неточности своего тезиса, то он может изменить или уточнить его. Но об этом надо поставить в известность слушателей и своего оппонента.

Очень часто на практике мы наблюдаем отступление от этих правил, например, потерю тезиса. Потеря тезиса проявляется в том, что, сформулировав тезис, проponent забывает его, и, прямо или косвенно переходит к иному, прямо или косвенно связанному с первым тезисом положению. Затем часто, по ассоциации, он переходит и к третьему положению и т.д. В конце концов, он теряет исходную мысль.

10.3.2. Подмена тезиса

Можно говорить о: **а) полной** и **б) частичной подменой тезиса**.

10.3.2.1. Полная подмена тезиса

Полная подмена тезиса проявляется в том, что, выдвинув определенное положение, проponent в итоге фактически обосновывает нечто другое, близкое или сходное с тезисом положение и тем самым подменяет основную идею другой. Разновидностью подмены тезиса является ошибка или уловка, именуемая «аргумент к личности», когда при обсуждении конкретных действий определенного лица или предложенных им решений незаметно переходят к обсуждению личных качеств этого человека.

Разновидностью подмены тезиса является ошибка, получившая название «логическая диверсия». Чувствуя невозможность доказать или оправдать выдвинутое положение, выступающий пытается переключить внимание слушателей на обсуждение другого, возможно важного для слушателей утверждения, но не имеющего прямой связи с первоначальным тезисом. Вопрос об истинности тезиса остается при этом открытым, ибо обсуждение искусственно переключается на другую тему.

10.3.2.2. Частичная подмена тезиса

Частичная подмена тезиса выражается в том, что в ходе выступления проponent пытается видоизменить собственный тезис, сужая или смягчая свое первоначально слишком общее, преувеличенное, либо излишне резкое утверждение. Так, первоначальное утверждение о том, что «все участники преступления действовали умышленно», видоизменяется до утверждения «большинство из них действовало умышленно», затем до утверждения «отдельные лица действовали умышленно» и т.д.

Если в одних случаях под влиянием контраргументов проponent стремится смягчить свою неоправданно резкую оценку,

поскольку в таком виде ее легче защищать, то в других случаях наблюдается обратная тенденция. Так, тезис противника нередко стараются видоизменить в сторону усиления или расширения, поскольку в таком виде его легче опровергнуть. Например, если выдвигается тезис о необходимости усиления контроля или укрепления трудовой дисциплины в том или ином производственном звене, то противник такого предложения стремится изобразить автора ярким сторонником административных методов управления, бюрократии и т.д., недооценивающего фактор убеждения.

10.3.3. Правила и ошибки по отношению к аргументам

Как правило, процесс аргументации всегда предполагает предварительный анализ имеющегося фактического материала, статистических обобщений, свидетельств очевидцев, научных данных и т.д. Слабые и сомнительные аргументы отбрасываются, а наиболее веские синтезируются в стройную и непротиворечивую систему доводов.

Предварительная работа проводится при этом с учетом с особой стратегии и тактики аргументации. Под тактикой имеется в виду поиск и отбор таких аргументов, которые окажутся наиболее убедительными для данной аудитории, учитывая возрастные, профессиональные и другие ее особенности.

Решение стратегической задачи аргументации определяется выполнением следующих требований, или правил в отношении доводов:

- 1) достоверность аргументов; 2) автономное от тезиса обоснование;
- 3) непротиворечивость; 4) достаточность

10.3.3.1. Достоверность аргументов

Требование достоверности аргументов определяется тем, что они выступают логическими основаниями, опираясь на которые выводят тезис. Сколь бы вероятными ни были доводы, из

них может следовать лишь правдоподобный, но не достоверный тезис. Сложение вероятностей в посылах приводит лишь к увеличению степени вероятности заключения, но не гарантирует получения достоверного результата. Доводы выполняют роль фундамента, на котором строится аргументация. Если в фундамент рассуждения нетребовательно кладут непроверенные или сомнительные факты, то тем самым ставится под угрозу весь ход аргументации. Опытному критику достаточно поставить под сомнение один или несколько доводов, как рухнет вся система рассуждений, и тезис выступающего выйдет как произвольный и декларативный. Об убедительности такого рассуждения не может быть и речи.

Нарушение указанного логического правила приводит к двум ошибкам. Одна из них – принятие за истину ложного аргумента – называется «основное заблуждение».

Причины такой ошибки – использование в качестве аргумента несуществующего факта, ссылка на событие, которое в действительности не имело места, указание на несуществующих очевидцев и т.д. Такое заблуждение называется основным потому, что порывает главнейший принцип доказательства – убедить в правильности такого тезиса, который покоится не на любом, а лишь на твердом фундаменте из истинных положений.

Другая ошибка – «предвосхищение основания». Она заключается в том, что в качестве аргументов используются и недоказанные, как правило, произвольно взятые положения: ссылаются на слухи, на ходячие мнения и т.д., и выдают их за аргументы, якобы обосновывающие основной тезис.

10.3.3.2. Автономное от тезиса обоснование

Автономное обоснование аргументов означает: поскольку доводы должны быть истинными, то, прежде чем обосновывать тезис, следует проверить сами аргументы. При этом для доводов ищут основания, не обращаясь к тезису. Иначе может получиться, что недоказанным тезисом обосновываются недоказанные аргументы. Эта ошибка называется «круг в демонстрации».

10.3.3.3. Непротиворечивость аргументов

Требование непротиворечивости аргументов вытекает из логической идеи, согласно которой из противоречия формально следует все что угодно – и тезис пропонента, и антитезис оппонента. Содержательно же из противоречивых оснований с необходимостью не вытекает ни одно положение. В судебной практике, например, на противоречащие друг другу фактические обстоятельства: противоречивые показания свидетелей и обвиняемых, не совпадающие с фактами заключения экспертов, и т.д.

10.3.3.4. Достаточность аргументов

Требование достаточности аргументов связано с логической мерой – в своей совокупности доводы должны быть такими, чтобы из них по правилам логики в необходимости следовал доказываемый тезис. Не всегда дает положительные результаты принцип «чем больше аргументов, тем лучше», наоборот, «лучше меньше, да лучше».

10.3.4. Правила и ошибки демонстрации

10.3.4.1. Дедуктивная аргументация

Дедуктивный способ аргументации предполагает соблюдение ряда методологических и логических требований. К важнейшим из них относятся следующие.

1) Точное определение или описание в большей посылке, выполняющей роль довода, исходного теоретического или эмпирического положения. Это дает возможность убедительно продемонстрировать научные позиции или практические соображения, которыми руководствуются при оценке конкретного события.

2) Точное и достоверное описание конкретного события, которое дано в меньшей посылке.

Это требование диктуется методологическим принципом конкретности истины. В противном случае дедуктивное рассуждение будет двусмысленным и далеким от истины. Точное описание события или явления помогает отыскать среди теоретических положений нужное обобщение и правильно применить его к конкретному случаю.

3) Дедуктивная аргументация приводит к достоверному обоснованию тезиса при соблюдении структурных правил этой формы вывода, относящихся к терминам, количеству, качеству и логическим связям между посылками умозаключения. Это, прежде всего, правила категорических, условных, разделительных и смешанных форм силлогизмов, о которых мы уже говорили на предыдущих лекциях.

10.3.4.2. Индуктивная аргументация

Индуктивный способ аргументации применяется, как правило, в тех случаях, когда в качестве доводов используются *фактические данные*. Доказательное значение индуктивного обоснования зависит от устойчивой повторяемости свойств у однородных явлений. Чем больше число благоприятных случаев наблюдается и чем разнообразнее условия их отбора, тем основательнее индуктивная аргументация. Чаще всего индуктивное обоснование приводит лишь к проблематичным заключениям, ибо свойственное отдельным объектам не всегда присуще всей группе явлений. Это, в частности, было показано в работах **К. Поппера**.

10.3.4.3. Аргументация в форме аналогии

Аргументация в форме аналогии применяется в случае уподобления единичных событий и явлений. При обращении к аналогии надо соблюдать следующие правила этого вида умозаключения. Во-первых, аналогия состоятельная лишь тогда, когда два явления сходны между собой не в любых, а лишь в существенных признаках. Во-вторых, при уподоблении двух явлений или собы-

тий следует учитывать различия между ними. Если два явления существенно отличаются друг от друга, то несмотря на наличие сходных признаков, их нельзя уподоблять. Аналогия в этом случае будет несостоятельной.

Ошибки в демонстрации связаны с отсутствием логической связи между аргументами и тезисом. В общем виде отсутствие логической связи между аргументами и тезисом называют ошибкой «мнимого следования». Мнимое следование часто возникает по причине несоответствия между логическим статусом посылок, в которых представлены аргументы, и логическим статусом суждения, содержащего тезис.

В общем виде несоответствие между аргументами и тезисом в случае мнимого следования проявляется в том, что логически слабыми аргументами пытаются обосновать логически более сильный тезис.

Примеры. *Аргумент к силе* – вместо логического обоснования тезиса прибегают к внелогическому принуждению – физическому, экономическому, административному и т.д.

Аргумент к невежеству – использование неосведомленности или непосвященности оппонента, или слушателей и навязывание им мнений, которые не находят объективного подтверждения либо противоречат науке.

Аргумент к выгоде – вместо логического обоснования тезиса агитируют за его принятие потому, что так выгодно в морально-политическом или экономическом отношении.

Аргумент к здравому смыслу – используется часто как апелляция к обыденному сознанию вместо реального обоснования.

Аргумент к состраданию проявляется в тех случаях, когда вместо реальной оценки конкретного поступка взывают к жалости, человеколюбию, состраданию. К этому аргументу прибегают обычно в тех случаях, когда речь идет о возможном осуждении или наказании лица за совершенные проступки.

Аргумент к верности – вместо обоснования тезиса как истинного склоняют к его принятию в силу верности, привязанности, почтения и т.д.

Аргумент к авторитету – ссылка на авторитетную личность или коллективный авторитет вместо конкретного обоснования тезиса.

Вопросы для повторения:

1. Что такое аргументация и чем она отличается от доказательства?
2. Что такое тезис, аргументы, демонстрация?
3. Какие суждения могут быть использованы в качестве аргументов?
4. Какие существуют правила и ошибки в демонстрации?

Упражнения:

1. Найдите составные части (тезис, аргументы, демонстрацию) в следующих аргументациях:

1.1. Если существующих вещей много, то их должно быть ровно столько, сколько их есть. А если их ровно столько, сколько их есть, значит, их число ограничено. Но если существующих вещей много, то их число неограничено, ибо всегда существуют другие вещи между существующими вещами, и снова другие между ними. Значит, число существующих вещей ограничено и неограничено.

1.2. Если длины сторон некоторого треугольника составляют соответственно 3, 4 и 5 см, то этот треугольник является прямоугольным, ибо сумма квадратов первых двух чисел равна квадрату третьего числа, а такое соотношение длин сторон имеет только прямоугольный треугольник.

2. Проанализируйте следующие доказательства и найдите ошибки в них:

2.1. Сидящий встал. Тот, кто встал, стоит. Следовательно, сидящий стоит.

2.2. Трое пошли в ресторан обедать. После обеда официант подошел и сказал, что они должны заплатить 30 рублей. Каждый из них достал по 10 рублей, и отдали требуемую сумму официанту. Но директор ресторана, внимательно посмотрев меню, обнаружил переплату и велел официанту вернуть посетителям лишние 5 рублей. Официант же вернул каждому по рублю, а 2 рубля

положил себе в карман. Выходит, что каждый посетитель давал по 9 рублей, и еще 2 рубля у официанта. В сумме получается 29 рублей. Ведь было изначально 30 рублей.

ГЛАВА XI. ФОРМЫ РАЗВИТИЯ ЗНАНИЯ

11.1. Проблема как форма развития знания

Научное знание развивается в трех основных формах – *проблема, гипотеза теория*. Под **проблемой** подразумевают, прежде всего, некоторую задачу. Задачи бывают разных типов. (1) для которых есть метод – алгоритм решения, (2) решаемые подбором значений, (3) для которых требуется разработать метод решения.

Проблемами называют важные в практическом или теоретическом отношении задачи третьего типа, способы решения которых неизвестны или известны не полностью. Различают проблемы двух видов: 1) *неразвитые* и 2) *развитые*. *Неразвитая проблема* – это задача, которая характеризуется следующими чертами. *Во-первых*, это нестандартная задача, т.е. задача, для решения которой нет алгоритма (алгоритм неизвестен или даже невозможен). Чаще всего это трудная задача. *Во-вторых*, это задача, которая возникла на базе определенного знания (теории, концепции и т.д.), т.е. задача, которая возникла как закономерный результат процесса познания. *В-третьих*, это задача, решение которой направлено на устранение противоречия, возникшего в познании (противоречия между отдельными положениями теории или концепции, положениями концепции и фактами и т.д.), а также на устранение несоответствия между потребностями и наличием средств для их удовлетворения. *В-четвертых*, это задача, путей решения которой не видно.

Задача, которая характеризуется тремя первыми из указанных выше черт, а также содержит более или менее конкретные указания на пути решения, называется *развитой проблемой* или собственно проблемой.

Проблема как процесс развития знания состоит из нескольких ступеней: (1) формирование неразвитой проблемы (предпроблемы); (2) развитие проблемы – формирование развитой проблемы первой степени, затем второй и т.д.; (3) разрешение (или установление неразрешимости) проблемы.

11.2. Гипотеза как форма развития знания

Познание любого явления действительности, как известно, начинают с собирания и накопления отдельных фактов, относящихся к этому явлению. Фактов, которыми располагают вначале познания, всегда недостаточно, чтобы полностью и сразу объяснить это явление, сделать достоверный вывод о том, что оно собой представляет, каковы причины его возникновения, законы развития и т.п. Поэтому познание предметов и событий внешнего мира протекает часто с использованием гипотезы. Не ожидая пока накопятся факты для окончательного, достоверного вывода (например, о характере и причине развития исследуемого явления), дают вначале предположительное их объяснение, а затем это предположение развивают и доказывают. Что же такое гипотеза?

Гипотеза – это предположительное суждение о закономерной связи явлений. Речь идет о предположениях, позволяющих разработать план исследования.

Существенные признаки гипотезы.

Во-первых, гипотеза является особой формой развития научных знаний. Построение гипотез в науке дает возможность переходить от отдельных научных фактов, относящихся к явлению, к их обобщению и познанию законов развития этого явления.

Во-вторых, построение научной гипотезы всегда сопровождается выдвиганием предположения, связанного с теоретическим объяснением исследуемых явлений. Она всегда выступает в форме отдельного суждения или системы взаимосвязанных суждений о свойствах единичных фактов или закономерных связях явлений. Суждение это всегда проблематично, в нем выражается вероятностное теоретическое знание. Иногда гипотеза возникает на основе *дедукции*. Например, гипотеза К.А. Тимирязева о фотосинтезе была выведена первоначально дедуктивно из закона сохранения энергии.

В-третьих, гипотеза - это обоснованное, опирающееся на конкретные факты, предположение. Поэтому возникновение гипотезы - это нехаотический и не подсознательный, а закономерный и логически стройный познавательный процесс, который приводит человека к получению новых знаний об объективной

действительности. Например, новая гелиоцентрическая система Н. Коперника раскрывающая идею о вращении Земли вокруг Солнца и изложенная им в труде *«О вращении небесных сфер»*, опиралась на реальные факты и доказывала несостоятельность господствующей в то время геоцентрической концепции.

Интересно, что в свое время к недоразумению привело известное выражение **И. Ньютона** *«гипотез не измышляю»*. Многие удивились тому, что великий физик в своих теоретических построениях вообще не пользуется гипотезами. Но если мы ударение переместим со слова *«гипотез»* на словосочетание *«не измышляю»*, то легко обнаружим логическую ошибку. Ньютон хотел лишь сказать: *«гипотез не измышляю, а выдвигаю их на основе фактов»*.

Указанные существенные признаки гипотезы в своей совокупности вполне достаточны для того, чтобы на их основе отличить гипотезу от других видов предположения и определить ее сущность. Гипотеза (от греч. *hypothesis* - основание, предположение) - это вероятностное предположение о причине каких-либо явлений, достоверность которого при современном состоянии производства и науки не может быть проверена и доказана, но которое объясняет данные явления, без него необъяснимые; один из приемов познавательной деятельности.

Важно иметь в виду, что термин «гипотеза» употребляется в двояком значении. *Во-первых*, под гипотезой понимают само предположение, объясняющее наблюдаемое явление (гипотеза узком смысле). *Во-вторых*, как прием мышления в целом, включающий в себя выдвижение предположения, его развитие и доказательство (гипотеза в широком смысле).

Второе, собственно, и есть сложный процесс мысли, ведущий от незнания к знанию. Исследование логической формы этого процесса составляет одну из задач логики. *«С полным устранением гипотезы, - отмечал К.А. Тимирязев, - наука превратилась бы в нагромождение голых фактов»*.

Гипотеза нередко строится как предположение о причине прошлых явлений, о закономерном порядке, который уже прекратился, но его предположение объясняет определенную совокупность явлений, хорошо известных из истории или наблюдаемых в настоящее время. Гипотетическим является наше знание,

например, о формировании Солнечной системы, о состоянии земного ядра, о происхождении жизни на Земле и т.д.

Гипотеза прекращает свое существование в двух случаях: *во-первых*, когда она, получив подтверждение, превращается в достоверное знание и становится частью теории; *во-вторых*, когда гипотеза опровергнута и становится ложным знанием.

11.2.1. Логическая структура гипотезы и ее виды

Гипотеза представляет собой систему понятий, суждений и умозаключений. При этом в отличие от них гипотеза носит сложный, синтетический характер. Ни одно отдельно взятое понятие, суждение, умозаключение в своем содержании не составляет еще гипотезы. Обратимся, например, к известной гипотезе академика **А.И. Опарина** о происхождении жизни на Земле. Ее положения не ограничиваются каким-либо одним суждением, например, о том, что жизнь возникла в воде или началась с появлением сложных надмолекулярных белковых структур. Данная гипотеза, как и любая другая, пытается объяснить процесс возникновения жизни на Земле во всей его сложности. Естественно, что это невозможно сделать одним суждением или умозаключением. Даже более узкая гипотеза, касающаяся какого-либо одного явления, например, гипотеза об авторстве вновь найденной художественной картины, состоит не из одного суждения, а из целой системы суждений и умозаключений, которая обосновывает вероятность выдвинутого предположения. При этом характер таких суждений обосновывается на взглядах различных экспертов (специалистов) в своей отрасли знания.

Выделяют *1) общие, 2) частные и 3) рабочие гипотезы.*

Общая гипотеза объясняет причину явления или группы явлений в целом.

Частная гипотеза - это разновидность гипотезы, объясняющая какую-либо отдельную сторону или отдельное свойство явления или события.

Так, например, гипотеза о происхождении жизни на Земле – это общая гипотеза, а гипотеза о генезисе сознания человека - частная.

При этом необходимо иметь в виду, что деление гипотезы на общую и частную имеет смысл, когда мы соотносим одну гипотезу с другой. Это деление не является абсолютным, гипотеза может быть частной по отношению к одной гипотезе и общей по отношению к другим гипотезам.

Разновидностью частной гипотезы является **версия**. *Версия* (лат. *versio* - оборот, видоизменение; франц. *version* - перевод, истолкование) - одно из нескольких возможных, отличительное от других объяснение или толкование какого-либо факта, явления, события. Примером могут служить различные версии о личности «Железной маски» - узнике Бастилии. Версии могут возникать при чтении какого-либо текста, когда отсутствует его общепринятое понятие. Так, например, в литературоведении широко распространены версии былин. Часто используется гипотеза в судебно-следственной практике при объяснении отдельных фактов или совокупности обстоятельств.

Рабочая гипотеза - это временное предположение или допущение, которым пользуются при построении гипотезы. Рабочая гипотеза выдвигается, как правило, на первых этапах исследования. Она непосредственно не ставит задачу выяснить действительные причины исследуемых явлений, а служит лишь условным допущением, позволяющим сгруппировать и систематизировать результаты наблюдений и дать согласующееся с наблюдениями описание явлений. Рабочие гипотезы, в частности, с успехом применяются в социологии. Особенно они важны, например, на первых этапах конкретных исследований в области общественного мнения, выяснения приоритетности тех или иных политических деятелей, анализе межличностных отношений в микрогруппах и т.д.

В эпистемологии XX века заметное место занимал еще один вид гипотез – гипотезы **ad hoc**. Это так называемые *вспомогательные гипотезы*, к которым часто прибегают ученые с целью защитить их теории, спасти от опровержения. Такие гипотезы допустимы только в том случае, если они подкрепляют теорию в новой области ее применения¹⁸. Но, как показывает практика, **ad hoc** гипотезы только объясняют, но ничего не предсказывают.

¹⁸ См. Мамедов А.А. Наука как поле борьбы исследовательских программ: к критике концепции роста знания И. Лакатоса//Социально-гуманитарные знания, 2011, №2. С. 220-221.

Таким образом, использование гипотез в теории и практике имеет большое значение. Гипотеза является формой развития научных знаний. С точки зрения логической структуры она не сводится к какой-то одной форме мышления: понятию, суждению или умозаключению, а включает в свой состав все эти формы.

Предположение, чтобы стать научной гипотезой, должно удовлетворять следующим требованиям:

1) предположение не должно быть логически противоречивым, а также противоречить фундаментальным положениям науки;

2) предположение должно быть принципиально проверяемым;

3) предположение не должно противоречить ранее установленным фактам, для объяснения которых оно предназначено;

4) предположение должно быть приложимо к возможно более широкому кругу явлений. Это требование позволяет из двух или более гипотез, объясняющих один и тот же круг явлений, выбрать наиболее конструктивную из них.

Умозаключение, в котором формируется основное предположение гипотезы, может строиться в форме аналогии, неполной индукции, а также вероятностного силлогизма. Однако говорить о тех или иных отдельных видах умозаключения в связи с построением гипотезы, значит, говорить лишь о центральном и конечном звене в целом сложного логического построения.

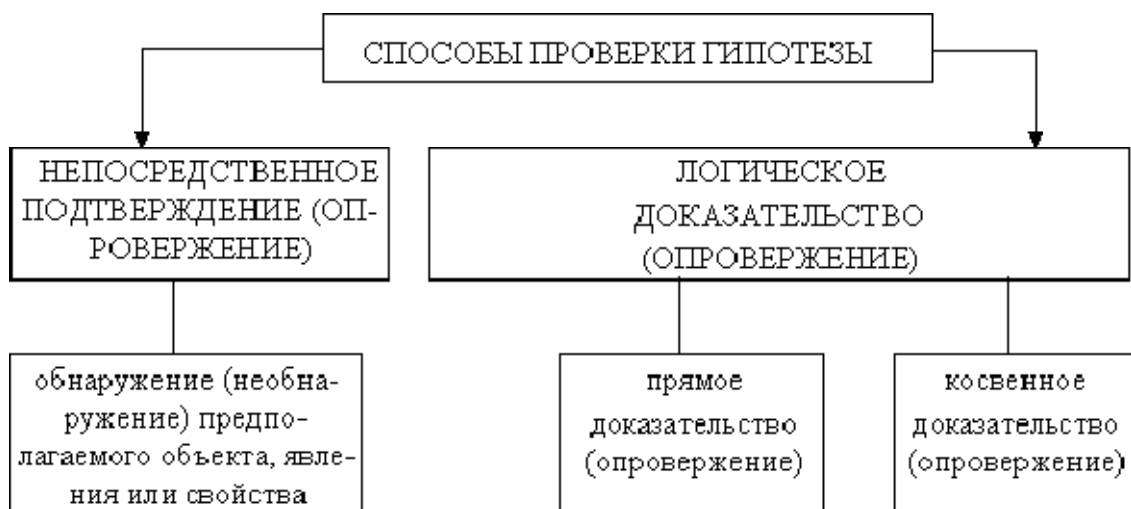
11.2.2. Развитие и проверка гипотезы

Развитие гипотезы связано с выводением гипотезы из нее логических следствий. Предполагая выдвинутое положение истинным, из него дедуктивным путем выводят ряд следствий, которые должны существовать, если существует предполагаемая причина.

Логические следствия, выводимые из гипотез, нельзя отождествлять со следствиями -звеньями причинно-следственной цепи явлений, всегда хронологически следующими за вызвавшей их причиной. Под логическими следствиями понимаются мысли

не только об обстоятельствах, вызванных изучаемым явлением, но и об обстоятельствах, предшествующих ему по времени, о сопутствующих и последующих, а также об обстоятельствах, вызванных иными причинами, но находящихся с исследуемым явлением в какой-либо связи.

Сопоставление выведенных из предположения следствий с установленными фактами действительности дает возможность либо опровергнуть гипотезу, либо доказать ее истинность.



Непосредственное подтверждение (опровержение) гипотезы в науке используется довольно часто. Сущность этого способа заключается в том, что предполагаемые отдельные факты или явления в ходе последующего познания находят подтверждение (или опровержение) в юридической или экономической практике через их непосредственное восприятие. Примерами могут служить открытие планеты Нептун; обнаружение ряда островов в Ледовитом океане; открытие чистой природной воды в озере Байкал и т.д. Но дело в том, что в некоторых случаях (исторические гипотезы) практикой трудно (или даже невозможно) проверить все предположения. Например, трудно проверить предположение о том, что современный русский язык глуше древнерусского из-за невозможности услышать в настоящее время устную древнерусскую речь. Невозможно также на практике проверить, подстригался ли в действительности в монахи русский царь Иван IV (Грозный). В случаях прогностических гипотез нецелесообразно ждать их прямого подтверждения практикой, так как будет упущено время для необходимых действий (например, гипотеза

о перспективах развития искусственных языков). Вот почему в науке широко пользуются логическим показанием (опровержением) гипотез.

Логическое доказательство (опровержение) протекает опосредствованно, так как познаются явления, имевшие место в прошлом, или существующие в настоящее время, но недоступные непосредственному чувственному восприятию. Классический пример-подтверждение Периодической системы химических элементов Д.И. Менделеева, следствием чего явилось предсказание существования еще не открытых тогда элементов.

Основными путями логического доказательства гипотезы являются: *индуктивное* - все более полное подтверждение гипотезы или выведение из нее следствий с помощью аргументов, включающих указания на факты и законы; *дедуктивное* - выведение гипотезы из других, более общих и уже доказанных положений; включение гипотезы в систему научного знания, в которой она непротиворечиво согласуется со всеми другими положениями; *демонстрация* эвристической, предсказательной силы гипотезы, когда с ее помощью правильно объясняется и предсказывается довольно широкий круг явлений.

Логическое доказательство (опровержение) в зависимости от способа обоснования может протекать в форме прямого и косвенного доказательства (опровержения).

Прямое доказательство(опровержение) гипотезы протекает путем подтверждения или

опровержения выведенных логических следствий вновь обнаруженными фактами.

Логический процесс выведения следствий из выдвинутого предположения и обоснование истинности или ложности гипотезы, как уже отмечалось, протекает очень часто в форме условно-категорического умозаключения. Из предполагаемой причины А выводят следствие В. Логически это выражается в таком суждении: «Если есть А, то есть В». Затем следствие В проверяют на практике, действительно ли оно существует. Если следствие В действительности не существует и существовать не может, то по правилам условно-категорического умозаключения от отсутствия следствия приходят к выводу о том, что и предполагаемая причина А также не существует, т.е. приходят к достоверно-

му заключению о ложности выдвинутой гипотезы. Помимо условно-категорических умозаключений используются также категорический силлогизм и другие логические формы.

Другим видом логического доказательства (опровержения) гипотезы является *косвенное доказательство (опровержение)*. Оно используется тогда, когда существуют несколько гипотез, объясняющих одно и то же явление.

Косвенное доказательство протекает путем опровержения и исключения всех ложных предположений, на основании чего утверждается достоверность единственного оставшегося предположения. Вывод при этом протекает в форме отрицающе-утверждающего модуса разделительно-категорического умозаключения.

Заключение в этом выводе может расцениваться как достоверное, если: во-первых, построен исчерпывающий ряд предположений, объясняющих исследуемое явление; во-вторых, в процессе проверки гипотез опровергнуты все ложные предположения. Предположение, указывающее на оставшуюся причину, в этом случае будет единственным, а выраженное в нем знание будет выступать уже не как проблематичное, а как достоверное.

Таким образом, раскрыв проблему сущности, структуры и основных видов гипотезы, необходимо отметить ее важную роль в процессе теоретической и практической деятельности. Гипотеза является необходимой формой развития научных знаний, без которой невозможен переход к новому знанию.

Гипотеза играет существенную роль в развитии науки, служит начальным этапом формирования почти каждой научной теории. Все значительные открытия в науке возникли не в готовом виде, а прошли длительный и сложный путь развития, начиная с первоначальных гипотетических положений, выступающих в качестве руководящей идеи исследования и развивающихся на этой фактической основе до научной теории.

11.3. Теория как форма развития знания

Теория – это внутренне непротиворечивая система достоверного знания об определенной области действительности, яв-

ляющаяся моделью этой действительности и позволяющая успешно объяснять и предсказывать явления из данной области.

Теория является особой моделью реальности (объективной или субъективной). Как и любая модель, теория в каком-то отношении сходна с моделируемой реальностью, является ее упрощением и служит целям познания этой реальности. Моделями здесь служат системы т.н. теоретических объектов. Эти объекты противопоставляются объектам наблюдения, поскольку вводятся в науку посредством определенной мыслительной деятельности. *Во-первых*, это т.н. **гипотетические объекты**. Они вводятся для объяснения явлений. Например, для объяснения физических и химических явлений введены электроны, ядра, энергетические уровни и т.д. Эти объекты мыслятся как реально существующие, но их правомерно отнести к теоретическим, поскольку они введены в теорию на основе мыслительной деятельности, и, может оказаться, что они в природе не существуют. *Во-вторых*, **идеализированные объекты**. Эти объекты образуются посредством особого приема познания - идеализации. В процессе идеализации на основе знания о существующих объектах создаются понятия об объектах, которые в действительности не существуют, да и не могут существовать, но которые в то же время в определенных отношениях сходны со своими прообразами. В основе идеализации чаще всего лежит способность некоторых признаков изменяться по степеням (абсолютно черное тело, идеальный газ и т.д.). *В-третьих*, **абстрактные объекты**. Они образуются посредством абстрагирования. Например, наблюдая предметы, имеющие красный цвет, можно образовать объект, который как бы является эссенцией красного цвета. Для этого объекта вводится название «краснота». Этот объект называется абстрактным. Как таковая «краснота» не существует, это некоторое мысленное образование. *В-четвертых*, **идеальные объекты**. Для этих объектов нет прообразов в действительности. Они выступают в качестве особого инструмента познания. Это – меридианы, параллели, координаты, ось вращения небесной сферы и т.д.

Особенностью теории является то, что она обладает **предсказательной силой**. В теории имеется множество исходных утверждений, из которых логическими средствами выводятся другие утверждения, т.е. в теории возможно получение одних зна-

ний из других без непосредственного обращения к действительности. Теория не только описывает определенный круг явлений, но и дает **объяснение** этим явлениям. Теория является средством дедуктивной и индуктивной систематизации эмпирических фактов. Посредством теории можно установить определенные отношения между высказываниями о фактах, законах и т.д., в тех случаях, когда вне рамок теории такие отношения не наблюдаются. Частными случаями таких отношений являются отношения дедуктивного следования и подтверждения (индуктивного следования). Теория объединяет и обобщает эмпирические законы и гипотезы. **К. Поппер** теории уподоблял сетям, предназначенным «улавливать то, что мы называем «миром», для осознания, объяснения и овладения им¹⁹». При этом мы стремимся сделать ячейки сетей все более мелкими.

¹⁹ Поппер К. Логика научного исследования. – М.: издательство «Республика», 2005. С. 54.

ПРАКТИЧЕСКИЕ СОВЕТЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Каков язык символической логики?

Для того, чтобы начать ориентироваться в формальной символической классической логике необходимо знать терминологию и знаки, с которыми нам придется иметь дело. Что касается терминологии, её мы будем раскрывать по мере необходимости. Что же касается знаков, их мы должны запомнить в первую очередь.

Символ	название	пример написания	аналог в естественном языке
\supset	материальная импликация	$a \supset b$	вода закипает при 100 градусах (b), если идет дождь (a). Импликация фиксирует событие «b» при условии события «a». При этом событие «a» не обязательно является необходимым для события «b».
\vDash	логическое следование	$a \vDash b$ $\frac{a}{b}$	из a следует b. В отличие от импликации, знак логического следования подразумевает, что «a» и «b» связаны содержательно и событие «a» увеличивает вероятность события «b».
\rightarrow	правомерный переход	$a \rightarrow b$	имея «a», мы пере-

\leftrightarrow \leftarrow			<p>ходим к «b».</p> <p>Знак «\rightarrow» в формальной логике относится к «плавающим», не вполне определенным знакам. Иногда он может означать материальную импликацию «\supset», иногда логическое следование «\vDash».</p>
\wedge	конъюнкция	$a \wedge b$	идет дождь и гремит гром
\vee	дизъюнкция	$a \vee b$	идет дождь или гремит гром. Простая (нестрогая) дизъюнкция предполагает, что два события могут происходить одновременно, а могут и не происходить.
$\underline{\vee}$	строгая дизъюнкция	$a \underline{\vee} b$	либо идет дождь, либо гремит гром. В отличие от простой (нестрогой) дизъюнкции, строгая дизъюнкция исключает возможность, что оба события происходят одновременно.
\equiv	тождество, эквивалентность	$a \equiv b$	« $a \equiv b$ » означает, что из «a» следует «b», а из «b» следует «a».

			ет «а». Часто этот символ обозначается знаком « \leftrightarrow ». Поэтому эквивалентность в логике называют «двойной импликацией».
\neg	отрицание, инверсия	$\neg a$	«а» – добрый; « $\neg a$ » – недобрый, злой.
a, b, c...	переменные, пропозициональные переменные, индивидуальные (предметные) переменные, константы, термы	a	a – студент a – Иванов – отличник, но плохой спортсмен a – студент данной группы a – студент Иванов a – всё вышеперечисленное
P, S, Q...	предикаты, предикаторы	P(x) P(x, y)	Иван – отличник Иван и Пётр – братья
f	предметные функторы	f(a, b)	2+2=4
\forall	квантор общности	$\forall x$	Все люди; ни один человек; никто из людей; не существует человека...
\exists	квантор существования	$\exists x$	Существует, по крайней мере, один человек; некоторые люди; кое-кто из людей; есть человек; большинство людей...



Замечание первое.

Символическая логика формировалась в различных частях мира в XIX-XX веках. При этом её становление происходило автономно в различных частях света с применением многообразных символических обозначений. Поэтому единой системы обозначения символов в логике на сегодняшний момент *не существует*.

Так, в современной литературе можно встретить написание импликации как « \rightarrow »; конъюнкции как « $\&$ », « \bullet » или вовсе без знака « ab »; строгой дизъюнкции как « \oplus », « $\|$ »; эквивалентности как « \leftrightarrow », « \Leftrightarrow », « \dashv \vdash », « \sim »; отрицания как « $\sim a$ », « \bar{a} » и т.д.

В современной литературе любая книга (монография, учебник, статья), как правило, начинается с описания языка логики. Если это опускается, это означает, что читателю предлагается понять язык интуитивно, из контекста написанного текста.

Замечание второе.

Язык символической логики может быть расширен за счет известных математических (и иных) символов. Современный язык логики изобилует символами из области информатики, математики, физики, теории множеств и даже квантовой механики. Более того, всегда возможно расширение языка логики за счет её *авторской* интерпретации.

Предлагаем студенту принять участие в этом творческом процессе.

Замечание третье.

При дальнейшем изложении текста нам придется время от времени предлагать читателю альтернативные варианты написания логических формул. Они будут представлены либо в скобках, либо со специальными оговорками.

Как правильно построить таблицу истинности?

Построение таблиц истинности является первой и основополагающей задачей студента, который впервые знакомится с логикой. Таблицы истинности строятся для логики *высказываний*. Эти таблицы автоматизированы в том смысле, что их результат зависит от алгоритмических действий. Читатель может зайти на множество сайтов, где представлены он-лайн калькуляторы для подобных исчислений. Однако мастерство создавать эти таблицы «вручную» способствует развитию логического мышления.



Дополнительная информация

Логика высказываний и логика предикатов считаются двумя разделами классической логики. В некоторых источниках – логика предикатов считается *расширением* логики высказываний (её развитием).

Теперь по порядку.

Логика высказываний анализирует отношения *между* высказываниями.

Логика предикатов анализирует отношения *внутри* одного высказывания.

Суждение «Все люди млекопитающие» в логике высказываний может обозначаться одним символом, например, символом «а». В логике предикатов это выражение будет обозначаться значительно сложнее, учитывая его внутреннюю структуру - $\forall xS(x)$.

В предыдущем разделе мы попытались вывести формулу словесного выражения «Если кто-то любит кого-то, и никто не любит всех, значит, некто любит всех или все не любят кое-кого».

И получили формулу

$\exists x \exists y L(x,y) \wedge \forall x \forall y \neg L(x,y) \supset \exists x \forall y L(x,y) \vee \forall x \exists y \neg L(x,y)$. Это формула логики предикатов. Если бы мы хотели выразить это суждение в логике высказываний, мы бы получили более емкую запись: $a \wedge b \supset c \vee d$.

Логика высказываний даёт возможность анализировать большие массивы высказываний и отношения между ними.

Ещё одно отличие логики высказываний от логики предикатов заключается в том, что она (логика высказываний) не использует операторы – знаки кванторов – « \exists » и « \forall ».



Важно

Каждый школьник помнит, что в арифметике сначала выполняются умножение и деление, а затем – сложение и вычитание.

В логике также существует соглашение о порядке действий. Сначала конъюнкция « \wedge », затем дизъюнкция « \vee », затем импликация « \supset », и затем эквивалентность « \equiv ». Такое соглашение позволяет избегать лишних скобок (именно поэтому данное соглашение иногда называется «соглашением о скобках»). Если бы мы не приняли такого соглашения, то формулу « $a \wedge b \vee c \supset d \equiv e$ » нам бы пришлось записывать так: « $((a \wedge b) \vee c) \supset d \equiv e$ ».

Начнём с какого-нибудь очень простого примера. Предположим, нам предлагается построить таблицу истинности для формулы

$$a \supset a \vee b$$

Мы видим, что в данной формуле два логических знака – « \supset » и « \vee ». Какой из них главный, какова последовательность наших действий? Для этого мы должны восстановить скобки. Вспоминаем соглашение о скобках: *сначала конъюнкция « \wedge », затем дизъюнкция « \vee », затем импликация « \supset », и затем эквивалентность « \equiv »*

Значит формулу « $a \supset a \vee b$ » можно представить как « $a \supset (a \vee b)$ » (но, ни в коем случае, как « $(a \supset a) \vee b$ »!) В целом – это импликация.

Затем приступаем к построению таблицы истинности. Сколько должно быть в ней столбцов? Ровно столько, сколько знаков в формуле, считая логические термины. В нашем случае пять знаков:

1	2	3	4	5
a	\supset	a	\vee	b

Сколько должно быть строк в таблице? Количество строк вычисляется формулой 2^n , где n – количество переменных в формуле. В данном случае у нас две переменные – «a» и «b». Соответственно $2^2 = 4$. Значит, рисуем четыре строчки:

	1	2	3	4	5
	a	\supset	a	\vee	b
1					
2					
3					
4					

Для удобства мы пронумеровали столбцы и строки. Однако в дальнейшем это делать не обязательно.

Следующим шагом мы должны присвоить переменным значение «истина» и «ложь». Причём таким образом, чтобы перебрать все возможные комбинации. Для этого мысленно делим количество строк пополам, и в первой половине пишем значение «истина», а во второй «ложно».

	1	2	3	4	5
	a	\supset	a	\vee	b
1	И				
2	И				
3	Л				
4	Л				

Поскольку переменная «a» у нас встречается два раза, то просто переписываем значение «И» и «Л» еще раз:

	1	2	3	4	5
	a	\supset	a	\vee	b
1	И		И		

2	И		И		
3	Л		Л		
4	Л		Л		

Как присвоить значение «И» и «Л» второй переменной? У второй переменной чередование «И» и «Л» в строках должна быть вдвое чаще, чем в предыдущей:

	1	2	3	4	5
	a	\supset	a	\vee	b
1	И		И		И
2	И		И		Л
3	Л		Л		И
4	Л		Л		Л

Поскольку мы договорились о порядке действий, то сначала мы проверяем на истинность дизъюнкцию « \vee », а только затем импликацию « \supset ». Делаем это по таблицам истинности для логических знаков, которые были подробно описаны в предыдущем разделе. Приведём еще раз эти таблицы, для удобства объединив их воедино:

переменные		результат их сравнения			
A	B	\wedge	\vee	\supset	\equiv
И	И	И	И	И	И
И	Л	Л	И	Л	Л
Л	И	Л	И	И	Л
Л	Л	Л	Л	И	И

Итак, для начала мы сравниваем значения дизъюнкцию « \vee ». То есть, сравниваем столбцы 3 и 5 и вписываем результат в столбец 4:

	1	2	3	4	5
	a	\supset	a	\vee	b
1	И		И	И	И
2	И		И	И	Л

3	Л		Л	И	И
4	Л		Л	Л	Л

Завершающим шагом должно быть выписывание значения импликации « \supset » во втором столбце. Для этого сравниваем значения первого столбца с результатом дизъюнкции (со значениями четвёртого столбца):

	1	2	3	4	5
	a	\supset	a	\vee	b
1	И	И	И	И	И
2	И	И	И	И	Л
3	Л	И	Л	И	И
4	Л	И	Л	Л	Л

Из проведённого исчисления делаем вывод: формула « $a \supset a \vee b$ » принимает значение «истина» при любых значениях, входящих в неё переменных. Такая формула называется *тождественно-истинной*.



Важно

Если формула принимает значение «истина» при любых значениях, входящих в неё переменных, она называется *тождественно-истинной (или законом логики)*.

Если формула принимает значение «ложь» при любых значениях, входящих в неё переменных, она называется *тождественно-ложной*.

Если формула принимает значение как «ложь», так и «истина», она называется *выполнимой или опровержимой* (в зависимости от поставленной задачи).

Обращаем внимание читателя, что отрицание тождественно-истинной формулы имеет своим результатом тождественно-ложную формулу. И, наоборот, отрицание тождественно-ложной формулы имеет своим результатом тождественно-истинную формулу.

В этом легко убедиться, построив таблицу. Предположим, нам дано не « $a \supset a \vee b$ », а « $\neg(a \supset a \vee b)$ ». Поскольку эта формула уже не импликация, а отрицание импликации, последним действием становится отрицание всей формулы. Для этого мы в столбце « \neg » переписываем значения импликации (столбца 3), меняя эти значения на противоположные:

	1	2	3	4	5	6
	\neg	a	\supset	a	\vee	b
1	Л	И	И	И	И	И
2	Л	И	И	И	И	Л
3	Л	Л	И	Л	И	И
4	Л	Л	И	Л	Л	Л

Усложним задачу.

Предположим, нам предлагается построить таблицу истинности для выражения: «Данное рассуждение неправильное: *Если я выучу логику и выплусь перед экзаменом, то непременно получу пятёрку. Я выучил логику, но на экзамене пятёрку не получил. Следовательно, я не выпался*».

Постараемся перевести это выражение на формальный язык логики:

a – я выучил логику;
 b – я выпался;
 $\neg b$ – я не выпался;
 c – я получил пятёрку;
 $\neg c$ – я не получил пятёрку.

«Если я выучу логику и выплусь перед экзаменом, то непременно получу пятёрку»: $a \wedge b \supset c$.

«Я выучил логику, но на экзамене пятёрку не получил. Следовательно, я не выпался»: $a \wedge \neg c \supset \neg b$.

Объединим эти две формулы воедино:
 $(a \wedge b \supset c) \supset (a \wedge \neg c \supset \neg b)$.

Поскольку мы эту формулу отрицаем, то берём её в скобки и ставим перед ней знак отрицания: $\neg((a \wedge b \supset c) \supset (a \wedge \neg c \supset \neg b))$.

Стоим таблицу (для удобства сохраняя скобки):

\neg	$((a$	\wedge	b	\supset	$c)$	\supset	$(a$	\wedge	$\neg c$	\supset	$\neg b))$
--------	-------	----------	-----	-----------	------	-----------	------	----------	----------	-----------	------------

Поскольку у нас 3 переменные, число строк равно $2^3=8$.

\neg	$((a$	\wedge	b	\supset	$c)$	\supset	$(a$	\wedge	$\neg c$	\supset	$\neg b))$

Присваиваем значение первой переменной «а». Дели количество строк пополам и получаем четыре. Вписываем четыре значения «И» и четыре значения «Л»:

\neg	$((a$	\wedge	b	\supset	$c)$	\supset	$(a$	\wedge	$\neg c$	\supset	$\neg b))$
	И						И				
	И						И				
	И						И				
	И						И				
	Л						Л				
	Л						Л				
	Л						Л				
	Л						Л				

Присваиваем значения второй переменной «b». Чередуем значение «И» и «Л» вдвое чаще, по отношению к первой переменной «а». Поскольку у нас есть столбец «b» и « $\neg b$ », значения в них должны быть противоположными:

\neg	$((a$	\wedge	b	\supset	$c)$	\supset	$(a$	\wedge	$\neg c$	\supset	$\neg b))$
	И		И				И				Л
	И		И				И				Л

	И		Л				И				И
	И		Л				И				И
	Л		И				Л				Л
	Л		И				Л				Л
	Л		Л				Л				И
	Л		Л				Л				И

Аналогично присваиваем значения переменно «с»:

\neg	((a	\wedge	b	\supset	c)	\supset	(a	\wedge	\neg c	\supset	\neg b))
	И		И		И		И		Л		Л
	И		И		Л		И		И		Л
	И		Л		И		И		Л		И
	И		Л		Л		И		И		И
	Л		И		И		Л		Л		Л
	Л		И		Л		Л		И		Л
	Л		Л		И		Л		Л		И
	Л		Л		Л		Л		И		И

Начинаем вводить значения конъюнкций:

\neg	((a	\wedge	b	\supset	c)	\supset	(a	\wedge	\neg c	\supset	\neg b))
	И	И	И		И		И	Л	Л		Л
	И	И	И		Л		И	И	И		Л
	И	Л	Л		И		И	Л	Л		И
	И	Л	Л		Л		И	И	И		И
	Л	Л	И		И		Л	Л	Л		Л
	Л	Л	И		Л		Л	Л	И		Л
	Л	Л	Л		И		Л	Л	Л		И
	Л	Л	Л		Л		Л	Л	И		И

Затем – импликаций:

\neg	((a	\wedge	b	\supset	c)	\supset	(a	\wedge	\neg c	\supset	\neg b))
	И	И	И	И	И		И	Л	Л	И	Л
	И	И	И	Л	Л		И	И	И	Л	Л
	И	Л	Л	И	И		И	Л	Л	И	И

	И	Л	Л	И	Л		И	И	И	И
	Л	Л	И	И	И		Л	Л	Л	И
	Л	Л	И	И	Л		Л	Л	И	И
	Л	Л	Л	И	И		Л	Л	Л	И
	Л	Л	Л	И	Л		Л	Л	И	И

Выполняем заключительную импликацию:

\neg	((a	\wedge	b	\supset	c)	\supset	(a	\wedge	\neg c	\supset	\neg b))
	И	И	И	И	И	И	И	Л	Л	И	Л
	И	И	И	Л	Л	И	И	И	И	Л	Л
	И	Л	Л	И	И	И	И	Л	Л	И	И
	И	Л	Л	И	Л	И	И	И	И	И	И
	Л	Л	И	И	И	И	Л	Л	Л	И	Л
	Л	Л	И	И	Л	И	Л	Л	И	И	Л
	Л	Л	Л	И	И	И	Л	Л	Л	И	И
	Л	Л	Л	И	Л	И	Л	Л	И	И	И

И, наконец, отрицаем всю формулу:

\neg	((a	\wedge	b	\supset	c)	\supset	(a	\wedge	\neg c	\supset	\neg b))
Л	И	И	И	И	И	И	И	Л	Л	И	Л
Л	И	И	И	Л	Л	И	И	И	И	Л	Л
Л	И	Л	Л	И	И	И	И	Л	Л	И	И
Л	И	Л	Л	И	Л	И	И	И	И	И	И
Л	Л	Л	И	И	И	И	Л	Л	Л	И	Л
Л	Л	Л	И	И	Л	И	Л	Л	И	И	Л
Л	Л	Л	Л	И	И	И	Л	Л	Л	И	И
Л	Л	Л	Л	И	Л	И	Л	Л	И	И	И

Формула $\neg((a \wedge b \supset c) \supset (a \wedge \neg c \supset \neg b))$ оказалась тождественно-ложной. Значит ее противоположность $(a \wedge b \supset c) \supset (a \wedge \neg c \supset \neg b)$ - тождественно-истинная формула, или закон логики. В данном случае речь идёт о законе *сложной контрапозиции*.



Дополнительная информация

Существует более краткий метод построения таблиц истинности. Он менее монотонный и нудный, но более сложный и, одновременно, интересный.

Предположим, нам надо доказать закон экспортации - $(a \wedge b \supset c) \supset (a \supset (b \supset c))$.

Смысл в том, что мы строим своё доказательство от противного (предполагая, что формула ложна) и меняем порядок действий на противоположный: начинаем с эквивалентности « \equiv », затем переходим к импликации « \supset », затем к дизъюнкции « \vee », и, в последнюю очередь, к конъюнкции « \wedge ». Для этого нам понадобится лишь одна строчка:

(a	\wedge	b	\supset	c)	\supset	(a	\supset	(b	\supset	c))

Поскольку мы пытаемся доказать формулу от противного, мы предполагаем, что она ложна:

(a	\wedge	b	\supset	c)	\supset	(a	\supset	(b	\supset	c))
					Л					

Импликация ложна в одном случае, когда истинен антецедент (условие), а консеквент (вывод) – ложен, т.е.:

(a	\wedge	b	\supset	c)	\supset	(a	\supset	(b	\supset	c))
			И		Л	Л				

Если формула $(a \supset (b \supset c))$ мы посчитали ложной, это значит, что ее антецедент «a» истинен, консеквент «b» - ложен:

(a	\wedge	b	\supset	c)	\supset	(a	\supset	(b	\supset	c))
			И		Л	И	Л		Л	

Если формула $(b \supset c)$ ложна, то по закону (по таблице истинности для импликации) «b» должно быть истинным, а «с» - ложным:

(a	\wedge	b	\supset	c)	\supset	(a	\supset	(b	\supset	c))
			И		Л	И	Л	И	Л	Л

Поскольку переменные «a» и «b» у нас уже имеют истинные значения, мы эти значения переносим в пустые клетки:

(a	\wedge	b	\supset	c)	\supset	(a	\supset	(b	\supset	c))
И		И	И		Л	И	Л	И	Л	Л

Когда конъюнкция верна? Когда верны оба её члена:

(a	\wedge	b	\supset	c)	\supset	(a	\supset	(b	\supset	c))
И	И	И	И		Л	И	Л	И	Л	Л

Поскольку антецедент формулы $(a \wedge b \supset c)$ у нас уже обозначен как истинный, нам ничего не остается, как вписать в колонку «с» значение «И»:

(a	\wedge	b	\supset	c)	\supset	(a	\supset	(b	\supset	c))
И	И	И	И	И	Л	И	Л	И	Л	Л

Исчисление завершено. Теперь давайте посмотрим, что мы получили в итоге. Переменная «с» у нас получила значение «И» и «Л». Таким образом, предположив, что формула $(a \wedge b \supset c) \supset (a \supset (b \supset c))$ ложна, мы пришли к противоречию. Значит наше предположение ложно, а формула – истинна.



Важно

Если, применяя краткий метод построения таблицы истинности, мы доказываем её истинность и нам это удастся – формула *выполнима*. Если нам это не удаётся – формула *тождественно-ложная*.

Если, применяя краткий метод построения таблицы истинности, мы доказываем её ложность и нам это удастся – формула *опровержима*.

ма. Если нам это не удаётся – формула тождественно-истинная.

Краткий метод построения таблиц используется, когда в формуле присутствует много переменных. Представьте, что Вам необходимо произвести табличное исчисление с шестью, семью или двенадцатью переменными. В этом случае Вам придётся нарисовать 64, 128 и, соответственно, 4096 строчек. Понятно, что невыполнимых задач не существует. Но подобное исчисление может стоить студенту адского труда в течение многих суток, и, что более существенно, необратимой деградации умственных способностей.

Впрочем, выбор за Вами...

Как избежать ошибок в построении силлогизмов?

Рассмотрим самые распространенные ошибки.

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Все философы}^+ - \text{люди}^- \\ \text{Некоторые люди}^- - \text{невменяемы}^- \end{array}}{\text{Все философы}^+ - \text{невменяемы}^-}$$

Силлогизм нарушает правило «Если одна из посылок частное суждение (∃), вывод также – частное суждение (∃)».

Попробуем исправить:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Все философы}^+ - \text{люди}^- \\ \text{Некоторые люди}^- - \text{невменяемы}^- \end{array}}{\text{Некоторые философы}^- - \text{невменяемы}^-}$$

Опять ошибка – «Если средний термин не распределен, хотя бы в одной из посылок – вывод невозможен».

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Моя мама}^+ \text{ любит кошек}^- \\ \text{Все кошки}^+ \text{ питаются кошачьим кормом}^- \end{array}}{\text{Моя мама}^+ \text{ питается кошачьим кормом}^-}$$

Одна из самых типичных студенческих ошибок. Даже не пытайтесь найти здесь ошибку в правилах. На самом деле в данном «силлогизме» вообще отсутствует средний термин «кошки». По сути, этот силлогизм должен был выглядеть так:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Моя мама}^+ \text{ является любителем кошек}^- \\ \text{Все любители кошек}^+ \text{ питаются кошачьим кормом}^- \end{array}}{\text{Моя мама}^+ \text{ питается кошачьим кормом}^-}$$

Теперь, с точки зрения правил и внутренней структуры, силлогизм верен. Однако он неверен с точки зрения истинности второй посылки.

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Некоторые поэты}^- \text{ алкоголики}^- \\ \text{Все поэты}^+ \text{ пишут стихи}^- \end{array}}{\text{Все, пишущие стихи,}^+ \text{ алкоголики}^-}$$

В этом силлогизме нарушено правило: «Если одна из посылок частное суждение (\exists), вывод также – частное суждение (\exists)».

Исправляем силлогизм:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Некоторые поэты}^- \text{ алкоголики}^- \\ \text{Все поэты}^+ \text{ пишут стихи}^- \end{array}}{\text{Некоторые люди, пишущие стихи,}^- \text{ алкоголики}^-}$$

Теперь силлогизм правильный.

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Некоторые студенты}^- \text{ экстремисты}^- \\ \text{Все экстремисты}^+ \text{ готовят теракты}^- \end{array}}{\text{Все студенты}^+ \text{ готовят теракты}^-}$$

В этом силлогизме нарушено правило: «Термин, нераспределенный в посылках, не может быть распределён в заключении». Правильным был бы силлогизм:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Некоторые студенты}^- \text{ экстремисты}^- \\ \text{Все экстремисты}^+ \text{ готовят теракты}^- \end{array}}{\text{Некоторые студенты}^- \text{ готовят теракты}^-}$$

Проанализируем еще несколько неправильных силлогизмов:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Все судья}^+ \text{ не берут взятки}^+ \\ \text{Люди, берущие взятки}^+ \text{ достойны презрения}^+ \end{array}}{\text{Все судьи}^+ \text{ достойны презрения}^-}$$

В этом силлогизме нарушено правило: «Если одна из посылок – отрицательное суждение (\neg), вывод также - отрицательное суждение (\neg)». Пробуем исправить:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Все судья}^+ \text{ не берут взяток}^+ \\ \text{Люди, берущие взятки}^+ \text{ достойны презрения}^- \end{array}}{\text{Все судьи}^+ \text{ не достойны презрения}^+}$$

Опять ошибка: «Термин, нераспределенный в посылках, не может быть распределён в заключении».

Рассмотрим еще несколько силлогизмов:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Все преподаватели}^+ \text{ не преступники}^+ \\ \text{Преступники}^+ \text{ не порядочные люди}^+ \end{array}}{\text{Все преподаватели}^+ \text{ не порядочные люди}^+}$$

Нарушено правило: «Если обе посылки – отрицательные суждения – вывод невозможен».

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Некоторые члены Правительства РФ}^- \text{ – коррупционеры}^- \\ \text{Некоторые коррупционеры}^- \text{ – убийцы}^- \end{array}}{\text{Некоторые члены Правительства РФ}^- \text{ – убийцы}^-}$$

В этом силлогизме нарушено правило: «Если обе посылки – частные суждения (\exists) – вывод невозможен». Исправляем силлогизм:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Некоторые члены Правительства РФ}^- \text{ – коррупционеры}^- \\ \text{Все коррупционеры}^+ \text{ – жулики}^- \end{array}}{\text{Некоторые члены Правительства РФ}^- \text{ – жулики}^-}$$

Теперь силлогизм формально верен.

Попробуем проанализировать ошибку, которую часто допускают иностранные студенты:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Вещь, которой я дорожусь,}^+ \text{ – эта кость}^- \\ \text{Эта кость}^+ \text{ – дурно пахнет}^- \end{array}}{\text{Вещи, которыми я дорожусь,}^+ \text{ дурно пахнут}^-}$$

Несмотря на то, что все правила данного силлогизма вроде как выполнены, силлогизм всё равно является неправильным в силу не-

верного грамматического построения. Во-первых, в первой посылке субъект и предикат перепутаны местами. Правильнее было бы сказать «Эта кость является вещью, которой я дорожжу». Во-вторых, в заключении неожиданно вместо термина «Вещь» появляется термин «Вещи». Поправим этот силлогизм:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Эта кость}^+ - \text{вещь, которой я дорожжу}^- \\ \text{Эта кость}^+ - \text{дурно пахнет}^- \end{array}}{\text{Вещь, которой я дорожжу,}^+ \text{ дурно пахнет}^-}$$



Совет

Как уже, наверное, убедился читатель, в силлогистике учитывается не только объем субъектов, но и объем предикатов. Это, в некотором смысле, сближает силлогистику с логикой второго порядка, в которой кванторы используются также и для свойств и отношений высказываний.

Несмотря на то, что классической записью в силлогистике является запись вида «*Все философы*⁺ – *люди*⁻», читатель, привыкший к кванторам, может обозначить эту фразу, как « $\forall \Phi - \exists Л$ », а, скажем фразу «*Все судья*⁺ не берут взятки⁺», как « $\forall С \neg - \forall БЗ$ ».

В любом случае, чтобы не запутаться в латинских переменных, мы рекомендуем в силлогистике использовать русские буквенные сокращения. Так, силлогизм

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Белки}^+ \text{ едят орехи}^- \\ \text{Крокодилы}^+ \text{ не едят орехи}^+ \end{array}}{\text{Крокодилы}^+ \text{ не белки}^+}$$

проще записывать сокращенно

$$\frac{\begin{array}{l} Б^+ - О^- \\ К^+ \neg - О^+ \end{array}}{К^+ \neg - Б^+}$$

Еще один практический совет. Любое суждение в силлогизме всегда целесообразно перефразировать так, чтобы оно имело

связку «есть», «суть», «является», даже, если в результате выражение становится корявым с точки зрения русского языка. Это поможет избежать многочисленных ошибок. Например, фразу «Идёт дождь» лучше перефразировать в «Дождь есть идущий дождь», фразу «Иванов – не учёный» - в «Иванов не является учёным человеком», «Человек – млекопитающее» - в «Человек суть млекопитающее существо» и т.д.

И, наконец, обращаем внимание на то, что всегда следует различать обороты «... не является...» и «... является не...». Мы уже знаем, что высказывания «Иванов не является глупым человеком» и «Иванов является неглупым человеком» - эквивалентны. Но в логике эти высказывания следует принципиально отличать друг от друга:

«Иванов не является глупым человеком» - высказывание отрицательное – «И \neg - ГЧ».

«Иванов является неглупым человеком» - высказывание утвердительное - «И - \neg ГЧ».

Как создать полисиллогизм и сорит?

Сориты и полисиллогизмы.

Почти любое наше рассуждение, имеющее вывод, мы можем представить в виде одного или более простых категорических силлогизмов. Но в обыденной жизни мы обычно не разговариваем «классическими силлогизмами». Временная мы «глотаем» посылки или заключение, и тогда речь идет об энтимемах, иногда сами посылки выражаются сложными предложениями (эпихейремы), иногда, для вывода мы используем более двух посылок.

Силлогизм, имеющий более двух посылок, называется *полисиллогизмом*. Чтобы проверить полисиллогизм, его можно представить в виде последовательности простых силлогизмов. Чем мы с Вами и займёмся.

Пусть дан *сорит* (полисиллогизм без промежуточных умозаключений):

Люди, хорошо знающие логику, совершают мало ошибок
Прокуроры – не адвокаты
Люди, работающие в генеральной прокуратуре России – прокуроры
Все адвокаты – юристы
Юристы хорошо знают логику

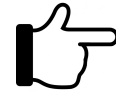
Некоторые люди, совершающие мало ошибок, не работают в генеральной прокуратуре России

Согласитесь, очень сложно сказать, правильный ли сделан вывод. Боле того, не совсем даже понятно, имеет ли вывод вообще какое-то отношение к посылкам.

Для того, чтобы проверить сорит, его надо превратить в полисиллогизм. То есть, его надо представить в виде последовательности классических силлогизмов. Для начала необходимо перевести предложения естественного языка в символическую форму и распределить термины:

<p style="text-align: center;"><i>Люди, хорошо знающие логику, совершают мало ошибок</i> <i>Прокуроры – не адвокаты</i></p>	<p style="text-align: right;">L⁺ – MO⁻ P⁺ ¬ – A⁺</p>
--	---

<p><i>Люди, работающие в генеральной прокуратуре России – прокуроры Все адвокаты – юристы</i></p> <p><i>Юристы хорошо знают логику</i></p>	<p>ГП⁺ – П⁻ А⁺ – Ю⁻ Ю⁺ – Л⁻</p>
<p><i>Некоторые люди, совершающие мало ошибок, не работают в генеральной прокуратуре России</i></p>	<p>МО⁺¬- ГП⁺</p>



Совет

По возможности, построение полисиллогизма лучше начинать с первой и четвертой фигур (Z-образных фигур). Кроме того, отрицательные, и, особенно, частные суждения нужно оставлять напоследок.

Мы помним, что в каждом силлогизме должен быть средний термин. Это означает, что мы должны искать посылки с общим термином. Например «Л⁺ – МО⁻» и «Ю⁺ – Л⁻», или «П⁺ ¬ - А⁺» и «ГП⁺ – П⁻». Но, поскольку мы с Вами договорились оставлять отрицательные суждения напоследок, начнём с пары «Л⁺ – МО⁻» и «Ю⁺ – Л⁻» (порядок последовательности в паре из двух посылок не имеет значения).

$$\begin{array}{c} \text{Л}^+ - \text{МО}^- \\ \text{Ю}^+ - \text{Л}^- \\ \hline \end{array}$$

Мы видим, что средний термин здесь «Л». Значит, в заключении его не должно быть. Соответственно, у нас два варианта заключения: либо «МО – Ю», либо «Ю – МО». Первый вариант менее предпочтителен, поскольку нам придется ослабить термин «МО» (термин нераспределенный в посылке, не может быть распределен в заключении). Значит, выбираем второй вариант:

$$\begin{array}{c} \text{Л}^+ - \text{МО}^- \\ \text{Ю}^+ - \text{Л}^- \\ \hline \text{Ю}^+ - \text{МО}^- \end{array}$$

Заключение нашего первого силлогизма «Ю⁺ - МО⁻» теперь является первой посылкой следующего силлогизма. Соответственно, к этой посылке надо найти пару. То есть надо найти суждение, в котором есть либо термин «Ю», либо термин «МО». У нас есть посылка «А⁺ - Ю⁻», которой мы и воспользуемся:

$$\frac{\text{Ю}^+ - \text{МО}^-}{\text{А}^+ - \text{Ю}^-}$$

Поскольку средним термином здесь является термин «Ю», мы его мысленно вычеркиваем в выводе. Вывод может быть сформулирован либо как «А - МО», либо как «МО - А». Руководствуясь теми же соображениями, как и при составлении первого силлогизма, мы выбираем «А - МО»:

$$\frac{\text{Ю}^+ - \text{МО}^-}{\text{А}^+ - \text{Ю}^-}{\text{А}^+ - \text{МО}^-}$$

Теперь уже вывод «А⁺ - МО⁻» становится первой посылкой следующего силлогизма. Выбираем ей пару. Особых вариантов у нас нет. Есть только одна посылка, имеющая такой же термин – «П⁺ ∩ - А⁺». Записываем:

$$\frac{\text{А}^+ - \text{МО}^-}{\text{П}^+ \cap - \text{А}^+}$$

Поскольку у нас одна из посылок отрицательная, вывод должен быть отрицательным. Варианты вывода: «МО⁻ ∩ - П⁺» или «П⁺ ∩ - МО⁺». Второй вариант мы выбрать не можем, поскольку термин, нераспределенный в посылках (в нашем случае «МО⁻», не может быть распределен в заключении. Значит, выбираем вариант «МО⁻ ∩ - П⁺»:

$$\frac{\text{А}^+ - \text{МО}^-}{\text{П}^+ \cap - \text{А}^+}{\text{МО}^- \cap - \text{П}^+}$$

Снова заключение у нас становится первой посылкой следующего силлогизма. Что же касается второй посылки – у нас уже выбора нет: осталась последняя посылка «ГП⁺ – П⁻». Составляем последний силлогизм:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{МО}^- \neg - \text{П}^+ \\ \text{ГП}^+ - \text{П}^- \end{array}}{\text{МО}^- \neg - \text{ГП}^+}$$

«МО⁻ ¬ - ГП⁺» - это единственный грамотный вывод, который мы можем сделать.

Теперь попробуем воспроизвести всю цепочку силлогизмов:

Л ⁺ - МО ⁻ Ю ⁺ - Л ⁻	<i>Люди, хорошо знающие логику, совершают мало ошибок</i> <i>Юристы хорошо знают логику</i>
Ю ⁺ - МО ⁻ А ⁺ - Ю ⁻	<i>Юристы совершают мало ошибок</i> <i>Все адвокаты – юристы</i>
А ⁺ - МО ⁻ П ⁺ ¬ - А ⁺	<i>Адвокаты совершают мало ошибок</i> <i>Прокуроры – не адвокаты</i>
МО ⁻ ¬ - П ⁺ ГП ⁺ - П ⁻	<i>Некоторые люди, совершающие мало ошибок, - не прокуроры</i> <i>Люди, работающие в генеральной прокуратуре России – прокуроры</i>
МО ⁻ ¬ - ГП ⁺	<i>Некоторые люди, совершающие мало ошибок, не работают в генеральной прокуратуре России</i>

Обращаем внимание, что мы не только доказали сорит, подтвердив главный вывод «*Некоторые люди, совершающие мало ошибок, не работают в генеральной прокуратуре России*», но и получили еще несколько вспомогательных выводов: «*Юристы совершают мало ошибок*», «*Адвокаты совершают мало ошибок*», «*Некоторые люди, совершающие мало ошибок, - не прокуроры*».

Теперь попробуем совершить обратную процедуру: из полисиллогизма создать сорит. Для этого нам сначала создать поли-

силлогизм. Усложним задачу: попробуем создать полисиллогизм из всех четырех фигур силлогизмов.

Как мы договорились, вначале будем использовать Z-образные фигуры, избегая отрицательных и частных суждений. Предположим,

Эстрадные артисты⁺ любят искусство⁻
Любители искусства⁺ не любят эстрадных артистов⁺

 ?

Притом, что данные посылки явно имеют право на существование, возникает интересная ситуация: мы имеем два средних термина. Эстрадные артисты не любят себя? А, может быть, поклонники искусства себя не любят?

Или нет?

Попробуем перефразировать эти посылки с глаголом «являются»:

Эстрадные артисты⁺ являются любителями искусства⁻
Любители искусства⁺ не являются поклонниками эстрадных артистов⁻

 ?

Теперь очевидно, что средний термин – «Любители искусства». Мы можем вывести заключение:

Эстрадные артисты⁺ являются любителями искусства⁻
Любители искусства⁺ не являются поклонниками эстрадных артистов⁺

Эстрадные артисты⁺ не являются поклонниками эстрадных артистов⁺

Если учесть, что современные эстрадные артисты действительно ненавидят друг друга, заключение вполне справедливо.

Сейчас мы нарисовали четвертую фигуру. Попробуем составить первую:

Эстрадные артисты⁺ не являются поклонниками эстрадных артистов⁺

Поклонники эстрадных артистов⁺ интересуются модой⁻

Некоторые люди, интересующиеся модой, - не эстрадные артисты⁺

Теперь мы «завязли» на втором силлогизме, поскольку дальнейшее продолжение полисиллогизма, по сути, бессмысленно. У нас в заключении частно-отрицательное суждение, с которым очень сложно работать. Кроме того, частно-отрицательное суждение даёт нам минимум информации. Мы пришли к этой ошибке потому, что с самого начала использовали в посылке отрицательное суждение. Напомним еще раз: отрицательные и частные суждения мы оставляем напоследок.

Попробуем еще раз:

Философы⁺ любознательны⁻

Любознательные люди⁺ много читают⁻

Философы⁺ много читают⁻

Это четвертая фигура силлогизма. Попробуем в качестве продолжения использовать первую:

Философы⁺ много читают⁻

Логики⁺ – тоже философы⁻

Логики⁺ много читают⁻

Третья фигура:

Логики⁺ много читают⁻

Логики⁺ обдумывают свои поступки⁻

Некоторые много читающие люди⁻ обдумывают свои поступки⁺

Вторая фигура:

Некоторые много читающие люди⁻ обдумывают свои поступки⁺

Уголовники⁺ не читают много⁺

Некоторые уголовники⁺ не обдумывают свои поступки⁺

Итак, мы получили полисиллогизм:

*Философы⁺ любознательны⁻
Любознательные люди⁺ много читают⁻*

*Философы⁺ много читают⁻
Логики⁺ – тоже философы⁻*

*Логики⁺ много читают⁻
Логики⁺ обдумывают свои поступки⁻*

*Некоторые много читающие люди⁻ обдумывают свои по-
ступки⁺*

Уголовники⁺ не читают много⁺

Некоторые уголовники⁺ не обдумывают свои поступки⁺

Чтобы превратить полисиллогизм в сорит надо просто вычеркнуть все вспомогательные выводы. Заключительный вывод тоже можно вычеркнуть:

*Философы⁺ любознательны⁻
Любознательные люди⁺ много читают⁻*

~~*Философы⁺ много читают⁻
Логики⁺ – тоже философы⁻*~~

~~*Логики⁺ много читают⁻
Логики⁺ обдумывают свои поступки⁻*~~

~~*Некоторые много читающие люди⁻ обдумывают свои по-
ступки⁺*~~

~~*Уголовники⁺ не читают много⁺*~~

~~*Некоторые уголовники⁺ не обдумывают свои поступки⁺*~~

Теперь надо перемешать посылки и предложить этот сорит решить:

Решите сорит:

Логики⁺ обдумывают свои поступки⁻

Уголовники⁺ не читают много⁺

Философы⁺ любознательны⁻

Любознательные люди⁺ много читают⁻

Логики⁺ – тоже философы⁻

Можно также предложить создать сорит из текста, а затем его решить:

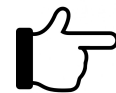
«Известно, логики, в отличие от уголовников, прежде чем что-то сделать, обдумывают свои поступки. Потому что логики – философы, а философы люди весьма любознательные и, как любознательные люди любят читать книги».

Как правильно пользоваться энтимемами и эпихейремами?

В обыденной речи (равно как и в научных текстах) люди зачастую пропускают посылку или заключение. Так происходит потому, что пропущенная посылка или пропущенный вывод воспринимаются как нечто само собой разумеющееся. Такие выражения называются сокращенным силлогизмом или энтимемой.

В выражении «Агафонов должен знать логику, поскольку он юрист» явно пропущена посылка «Все юристы должны знать логику». В выражении «У доцента болит живот, поскольку он съел несвежую рыбу» пропущена посылка «Несвежая рыба вызывает боль в животе». В выражении «Я хочу окончить Университет, потому что все выпускники Университета - успешные люди» пропущено заключение «Я хочу стать успешным человеком».

Чтобы проверить энтимему, её надо достроить до простого классического силлогизма. Для этого вначале надо понять, что именно пропущено в энтимеме – посылка или заключение?



Совет

Чтобы «вычислить», что именно пропущено в энтимеме, можно, конечно, создать определенный алгоритм. Можно посоветовать студенту проанализировать имеющиеся в энтимеме высказывания, понять, где антецедент высказывания, а где его консеквент, предложить найти средние термины, а затем определить фигуру силлогизма.

Однако все эти действия, скорее всего, лишь запутают студента. Поэтому рекомендуем полагаться здесь на интуицию и здравый смысл.

Пусть дана энтимема «*Сотрудники блестяще владеют английским, поскольку окончили МГИМО*». Мы видим, что здесь ярко выражено условие и следствие. Значит, мы имеем заключение (раз есть следствие), но не имеем одну из посылок. Понятно, что условием здесь является «*Закончили МГИМО*», а следствием – «*Блестяще знают английский*». Попробуем воссоздать силлогизм:

Сотрудники⁺ закончили МГИМО-

Сотрудники⁺ блестяще знают английский⁻

Поскольку в заключении у нас отсутствует термин «окончили МГИМО», следовательно этот термин средний. Значит, он должен быть и во второй посылке:

*Сотрудники⁺ закончили МГИМО⁻
Некоторые люди, окончившие МГИМО, блестяще владеют
английским⁻*

Сотрудники⁺ блестяще знают английский⁻

Вторая посылка нами сформулирована таким образом потому, что в МГИМО изучают разные языки. Некоторые студенты в МГИМО вообще не изучают английский язык. Записав силлогизм таким образом, мы можем сделать вывод, что изначальная энтимема *неверна*. Неверна потому, что в силлогизме нарушено правило «Если одна из посылок частная, то и заключение должно быть частным».

Рассмотрим еще одну энтимему: «*Только очень плохого человека не интересуют чужие проблемы. Наш начальник никогда не интересуется чужими проблемами*». Очевидно, что между этими двумя суждениями нет ярко выраженной причинно-следственной связи. Значит, пропущено заключение:

*Только очень плохого человека⁺ не интересуют чужие про-
блемы⁻*

*Наш начальник⁺ никогда не интересуется чужими пробле-
мами⁻*

Наш начальник⁺ - очень плохой человек⁻

Силлогизм верен. Значит, была верна и энтимема.



Дополнительная информация

В последнем примере может показаться, что обе посылки отрицательные суждения. Это зависит от формулировки. Если фразу «*Только очень плохого человека не интересуют чужие про-*

блемы» воспринимать, как «Только очень плохой человек не является интересующимся чужими проблемами» - суждение действительно получится *отрицательным*. Но если эту фразу воспринимать как «Только очень плохой человек *суть* человек, не интересующийся чужими проблемами», мы получаем *утвердительно* высказывание с отрицательным предикатом «не интересующийся чужими проблемами».

Эпихейрема (это ещё надо выговорить!) – представляет собой силлогизм, в котором обе посылки выражены энтимемами. Таким образом, эпихейрема представляет собой сокращенный полисиллогизм.

Поскольку из данного определения абсолютно ничего не проясняется, перейдём к примерам.

Предположим нам дано рассуждение, истинность которого нам надо подтвердить или опровергнуть: «*Если чиновник берет взятки, его место в тюрьме! А, если он еще и бездельничает, значит и некоторых бездельников тоже надо сажать! Однозначно!*» (Данная фраза является прямой речью одного из российских политиков, фамилию которого мы, по понятным причинам, называть не будем).

Здесь мы, по сути, видим две сложных посылки и заключение:

Если чиновник берет взятки, его место в тюрьме
Если чиновник берет взятки и бездельничает, его место в
тюрьме

Некоторые бездельники должны сидеть в тюрьме

Чтобы понять, является ли эта эпихейрема правильной, нам придется «достроить» её до полисиллогизма.

Силлогизм первый:

Этот чиновник⁺ - взяточник
Взяточникам⁺ место в тюрьме

Этому чиновнику⁺ место в тюрьме

Второй силлогизм:

Этому чиновнику⁺ место в тюрьме

Этот чиновник⁺ – бездельник⁻

Некоторым бездельникам⁻ место в тюрьме

Как бы странным не показалось на первый взгляд, но фраза «Если чиновник берет взятки, его место в тюрьме! А, если он еще и бездельничает, значит и некоторых бездельников тоже надо сажать! Однозначно!» является с логической точки зрения абсолютно правомерной.

Интересно, знал ли этот политический деятель, что излагает свои мысли эпихейремами и использует в своей речи сокращенные полисиллогизмы?

Как работать в системе натурального вывода?

Считается, что в логике высказывание существует так называемая «разрешающая процедура», т.е. автоматизированная процедура (алгоритм), которая позволяет определить, является ли формула тождественно-ложной, тождественно-истинной или выполнимой. Такой процедурой является построение таблиц истинности (хотя этот способ и не является единственным для логики высказываний).

В логике предикатов (в логике, где мы анализируем отношения внутри высказывания) такой процедуры не существует. Поэтому решение о том, является ли та или иная формула в логике предикатов тождественно-истинной или тождественно-ложной зависит от творческих способностей исследователя.

Тем не менее, существует несколько механизмов, позволяющих исследователю облегчить этот процесс. Одним из самых распространённых является *натуральное исчисление предикатов*. Здесь мы будем опираться на систему, построенную Уиллардом Куайном - знаменитым американским философом, логиком и математиком.

Смысл этого метода заключается в том, что исследователю предлагается несколько правил вывода первого порядка (прямых правил) и несколько правил вывода второго порядка (непрямых правил). *Правила первого порядка* – это правила, в которых из одной формулы следует другая. *Правила второго порядка* (непрямые правила), это правила, которые возникают в результате некой «цепочки» выводов.

Поясним на примере математики. Из формула « 2×2 » непосредственно следует «4». В логике бы это правило « $2 \times 2 \rightarrow 4$ » называлось бы правилом первого порядка или прямым правилом. А вот формула « $2 + 2 \times 2$ » требует нескольких действий. Сначала мы должны 2 умножить на 2 и получить 4, а затем прибавить к четырем два. В результате мы получим 6. В логике такое правило « $2 + 2 \times 2 \rightarrow 6$ » называлось бы правилом второго рода или непрямым правилом.

Иными словами. Если мы вынуждены, чтобы доказать некую формулу «а» пройти ряд процедур ($a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e$) чтобы получить в результате «е», вывод « $a \rightarrow e$ » назывался бы непрямым (выводом второго порядка).

Понятно, что правил второго рода (непрямых правил) может быть сколько угодно, в зависимости от предпочтений исследователя. А вот правила первого рода (прямые правила) весьма ограничены.

Сначала перечислим их, а затем разъясним:

Правила вывода первого рода:

1. $a, b \vDash a \wedge b$ – введение \wedge - конъюнкции - (кратко: В \wedge)

Поясняем. Знак « \vDash » означает *логическое следование* и читается «следовательно». Название правила «введение конъюнкции» кратко обозначается, как «В \wedge ». Далее, по аналогии:

2. $a \wedge b \vDash a$ – удаление (исключение) конъюнкции \wedge (кратко У \wedge)

3. $\neg(a \wedge b) \vDash \neg a \vee \neg b$ — отрицание \wedge (кратко О \wedge)

4. $a \vDash a \vee b$ – введение \vee (В \vee)

5. $a \vee b, \neg a \vDash b$ — удаление \vee (У \vee)

6. $\neg(a \vee b) \vDash \neg a \wedge \neg b$ — отрицание \vee (О \vee)

7. $a \supset b, a \vDash b$ – удаление \supset (У \supset)¹

8. $a \supset b, \neg b \vDash \neg a$ – удаление \supset (У \supset)²

9. $a, b \vDash (a \supset b), (b \supset a)$ — введение \supset (В \supset)

10. $\neg(a \supset b) \vDash a \wedge \neg b$ — отрицание \supset (О \supset)

11. $a \supset b, b \supset a \vDash a \equiv b$ — введение \equiv (В \equiv)

12. $a \equiv b \vDash a \supset b, b \supset a$ — удаление \equiv (У \equiv)

13. $a \vDash \neg\neg a$ — введение двойного отрицания (В $\neg\neg$)

14. $\neg\neg a \vDash a$ — удаление двойного отрицания (У $\neg\neg$)



Дополнительная информация

Пояснение: в системе натурального вывода закон утверждения консеквента « $b \supset (a \supset b)$ » в чистом виде не работает. Закон введения импликации можно рассматривать как закон консеквента лишь с оговоркой: $b \supset (a \supset b)$, где a — *любое допущение в системе вывода*.

Проще говоря, имея в выводе формулу « a », мы имеем право записать « $a \supset b$ » или « $b \supset a$ », только если « b » где-то встречается в нашей системе выводов.

Правила вывода второго рода (которые нужны в любом случае):

$(a \supset c) \wedge (b \supset c) \vDash (a \vee b) \rightarrow c$ – рассуждение разбором случаев (PPC)

$\neg a \supset (b \wedge \neg b) \vDash a$ – доказательство от противного (ДОП)

$(\Gamma, a \vDash b) \vDash (\Gamma \vDash a \rightarrow b)$ — правило дедукции. Читается: если из множества гипотез Γ и посылки a логически следует b , то из множества гипотез Γ логически следует $a \supset b$.



Дополнительная информация

Очевидно, что правило введения импликации « $a, b \vDash (a \supset b), (b \supset a)$ » и правило дедукции « $(\Gamma, a \vDash b) \vDash (\Gamma \vDash a \supset b)$ » взаимозаменяемы. Однако, для упрощения мы приводим здесь оба правила.

Правило введения импликации можно прочитать так: Если в системе вывода мы имеем « a » и « b », то мы вправе сделать вывод « $a \supset b$ » или « $b \supset a$ ».

Правило дедукции мы можем прочитать так: Если из множества посылок следует « b », то мы можем сделать вывод « $a \supset b$ », где « a » - любая посылка из этого множества.

В другом написании эти правила выглядят так:

$$\text{В}\wedge \frac{a, b}{a \wedge b} \quad \text{У}\wedge \frac{a \wedge b}{a} \quad \text{О}\wedge \frac{\neg(a \wedge b)}{\neg a \vee \neg b} \quad \text{В}\vee \frac{a}{a \vee b} \quad \text{У}\vee \frac{a \vee b, \neg a}{b} \quad \text{О}\vee \frac{\neg(a \vee b)}{\neg a \wedge \neg b}$$

$$\text{У}\supset \frac{a \supset b, a}{b} \quad \text{У}\supset \frac{a \supset b, \neg b}{\neg a} \quad \text{В}\supset \frac{a, b}{(a \supset b), (b \supset a)} \quad \text{О}\supset \frac{\neg(a \supset b)}{a \wedge \neg b}$$

$$\text{В}\equiv \frac{a \supset b, b \supset a}{a \equiv b} \quad \text{У}\equiv \frac{a \equiv b}{a \supset b, b \supset a} \quad \text{В}\neg\neg \frac{a}{\neg\neg a} \quad \text{У}\neg\neg \frac{\neg\neg a}{a}$$

$$\text{PPC} \frac{(a \supset c) \wedge (b \supset c)}{(a \vee b) \rightarrow c} \quad \text{ДОП} \frac{\neg a \supset (b \wedge \neg b)}{a}$$

$$\text{ПД} \frac{\Gamma, a \vDash b}{\Gamma \vDash a \supset b}$$

Что значит доказать формулу? Это означает, что мы её сначала разбиваем на части (согласно правилам вывода) а затем собираем по частям (согласно тем же правилам). Простой пример: Надо доказать элементарную формулу вида $a \vee b$. Записываем ее первым действием:

1. $a \vee b$

2. a – получаем из действия 1 путем применения правила исключения конъюнкции.

3. b — получаем из действия 1 путем применения правила исключения конъюнкции.

4. $a \vee b$ — получаем из действий 2 и 3 путем применения правила введения конъюнкции. ■

Формула считается доказанной. Это значит, что она выполнима и не является тождественно-ложной.



Важно

Чтобы доказать, что формула является тождественно-истинной, мы должны строить доказательство «от противного», т.е. должны предположить, что формула ложна. Если мы найдем в формуле противоречие (предположив, что она ложная), значит изначальная формула – тождественно-истинная.

Предположим, дается формула $a \supset (b \supset a)$ - закон ввода истинного антецедента.

Пытаемся понять смысл формулы.

Дано некое « a ». Из этого мы делаем вывод, что « a » истинно при условии « b » (по-научному – может ли произвольное « b » имплицировать « a »?)

Постараемся все это перевести на естественный язык.

a — Москва – столица России.

b – Париж столица Франции.

Если верно, что «Москва столица России», следует ли из этого, что «Москва столица России при условии, что Париж столица Франции»?

Пытаемся разобраться. Дана формула $a \supset (b \supset a)$. Доказательство от противного:

Предположим, что формула не верна. Записываем допущение, где эту формулу отрицаем.

Действие первое.

1. $+ \neg(a \supset (b \supset a))$.

Чтобы отрицать формулу, берём её всю в скобки и ставим перед ней знак отрицания « \neg ». Получаем $+ \neg(a \supset (b \supset a))$.

Действие второе. Вспоминаем, как отрицается импликация. Схема такая: $\neg(a \supset b) \rightarrow a \wedge \neg b$. Следовательно, записываем:

2. $a \wedge \neg(b \supset a)$ из 1 по $O \supset$.

Читаем второе действие так: $a \wedge \neg(b \supset a)$ из первого действия по закону отрицания импликации.

3. a из 2 по $U \wedge$.

4. $\neg(b \rightarrow a)$ из 2 по $U \wedge$.

В 3 и 4 действиях мы разделили формулу $a \wedge \neg(b \supset a)$ пополам по закону удаления конъюнкции.

5. $b \wedge \neg a$ – из 4 по $O \supset$.

6. $\neg a$ – из 5 по $U \wedge$.

Теперь обратите внимание: у нас есть « $\neg a$ » в шестом действии и « a » в третьем действии. Мы создаем противоречие по закону введения конъюнкции:

7. $a \wedge \neg a$ – из 6 и 3 по $V \wedge$.

Теперь мы по закону введения импликации соединяем формулы из седьмого и первого действий. Из противоречия выводим отрицание основной формулы:

8. $(a \wedge \neg a) \supset \neg(a \supset (b \supset a))$ из 7 и 1 по $V \supset$.

Поскольку из противоречия мы получили отрицание основной формулы, следовательно, мы делаем вывод о том, что верна основная формула. Это – закон доказательства от противного. Записываем последнее действие:

9. $a \supset (b \supset a)$ из 8 по ДОП.■

Значит, рассуждение «Если верно, что «Москва столица России», следовательно «Москва столица России при условии, что Париж столица Франции» — рассуждение верное.

То же самое мы можем проделать, не прибегая к методу доказательства от противного (доказательство более простое, но менее изящное):

Дано:

$$a \supset (b \supset a)$$

Доказательство:

$$1. + a$$

$$2. + b.$$

Т.е., мы берем в качестве посылок антецедент всей формулы (a) и антецедент из консеквента (b \supset a) – «b». Пытаемся составить формулу по правилам натурального вывода.

$$3. b \supset a - \text{из 1 и 2 по } \text{В}\supset.$$

Понятно, что мы можем из двух посылок получить и «a \supset b», и «a \supset a», и «b \supset b», и «a**∧**b», и «a**∨**b»... Но для доказательства исходной формулы нам нужно именно «b \supset a». Важно, что это действие мы выполняем строго по законам натурального вывода.

$$4. a \supset (b \supset a) \text{ из 3 и 1 по } \text{В}\supset. \blacksquare$$

Теперь давайте попробуем решить более сложную теорему. Предположим, что дано (a**∧**b) \supset c) \supset (a \supset (b \supset c)) – закон экспортации. В качестве допущения принимаем антецеденты формулы:

$$1. + (a \wedge b) \supset c$$

$$2. + a$$

$$3. + b$$

Для удобства, допущения мы обозначаем знаком «+».

$$4. a \wedge b - \text{из 2 и 3 по } \text{В}\wedge$$

$$5. c - \text{из 1 и 4 по } \text{У}\supset$$

Последний пункт надо пояснить. Имея в первом действии (a**∧**b) \supset c и в четвертом a**∧**b, легко получаем «c» по правилу (a \supset b), a \neq b. Правило называется «Удаление импликации» (У \supset).

$$6. b \supset c \text{ из 5 и 3 по } \text{В}\supset$$

$$7. a \supset (b \supset c) \text{ из 6 и 2 по } \text{В}\supset$$

$$8. (a \wedge b) \supset c) \supset (a \supset (b \supset c)) - \text{из 7 и 1 по } \text{В}\supset \blacksquare$$

Попробуем эту же формулу решить методом «от противного». В качестве допущения предположим, что она ложна:

1. $\vdash \neg((a \wedge b) \supset c) \supset (a \supset (b \supset c))$
2. $(a \wedge b) \supset c) \wedge \neg(a \supset (b \supset c))$ из 1 по $0 \supset$
3. $(a \wedge b) \supset c$ из 2 по $У\wedge$
4. $\neg(a \supset (b \supset c))$ из 2 по $У\wedge$
5. $a \wedge \neg(b \supset c)$ из 4 по $0 \supset$
6. a из 5 по $У\wedge$
7. $\neg(b \supset c)$ из 5 по $У\wedge$
8. $b \wedge \neg c$ из 7 по $0 \supset$
9. b из 8 по $У\wedge$
10. $\neg c$ из 8 по $У\wedge$
11. $\neg(a \wedge b)$ из 10 и 3 по $У\supset$
12. $\neg a \vee \neg b$ из 11 по $0\wedge$
13. $\neg a$ из 12 и 9 по $У\vee$
14. $\neg a \wedge a$ из 13 и 6 по $В\wedge$
15. $\neg((a \wedge b) \supset c) \supset (a \supset (b \supset c)) \supset (\neg a \wedge a)$ из 1 и 14 по $В\supset$
16. $(a \wedge b) \supset c) \supset (a \supset (b \supset c))$ из 15 по $ДОП$ ■

Некоторые действия требуют пояснений.

Действие 11. В выводе мы имеем две формулы « $\neg c$ » и « $(a \wedge b) \supset c$ ». По правилу удаления импликации « $a \supset b, \neg b \vdash \neg a$ » получаем формулу « $\neg(a \wedge b)$ ».

Действие 13. В выводе мы имеем две формулы « $\neg a \vee \neg b$ » и « b ». По правилу удаления дизъюнкции « $a \vee b, \neg a \vdash b$ » получаем формулу « $\neg(a \wedge b)$ ».

Действие 14. В этом действии мы достигли главного результата - противоречия.

Действие 15. По правилу введения импликации, мы привели формулу к противоречию. Мы могли бы свести формулу к абсурду, если бы поменяли местами условие и следствие: « $(\neg a \wedge a) \supset \neg((a \wedge b) \supset c) \supset (a \supset (b \supset c))$ ». Правило сведения к абсурду и правило доказательства от противного – идентичны.

Действие 16. Поскольку мы доказали ложность нашего предположения (что формула ложна), значит изначальная формула истинна.



Если мы доказываем формулу «от противного» и нам это удастся, значит, формула тождественно-истинная. Если нам это не удастся – формула опровержима.

Если мы доказываем формулу «прямым» способом и нам это удастся, значит, формула выполнима. Если не удастся – формула тождественно-ложная.



Рекомендуем всякую формулу попытаться решить «от противного».

Если это невозможно, то воспользуйтесь другими советами.

Если формула представляет собой тождество « $A \equiv B$ », то решая её «от противного», предположите, что либо антецедент, либо консеквент – ложные. То есть, либо « $\neg(\neg A \supset B)$ », либо « $\neg(A \supset \neg B)$ ».

Если формула представляет собой сложную импликацию вида « $A \supset B \supset C \supset D \supset E$ », то в качестве допущений можно взять все формулы, кроме последнего члена импликации.

Если формула представляет собой сложную импликацию вида « $A \supset B \supset C \supset D \supset E$ », то её можно решить методом «от противного», взяв в качестве допущений все формулы, кроме последнего члена импликации, и допустить, что последний член импликации ложен.

Для закрепления навыков, попробуем решить еще одну аксиому:

$$(a \supset b) \equiv \neg(a \wedge \neg b)$$

Сложность в том, что специального правила для отрицания тождества нет.

Мы можем предположить, что эта формула не верна, если отрицаем одну из частей тождества:

$$\neg(a \supset b) \equiv \neg(a \wedge \neg b) \text{ или}$$

$$(a \supset b) \equiv (a \wedge \neg b)$$

Предположим, мы выбираем второй вариант. Записываем наши предположения в посылках:

1. $+ a \supset b$
2. $+ a \wedge \neg b$
3. a – из 2 по $U \wedge$
4. $\neg b$ – из 2 по $U \wedge$
5. b – из 1 и 3 по $U \supset$
6. $b \wedge \neg b$ – из 5 и 4 по $V \wedge$
7. $(a \wedge \neg b) \supset (b \wedge \neg b)$ – из 2 и 6 по $V \supset$
8. $\neg(a \wedge \neg b)$ – из 7 по ДОП.

Итак, получили промежуточный вывод — $\neg(a \wedge \neg b)$. Вводим новое допущение:

9. $+ a$
10. $\neg a \vee \neg \neg b$ – из 8 по $O \wedge$
11. $\neg \neg b$ – из 9 и 10 по $U \supset$
12. b – из 11 по $U \neg \neg$
13. $a \supset b$ – из 9 и 12 по $V \supset$
14. $(a \supset b) \supset \neg(a \wedge \neg b)$ – из 13 и 8 по $V \supset$
15. $\neg(a \wedge \neg b) \supset (a \supset b)$ – из 13 и 8 по $V \supset$
16. $(a \supset b) \equiv \neg(a \wedge \neg b)$ – из 14 и 15 по $V \equiv$ ■

Только что мы строили натуральные выводы для логики высказываний. Но для логики высказываний существует разрешающая процедура – построение таблиц истинности. Для логики предикатов такой процедуры нет. Поэтому натуральные исчисления логики предикатов значительно актуальнее.

Для дальнейшей работы нам необходимо ввести несколько определений.

Терм (t) — предметная (индивидуальная) переменная или предметная (индивидуальная) константа в формуле. От простой переменной терм отличается тем, что фиксирует не абстрактную переменную в формуле, а конкретную константу (конкретный объект), либо предметную переменную (множество объектов определённого класса).

Свободное и связанное вхождение переменной в формулу. Свободной называется переменная, не находящаяся под действием кванторов ($P(x)$ — « x » свободна, « x » имеет свободное вхождение в формулу). Связанной называется переменная под действи-

ем любого квантора ($\exists xP(x)$ или $\forall xP(x)$) — « x » связана, « x » имеет связанное вхождение в формулу).

Правила кванторов можно сформулировать на основе системы Уилларда Куайна KQ_2 (системы Куайна — KQ_1 , KQ_2 и KQ_3 отличаются лишь формулировкой правил кванторов, главным образом \forall и \exists):

1. $\forall xP(x) \supset P(t)$ – схема удаления \forall (\forall)
2. $P(t) \supset \exists xP(x)$ – схема введения \exists (\exists)
3. $P(t) \supset \forall xP(x)$ — схема введения \forall (\forall)
4. $\exists xP(x) \supset P(t)$ – схема удаления \exists (\exists)

В другом написании:

$$\forall \frac{\forall xP(x)}{P(t)} \quad \exists \frac{P(t)}{\exists xP(x)} \quad \forall \frac{P(t)}{\forall xP(x)} \quad \exists \frac{\exists xP(x)}{P(t)}$$

Для двух последних правил — \forall и \exists необходима оговорка. Переменные (термы), возникающие в результате применения этих правил, должны быть «ограниченными» (или «отмеченными»). Это означает, что для данных переменных повторное применение этих правил недопустимо. Иными словами, переменная не может быть отмечена (ограничена) более одного раза.

Поясним сказанное на примере. Предположим, надо решить теорему $\exists xP(x) \supset \forall xP(x)$.

1. + $\exists xP(x)$
2. $P(x)$ из 1 по \exists , x — ограничена

Иными словами, используя правила \forall и \exists мы ограничиваем переменную (в данном случае « x ») и фиксируем это, написав « x — ограничена»

3. $\forall xP(x)$ из 2 по \forall , x — ограничен

Как видим, « x » ограничена два раза, что недопустимо. Следовательно, вывод неправильный.

К четырем правилам натурального вывода предикатов можно добавить еще два. Они не являются необходимыми, но в некоторых случаях могут оказаться весьма полезными:

5. $\neg \forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ — правило отрицания \forall ($O\forall$)

6. $\neg \exists x P(x) \rightarrow \forall x \neg P(x)$ — правило отрицания \exists ($O\exists$)

$$O\forall \frac{\neg \forall x P(x)}{\exists x \neg P(x)} \quad O\exists \frac{\neg \exists x P(x)}{\forall x \neg P(x)}$$

Попробуем использовать эти правила для решения всё той же задачи — $\exists x P(x) \supset \forall x P(x)$. Попробуем теперь решить эту задачу «от противного», чтобы создать противоречие. Предположим, что формула $\exists x P(x) \supset \forall x P(x)$ неверна.

1. $+ \neg(\exists x P(x) \supset \forall x P(x))$
2. $\exists x P(x) \wedge \neg \forall x P(x)$ — из 1 по $O\supset$
3. $\exists x P(x)$ — из 2 по $U\wedge$
4. $\neg \forall x P(x)$ — из 2 по $U\wedge$
5. $\exists x \neg P(x)$ — из 4 по $O\forall$
6. $P(x)$ — из 3 по $U\exists$, x — *ограничена*
7. $\neg P(x)$ — из 5 по $U\exists$, x — *ограничена*

Мы опять пришли к повторному ограничению « x ». Формула не доказана. Впрочем, она и не может быть доказана, поскольку неверна.

Чтобы закрепить навыки, попробуем решить задачу сложнее:

$$\forall x(S(x) \supset P(x)) \wedge \forall x(P(x) \supset Q(x)) \supset \forall x(S(x) \supset Q(x))$$

1. $+ \neg(\forall x(S(x) \supset P(x)) \wedge \forall x(P(x) \supset Q(x)) \supset \forall x(S(x) \supset Q(x)))$
2. $(\forall x(S(x) \supset P(x)) \wedge \forall x(P(x) \supset Q(x))) \wedge \neg \forall x(S(x) \supset Q(x))$ — из 1 по $O\supset$
3. $\forall x(S(x) \supset P(x)) \wedge \forall x(P(x) \supset Q(x))$ — из 2 по $O\wedge$
4. $\neg \forall x(S(x) \supset Q(x))$ — из 2 по $O\wedge$
5. $\forall x(S(x) \supset P(x))$ — из 3 по $O\wedge$
6. $\forall x(P(x) \supset Q(x))$ — из 3 по $O\wedge$
7. $S(x) \supset P(x)$ — из 5 по $U\forall$
8. $P(x) \supset Q(x)$ — из 6 по $U\forall$
9. $\exists x \neg(S(x) \supset Q(x))$ — из 4 по $O\forall$

Здесь необходимы пояснения, поскольку у студентов зачастую возникает непонимание: как в системе натурального вывода отрицаются простые суждения.

Дело в том, что до сих пор мы с вами отрицали простые суждения по очень простой формуле:

суждение	\leftrightarrow	его отрицание
$\forall xS(x)$	\leftrightarrow	$\exists x\neg S(x)$
$\exists xS(x)$	\leftrightarrow	$\forall x\neg S(x)$
$\exists x\neg S(x)$	\leftrightarrow	$\forall xS(x)$
$\forall x\neg S(x)$	\leftrightarrow	$\exists xS(x)$

Однако теперь, в логике предикатов, мы стали использовать более подробную запись простых суждений. Если выражение « $\forall xS(x)$ » до сих пор означало для нас «Все x суть S », то теперь оно означает «Для всех x , если он S , то он и P ».

Поясним. Выражение «*Все люди млекопитающие*» ранее мы записывали как « $\forall xS(x)$ ». Теперь же мы то же выражение записываем как « $\forall x(S(x) \supset P(x))$ ». Читаем: «Для всех x правомерно, что, если он человек, то он млекопитающее». Соответственно, выражение «*Некоторые люди млекопитающие*», которое мы обозначали как « $\exists xS(x)$ », теперь обозначается « $\exists x(S(x) \wedge P(x))$ » и читается соответственно – «Для некоторых x верно, что он человек и млекопитающее».

Последний абзац рекомендуем студентам перечитать несколько раз.

Мы с вами прекрасно знаем, как отрицаются простые суждения. Необходимо изменить квантор на противоположный и изменить качество суждения также на противоположное. С кванторами всё понятно: было \exists , стало - \forall ; было \forall - стало \exists . Но как поменять качество суждения? Как грамотно превратить утвердительное суждение в отрицательное и наоборот?

Предположим, мы отрицаем суждение « $\forall x(S(x) \supset P(x))$ ». Первое, что приходит в голову, записать его отрицание так: « $\exists x\neg(S(x) \supset P(x))$ ». Но, с другой стороны, в частном суждении должна быть не импликация, а конъюнкция: « $\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$ ».

Эквивалентны ли эти записи? Т.е. верно ли, что
 « $\exists x \neg(S(x) \supset P(x)) \equiv \exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$ »?

На самом деле данные записи являются эквивалентными (основные эквивалентности вы можете посмотреть в приложении к данному учебному пособию). Поэтому,

$$\begin{aligned} \neg \forall x(S(x) \supset P(x)) &\leftrightarrow \exists x \neg(S(x) \supset P(x)) \leftrightarrow \exists x(S(x) \wedge \neg P(x)) \\ \neg \exists x(S(x) \wedge P(x)) &\leftrightarrow \forall x \neg(S(x) \wedge P(x)) \leftrightarrow \forall x(S(x) \supset \neg P(x)) \leftrightarrow \\ &\leftrightarrow \forall x(\neg S(x) \vee \neg P(x)) \end{aligned}$$

Продолжим.

10. $\neg(S(x) \supset Q(x))$ — из 9 по УЭ — x ограничен
11. $S(x) \wedge \neg Q(x)$ — из 10 по $O \supset$
12. $S(x)$ — из 11 по $U \wedge$
13. $\neg Q(x)$ — из 11 по $U \wedge$
14. $P(x)$ — из 7 и 12 по $U \supset$
15. $Q(x)$ — из 8 и 14 по $U \supset$
16. $Q(x) \wedge \neg Q(x)$ из 15 и 13 по $B \wedge$
17. $\neg(\forall x(S(x) \supset P(x)) \wedge \forall x(P(x) \supset Q(x)) \supset \forall x(S(x) \supset Q(x))) \supset (Q(x) \wedge \neg Q(x))$ — из 1 и 16 по $B \supset$
18. $\forall x(S(x) \supset P(x)) \wedge \forall x(P(x) \supset Q(x)) \supset \forall x(S(x) \supset Q(x))$ — из 17 по ДОП (доказательство от противного). ■



Важно

Напоминаем: Для общих суждений (с квантором \forall) свойства объекта выражаются через импликацию « \supset », например, $\forall x(S(x) \supset P(x))$.

Для частных суждений (с квантором \exists) свойства объекта выражаются через конъюнкцию « \wedge », например, $\exists x(S(x) \wedge P(x))$.

Соответственно, мы имеем запись суждений:

Обще-утвердительные - $\forall x(S(x) \supset P(x))$;

Частно-утвердительные - $\exists x(S(x) \wedge P(x))$;

Обще-отрицательные - $\forall x(S(x) \supset \neg P(x))$;

Частно-отрицательные - $\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$.

Логическое следование « \models » (на основе правила дедукции) всегда можно преобразовать в импликацию « \supset », но не наоборот. Логическое следование более сильный термин, нежели импликация.

Проверим на истинность силлогизма:

Никто из студентов⁺ не получает пенсию⁺
Некоторые пенсионеры - ворчливые старики

Некоторые ворчливые старики не учатся в вузах⁺

Переведем его на формальный язык логики:

$$\frac{\forall x(S(x) \supset \neg P(x)) \quad \exists x(P(x) \wedge Q(x))}{\exists x(Q(x) \wedge \neg S(x))}$$

Объединим посылки знаком конъюнкции, а заключение знаком импликации:

$$\forall x(S(x) \supset \neg P(x)) \wedge \exists x(P(x) \wedge Q(x)) \supset \exists x(Q(x) \wedge \neg S(x))$$

1. $\neg(\forall x(S(x) \supset \neg P(x)) \wedge \exists x(P(x) \wedge Q(x)) \supset \exists x(Q(x) \wedge \neg S(x)))$
2. $\forall x(S(x) \supset \neg P(x)) \wedge \exists x(P(x) \wedge Q(x)) \wedge \neg \exists x(Q(x) \wedge \neg S(x))$ – из 1 по 0 \supset
3. $\forall x(S(x) \supset \neg P(x))$ – из 2 по $Y \wedge$
4. $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$ – из 2 по $Y \wedge$
5. $\neg \exists x(Q(x) \wedge \neg S(x))$ – из 2 по $Y \wedge$
6. $S(x) \supset \neg P(x)$ – из 3 по $Y \forall$
7. $P(x) \wedge Q(x)$ – из 4 по $Y \exists x$ - ограничен
8. $\forall x(Q(x) \supset S(x))$ – из 5 по 0 \exists
9. $Q(x) \supset S(x)$ – из 8 по $Y \forall$
10. $P(x)$ – из 7 по $Y \wedge$
11. $Q(x)$ – из 7 по $Y \wedge$
12. $S(x)$ – из 11 и 9 по $Y \supset$
13. $\neg P(x)$ – из 6 и 12 по $Y \supset$

14. $P(x) \wedge \neg P(x)$ – из 13 и 10 по $B \wedge$

15.

$(P(x) \wedge \neg P(x)) \supset \neg(\forall x(S(x) \supset \neg P(x)) \wedge \exists x(P(x) \wedge Q(x)) \supset \exists x(Q(x) \wedge \neg S(x)))$ – из 14 и 1 по $B \supset$

16. $\forall x(S(x) \supset \neg P(x)) \wedge \exists x(P(x) \wedge Q(x)) \supset \exists x(Q(x) \wedge \neg S(x))$ – из 15 по ДОП. ■

Пробуем решить эту же формулу с помощью гипотез.

1. + $\forall x(S(x) \supset \neg P(x))$

2. + $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$

3. $S(x) \supset \neg P(x)$ – из 1 по $U \forall$

4. $P(x) \wedge Q(x)$ – из 2 по $U \exists$ x - ограничен

5. $P(x)$ – из 4 по $U \wedge$

6. $Q(x)$ – из 4 по $U \wedge$

7. $\neg S(x)$ – из 3 и 5 по $U \supset$

8. $Q(x) \wedge \neg S(x)$ – из 6 и 7 по $B \wedge$

9. $\exists x(Q(x) \wedge \neg S(x))$ – из 8 по $B \exists$

10. $\forall x(S(x) \supset \neg P(x)) \wedge \exists x(P(x) \wedge Q(x))$ – из 1 и 2 по $B \wedge$

11. $\forall x(S(x) \supset \neg P(x)) \wedge \exists x(P(x) \wedge Q(x)) \supset \exists x(Q(x) \wedge \neg S(x))$ – из 9 и 10 по $B \supset$. ■



В ряде случаев, когда в общей формуле мы встречаем выражение вида « $a \supset b$ », мы можем предположить (ввести допущение), что существует « a ». Из этого допущения по правилу удаления импликации, мы получаем « b » ($a \supset b, a \vDash b$). Для подобных частных случаев мы вправе сформулировать своё собственное правило второго порядка: « $a \supset b \vDash a, b$ ».



Дополнительная информация

Для исчисления в системе логики предикатов, можно использовать и аксиоматические механизмы. Данный механизм ис-

числения более узкий, но, для некоторых частных задач более простой. Здесь мы пользуемся правилами натурального вывода логики высказываний. Но добавляем вместо правил кванторов четыре схемы и одно правило.

Вообще, *схемой аксиом*, может служить любая доказанная тождественно-истинная формула. При этом, аксиома служит «прототипом» бесконечного множества истинных формул, построенных по форме (схеме) этой аксиомы.

Возьмем, к примеру, закон утверждения консеквента – « $B \supset (A \supset B)$ ». Это тождественно-истинная формула (при желании, студент может её доказать). А это значит, что любая формула такого вида (такой схемы) также является тождественно-истинной. Поэтому, встретив в выводе формулу подобной схемы, доказывать её уже не имеет смысла. Можно просто сослаться на данную схему и принять истинность формулы данной схемы по аналогии.

Когда мы говорим, что аксиома служит «прототипом» бесконечного количества истинных формул, мы имеем в виду, что схема « $B \supset (A \supset B)$ » может быть выражена как « $c \supset (a \supset c)$ », « $d \supset (c \supset d)$ », « $c \vee b \supset (a \supset (c \vee b))$ », « $(d \supset (c \supset d)) \supset (\neg z \supset (d \supset (c \supset d)))$ » и т.д.

Студент может самостоятельно добавлять схемы аксиом в свою систему исчислений. Для этого достаточно убедиться, что добавленная аксиома действительно является аксиомой (тождественно-истинной формулой). Кроме того, *поскольку правила натурального вывода и правила аксиоматической системы исчислений не противоречат друг другу, читатель может смело использовать все известные ему правила одновременно.*

Основными правилами аксиоматической системы исчисления предикатов остаются те же, что мы использовали в системе натурального вывода. Однако, меняются правила кванторов:

1. $\forall xP(x) \vDash P(t)$ – схема удаления \forall ($U\forall$)

Пояснение: если каждый « x » имеет признак P , то признак P имеет и константа « t » (из множества « x »).

«Если все в группе ЮРДб хорошо знают логику, то и г-н Агафонов (из группы ЮРДб) тоже хорошо знает логику»

2. $P(t) \vDash \exists xP(x)$ – схема введения \exists ($В\exists$)

Пояснение: Если мы имеем константу « t », обладающую при-

знаком P , то верно, что некоторые « x » (из множества, в которое входит « t ») тоже обладают признаком P .

«Если г-н Агафонов из группы ЮРДб хорошо знает логику, следовательно, некоторые студенты ЮРДб хорошо знают логику» (если быть более точным, то «Если г-н Агафонов из группы ЮРДб хорошо знает логику, следовательно, существует хотя бы один студент из группы ЮРДб хорошо знающий логику»)

3. $\forall x(A \supset P(x)) \vdash (A \supset \forall xP(x))$ – схема введения \forall в консеквент ($B \forall xK$).

Пояснение: Если для всех « x » верно, что он имеет признак P при условии A , то при условии A признак P будет свойственен всем « x ».

«Если все студенты хорошо успевают, то они получают стипендию \rightarrow Если студенты хорошо успевают, то все они получают стипендию».

4. $\forall x(P(x) \supset A) \vdash (\exists xP(x) \supset A)$ – схема введения \exists в антецедент ($B \exists xA$).

Пояснение: если для всех « x » верно, что некий признак P ведет к результату A , то это верно и для некоторых « x ».

«Если все студенты, хорошо учась, получают стипендию, следовательно, это верно и для некоторых студентов».

5. $P(t) \vdash \forall xP(x)$ — правило обобщения ($B \forall$), при условии, что терм « t » не был ранее связан квантором \exists и не является константой.

«Если студенты ЮРДб хорошо знают логику, следовательно, все студенты ЮРДб хорошо знают логику».

Как построить семантическую таблицу?

Существует еще один эффективный способ проверки формул на истинность и ложность – построение *семантических таблиц* или таблиц Бэта (в честь Эверта Бэта – создателя данного метода).

Считается, семантические таблицы не работают там, где необходимо проанализировать формулы, содержащие знаки эквивалентности и строгой дизъюнкции. Это действительно так. Но кто нам мешает путём эквивалентных преобразований «перестроить» формулу и избавиться от знаков эквивалентности и строгой дизъюнкции?

Для этого весьма полезными будут следующие эквивалентные преобразования:

приведение формул к импликации —

$$(a \wedge b) \equiv \neg(a \supset \neg b) \wedge \neg(b \supset \neg a)$$

$$(a \vee b) \equiv (\neg a \supset b) \wedge (\neg b \supset a)$$

$$(a \equiv b) \equiv (a \supset b) \wedge (b \supset a)$$

$$(a \vee b) \equiv (\neg a \supset b) \wedge (\neg b \supset a)$$

приведение формул к конъюнкции —

$$(a \supset b) \equiv \neg(a \wedge \neg b)$$

$$(a \vee b) \equiv \neg(\neg a \wedge \neg b)$$

$$(a \vee b) \equiv \neg((a \vee \neg b) \wedge (\neg a \vee b))$$

$$(a \equiv b) \equiv (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg a)$$

приведение формул к дизъюнкции —

$$(a \wedge b) \equiv \neg(\neg a \vee \neg b)$$

$$(a \supset b) \equiv (\neg a \vee b)$$

$$(a \vee b) \equiv (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)$$

$$(a \equiv b) \equiv (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)$$

Для начала повторим правила (описанные в различных учебниках), затем поясним методику построения таблиц.

Для построения семантических таблиц созданы специальные *правила редукции*.

\neg Л. Если формула $\neg A$ имеется в левом столбце таблицы (подтаблицы), то в правом столбце той же таблицы (подтаблицы) пишем A

\neg Пр. Если формула $\neg A$ имеется в правом столбце, то в левом столбце пишем A

\wedge Л. Если формула $A \wedge B$ имеется в левом столбце таблицы (подтаблицы), то в том же столбце пишем формулы A и B .

\wedge Пр. Если формула $A \wedge B$ находится в правом столбце таблицы (подтаблицы), то в каждом из столбцов образуем две новые альтернативные подтаблицы этого столбца и в левой подтаблице правого столбца пишем A , а в правой таблице того же столбца – B .

\vee Л. Если формула $A \vee B$ находится в левом столбце таблицы (подтаблицы), то в каждом из столбцов образуем две новые альтернативные подтаблицы и в левой из них (левого столбца) пишем A , а в правой (того же столбца) – B .

\vee Пр. Если формула $A \vee B$ находится в правом столбце таблицы (подтаблицы), то в том же столбце пишем формулы A и B .

\supset Л. Если формула $A \supset B$ находится в левом столбце таблицы (подтаблицы), то в каждом из столбцов образуем две новые альтернативные подтаблицы и в правой подтаблице левого столбца пишем формулу B , а в левой подтаблице правого столбца пишем A .

\supset Пр. Если формула $A \supset B$ находится в правом столбце таблицы (подтаблицы), то в левом столбце той же таблицы пишем формулу A , а в правом – B .

\forall Л. Если формула $\forall \alpha A(\alpha)$ находится в левом столбце таблицы (подтаблицы), то в том же столбце помещаем формулу $A(\beta)$, где β – произвольная индивидуальная переменная или константа, $A(\beta)$ есть результат правильной подстановки β вместо α в $A(\alpha)$. Эвристический совет: в качестве β нужно взять индивидуальную константу, которая уже встречается в подтаблице, или переменную, которая имеет свободные вхождения в какую-то из формул подтаблицы; если таковых нет, то вводится произвольная индивидуальная константа.

∀Пр. Если формула $\forall \alpha A(\alpha)$ находится в правом столбце таблицы (подтаблицы), то в тот же столбец помещаем формулу $A(\beta)$, где β – новая индивидуальная константа, т.е. константа, не встречающаяся еще ни в левом, ни в правом столбцах, а $A(\beta)$ есть результат правильной подстановки β в $A(\alpha)$ вместо α .

ЭЛ. Если формула $\exists \alpha A(\alpha)$ находится в левом столбце таблицы (подтаблицы), то в тот же столбец помещаем формулу $A(\beta)$, где β – новая индивидуальная константа; $A(\beta)$ – результат правильной подстановки индивидуальной константы β в $A(\alpha)$ вместо α .

ЭПр. Если формула $\exists \alpha A(\alpha)$ находится в правом столбце таблицы (подтаблицы), то в тот же столбец помещаем формулу $A(\beta)$, где β – произвольная индивидуальная переменная или константа, а $A(\beta)$ – то же, что и в пояснении к правилу ∀Л. Эвристический совет тот же, что описан при формулировке правила ∀Л.

Альтернативная подтаблица (а если таковых нет, то таблица) является замкнутой, если некоторая формула входит в ее левый и правый столбцы. Таблица является замкнутой, если замкнуты все ее альтернативные подтаблицы.

Предположим, дано:

$$\forall x(P(x) \supset Q(x)) \wedge \forall x(R(x,a) \supset \neg Q(x)) \wedge \forall x(\neg P(x) \supset \neg S(x)) \vdash \\ \vdash \forall x(R(x,a) \supset \neg S(x)).$$

Первой, второй и третьей посылками являются формулы: $\forall x(P(x) \supset Q(x))$, $\forall x(R(x,a) \supset \neg Q(x))$, $\forall x(\neg P(x) \supset \neg S(x))$, а заключением – формула $\forall x(R(x,a) \supset \neg S(x))$. Строя семантическую таблицу, в левый столбец пишем формулы, соответствующие посылкам, а в правый – формулу, соответствующую заключению. Далее применяем правила редукции:

$\forall x(P(x) \supset Q(x))$		$\forall x(R(x, a) \supset \neg S(x))$	
$\forall x(R(x, a) \supset \neg Q(x))$		1. $R(b, a) \supset \neg S(b)$	
$\forall x(\neg P(x) \supset \neg S(x))$		5. $\neg S(b)$	
2. $R(b, a) \supset \neg Q(b)$		(1)	(2)
3. $\neg P(b) \supset \neg S(b)$		7. $R(b, a)$	8. $Q(b)$
4. $P(b) \supset Q(b)$		(3) (4)	
5. $R(b, a)$		9. $\neg P(b)$ 11. $S(b)$	
6. $S(b)$		(5)	(6)
(1)	(2)	12. $P(b)$	
7. $\neg Q(b)$			
(3) (4)			
10. $P(b)$ 9. $\neg S(b)$			
(5)	(6)		
12.			
$Q(b)$			

 **Важно**

С нашей точки зрения, семантические таблицы проще строить в **сокращенном** виде, не используя такое количество правил редукции (только эквивалентности) и, особо не увлекаясь дроблением ветвей таблицы.

Ту же самую задачу можно было отразить проще:

$\forall x(P(x) \supset Q(x))$	
$\forall x(R(x, a) \supset \neg Q(x))$	
$\forall x(\neg P(x) \supset \neg S(x))$	
$\neg \forall x(R(x, a) \supset \neg S(x))$	
1. $P(x) \supset Q(x)$	
2. $R(x, a) \supset \neg Q(x)$	
3. $\neg P(x) \supset \neg S(x)$	
4. $\neg(R(x, a) \supset \neg S(x))$	
5. $R(x, a) \wedge S(x)$ – из 4 по $O \supset$	
6. $R(x, a)$ – из 5 по $Y \wedge$	
7. $S(x)$ – из 5 по $Y \wedge$	
$\neg P(x)$	$Q(x)$
<u>$P(x)$</u> <u>$\neg S(x)$</u>	<u>$\neg R(x, a)$</u> <u>$\neg Q(x)$</u>



Главное, надо понять логику построения семантических таблиц:

— если мы имеем конъюнкцию — $a \wedge b$, то вписываем в выводе «a» и «b», не размножая таблицу;

— если мы имеем дизъюнкцию — $a \vee b$, то размножаем таблицу и в одном столбце пишем «a», а в другом – «b».

Все остальные формулы мы преобразуем в конъюнкцию или дизъюнкцию по эквивалентностям:

$$(a \supset b) \rightarrow \neg a \vee b$$

$$\neg(a \supset b) \rightarrow a \wedge \neg b$$

$$\neg(a \wedge \neg b) \rightarrow \neg a \vee \neg b$$

$$\neg(a \vee \neg b) \rightarrow \neg a \wedge \neg b$$

Попробуем подробно решить ещё одну задачу. Необходимо обосновать выводимость

$$\exists x(P(x) \wedge R(x)), \forall x(R(x) \supset S(x)) \not\models \exists x(S(x) \wedge P(x)).$$

Всегда рассуждаем методом от противного.

Предположим, что выводимость не верна:

$$\exists x(P(x) \wedge R(x)) \wedge \forall x(R(x) \supset S(x)) \not\models \neg \exists x(S(x) \wedge P(x)).$$

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. $\exists x(P(x) \wedge R(x))$ 2. $\forall x(R(x) \supset S(x))$ 3. $\neg \exists x(S(x) \wedge P(x))$ |
|---|

Следующим шагом пытаемся «избавиться» от кванторов:

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. $\exists x(P(x) \wedge R(x))$ 2. $\forall x(R(x) \supset S(x))$ 3. $\neg \exists x(S(x) \wedge P(x))$ 4. $P(x) \wedge R(x)$ – из 1 по УЭ – <i>x ограничен</i> 5. $R(x) \supset S(x)$ – из 2 по У\forall 6. $\forall x \neg(S(x) \wedge P(x))$ – из 3 по ОЭ 7. $\neg(S(x) \wedge P(x))$ – из 6 по У\forall |
|---|

Теперь смотрим, какие формулы мы можем еще получить, не размножая таблицу. Очевидно, из действия 4 мы можем получить две формулы путем удаления конъюнкции:

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. $\exists x(P(x) \wedge R(x))$ 2. $\forall x(R(x) \supset S(x))$ 3. $\neg \exists x(S(x) \wedge P(x))$ 4. $P(x) \wedge R(x)$ – из 1 по УЭ – <i>x ограничен</i> 5. $R(x) \supset S(x)$ – из 2 по У\forall 6. $\forall x \neg(S(x) \wedge P(x))$ – из 3 по ОЭ 7. $\neg(S(x) \wedge P(x))$ – из 6 по У\forall 8. $P(x)$ – из 4 по У\wedge 9. $R(x)$ – из 4 по У\wedge |
|---|

Далее придется размножить таблицу, поскольку формулы $R(x) \supset S(x)$ (N^o5) и $\neg(S(x) \wedge P(x))$ (N^o7) путем эквивалентных преоб-

разования превращаются в дизъюнкции – « $\neg R(x) \vee S(x)$ » и « $\neg S(x) \vee \neg P(x)$ ». С какой именно из них начинать – значения не имеет. Давайте начнём с « $\neg R(x) \vee S(x)$ »:

1. $\exists x(P(x) \wedge R(x))$ 2. $\forall x(R(x) \supset S(x))$ 3. $\neg \exists x(S(x) \wedge P(x))$ 4. $P(x) \wedge R(x)$ – из 1 по $U\exists$ – <i>x ограничен</i> 5. $R(x) \supset S(x)$ – из 2 по $U\forall$ 6. $\forall x \neg(S(x) \wedge P(x))$ – из 3 по $O\exists$ 7. $\neg(S(x) \wedge P(x))$ – из 6 по $U\forall$ 8. $P(x)$ – из 4 по $U\wedge$ 9. $R(x)$ – из 4 по $U\wedge$	
$\neg R(x)$	$S(x)$

Получаем первое противоречие: $R(x)$ в действии №9 и $\neg R(x)$ в подтаблице. Чтобы зафиксировать это противоречие, замкнем подтаблицу:

1. $\exists x(P(x) \wedge R(x))$ 2. $\forall x(R(x) \supset S(x))$ 3. $\neg \exists x(S(x) \wedge P(x))$ 4. $P(x) \wedge R(x)$ – из 1 по $U\exists$ – <i>x ограничен</i> 5. $R(x) \supset S(x)$ – из 2 по $U\forall$ 6. $\forall x \neg(S(x) \wedge P(x))$ – из 3 по $O\exists$ 7. $\neg(S(x) \wedge P(x))$ – из 6 по $U\forall$ 8. $P(x)$ – из 4 по $U\wedge$ 9. $R(x)$ – из 4 по $U\wedge$	
$\neg R(x)$	$S(x)$

В оставшуюся ветку таблицы вписываем последние формулы

1. $\exists x(P(x) \wedge R(x))$ 2. $\forall x(R(x) \supset S(x))$

3. $\neg \exists x(S(x) \wedge P(x))$ 4. $P(x) \wedge R(x)$ – из 1 по $U\exists$ – <i>x</i> ограничен 5. $R(x) \supset S(x)$ – из 2 по $U\forall$ 6. $\forall x \neg(S(x) \wedge P(x))$ – из 3 по $O\exists$ 7. $\neg(S(x) \wedge P(x))$ – из 6 по $U\forall$ 8. $P(x)$ – из 4 по $U\wedge$ 9. $R(x)$ – из 4 по $U\wedge$		
$\neg R(x)$	$S(x)$	
	$\neg S(x)$	$\neg P(x)$

Видим противоречие « $\neg S(x)$ » и « $S(x)$ » - замыкаем подтаблицу.

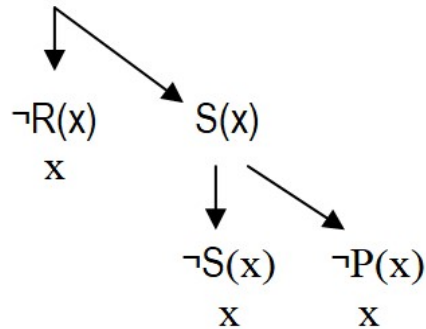
Видим противоречие « $\neg P(x)$ » и « $P(x)$ » (из действия №8) – замыкаем таблицу.

Все подтаблицы замкнуты:

1. $\exists x(P(x) \wedge R(x))$ 2. $\forall x(R(x) \supset S(x))$ 3. $\neg \exists x(S(x) \wedge P(x))$ 4. $P(x) \wedge R(x)$ – из 1 по $U\exists$ – <i>x</i> ограничена 5. $R(x) \supset S(x)$ – из 2 по $U\forall$ 6. $\forall x \neg(S(x) \wedge P(x))$ – из 3 по $O\exists$ 7. $\neg(S(x) \wedge P(x))$ – из 6 по $U\forall$ 8. $P(x)$ – из 4 по $U\wedge$ 9. $R(x)$ – из 4 по $U\wedge$		
$\neg R(x)$	$S(x)$	
	$\neg S(x)$	$\neg P(x)$

В литературе можно встретить иной (с эстетической точки зрения) вид семантических таблиц. Последняя таблица может быть составлена так:

1. $\exists x P(x) \wedge R(x)$
2. $\forall x R(x) \supset S(x)$
3. $\neg \exists x S(x) \wedge P(x)$
4. $P(x) \wedge R(x)$ – из 1 по $U \exists$ (x отмечена)
5. $R(x) \supset S(x)$ – из 2 по $U \forall$
6. $\forall x \neg (S(x) \wedge P(x))$ – из 3 по $O \exists$
7. $\neg (S(x) \wedge P(x))$ – из 6 по $U \forall$
8. $P(x)$ – из 4 по $U \wedge$
9. $R(x)$ – из 4 по $U \wedge$



В этой форме написания семантической таблицы размножение таблицы обозначено стрелками, а замыкание знаком «x».

Поскольку таблица замкнулась, наше предположение о том, что формула не верна – ошибочно. Следовательно, выводимость

$\exists x(P(x) \wedge R(x)), \forall x(R(x) \supset S(x)) \vDash \exists x(S(x) \wedge P(x))$ – истинна.

Мы могли бы использовать формулы в другом порядке, но результат бы от этого не изменился:

<ol style="list-style-type: none"> 1. $\exists x(P(x) \wedge R(x))$ 2. $\forall x(R(x) \supset S(x))$ 3. $\neg \exists x(S(x) \wedge P(x))$ 4. $P(x) \wedge R(x)$ – из 1 по $U \exists$ – x ограничена 5. $R(x) \supset S(x)$ – из 2 по $U \forall$ 6. $\forall x \neg (S(x) \wedge P(x))$ – из 3 по $O \exists$ 7. $\neg (S(x) \wedge P(x))$ – из 6 по $U \forall$ 8. $P(x)$ – из 4 по $U \wedge$ 9. $R(x)$ – из 4 по $U \wedge$ 	
$\neg S(x)$	$\neg P(x)$

$\neg R(x)$	$S(x)$	
-------------	--------	--

Попробуем методом семантических таблиц проверить силлогизм. (Понятно, что семантические таблицы могут проверять не только силлогизмы – их функционал значительно шире):

Логика используют семантические таблицы

Некоторые логики – поэты

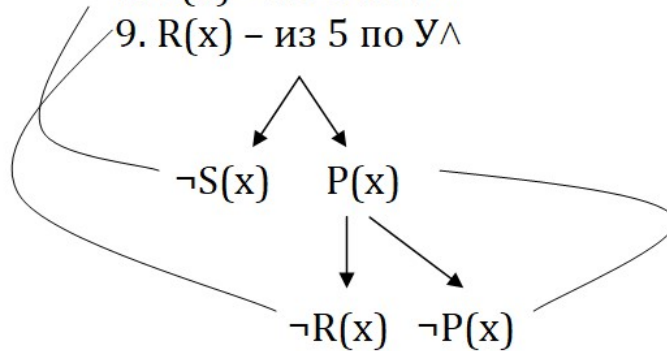
Некоторые поэты используют семантические таблицы

Данный силлогизм переводим на формальный язык:
 $\forall x(S(x) \supset (P(x))), \exists x(S(x) \wedge R(x)) \vdash \exists x(R(x) \wedge P(x))$

1. $\forall x(S(x) \supset (P(x)))$ 2. $\exists x(S(x) \wedge R(x))$ 3. $\neg \exists x(R(x) \wedge P(x))$ 4. $S(x) \supset (P(x))$ – из 1 по $U\forall$ 5. $S(x) \wedge R(x)$ – из 2 по UE – x – ограничена 6. $\forall x \neg (R(x) \wedge P(x))$ – из 3 по OE 7. $\neg (R(x) \wedge P(x))$ – из 6 по $U\forall$ 8. $S(x)$ – из 5 по $U\wedge$ 9. $R(x)$ – из 5 по $U\wedge$		
$\neg S(x)$	$P(x)$	
	$\neg R(x)$	$\neg P(x)$

Нередко в зарубежной литературе можно встретить следующее написание:

1. $\forall x(S(x) \supset (P(x)))$
2. $\exists x(S(x) \wedge R(x))$
3. $\neg \exists x(R(x) \wedge P(x))$
4. $S(x) \supset (P(x))$ – из 1 по $\forall\supset$
5. $S(x) \wedge R(x)$ – из 2 по $\exists\wedge$ – x – ограничена
6. $\forall x\neg(R(x) \wedge P(x))$ – из 3 по OE
7. $\neg(R(x) \wedge P(x))$ – из 6 по $\forall\supset$
8. $S(x)$ – из 5 по \wedge
9. $R(x)$ – из 5 по \wedge



Ради эксперимента, попробуем построить семантическую таблицу для неправильного силлогизма:

Логики используют семантические таблицы
Некоторые логики – поэты

Все поэты используют семантические таблицы

Выводимость, видимо, должна быть такой:

$\forall x(S(x) \supset (P(x))), \exists x(S(x) \wedge R(x)) \vDash \forall xR(x) \supset P(x)$

1. $\forall x(S(x) \supset (P(x)))$
2. $\exists x(S(x) \wedge R(x))$
3. $\neg \forall x(R(x) \wedge P(x))$
4. $S(x) \supset (P(x))$ – из 1 по $\forall\supset$
5. $S(x) \wedge R(x)$ – из 2 по $\exists\wedge$ – x ограничена
6. $\exists x\neg(R(x) \wedge P(x))$ – из 3 по OE
7. $\neg(R(x) \wedge P(x))$ – из 6 по $\exists\supset$ – x ограничена

«X» ограничена дважды, следовательно доказать формулу не представляется возможным.

Как работать с секвенциальным исчислением?

Исчисление секвенций (от англ. Sequent calculus) — система формального вывода формул логики первого порядка предложенная немецким логиком Герхардом Генценом. Генценом были разработаны несколько эквивалентных вариантов исчисления секвенций.

Секвенциальные формулы представляют собой последовательность, разделенную знаком выводимости « \vdash », в которой слева (в антецеденте) находится дизъюнктивная последовательность, а справа (в консеквенте, или в «сукцеденте») – конъюнктивная. В целом, секвенциальная формула выглядит следующим образом:

$$(a \vee b \vee c \vee d \vee \dots \vee z) \vdash (a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge \dots \wedge z)$$

Подразумевается, что обе части уравнения эквивалентны в том смысле, что антецедент служит доказательством сукцедента, а сукцедент служит доказательством антецедента:

$$(a \vee b \vee c \vee d \vee \dots \vee z) \leftrightarrow (a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge \dots \wedge z)$$

Секвенция с пустым антецедентом интерпретируется как истина, а секвенция с пустым сукцедентом – как ложь. Если пустыми оказываются как антецедент, так и сукцедент - секвенция интерпретируется в качестве противоречия:

$$\emptyset \vdash (a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge \dots \wedge z) - \text{«истина»}$$

$$(a \vee b \vee c \vee d \vee \dots \vee z) \vdash \emptyset - \text{«ложь»}$$

$$\emptyset \vdash \emptyset - \text{«противоречие»}$$

Логические правила

$$\wedge L \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, A \wedge B \vdash \Delta}$$

$$\vee R \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta}$$

$$\vee L \frac{\Gamma, A \vdash \Delta \mid \Sigma, B \vdash \Pi}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta \mid \Sigma, \Pi}$$

$$\wedge R \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \mid \Sigma \vdash B, \Pi}{\Gamma \vdash A \wedge B, \Delta \mid \Sigma, \Pi}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{\Gamma, \Sigma, A \vee B \vdash \Delta, \Pi} \\
\supset_L \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \mid \Sigma, B \vdash \Pi}{\Gamma, \Sigma, A \supset B \vdash \Delta, \Pi} \\
\neg_L \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \\
\forall_L \frac{\Gamma, A[x/t] \vdash \Delta}{\Gamma, \forall t A \vdash \Delta} \\
\exists_L \frac{\Gamma, A[x/y] \vdash \Delta}{\Gamma, \exists y A \vdash \Delta}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\frac{}{\Gamma, \Sigma \vdash A \wedge B, \Delta, \Pi} \\
\supset_R \frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \supset B, \Delta} \\
\neg_R \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta} \\
\forall_R \frac{\Gamma \vdash A[x/y], \Delta}{\Gamma \vdash \forall y A, \Delta} \\
\exists_R \frac{\Gamma \vdash A[x/t], \Delta}{\Gamma \vdash \exists t A, \Delta}
\end{array}$$

где «t» — любая переменная (возможно «x», если «x» - свободная переменная));

где «y» - любая новая переменная (либо уже имеющаяся переменная «x», не связанная кванторами в Γ и Δ).

Эти две важнейшие оговорки мы объясним чуть позже на примерах.

Структурные правила:

$$\begin{array}{c}
\text{WL} \frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma, A \vdash \Delta} \\
\text{CL} \frac{\Gamma, A, A \vdash \Delta}{\Gamma, A \vdash \Delta} \\
\text{PL} \frac{\Gamma_1, A, B, \Gamma_2 \vdash \Delta}{\Gamma_1, B, A, \Gamma_2 \vdash \Delta} \\
\text{I (аксиома)} \frac{}{A \vdash A}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\text{WR} \frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma \vdash A, \Delta} \\
\text{CR} \frac{\Gamma \vdash A, A, \Delta}{\Gamma \vdash A, \Delta} \\
\text{PR} \frac{\Gamma \vdash \Delta_1, A, B, \Delta_2}{\Gamma \vdash \Delta_1, B, A, \Delta_2} \\
\text{CUT (сечение)} \frac{\Gamma \vdash \Delta, A \mid A, \Sigma \vdash \Pi}{\Gamma, \Sigma \vdash \Delta, \Pi}
\end{array}$$

Символы «Г», «Д», «Σ» и «П» означают множества формул (возможно пустые).

Читатель, вероятно, уже обратил внимание, что правила исчисления секвенций не являются чем-то принципиально новым для нас. Все эти правила (в том или ином виде) мы встречали в системе натурального вывода.

Примеры вывода.

Пусть необходимо доказать аксиому « $\vdash A \supset A$ ».

$$\begin{array}{l} \Sigma_1. A \vdash A - \text{аксиома} \\ \Sigma_2. \vdash A \supset A - \text{из } \Sigma_1 \text{ по } \supset R \blacksquare \end{array}$$

Пусть необходимо доказать аксиому « $\vdash A \vee \neg A$ ».

$\Sigma_1. A \vdash A$	I – аксиома
$\Sigma_2. \vdash \neg A, A$	из Σ_1 по $\neg R$
$\Sigma_3. \vdash A, \neg A$	из Σ_2 по PR
$\Sigma_4. \vdash A, A \vee \neg A$	из Σ_3 по $\vee R$
$\Sigma_5. \vdash A \vee \neg A$	из Σ_4 по CR \blacksquare

Часто, для доказательства формулы необходимо наличие нескольких аксиом. Например, если мы доказываем формулу « $A, B \vdash A \wedge B$ », возможна следующая последовательность действий:

$$\begin{array}{l} \Sigma_1. A \vdash A - \text{аксиома} \\ \Sigma_2. B \vdash B - \text{аксиома} \\ \Sigma_3. A, B \vdash A \wedge B - \text{из } \Sigma_1 \text{ и } \Sigma_2 \text{ по } \wedge R \blacksquare \end{array}$$

Студент должен знать, что помимо линейного способа доказательства можно использовать табличный способ, отличающийся некоторыми эстетическими особенностями. Так, в табличной форме последнее доказательство выглядело бы так:

$$\frac{A \vdash A \text{ (I)} \quad B \vdash B \text{ (I)}}{A, B \vdash A \wedge B} \wedge R$$

Табличная форма исчислений более распространена в практике исчисления секвенций, однако, она крайне неудобна для изложения в книжной полиграфии (по определенным техническим причинам).

Доказательство формулы « $(A \supset (B \vee C)) \supset (((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \supset \neg A)$ » табличным способом:

	$B \vdash B$	- I	$C \vdash C$	- I
	$B \vee C \vdash B, C$		$- \vee L$	
	$B \vee C \vdash C, B$		$- PR$	
	$B \vee C, \neg C \vdash B$	$- \neg L$	$\neg A \vdash \neg A$	- I
	$(B \vee C), \neg C, (B \supset \neg A) \vdash \neg A$		$- \supset L$	
	$(B \vee C), \neg C, ((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \vdash \neg A$		$- \wedge L$	
	$(B \vee C), ((B \supset \neg A) \wedge \neg C), \neg C \vdash \neg A$		$- PL$	
$A \vdash A$	- I	$(B \vee C), ((B \supset \neg A) \wedge \neg C), ((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \vdash \neg A$		$- \wedge L$
$\vdash \neg A, A$	$- \neg R$	$(B \vee C), ((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \vdash \neg A$		$- CL$
$\vdash A, \neg A$	$- PR$	$((B \supset \neg A) \wedge \neg C), (B \vee C) \vdash \neg A$		$- PL$
	$((B \supset \neg A) \wedge \neg C), (A \supset (B \vee C)) \vdash \neg A, \neg A$		$- \supset L$	
	$((B \supset \neg A) \wedge \neg C), (A \supset (B \vee C)) \vdash \neg A$		$- CR$	
	$(A \supset (B \vee C)), ((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \vdash \neg A$		$- PL$	
	$(A \supset (B \vee C)) \vdash (((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \supset \neg A)$		$- \supset R$	
	$\vdash (A \supset (B \vee C)) \supset (((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \supset \neg A)$		$- \supset R$	

Доказательство формулы « $(A \supset (B \vee C)) \supset (((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \supset \neg A)$ » линейным способом:

Σ_1 . $B \vdash B$ – аксиома

Σ_2 . $C \vdash C$ – аксиома

Σ_3 . $B \vee C \vdash B, C$ – из Σ_1 и Σ_2 по $\vee L$

Σ_4 . $B \vee C \vdash C, B$ из Σ_3 по PR

Σ_5 . $B \vee C, \neg C \vdash B$ из Σ_4 по $\neg L$

Σ_6 . $\neg A \vdash \neg A$ – аксиома

Σ_7 . $(B \vee C), \neg C, (B \supset \neg A) \vdash \neg A$ – из Σ_5 и Σ_6 по $\supset L$

Σ_8 . $(B \vee C), \neg C, ((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \vdash \neg A$ – из Σ_7 по $\wedge L$

- $\Sigma_9. (B \vee C), ((B \supset \neg A) \wedge \neg C), \neg C \vdash \neg A$ - из Σ_8 по PL
 $\Sigma_{10}. (B \vee C), ((B \supset \neg A) \wedge \neg C), ((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \vdash \neg A$ - из Σ_9 по $\wedge L$
 $\Sigma_{11}. (B \vee C), ((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \vdash \neg A$ - из Σ_{10} по CL
 $\Sigma_{12}. ((B \supset \neg A) \wedge \neg C), (B \vee C) \vdash \neg A$ - из Σ_{11} по PL
 $\Sigma_{13}. \vdash \neg A, A$ - из Σ_1 по $\neg R$
 $\Sigma_{14}. \vdash A, \neg A$ - из Σ_{13} по PR
 $\Sigma_{15}. ((B \supset \neg A) \wedge \neg C), (A \supset (B \vee C)) \vdash \neg A, \neg A$ - из Σ_{14} и Σ_{12} по $\supset L$
 $\Sigma_{16}. ((B \supset \neg A) \wedge \neg C), (A \supset (B \vee C)) \vdash \neg A$ - из Σ_{15} по CR
 $\Sigma_{17}. (A \supset (B \vee C)), ((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \vdash \neg A$ - из Σ_{16} по PL
 $\Sigma_{18}. (A \supset (B \vee C)) \vdash (((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \supset \neg A)$ - из Σ_{17} по $\supset R$
 $\Sigma_{19}. \vdash (A \supset (B \vee C)) \supset (((B \supset \neg A) \wedge \neg C) \supset \neg A)$ - из Σ_{18} по $\supset R$ ■

Мы специально привели достаточно сложный и длинный пример исчисления секвенций, чтобы использовать максимально большое количество правил. Разобрав каждый вывод, для студента в дальнейшем не будет сложностей с исчислением секвенций.

Но для классической логики работа с секвенциями связана также с использованием правил кванторов. Для начала разберем незамысловатую задачу.

Пусть необходимо доказать формулу

$$\langle \exists y(\forall x(p(x, y))) \vdash \forall x(\exists y(p(x, y))) \rangle$$

$\Sigma_1. p(x, y) \vdash p(x, y)$	I – аксиома
$\Sigma_2. \forall x(p(x, y)) \vdash p(x, y)$	из Σ_1 по $\forall L$
$\Sigma_3. \forall x(p(x, y)) \vdash \exists x(p(x, y))$	из Σ_2 по $\exists R$
$\Sigma_4. \exists y(\forall x(p(x, y))) \vdash \exists x(p(x, y))$	из Σ_3 по $\exists L$
$\Sigma_5. \exists y(\forall x(p(x, y))) \vdash \forall x(\exists y(p(x, y)))$	из Σ_4 по $\forall R$ ■

Напомним, что для правил кванторов есть определенные ограничения (как и во всех остальных системах исчислений). Если для правил $\forall L$ и $\exists R$ ограничения несущественны, то для правил $\forall R$ и $\exists L$ следует помнить: получаемая переменная не должна быть связана в предыдущих выводах кванторами.

Предположим, мы хотим построить доказательство формулы вида « $\exists xP(x) \vdash \exists xP(x)$ ». Интуитивно мы понимаем, что какие

бы кванторы не находились в антецеденте и сукцеденте формулы, ошибочным может быть только один вариант - « $\exists xP(x) \vdash \forall xP(x)$ ».

Начинаем, как обычно, с аксиомы:

$\Sigma_1. P(x) \vdash P(x)$ – аксиома

$\Sigma_2. P(x) \vdash \exists xP(x)$ – из Σ_1 по $\exists R$

$\Sigma_3. \exists xP(x) \vdash \exists xP(x)$ – из Σ_2 по $\exists L$

Вывод построен неверно, поскольку правило $\exists L$ в третьем действии нарушено: мы использовали переменную « x », которая уже была связана квантором общности во втором действии. Третье действие мы могли бы завершить только так:

$\Sigma_1. P(x) \vdash P(x)$ – аксиома

$\Sigma_2. P(x) \vdash \exists xP(x)$ – из Σ_1 по $\exists R$

$\Sigma_3. \forall xP(x) \vdash \exists xP(x)$ – из Σ_2 по $\forall L$

В целом, у нас получилась правильная формула, однако мы так и не доказали искомую - « $\exists xP(x) \vdash \exists xP(x)$ ». Может быть наша ошибка заключалась в том, что мы начали не с той стороны? Попробуем еще раз:

$\Sigma_1. P(x) \vdash P(x)$ – аксиома

$\Sigma_2. \exists xP(x) \vdash P(x)$ – из Σ_1 по $\exists L$

$\Sigma_3. \exists xP(x) \vdash \exists xP(x)$ – из Σ_2 по $\exists R$

Теперь правила выполнены.

Совет



Соответственно, делаем для себя важный вывод: в исчислениях секвенций последовательность действий имеет значение. Сначала надо стараться использовать правила $\forall R$ и $\exists L$, пока переменные не связаны кванторами. И лишь затем правила $\forall L$ и $\exists R$.

Вероятнее всего, последовательность действий будет важна и для решения формулы « $\exists xP(x) \vdash \exists xP(x)$ »:

- $\Sigma_1. P(x) \vdash P(x)$ – аксиома
- $\Sigma_2. \forall xP(x) \vdash P(x)$ – из Σ_1 по $\forall L$
- $\Sigma_3. \forall xP(x) \vdash \forall xP(x)$ – из Σ_2 по $\forall R$

Вывод Σ_3 сделан с нарушением правила $\forall R$. Попробуем в другой последовательности:

- $\Sigma_1. P(x) \vdash P(x)$ – аксиома
- $\Sigma_2. P(x) \vdash \forall xP(x)$ – из Σ_1 по $\forall R$
- $\Sigma_3. \forall xP(x) \vdash \forall xP(x)$ – из Σ_2 по $\forall L$

Теперь всё верно.

Попробуем усложнить задачу и доказать закон отрицания общеутвердительного суждения « $\neg \forall xP(x) \vdash \exists x\neg P(x)$ »:

- $\Sigma_1. \neg P(x) \vdash \neg P(x)$ – аксиома
- $\Sigma_2. \vdash P(x), \neg P(x)$ – из Σ_1 по $\neg R$
- $\Sigma_3. \vdash \forall xP(x), \neg P(x)$ – из Σ_2 по $\forall R$
- $\Sigma_4. \neg \forall xP(x) \vdash \neg P(x)$ – из Σ_3 по $\neg L$
- $\Sigma_5. \neg \forall xP(x) \vdash \exists x\neg P(x)$ – из Σ_4 по $\exists R$ ■

Теперь попробуем доказать формулу, записанную в расширенном виде « $\vdash \exists x(S(x) \wedge \neg P(x)) \supset \neg \forall x(S(x) \supset P(x))$ ».

Поскольку у нас два предиката, начнём построение секвенций с двух аксиом:

- $\Sigma_1. S(x) \vdash S(x)$ – аксиома
- $\Sigma_2. P(x) \vdash P(x)$ – аксиома

Мы должны получить импликацию, следовательно, применим закон $\supset L$:

$\Sigma_3. S(x), S(x) \supset P(x) \vdash P(x)$ – из Σ_1 и Σ_2 по $\supset L$

Теперь надо получить конъюнкцию. Проще всего это сделать, прибавив произвольный термин в антецеденте формулы:

$\Sigma_4. S(x) \wedge \neg P(x), S(x) \supset P(x) \vdash P(x)$ – из Σ_3 по $\wedge L$

Перенеся из сукцедента в антецедент формулу « $P(x)$ », получим повторение формулы « $\neg P(x)$ ». Повторение убираем по правилу CL :

$\Sigma_5. S(x) \wedge \neg P(x), \neg P(x), S(x) \supset P(x) \vdash -$ из Σ_4 по $\neg L$

$\Sigma_6. S(x) \wedge \neg P(x), S(x) \supset P(x) \vdash -$ из Σ_5 по CL

Далее, вводим кванторы:

$\Sigma_7. \exists x(S(x) \wedge \neg P(x)), S(x) \supset P(x) \vdash -$ из Σ_6 по $\exists L$

$\Sigma_8. \exists x(S(x) \wedge \neg P(x)), \forall x(S(x) \supset P(x)) \vdash -$ из Σ_7 по $\forall L$

И, наконец, переносим формулу « $\forall x(S(x) \supset P(x))$ » из антецедента в сукцедент с отрицанием по правилу $\neg R$:

$\Sigma_9. \exists x(S(x) \wedge \neg P(x)) \vdash \neg \forall x(S(x) \supset P(x))$ – из Σ_8 по $\neg R$

$\Sigma_{10}. \vdash \exists x(S(x) \wedge \neg P(x)) \supset \neg \forall x(S(x) \supset P(x))$ – из Σ_9 по $\supset R$ ■

Последнее действие совершено по правилу « $\supset R$ », напоминающему правилу дедукции.

Последнее исчисление представим в табличной форме:

$S(x) \vdash S(x) - (I)$	$P(x) \vdash P(x) - (I)$	
$S(x), S(x) \supset P(x) \vdash P(x)$		$\supset L$
$S(x) \wedge \neg P(x), S(x) \supset P(x) \vdash P(x)$		$\wedge L$
$S(x) \wedge \neg P(x), \neg P(x), S(x) \supset P(x) \vdash$		$\neg L$
$S(x) \wedge \neg P(x), S(x) \supset P(x) \vdash$		CL
$\exists x(S(x) \wedge \neg P(x)), S(x) \supset P(x) \vdash$		$\exists L$
$\exists x(S(x) \wedge \neg P(x)), \forall x(S(x) \supset P(x)) \vdash$		$\forall L$

$$\frac{\exists x(S(x) \wedge \neg P(x)) \vdash \neg \forall x(S(x) \supset P(x)) \quad \neg R}{\vdash \exists x(S(x) \wedge \neg P(x)) \supset \neg \forall x(S(x) \supset P(x)) \quad \supset R}$$

Как и в натуральной системе исчислений, в исчислении секвенций целесообразно применять дополнительные правила. Ими могут служить доказанные аксиомы и эквивалентности, известные законы логики, правила, используемые в аксиоматических системах и системе натурального вывода.

Например, правило Modus Ponens (иногда именуемое как «правило исключения импликации»)

$$\frac{\Gamma \vdash A \supset B, \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash B}$$

К этому правилу можно добавить

$$\text{Сведение к абсурду} \quad \frac{\Gamma \vdash A, \Gamma \vdash \neg A}{\Gamma \vdash}$$

$$\text{Доказательство от противного} \quad \frac{\Gamma, \neg A \vdash}{\Gamma \vdash A}$$

$$\text{Введение конъюнкции} \quad \frac{\Gamma \vdash A, \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \wedge B}$$

$$\text{Удаление конъюнкции} \quad \frac{\Gamma \vdash A \wedge B}{\Gamma \vdash A}$$

$$\text{Правило удаления импликации} \quad \frac{\Gamma, \vdash A \supset B}{\Gamma, A \vdash B}$$

$$\text{Правило контрапозиции} \quad \frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma, \neg B \vdash \neg A}$$

и так далее.

Используя дополнительные правила (например правило сведения к абсурду), некоторые задачи можно решить короче. Например, выводимость « $\vdash \forall x(S(x) \supset P(x)) \supset \forall x(\neg S(x) \vee P(x))$ »:

$\Sigma_1. S(x) \supset P(x) \vdash S(x) \supset P(x)$ – аксиома

$\Sigma_2. S(x) \supset P(x), S(x) \vdash P(x)$ из Σ_1 по правилу удаления импликации

$\Sigma_3. S(x) \supset P(x), S(x) \vdash \neg S(x) \vee P(x)$ из Σ_2 по $\vee R$

$\Sigma_4. S(x) \supset P(x) \vdash \neg S(x) \vee P(x), \neg S(x)$ из Σ_3 по $\neg R$

$\Sigma_5. S(x) \supset P(x), \neg(\neg S(x) \vee P(x)), \vdash \neg S(x)$ из Σ_4 по $\neg R$

$\Sigma_6. S(x) \supset P(x), \neg(\neg S(x) \vee P(x)), \vdash \neg S(x) \vee P(x)$ из Σ_5 по $\vee R$

$\Sigma_7. \neg(\neg S(x) \vee P(x)) \vdash \neg(\neg S(x) \vee P(x))$ - аксиома

$\Sigma_8. S(x) \supset P(x), \neg(\neg S(x) \vee P(x)) \vdash -$ из Σ_6 и Σ_7 по правилу сведения к абсурду

$\Sigma_9. S(x) \supset P(x) \vdash \neg S(x) \vee P(x)$ - из Σ_8 по $\neg R$

$\Sigma_{10}. S(x) \supset P(x) \vdash \forall x(\neg S(x) \vee P(x))$ - из Σ_9 по $\forall R$

$\Sigma_{11}. \forall x(S(x) \supset P(x)) \vdash \forall x(\neg S(x) \vee P(x))$ - из Σ_{10} по $\forall L$

$\Sigma_{12}. \vdash \forall x(S(x) \supset P(x)) \supset \forall x(\neg S(x) \vee P(x))$ - из Σ_{11} по правилу дедукции ■

Обращаем внимание на то, что в решении данной формулы мы применили два новых правила: правило удаления импликации (в действии 2) и правило сведения к абсурду (действие 8).

Понятно, что любая секвенция может иметь несколько решений. Например, формулу « $\vdash \forall x(S(x) \supset P(x)) \supset \forall x(\neg S(x) \vee P(x))$ » можно решить по-другому:

$\Sigma_1. S(x) \supset P(x) \vdash S(x) \supset P(x)$ – аксиома

$\Sigma_2. S(x) \supset P(x), S(x) \vdash P(x)$ из Σ_1 по правилу удаления импликации

$\Sigma_3. S(x) \supset P(x) \vdash P(x), \neg S(x)$ из Σ_2 по $\neg R$

$\Sigma_4. S(x) \supset P(x) \vdash P(x), \neg S(x) \vee P(x)$ из Σ_3 по $\vee R$

$\Sigma_5. S(x) \supset P(x) \vdash \neg S(x) \vee P(x), \neg S(x) \vee P(x)$ из Σ_4 по $\vee R$

$\Sigma_6. S(x) \supset P(x) \vdash \neg S(x) \vee P(x)$ из Σ_5 по CR

$\Sigma_7. S(x) \supset P(x) \vdash \forall x(\neg S(x) \vee P(x))$ - из Σ_6 по $\forall R$

$\Sigma_8. \forall x(S(x) \supset P(x)) \vdash \forall x(\neg S(x) \vee P(x))$ - из Σ_7 по $\forall L$

$\Sigma_9. \vdash \forall x(S(x) \supset P(x)) \supset \forall x(\neg S(x) \vee P(x))$ - из Σ_8 по правилу дедукции ■

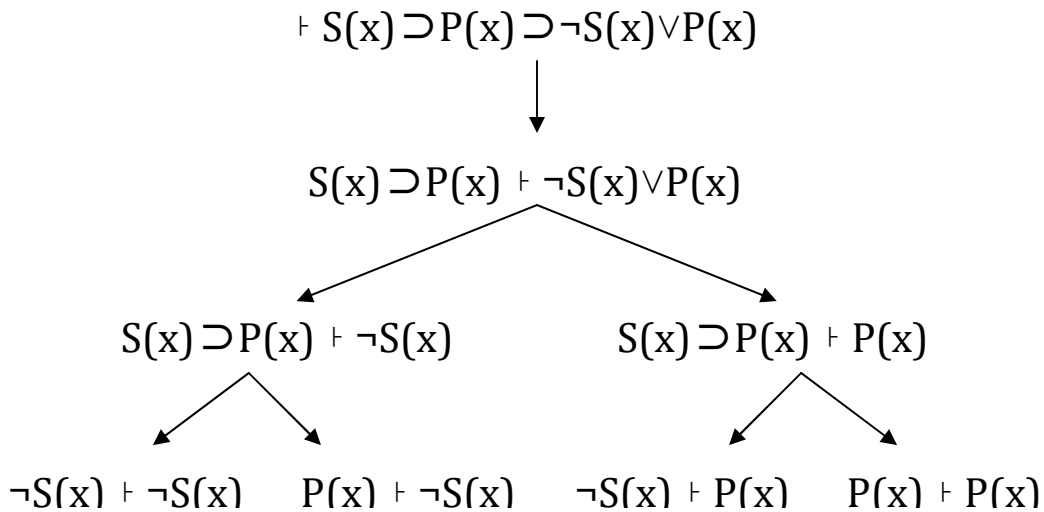
В качестве альтернативы построению семантических и аналитических таблиц, секвенциальные исчисления могут использоваться для построения «деревьев» в логике высказываний. Все правила остаются теми же, но доказательство ведется не из аксиом, а из самой доказываемой формулы.

Решаем последнюю формулу, опустив кванторы. Пусть дано « $\vdash S(x) \supset P(x) \supset \neg S(x) \vee P(x)$ ».

Найдя в формуле знак основной импликации, мы перестраиваем формулу в « $S(x) \supset P(x) \vdash \neg S(x) \vee P(x)$ ».

Поскольку в формуле есть дизъюнкция, значит, у нас появляется альтернатива: либо « $S(x) \supset P(x) \vdash \neg S(x)$ », либо « $S(x) \supset P(x) \vdash P(x)$ ».

Теперь необходимо каким-то образом «разбить» импликацию. Преобразуем « $S(x) \supset P(x)$ » в « $\neg S(x) \vee P(x)$ ». Таким образом, получаем еще две альтернативы: « $\neg S(x) \vdash \neg S(x)$ », « $P(x) \vdash \neg S(x)$ » и « $\neg S(x) \vdash P(x)$ », « $P(x) \vdash P(x)$ ». Поскольку в последних альтернативах мы наблюдаем аксиомы, следовательно, искомая формула верная.



Что такое конъюнктивно и дизъюнктивно нормальные формы?

Нормальные формулы, или точнее, конъюнктивно и дизъюнктивно нормальные формы суть еще одна разрешающая процедура, применяемая в логике высказываний для определения тождественно-истинных и тождественно-ложных формул. Способ, о котором пойдет речь ниже, является альтернативным построению таблиц истинности. Он более сложный, но необычайно важный с точки зрения наработки студентами навыков для оперирования логическими эквивалентностями.

Прежде, чем перейти к нормальным формам логики высказываний, необходимо оговориться: в логике, в следствие эквивалентных преобразований, существует много разных языков, которые не используют всего массива логических знаков. Иными словами, есть языки, которые используют лишь конъюнкцию и импликацию, игнорируя дизъюнкцию; есть языки, которые используют импликацию и дизъюнкцию, игнорируя знаки конъюнкции. Есть языки, которые не используют знак импликации и оперируют только конъюнкцией и дизъюнкцией.

Здесь, вероятно, нужны примеры.

Известные логики и математики Д. Гильберт и В. Аккерман предпочитают систему, в которой не существует знака дизъюнкции. Для них формула « $A \vee B \wedge C \supset D$ » будет выглядеть так: « $AB \& C \rightarrow D$ ». Для большинства современных логиков та же самая формула « $A \vee B \wedge C \supset D$ » может быть написана как « $A \vee BC \rightarrow D$ ». Нам же нужно переписать эту формулу не используя знака импликации.

Формула должна представлять собой последовательность элементарных конъюнкций, соединённых знаками дизъюнкции (нормальная дизъюнктивная форма), либо последовательность элементарных дизъюнкций, соединённых знаками конъюнкции (нормальная конъюнктивная форма).

Иными словами, нормальная дизъюнктивная форма представляет собой последовательность вида « $(a \wedge b) \vee (c \wedge d) \vee (e \wedge f) \dots$ », а нормальная конъюнктивная форма – последовательность вида « $(a \vee b) \wedge (c \vee d) \wedge (e \vee f) \dots$ »

Когда нормальная форма формулы будет построена, можно будет легко определить – является ли она тождественно-ложной или тождественно-истинной.

Если формула принимает значение конъюнктивно нормальной формы, где все ее дизъюнкции содержат переменную и, одновременное, ее отрицание, значит формула – тождественно-истинная. Например: « $(a \vee \neg a) \wedge (b \vee \neg b) \wedge (c \vee \neg c) \dots$ » Если же дизъюнктивно нормальная форма формулы содержит противоречие в каждой конъюнкции, то формула – тождественно-ложная. Например: « $(a \wedge \neg a) \vee (b \wedge \neg b) \vee (c \wedge \neg c) \dots$ » Соответственно, если оба этих условия не выполняются, то формула, скорее всего, выполнима или опровержима.

Для начала необходимо объяснить алгоритм приведения формулы в нормальные формы.

1. Путем применения логических эквивалентностей мы добиваемся, чтобы формула содержала лишь знаки конъюнкции, дизъюнкции и отрицания. Для этого мы используем эквивалентности –

$a \supset b \leftrightarrow \neg a \vee b$ (или, что тоже самое « $a \supset b \leftrightarrow \neg(a \wedge \neg b)$ ») – для удаления импликации;

$a \equiv b \leftrightarrow (\neg a \vee b) \wedge (a \vee \neg b)$ (или « $a \equiv b \leftrightarrow (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)$ ») – для удаления тождества;

$a \underline{\vee} b \leftrightarrow \neg((a \vee \neg b) \wedge (\neg a \vee b))$ – для удаления строгой дизъюнкции.

2. Все отрицания, стоящие перед скобками, преобразуем в отрицания, стоящие непосредственно перед переменными. Для этого применяем законы де Моргана:

$$\neg(a \vee b) \leftrightarrow \neg a \wedge \neg b$$

$$\neg(a \wedge b) \leftrightarrow \neg a \vee \neg b$$

3. Устраняем все двойные отрицания.

4. Раскрываем скобки, используя законы дистрибутивности:

$a \wedge (b \vee c) \leftrightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ — дистрибутивность конъюнкции относительно дизъюнкции;

$a \vee (b \wedge c) \leftrightarrow (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ — дистрибутивность дизъюнкции относительно конъюнкции;

5. По необходимости, сокращаем формулу по законам –

$a \wedge (a \vee b) \leftrightarrow a$ – первый закон поглощения;

$a \vee (a \wedge b) \leftrightarrow a$ – второй закон поглощения;

$a \wedge (b \vee \neg b) \leftrightarrow a$ – закон исключения истинного члена из конъюнкции;

$a \vee (b \wedge \neg b) \leftrightarrow a$ – закон исключения ложного члена из дизъюнкции.

Для удобства, во время всего процесса применяем законы ассоциативности и коммутативности:

$(a \wedge b) \wedge c \leftrightarrow a \wedge (b \wedge c)$ — ассоциативность конъюнкции;

$(a \vee b) \vee c \leftrightarrow a \vee (b \vee c)$ – ассоциативность дизъюнкции;

$(a \wedge b) \leftrightarrow (b \wedge a)$ – коммутативность конъюнкции;

$(a \vee b) \leftrightarrow (b \vee a)$ – коммутативность дизъюнкции.

Для того чтобы понять данный алгоритм (который требует высокой сосредоточенности и творческого мастерства студента) попробуем решить какую-нибудь простую задачу. К приме, попробуем построить нормальные формы формулы контрапозиции: $(p \supset q) \supset (\neg q \supset \neg p)$.

1. Преобразуем импликации. Сначала главную импликацию выражения

$$(p \supset q) \supset (\neg q \supset \neg p) \rightarrow \neg(p \supset q) \vee (\neg q \supset \neg p)$$

Затем преобразовываем остальные импликации:

$$\neg(p \supset q) \vee (\neg q \supset \neg p) \rightarrow (p \wedge \neg q) \vee (\neg \neg q \vee \neg p)$$

Пояснение: импликацию « $\neg(p \supset q)$ » мы преобразовали, по правилу отрицания импликации « $\neg(p \supset q) \rightarrow (p \wedge \neg q)$ », а импликацию « $(\neg q \supset \neg p)$ » по эквивалентности « $a \supset b \leftrightarrow \neg a \vee b$ ».

2. Второе действие алгоритма мы опускаем, поскольку у нас нет отрицаний, стоящих перед скобками.

3. Устраняем двойные отрицания:

$$(p \wedge \neg q) \vee (\neg \neg q \vee \neg p) \rightarrow (p \wedge \neg q) \vee (q \vee \neg p)$$

4. Раскрываем скобки, используя законы дистрибутивности (для удобства меняем местами скобки по закону ассоциативности):

$$(p \wedge \neg q) \vee (q \vee \neg p) \rightarrow (q \vee \neg p) \vee (p \wedge \neg q) \text{ - по закону ассоциативности;}$$

$(q \vee \neg p) \vee (p \wedge \neg q) \rightarrow (q \vee \neg p \vee p) \wedge (q \vee \neg p \vee \neg q)$ – по закону дистрибутивности дизъюнкции относительно конъюнкции.

Итак, нормальная конъюнктивная форма построена – « $(q \vee \neg p \vee p) \wedge (q \vee \neg p \vee \neg q)$ ». Поскольку в каждой её дизъюнкции присутствует переменная и её отрицание, делаем вывод, что изначальная формула тождественно-истинная.

Попробуем построить нормальную форму тождественно-ложной формулы. Например, « $\neg(((a \supset b) \wedge a) \supset b)$ »

$\neg(((a \supset b) \wedge a) \supset b) \rightarrow$	
$\rightarrow((a \supset b) \wedge a) \wedge \neg b \rightarrow$	(по правилу эквивалентности « $\neg(a \supset b) \leftrightarrow a \wedge \neg b$ »)
$\rightarrow(\neg a \vee b) \wedge a \wedge \neg b \rightarrow$	(по правилу эквивалентности « $a \supset b \leftrightarrow \neg a \vee b$ »)
$\rightarrow(a \wedge \neg b) \wedge (\neg a \vee b) \rightarrow$	(по правилу коммутативности конъюнкции « $(a \wedge b) \leftrightarrow (b \wedge a)$ »)
$\rightarrow(a \wedge \neg b \wedge \neg a) \vee (a \wedge \neg b \wedge b)$	(по правилу дистрибутивности конъюнкции относительно дизъюнкции « $a \wedge (b \vee c) \leftrightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ »).

Нормальная дизъюнктивная форма « $(a \wedge \neg b \wedge \neg a) \vee (a \wedge \neg b \wedge b)$ » соответствует всем признакам тождественно-ложной формулы, поскольку в каждом дизъюнкте присутствует противоречие.

Для закрепления навыков, попробуем решить какую-нибудь выполнимую формулу.

Предположим, дано умозаключение: «Чтобы приготовить вкусный борщ, в него обязательно надо добавить жареный лук и

чеснок. А это означает, что для его приготовления нужна какая-нибудь готовая заправка».

Строим нормальную дизъюнктивную форму:

$$(a \supset (b \vee c)) \supset (a \supset d) \rightarrow$$

$\rightarrow \neg(a \supset (b \vee c)) \vee (a \supset d) \rightarrow$	(по правилу эквивалентности « $a \supset b \leftrightarrow \neg a \vee b$ »)
$\rightarrow \neg(a \supset (b \vee c)) \vee (\neg a \vee d) \rightarrow$	(по правилу эквивалентности « $a \supset b \leftrightarrow \neg a \vee b$ ») (по правилу эквивалентности « $\neg(a \supset b) \leftrightarrow a \wedge \neg b$ »)
$\rightarrow \neg(\neg a \vee (b \vee c)) \vee (\neg a \vee d) \rightarrow$	(по правилу эквивалентности « $a \supset b \leftrightarrow \neg a \vee b$ »)
$\rightarrow (\neg \neg a \wedge \neg(b \vee c)) \vee (\neg a \vee d) \rightarrow$	(по закону Де Моргана (по отрицанию дизъюнкции) – « $\neg(a \vee b) \leftrightarrow \neg a \wedge \neg b$ »)
$\rightarrow (a \wedge \neg(b \vee c)) \vee (\neg a \vee d) \rightarrow$	по закону удаления двойного отрицания
$\rightarrow (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \vee d)$	(по закону Де Моргана (по отрицанию дизъюнкции) – « $\neg(a \vee b) \leftrightarrow \neg a \wedge \neg b$ »)

По полученной дизъюнктивной форме « $(a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \vee d)$ » видно, что анализируемое умозаключение не является тождественно-ложным.

Строим нормальную конъюнктивную форму:

$$(a \supset (b \vee c)) \supset (a \supset d) \rightarrow$$

$\rightarrow \neg(a \supset (b \vee c)) \vee (a \supset d) \rightarrow$	(по правилу эквивалентности « $a \supset b \leftrightarrow \neg a \vee b$ »)
$\rightarrow \neg(a \supset (b \vee c)) \vee (\neg a \vee d) \rightarrow$	(по правилу эквивалентности « $a \supset b \leftrightarrow \neg a \vee b$ ») (по правилу эквивалентности « $\neg(a \supset b) \leftrightarrow a \wedge \neg b$ »)
$\rightarrow \neg(\neg a \vee (b \vee c)) \vee (\neg a \vee d) \rightarrow$	(по правилу эквивалентности « $a \supset b \leftrightarrow \neg a \vee b$ »)
$\rightarrow (\neg \neg a \wedge \neg(b \vee c)) \vee (\neg a \vee d) \rightarrow$	(по закону Де Моргана (по отрицанию дизъюнкции) –

	$\langle \neg(a \vee b) \leftrightarrow \neg a \wedge \neg b \rangle$
$\rightarrow(a \wedge \neg(b \vee c)) \vee (\neg a \vee d) \rightarrow$	по закону удаления двойного отрицания
$\rightarrow(a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \vee d) \rightarrow$	(по закону Де Моргана (по отрицанию дизъюнкции) – $\langle \neg(a \vee b) \leftrightarrow \neg a \wedge \neg b \rangle$)
$\rightarrow(\neg a \vee d) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \rightarrow$	(по правилу коммутативности дизъюнкции $\langle (a \vee b) \leftrightarrow (b \vee a) \rangle$)
$\rightarrow(\neg a \vee d \vee a) \wedge (\neg a \vee d \vee \neg b) \wedge (\neg a \vee d \vee \neg c)$	(по правилу дистрибутивности дизъюнкции относительно конъюнкции $\langle a \vee (b \wedge c) \leftrightarrow (a \vee b) \wedge (a \vee c) \rangle$)

По полученной конъюнктивной форме $\langle (\neg a \vee d \vee a) \wedge (\neg a \vee d \vee \neg b) \wedge (\neg a \vee d \vee \neg c) \rangle$ видно, что анализируемое умозаключение не является тождественно-истинным. Следовательно, умозаключение формы *«Чтобы приготовить вкусный борщ, в него обязательно надо добавить жареный лук и чеснок. А это означает, что для его приготовления нужна какая-нибудь готовая заправка»* может быть истинным (или ложным) при определенных условиях.



Совет

Если вам необходимо построить одновременно, как дизъюнктивно нормальную форму, так и конъюнктивно нормальную форму, начинайте своё построение, не задумываясь о том, какая именно форма у вас в результате получится. Получив одну из них, вы легко преобразуете в её другую, применив соответствующее правило дистрибутивности.

Как построить аналитические таблицы?

Если приведение формулы в нормальную форму является разрешающей процедурой только в логике высказываний, то очень популярный сегодня метод проверки формул путем построения *аналитических таблиц* является полурешающей процедурой также и для логики предикатов первого порядка.

При построении аналитических таблиц используется несколько иной язык логики (по сравнению с тем, с которым мы с вами до сих пор сталкивались). Формула «а» обозначается как ложная выражением «Fa» (от английского «false» - ложный) и, соответственно в качестве истинной она обозначается как «Ta» (от английского «truth» - истинный).

Поскольку каждая формула в аналитических таблицах позиционируется как некое множество, она берется в фигурные скобки – «{Fa}». Методом построения аналитических таблиц всего служит метод от противного, т.е. изначально предполагается, что искомая формула ложна - «{Fa}». Затем, применяя к формуле определенные правила, мы пытаемся (как в случае с семантическими таблицами) «замкнуть» таблицу. Если нам это удастся – искомая формула считается тождественно-истинной.

Правила, применяемые для аналитических таблиц, делятся на две группы – правила «истинности» и правила «ложности»:

$$\begin{array}{ll}
 T_{\wedge} \frac{\{T(a \wedge b)\}}{\{Ta, Tb\}} & F_{\wedge} \frac{\{F(a \wedge b)\}}{\{Fa, \{Fb\}\}} \\
 T_{\vee} \frac{\{T(a \vee b)\}}{\{Ta, \{Tb\}\}} & F_{\vee} \frac{\{F(a \vee b)\}}{\{Fa, Fb\}} \\
 T_{\supset} \frac{\{T(a \supset b)\}}{\{Fa, \{Tb\}\}} & F_{\supset} \frac{\{F(a \supset b)\}}{\{Ta, Fb\}} \\
 T_{\neg} \frac{\{T\neg a\}}{\{Fa\}} & F_{\neg} \frac{\{F\neg a\}}{\{Ta\}}
 \end{array}$$

Также существуют правила для кванторов:

$$T \exists \frac{\{T \exists x A(x)\}}{\{T A(\beta)\}} \qquad F \exists \frac{\{F \exists x A(x)\}}{\{F \exists x A(x), F A(\beta)\}}$$

$$T \forall \frac{\{T \forall x A(x)\}}{\{T \forall x A(x), T A(\beta)\}} \qquad F \forall \frac{\{F \forall x A(x)\}}{\{F A(\beta)\}}$$

Правила мы описали, теперь перейдем к практическому решению задач.

Предположим, дана формула « $(a \supset b) \supset (\neg a \vee b)$ » - известная вам эквивалентность. Предполагаем, что она ложная, т.е «F»:

$$1. \{F((a \supset b) \supset (\neg a \vee b))\}$$

Вывод из ложной импликации мы производим, соответственно, по правилу «F \supset »: $\{F(a \supset b)\} = \{T a, F b\}$:

$$2. \{T(a \supset b), F(\neg a \vee b)\} - \text{из 1 по } F \supset$$

$$3. \{T(a \supset b), F \neg a, F b\} - \text{из 2 по } F \vee$$

$$4. \{T(a \supset b), T a, F b\} - \text{из 3 по } F \neg$$

$$5. \{F a, T a, F b\}, \{T b, T a, F b\} - \text{из 4 по } F \supset$$

Пояснение действия 5: По правилу $F \supset$ мы должны разбить множество $\{T(a \supset b), T a, F b\}$ надвое. Из « $T(a \supset b)$ » по правилу $F \supset$ получаем $\{F a\}$ и $\{T b\}$. Но, поскольку в действии 4 у нас остаётся множество $\{T a, F b\}$, мы его помещаем, и в правое, и в левое множества последовательности формул. Иными словами $\{F a\} + \{T a, F b\} = \{F a, T a, F b\}$ и $\{T b\} + \{T a, F b\} = \{T b, T a, F b\}$. Теперь мы видим противоречия в обоих множествах. В левом $\{F a\}$ и $\{T a\}$, а в правом – $\{T b\}$ и $\{F b\}$. Таким образом, исходная формула тождественно-истинная.

Доказываем закон дистрибутивности конъюнкции относительно дизъюнкции – « $a \wedge (b \vee c) \supset (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ »:

$$1. \{F(a \wedge (b \vee c) \supset (a \wedge b) \vee (a \wedge c))\}$$

$$2. \{T(a \wedge (b \vee c)), F((a \wedge b) \vee (a \wedge c))\}$$

| F \supset

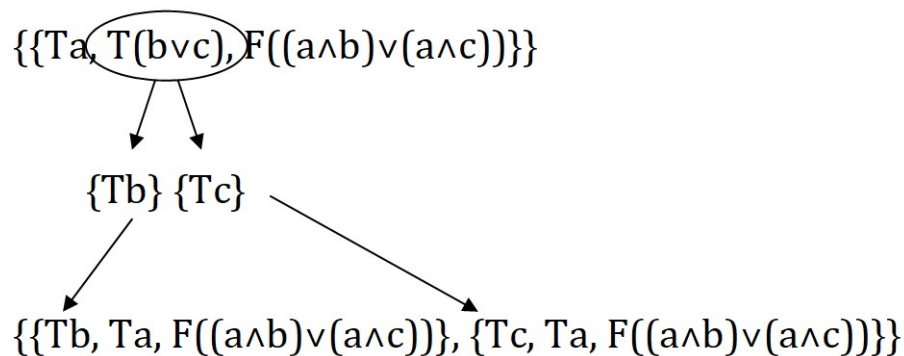
3. $\{\{Ta, T(bvc), F((a\wedge b)\vee(a\wedge c))\}\}$	$T\wedge$
4. $\{\{Tb, Ta, F((a\wedge b)\vee(a\wedge c))\}, \{Tc, Ta, F((a\wedge b)\vee(a\wedge c))\}\}$	$T\vee$
5. $\{\{Tb, Ta, F(a\wedge b), F(a\wedge c)\}, \{Tc, Ta, F(a\wedge b), F(a\wedge c)\}\}$	$F\vee$
6. $\{\{Tb, Ta, Fa, F(a\wedge c)\}, \{Tb, Ta, Fb, F(a\wedge c)\}, \{Tc, Ta, Fa, F(a\wedge c)\}, \{Tc, Ta, Fb, F(a\wedge c)\}\}$	$F\wedge$
7. $\{\{Tb, \underline{Ta}, Fa, Fa\}, \{Tb, \underline{Ta}, Fc, Fa\}, \{Tb, Ta, \underline{Fb}, Fa\}, \{Tb, Ta, Fb, \underline{Fc}\}, \{Tc, \underline{Ta}, Fa, Fa\}, \{Tc, \underline{Ta}, Fa, \underline{Fc}\}, \{Tc, \underline{Ta}, Fb, Fa\}, \{Tc, Ta, Fb, \underline{Fc}\}\}$	$F\wedge$

Аналитическая таблица замкнулась – в каждом конечном множестве мы имеем противоречие (для наглядности мы подчеркнули их).

Поясним переход от третьего действия к четвертому. Мы его совершили по правилу

$$T\vee \frac{\{T(a\vee b)\}}{\{Ta\}, \{Tb\}}$$

Иными словами, нам было необходимо из одного множества перейти к двум. Соответственно, из « $T(bvc)$ » мы получили « Tb » и « Tc », которые необходимо распределить между двумя множествами: « Tb » слева и « Tc » справа:



Более сложной задачей является построение аналитической таблицы для формулы логики предикатов, поскольку здесь добавляются правила для кванторов. К правилам кванторов необходимо добавить некоторые пояснения.

Для $T\exists$ и $F\forall$, « β » - **новый параметр, который не встречался в предшествующих конфигурациях.**

Для $F\exists$ и $T\forall$, « β » - любой параметр из уже имеющихся, либо новый параметр, если параметров ещё нет.

Например, « $\neg\forall x(S(x)) \supset \exists x\neg(S(x))$ ».

1. $\{\{F\neg(\forall x(S(x)) \supset \exists x\neg(S(x)))\}\}$	
2. $\{\{T(\neg\forall x(S(x))), F(\exists x\neg(S(x)))\}\}$	$F\supset$
3. $\{\{F(\forall x(S(x))), F(\exists x\neg(S(x)))\}\}$	$T\neg$
4. $\{\{FS(\beta), F(\exists x\neg(S(x)))\}\}$	$F\forall$
5. $\{\{FS(\beta), F(\exists x\neg(S(x))), F\neg(S(\beta))\}\}$	$F\exists$
6. $\{\{FS(\beta), F(\exists x\neg(S(x))), TS(\beta)\}\}$	$F\neg$

Таблица замкнулась.

Еще пример: « $\exists x\forall y(S(x, y)) \supset \forall y\exists x(S(x, y))$ ».

1. $\{\{F(\exists x\forall y(S(x, y)) \supset \forall y\exists x(S(x, y)))\}\}$	
2. $\{\{T(\exists x\forall y(S(x, y))), F(\forall y\exists x(S(x, y)))\}\}$	$F\supset$
3. $\{\{T\forall y(S(\beta, y)), F(\forall y\exists x(S(x, y)))\}\}$	$T\exists$
4. $\{\{T\forall y(S(\beta, y)), F\exists x(S(x, \theta))\}\}$	$F\forall$
5. $\{\{T\forall y(S(\beta, y)), FS(\beta, \theta), F\exists x(S(x, \gamma))\}\}$	$F\exists$
6. $\{\{T\forall y(S(\beta, y)), TS(\beta, \theta), FS(\beta, \theta), F\exists x(S(x, \gamma))\}\}$	$T\forall$

Что такое аксиоматическая система выводов?

В рамках аксиоматической системы используются схемы аксиом (или аксиомы), причем их количество может быть сведено к минимуму:

1. $a \supset (b \supset a)$ – схема утверждения консеквента (и аксиомы, сформулированные на её основе);
2. $(a \supset (b \supset c)) \supset ((a \supset b) \supset (a \supset c))$ – схема самодистрибутивности импликации (и аксиомы, сформулированные на её основе);
3. $(\neg b \supset \neg a) \supset (a \supset b)$ – схема обратной контрапозиции.

Добавляется лишь одно правило – Modus Ponens

$$\text{M.P. } \frac{a \supset b, a}{b}$$

Для работы с языком логики предикатов первого порядка, формулируются схемы аксиом для кванторов:

1. $\forall x P(x) \vDash P(t)$ – схема удаления \forall ($У\forall$)
2. $P(t) \vDash \exists x P(x)$ – схема введения \exists ($В\exists$)
3. $\forall x (A \supset P(x)) \vDash (A \supset \forall x P(x))$ – схема введения \forall в консеквент ($В\forall$ в К).
4. $\forall x (P(x) \supset A) \vDash (\exists x P(x) \supset A)$ – схема введения \exists в антецедент ($В\exists$ в А).

А также правило « $P(t) \vDash \forall x P(x)$ » — правило обобщения ($В\forall$)

Докажем аксиому « $\neg(a \wedge a) \rightarrow \neg a$ ».

Для начала, преобразуем формулу путем логических эквивалентностей – « $(a \supset \neg a) \supset \neg a$ »

1. $a \supset (a \supset \neg a) \supset \neg a$ – аксиома, построенная на основе схемы утверждения консеквента.
2. $(a \supset (a \supset \neg a) \supset \neg a) \supset (((a \supset \neg a) \supset (a \supset a)) \supset ((a \supset \neg a) \supset \neg a))$ – аксиома, построенная на основе схемы самодистрибутивности материальной импликации.
3. $((a \supset \neg a) \supset (a \supset a)) \supset ((a \supset \neg a) \supset \neg a)$ – из 1 и 2 по Modus Ponens.

4. $(a \supset \neg a) \supset (a \supset a)$ - аксиома, построенная на основе схемы утверждения консеквента.

5. $(a \supset \neg a) \supset \neg a$ - из 3 и 4 по Modus Ponens. ■

С помощью системы аксиоматического вывода можно доказать любую тождественно-истинную формулу. И (если мы говорим о логике высказываний) в выводе неизменно будет сохраняться указанные пять действий (т.е. выше представлена «схема» доказательства). К безусловным преимуществам аксиоматического вывода можно отнести минимальное количество правил и схем аксиом. К неудобствам – поиск аксиом из правил консеквента и самодистрибутивности импликации, а также крайне длинные формулы, изобилующие множеством скобок. В приведенном примере мы доказывали формулу с одной пропозициональной переменной. Если бы переменных в формуле было бы четыре или пять, вывод мог бы растянуться на несколько страниц. Такое, прямо скажем, не самое изящное доказательство является «расплатой» за минимальное количество схем вывода.

Добавив к перечисленным схемам вывода всего одну схему, схему исключения конъюнкции – « $ab \supset a$ », где написание « ab » есть сокращение от « $a \wedge b$ », мы сможем доказывать формулы значительно компактнее.

Доказательство формулы « $a \supset (b \supset c) \equiv ab \supset c$ »:

1. + $a \supset (b \supset c)$ – гипотеза.

2. $(ab \supset (b \supset c)) \supset ((ab \supset b) \supset (ab \supset c))$ – схема самодистрибутивности импликации;

3. $(ab \supset (a \supset (b \supset c))) \supset ((ab \supset a) \supset (ab \supset (b \supset c)))$ – схема на основе самодистрибутивности импликации;

4. $(a \supset (b \supset c)) \supset (ab \supset (a \supset (b \supset c)))$ – схема на основе утверждения консеквента;

5. $ab \supset (a \supset (b \supset c))$ – из 4 и 1 по Modus Ponens;

6. $(ab \supset a) \supset (ab \supset (b \supset c))$ – из 5 и 3 по Modus Ponens;

7. $ab \supset a$ – схема исключения конъюнкции;

8. $ab \supset (b \supset c)$ – из 6 и 7 по Modus Ponens;

9. $(ab \supset b) \supset (ab \supset c)$ – из 2 и 8 по Modus Ponens;

10. $ab \supset b$ – схема исключения конъюнкции;

11. $ab \supset c$ – из 9 и 10 по Modus Ponens. ■

Для облегчения работы в аксиоматической системе с языком логики предикатов можно взять из системы натурального вывода все правила первого и второго рода и интерпретировать их в качестве схем аксиом; однако вместо правил для кванторов рекомендуем использовать схемы аксиом для них:

1. $\forall xP(x) \vdash P(t) - (U\forall)$;
 2. $P(t) \vdash \exists xP(x) - (B\exists)$;
 3. $\forall x(A \supset P(x)) \vdash (A \supset \forall xP(x)) - (B\forall BK)$;
 4. $\forall x(P(x) \supset A) \vdash (\exists xP(x) \supset A) - (B\exists BA)$;
- а также правило « $P(t) \vdash \forall xP(x)$ » — $(B\forall)$.

Дано: « $\forall x(S(x) \supset P(x)) \supset \exists x(S(x) \wedge P(x))$ »

Решение:

1. + $\forall x(S(x) \supset P(x))$ – гипотеза;
2. + $\forall xS(x)$ – гипотеза;
3. $S(x) \supset P(x)$ – из 1 по схеме $U\forall$;
4. $S(x)$ – из 2 по схеме $U\forall$;
5. $P(x)$ – из 3 и 4 по схеме $U\supset$;
6. $S(x) \wedge P(x)$ – из 4 и 5 по схеме $B\wedge$;
7. $\exists x(S(x) \wedge P(x))$ – из 6 по схеме $B\exists$. ■

Студент должен понимать, что аксиоматическая система может иметь в своем арсенале различные схемы аксиом. Только что решенную задачу можно было бы решить в два действия, имея в виду, что среди заявленных систем аксиом имелась бы « $\forall x(S(\beta) \supset P(\gamma)) \supset \exists x(S(\beta) \wedge P(\gamma))$ ».

Дано: « $\forall x(S(x) \supset P(x)) \supset \exists x(S(x) \wedge P(x))$ »

Решение:

1. + $\forall x(S(x) \supset P(x))$ – гипотеза;
2. $\exists x(S(x) \wedge P(x))$ из 1 по схеме аксиом $\forall x(S(\beta) \supset P(\gamma)) \supset \exists x(S(\beta) \wedge P(\gamma))$. ■

Попробуем решить задачу.

Дано высказывание: «Если неправда, что некоторые студенты наркоманы, следовательно, верно, что все студенты не наркоманы».

Переводим высказывание в символическую форму:

$$\neg(\exists xP(x)) \rightarrow \forall x\neg P(x)$$

1. + $\neg \exists xP(x)$
2. + $P(x)$
3. $\exists xP(x)$ - из 2 по В \exists
4. $\neg \exists xP(x) \wedge \exists xP(x)$ из 1 и 3 по В \wedge
5. $(\neg \exists xP(x) \wedge \exists xP(x)) \rightarrow P(x)$ из 4 и 2 по В \rightarrow
6. $\neg P(x)$ - из 5 по ДОП
7. $\forall x\neg P(x)$ - из 6 по В \forall вК
8. $\neg(\exists xP(x)) \rightarrow \forall x\neg P(x)$ - из 1 и 7 по В \rightarrow . ■

Можно эту же задачу решить, используя доказательство от противного:

1. + $\neg(\neg \exists xP(x) \rightarrow \forall x\neg P(x))$
2. $\neg \exists xP(x) \wedge \neg \forall x\neg P(x)$ из 1 по О \rightarrow
3. $\neg \exists xP(x)$ - из 2 по У \wedge
4. $\neg \forall x\neg P(x)$ - из 2 по У \wedge
5. $\neg \exists x\neg P(x)$ из 4 по В \exists вА
6. $\neg \exists xP(x) \wedge \neg \exists x\neg P(x)$ из 3 и 5 по В \wedge
7. $(\neg \exists xP(x) \wedge \neg \exists x\neg P(x)) \rightarrow \neg(\neg \exists xP(x) \rightarrow \forall x\neg P(x))$ из 6 и 1 по В \rightarrow
8. $\neg \exists xP(x) \rightarrow \forall x\neg P(x)$ из 7 по ДОП. ■

Мы привели несколько примеров систем аксиом, для решения некоторых логических формул. Студент должен понимать, что набор аксиом может быть абсолютно любым: главное, чтобы они помогали решить конкретную поставленную задачу. Предлагаем студентам самим поэкспериментировать в этом направлении. Главное, чтобы все аксиомы были тщательно проверенными, т.е. гарантированно являлись тождественно-истинными формулами.

Как проводить натуральные исчисления в модальной логике?

На сегодняшний день существует множество модальных и неклассических логик. Это «базовая модальная логика», «нормальные модальные логики», «временные модальные логики», «ненормальные модальные логики», «условные логики», «интуиционистские логики», «многозначные логики», «логики с возможными мирами, провалами и избытками истины», «логики конструктивного отрицания», «логики в семантике Рутли», «релевантные логики», «нечеткие логики» и т.д.

Для первоначального знакомства с принципами модальных логик, мы будем использовать *обобщенный* вариант систем исчислений логики Кларенса Льюиса с правилом вывода Гёделя.

Для натуральных исчислений в модальной логике используются все законы и правила исчисления логики высказываний. К ним прибавляются правила кванторов и специальные правила модальной логики. В этом смысле, натуральное исчисление в модальной логике является расширением натурального исчисления логики предикатов.

Итак, напомним правила логики высказываний:

Правила вывода первого рода:

1. $a, b \vDash a \wedge b$ – введение \wedge - конъюнкции - (кратко: В \wedge)

Поясняем. Знак « \vDash » означает *логическое следование* и читается «следовательно». Название правила «введение конъюнкции» кратко обозначается, как «В \wedge ». Далее, по аналогии:

2. $a \wedge b \vDash a$ – удаление (исключение) конъюнкции \wedge (кратко У \wedge)

3. $\neg(a \wedge b) \vDash \neg a \vee \neg b$ — отрицание \wedge (кратко О \wedge)

4. $a \vDash a \vee b$ – введение \vee (В \vee)

5. $a \vee b, \neg a \vDash b$ — удаление \vee (У \vee)

6. $\neg(a \vee b) \vDash \neg a \wedge \neg b$ — отрицание \vee (О \vee)

7. $a \supset b, a \vDash b$ – удаление \supset (У \supset)¹

8. $a \supset b, \neg b \vDash \neg a$ – удаление \supset (У \supset)²

9. $a, b \vDash (a \supset b), (b \supset a)$ — введение \supset (В \supset)

10. $\neg(a \supset b) \vDash a \wedge \neg b$ — отрицание \supset (О \supset)

11. $a \supset b, b \supset a \vdash a \equiv b$ — введение \equiv ($B \equiv$)
12. $a \equiv b \vdash a \supset b, b \supset a$ — удаление \equiv ($U \equiv$)
13. $a \vdash \neg\neg a$ — введение двойного отрицания ($B \neg\neg$)
14. $\neg\neg a \vdash a$ — удаление двойного отрицания ($U \neg\neg$)

Правила вывода второго рода (которые нужны в любом случае):

$((a \supset c) \wedge (b \supset c)) \vdash (a \vee b) \rightarrow c$ – рассуждение разбором случаев (PPC)

$(\neg a \supset (b \wedge \neg b)) \vdash a$ – доказательство от противного (ДОП)

$(\Gamma, a \vdash b) \vdash (\Gamma \vdash a \rightarrow b)$ — правило дедукции. Читается: если из множества гипотез Γ и посылки a логически следует b , то из множества гипотез Γ логически следует $a \supset b$.

Что касается **правил кванторов** (с помощью которых мы осуществляли исчисления предикатов), то мы можем выбрать систему натурального вывода:

1. $\forall x P(x) \supset P(t)$ – схема удаления \forall ($U \forall$)
2. $P(t) \supset \exists x P(x)$ – схема введения \exists ($B \exists$)
3. $P(t) \supset \forall x P(x)$ — схема введения \forall ($B \forall$)
4. $\exists x P(x) \supset P(t)$ – схема удаления \exists ($U \exists$)

Добавляем специальные правила натурального вывода модальной логики:

$\Box A \rightarrow A$ – правило удаления необходимости ($U \Box$)

$A \rightarrow \Diamond A$ -- введение возможности ($B \Diamond$)

$\neg \Box A \rightarrow \neg \Diamond A$ – отрицание необходимости ($O \Box$)

$\neg \Diamond A \rightarrow \Box \neg A$ – отрицание возможности ($O \Diamond$)

$\Box (A \wedge B) \rightarrow \Box A \wedge \Box B$ – введение необходимости в конъюнкции ($B \Box \wedge$)

$\Box A \wedge \Box B \rightarrow \Box (A \wedge B)$ – удаление необходимости из конъюнкции ($U \Box \wedge$)

$\Diamond (A \vee B) \rightarrow \Diamond A \vee \Diamond B$ – введение возможности в дизъюнкцию ($B \Diamond \vee$)

$\diamond A \vee \diamond B \rightarrow \diamond(A \vee B)$ – удаление возможности из дизъюнкции
($Y \diamond \vee$)

$\Box A \vee \Box B \rightarrow \Box(A \vee B)$ – удаление необходимости из дизъюнкции
($Y \Box \vee$)

$\diamond(A \wedge B) \rightarrow \diamond A \wedge \diamond B$ – введение возможности в конъюнкцию
($B \diamond \wedge$)

$\Box(A \supset B) \rightarrow \Box A \supset \Box B$ – введение необходимости в импликацию
($B \Box \supset$)

$\Box A \rightarrow \Box \Box A$ – введение дополнительной необходимости ($B \Box \Box$)

$\Box \forall x A(x) \rightarrow \forall x \Box A(x)$ – перестановка необходимости от всеобщности ($\forall \Box$)

$\forall x \Box A(x) \rightarrow \Box \forall x A(x)$ – перестановка необходимости к всеобщности ($\Box \forall$)

$\diamond \exists x A(x) \rightarrow \exists x \diamond A(x)$ – перестановка возможности от существования ($\exists \diamond$)

$\exists x \diamond A(x) \rightarrow \diamond \exists x A(x)$ – перестановка возможности к существованию ($\diamond \exists$)

$\diamond A \rightarrow \Box \diamond A$ – введение необходимости возможности ($B \Box \diamond$)

$\diamond A, \Box B \rightarrow \diamond(A \wedge B)$ – замена необходимости на возможность
($Z \Box \diamond$)

$(A \leftrightarrow B) \rightarrow \Box(A \leftrightarrow B)$ – введение необходимой эквивалентности
($B \Box \leftrightarrow$)

$\Box(A \leftrightarrow B) \rightarrow (A \leftrightarrow B)$ – удаление необходимой эквивалентности
($Y \Box \leftrightarrow$)

Правило второго рода:

$A \rightarrow \Box A$ – правило введения необходимости ($B \Box$) – правило Гёделя

В другом написании:

$$Y \Box \frac{\Box A}{A} \quad B \diamond \frac{A}{\diamond A} \quad O \Box \frac{\neg \Box A}{\neg \diamond A} \quad O \diamond \frac{\neg \diamond A}{\Box \neg A}$$

$$B \Box \wedge \frac{\Box(A \wedge B)}{\Box A \wedge \Box B} \quad Y \Box \wedge \frac{\Box A \wedge \Box B}{\Box(A \wedge B)} \quad B \diamond \vee \frac{\diamond(A \vee B)}{\diamond A \vee \diamond B} \quad Y \diamond \vee \frac{\diamond A \vee \diamond B}{\diamond(A \vee B)}$$

$$\begin{array}{l}
\gamma_{\Box \vee} \frac{\Box A \vee \Box B}{\Box (A \vee B)} \quad B \diamond \wedge \frac{\diamond (A \wedge B)}{\diamond A \wedge \diamond B} \quad B \Box \supset \frac{\Box (A \supset B)}{\Box A \supset \Box B} \quad B \Box \Box \frac{\Box A}{\Box \Box A} \\
\forall \Box \frac{\Box \forall x A(x)}{\forall x \Box A(x)} \quad \Box \forall \frac{\forall x \Box A(x)}{\Box \forall x A(x)} \quad \exists \diamond \frac{\diamond \exists x A(x)}{\exists x \diamond A(x)} \quad \diamond \exists \frac{\exists x \diamond A(x)}{\exists x A(x)} \\
B \Box \diamond \frac{\diamond A}{\Box \diamond A} \quad \exists \Box \diamond \frac{\diamond A, \Box B}{\diamond (A \wedge B)} \quad B \Box \leftrightarrow \frac{A \leftrightarrow B}{\Box (A \leftrightarrow B)} \quad \gamma_{\Box \leftrightarrow} \frac{\Box (A \leftrightarrow B)}{A \leftrightarrow B} \\
\text{ПГ} \frac{A}{\Box A}
\end{array}$$

Имеет смысл вспомнить эквивалентности:

$$\Box A \Leftrightarrow \neg \diamond \neg A$$

$$\diamond A \Leftrightarrow \neg \Box \neg A$$

$$\nabla A \Leftrightarrow \diamond A \wedge \diamond \neg A$$

а также отрицания:

$$\neg \Box A \Leftrightarrow \diamond \neg A;$$

$$\neg \diamond A \Leftrightarrow \Box \neg A;$$

$$\neg \nabla A \Leftrightarrow \Box A \vee \Box \neg A$$

Предположим, дана выводимость

$$\Box \forall x (A(x) \supset B(x)) \supset \Box \forall x (\Box A(x) \supset \diamond B(x)).$$

Попробуем доказать эту формулу от противного и предположим:

$$+\neg (\Box \forall x (A(x) \supset B(x)) \supset \Box \forall x (\Box A(x) \supset \diamond B(x)))$$

$$\Box \forall x (A(x) \supset B(x)) - \text{из 1 по } 0 \supset$$

$$\forall x \Box (A(x) \supset B(x)) - \text{из 2 по } \forall \Box$$

$$\Box (A(x) \supset B(x)) - \text{из 3 по } \gamma \forall$$

$$A(x) \supset B(x) - \text{из 4 по } \gamma \Box$$

$$\neg (\Box \forall x (\Box A(x) \supset \diamond B(x))) - \text{из 1 по } 0 \supset$$

$$\Box \forall x \Box A(x) - \text{из 6 по } 0 \supset$$

$$\neg \Box \forall x \diamond B(x) - \text{из 6 по } 0 \supset$$

$$\neg \diamond \forall x \diamond B(x) - \text{из 8 по } 0 \Box$$

$$\Box \neg \forall x \diamond B(x) - \text{из 9 по } 0 \diamond$$

- $\neg \forall x \diamond B(x)$ – из 10 по $U \square$
 $\exists x \neg \diamond B(x)$ – из 11 по $O \forall$
 $\neg \diamond B(x)$ – из 12 по $U \exists$ - *x ограничена*
 $\square \neg B(x)$ – из 13 по $O \diamond$
 $\neg B(x)$ – из 14 по $U \square$
 $\forall x \square A(x)$ – из 7 по $U \square$
 $\square A(x)$ – из 16 по $U \forall$
 $A(x)$ – из 17 по $U \square$
 $B(x)$ – из 5 и 18 по $U \supset$
 $B(x) \wedge \neg B(x)$ – из 19 и 15 по $B \wedge$
 $(B(x) \wedge \neg B(x)) \supset \neg (\square \forall x (A(x) \supset B(x)) \supset \square \forall x (\square A(x) \supset \diamond B(x)))$ - из 20 и 1 по $B \supset$ (или по правилу дедукции)
 $\square \forall x (A(x) \supset B(x)) \supset \square \forall x (\square A(x) \supset \diamond B(x))$ – из 21 по ДОП. ■

Решение задачи путём построения семантической таблицы:

1.	$\square \forall x (A(x) \supset B(x))$
2.	$\neg \forall x (\square A(x) \supset \diamond B(x))$ – допущение от противного
3.	$\exists x \neg (\square A(x) \supset \diamond B(x))$ – из 2 по $O \forall$
4.	$\neg (\square A(x) \supset \diamond B(x))$ – из 3 по $U \exists$ (<i>x – ограничена</i>)
5.	$\square A(x)$ – из 4 по $O \supset$
6.	$\neg \diamond B(x)$ – из 4 по $O \supset$
7.	$\square \neg B(x)$ – из 6 по $O \diamond$
8.	$A(x)$ – из 5 по $U \square$
9.	$\neg B(x)$ – из 7 по $U \square$
10.	$\forall x (A(x) \supset B(x))$ – из 1 по $U \square$
11.	$A(x) \supset B(x)$ – из 10 по $U \forall$
	$\neg A(x)$ $B(x)$

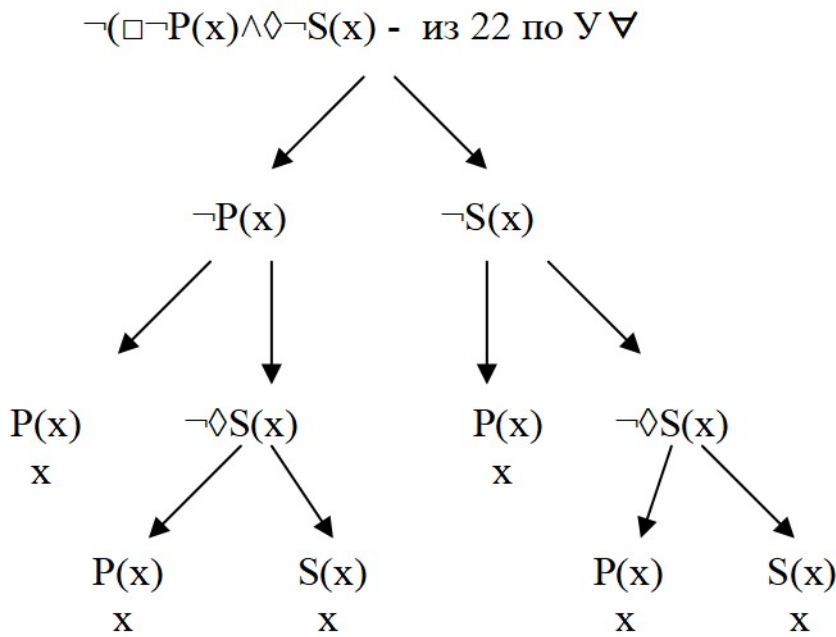
В качестве еще одного примера, попробуем разобрать выводимость

$$\vDash \square \forall x \square (P(x) \wedge S(x)) \vee \diamond \exists x (\diamond \neg P(x) \wedge \diamond S(x)) \vee \neg \diamond \forall x (P(x) \wedge \neg S(x)) \vee \vee \square \exists x (\square \neg P(x) \wedge \diamond \neg S(x)).$$

1. $\neg(\Box \forall x \Box (P(x) \wedge S(x)) \vee \Diamond \exists x (\Diamond \neg P(x) \wedge \Diamond S(x)) \vee \neg \Diamond \forall x (P(x) \wedge \neg S(x)) \vee \Box \exists x (\Box \neg P(x) \wedge \Diamond \neg S(x)))$
2. $\neg \Box \forall x \Box (P(x) \wedge S(x)) \wedge \neg \Diamond \exists x (\Diamond \neg P(x) \wedge \Diamond S(x)) \wedge \neg \Diamond \forall x (P(x) \wedge \neg S(x)) \wedge \neg \Box \exists x (\Box \neg P(x) \wedge \Diamond \neg S(x))$ – из 1 по $O\vee$
3. $\neg \Box \forall x \Box (P(x) \wedge S(x))$ – из 2 по $Y\wedge$
4. $\neg \Diamond \exists x (\Diamond \neg P(x) \wedge \Diamond S(x))$ – из 2 по $Y\wedge$
5. $\Diamond \forall x (P(x) \wedge \neg S(x))$ – из 2 по $Y\wedge$
6. $\neg \Box \exists x (\Box \neg P(x) \wedge \Diamond \neg S(x))$ – из 2 по $Y\wedge$
7. $\neg \Diamond \forall x \Box (P(x) \wedge S(x))$ – из 3 по $O\Box$
8. $\Box \neg \forall x \Box (P(x) \wedge S(x))$ – из 7 по $O\Diamond$
9. $\neg \forall x \Box (P(x) \wedge S(x))$ – из 8 по $Y\Box$
10. $\exists x \Box \neg (P(x) \wedge S(x))$ – из 9 по $O\forall$
11. $\Box \neg (P(x) \wedge S(x))$ – из 10 по $Y\exists$ (x ограничена)
12. $\neg (P(x) \wedge S(x))$ – из 11 по $Y\Box$
13. $\Box \neg \exists x (\Diamond \neg P(x) \wedge \Diamond S(x))$ – из 4 по $O\Diamond$
14. $\neg \exists x (\Diamond \neg P(x) \wedge \Diamond S(x))$ – из 13 по $Y\Box$
15. $\forall x \neg (\Diamond \neg P(x) \wedge \Diamond S(x))$ – из 14 по $O\exists$
16. $\neg (\Diamond \neg P(x) \wedge \Diamond S(x))$ – из 15 по $Y\forall$
17. $\Diamond (P(x) \wedge \neg S(x))$ – из 5 по $Y\forall$
18. $\Diamond P(x) \wedge \Diamond \neg S(x)$ – из 17 по $B\Diamond\wedge$
19. $\neg \Diamond \exists x (\Box \neg P(x) \wedge \Diamond \neg S(x))$ – из 6 по $O\Box$
20. $\Box \neg \exists x (\Box \neg P(x) \wedge \Diamond \neg S(x))$ – из 19 по $O\Diamond$
21. $\neg \exists x (\Box \neg P(x) \wedge \Diamond \neg S(x))$ – из 20 по $Y\Box$
22. $\forall x \neg (\Box \neg P(x) \wedge \Diamond \neg S(x))$ – из 21 по $O\exists$
23. $\neg (\Box \neg P(x) \wedge \Diamond \neg S(x))$ – из 22 по $Y\forall$

$\neg P(x)$		$\neg S(x)$	
$\neg \Diamond \neg P(x)$ $\Box \neg \neg P(x)$ по $O\Diamond$ $\Box P(x)$ по $Y\neg\neg$ $P(x)$ по $Y\Box$	$\neg \Diamond S(x)$	$\neg \Diamond \neg P(x)$ $\Box \neg \neg P(x)$ по $O\Diamond$ $\Box P(x)$ по $Y\neg\neg$ $P(x)$ по $Y\Box$	$\neg \Diamond S(x)$
$\neg \Box \neg P(x)$ $\neg \Diamond \neg P(x)$ по $O\Box$ $\Box \neg \neg P(x)$ по $O\Diamond$ $\Box P(x)$ по $Y\neg\neg$ $P(x)$ по $Y\Box$	$\neg \Diamond S(x)$ $\Box \neg \neg S(x)$ по $O\Diamond$ $\Box S(x)$ по $Y\neg\neg$ $S(x)$ по $Y\Box$	$\neg \Box \neg P(x)$ $\neg \Diamond \neg P(x)$ по $O\Box$ $\Box \neg \neg P(x)$ по $O\Diamond$ $\Box P(x)$ по $Y\neg\neg$ $P(x)$ по $Y\Box$	$\neg \Diamond S(x)$ $\Box \neg \neg S(x)$ по $O\Diamond$ $\Box S(x)$ по $Y\neg\neg$ $S(x)$ по $Y\Box$

Начиная с 23 действия, мы могли бы эстетически построить таблицу по-другому:



Или, что то же самое, в классическом стиле написания в системе натурального вывода:

1. $\neg(\Box\neg P(x)\wedge\Diamond\neg S(x)) \vee \Diamond\exists x(\Diamond\neg P(x)\wedge\Diamond S(x)) \vee \neg\Diamond\forall x(P(x)\wedge\neg S(x)) \vee \Box\exists x(\Box\neg P(x)\wedge\Diamond\neg S(x))$

2. $\neg\Box\forall x\Box(P(x)\wedge S(x)) \wedge \neg\Diamond$

$\exists x(\Diamond\neg P(x)\wedge\Diamond S(x)) \wedge \Diamond\forall xP(x)\wedge\neg S(x) \wedge$

$\wedge\neg\Box\exists x(\Box\neg P(x)\wedge\Diamond\neg S(x))$ - из 1 по $O\vee$

3. $\neg\Box\forall x\Box(P(x)\wedge S(x))$ - из 2 по $U\wedge$

4. $\neg\Diamond\exists x(\Diamond\neg P(x)\wedge\Diamond S(x))$ - из 2 по $U\wedge$

5. $\Diamond\forall xP(x)\wedge\neg S(x)$ - из 2 по $U\wedge$

6. $\neg\Box\exists x(\Box\neg P(x)\wedge\Diamond\neg S(x))$ - из 2 по $U\wedge$

7. $\neg\Diamond\forall x\Box(P(x)\wedge S(x))$ - из 3 по $O\Box$

8. $\Box\neg\forall x\Box(P(x)\wedge S(x))$ - из 7 по $O\Diamond$

9. $\neg\forall x\Box(P(x)\wedge S(x))$ - из 8 по $U\Box$

10. $\exists x\Box\neg(P(x)\wedge S(x))$ - из 9 по $O\forall$

11. $\Box\neg(P(x)\wedge S(x))$ - из 10 по $U\exists$ (x ограничена)

12. $\neg(P(x)\wedge S(x))$ - из 11 по $U\Box$

13. $\Box\neg\exists x(\Diamond\neg P(x)\wedge\Diamond S(x))$ - из 4 по $O\Diamond$

14. $\neg\exists x(\Diamond\neg P(x)\wedge\Diamond S(x))$ - из 13 по $U\Box$

15. $\forall x\neg(\Diamond\neg P(x)\wedge\Diamond S(x))$ - из 14 по $O\exists$

16. $\neg(\Diamond\neg P(x)\wedge\Diamond S(x))$ - из 15 по $U\forall$

17. $\Diamond(P(x)\wedge\neg S(x))$ - из 5 по $U\forall$

18. $\Diamond P(x)\wedge\Diamond\neg S(x)$ - из 17 по $B\Diamond\wedge$

19. $\neg\Diamond\exists x(\Box\neg P(x)\wedge\Diamond\neg S(x))$ - из 6 по $O\Box$
20. $\Box\neg\exists x(\Box\neg P(x)\wedge\Diamond\neg S(x))$ - из 19 по $O\Diamond$
21. $\neg\exists x(\Box\neg P(x)\wedge\Diamond\neg S(x))$ - из 20 по $U\Box$
22. $\forall x\neg(\Box\neg P(x)\wedge\Diamond\neg S(x))$ - из 21 по $O\exists$
23. $\neg(\Box\neg P(x)\wedge\Diamond\neg S(x))$ - из 22 по $U\forall$
24. $\Diamond P(x)$ - из 18 по $U\wedge$
25. $\Diamond\neg S(x)$ - из 18 по $U\wedge$
26. $\neg P(x)\vee\neg S(x)$ - из 12 по $O\wedge$
27. $\neg\Diamond\neg P(x)\vee\neg\Diamond\neg S(x)$ - из 16 по $O\wedge$
28. $\neg\Box\neg P(x)\vee\neg\Diamond\neg S(x)$ - из 23 по $O\wedge$
29. $\neg\Box\neg P(x)$ из 25 и 28 по $U\vee$
30. $\neg\Diamond\neg P(x)$ из 29 по $O\Box$
31. $\Box\neg\neg P(x)$ из 30 по $O\Diamond$
32. $P(x)$ из 31 по $U\neg\neg$ и $U\Box$
33. $S(x)$ из 26 и 32 по $U\vee$
34. $\neg P(x)$ - из 33 и 26 по $U\vee$
35. $P(x)\wedge\neg P(x)$ из 32 и 34 по $B\wedge$
36. $(P(x)\wedge\neg P(x))\supset\neg(\Box\forall x\Box(P(x)\wedge S(x))\vee\Diamond\exists x(\Diamond\neg P(x)\wedge\Diamond S(x)))\vee\neg\Diamond\forall x(P(x)\wedge\neg S(x))\vee\Box\exists x(\Box\neg P(x)\wedge\Diamond\neg S(x))$ из 35 и 1 по $B\supset$
37. $\Box\forall x\Box(P(x)\wedge S(x))\vee\Diamond\exists x(\Diamond\neg P(x)\wedge\Diamond S(x))\vee\neg\Diamond\forall x(P(x)\wedge\neg S(x))$
 \vee
 $\vee\Box\exists x(\Box\neg P(x)\wedge\Diamond\neg S(x))$ - из 36 по ДОП.

Мы специально прописали вывод максимально подробно, чтобы читатель обратил внимание, что многие последовательности выводов часто повторяются. Например,

$$\begin{aligned} &\neg\Box\neg P(x) \text{ из 25 и 28 по } U\vee \\ &\quad \neg\Diamond\neg P(x) \text{ из 29 по } O\Box \\ &\quad \Box\neg\neg P(x) \text{ из 30 по } O\Diamond \\ &\quad P(x) \text{ из 31 по } U\neg\neg \text{ и } U\Box \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} &\neg\Box\forall x\Box(P(x)\wedge S(x)) \\ &\quad \neg\Diamond\forall x\Box(P(x)\wedge S(x)) \\ &\quad \Box\neg\forall x\Box(P(x)\wedge S(x)) \\ &\quad \neg\forall x\Box(P(x)\wedge S(x)) \end{aligned}$$

Такие последовательности позволяют нам самим создавать выводы второго рода.

В первом случае, это $\neg \Box \neg A \rightarrow A$ и $\neg \Diamond \neg A \rightarrow A$; во втором - $\neg \Box A \rightarrow \neg A$ и $\neg \Diamond A \rightarrow \neg A$

Из практики исчислений можно добавить правила второго рода (схемы аксиом):

$A \rightarrow \Box A$ – правило введения необходимости ($B\Box$) – правило

Гёделя

$$\neg \Box A \rightarrow \Box \neg A$$

$$\neg \Box A \rightarrow \neg A$$

$$\neg \Box A \rightarrow \Diamond \neg A$$

$$\neg \Box \neg A \rightarrow \Diamond A$$

$$\Box A \rightarrow \neg \Diamond \neg A$$

$$\Box \neg A \rightarrow \neg \Diamond A$$

$$\neg \Diamond A \rightarrow \neg A$$

$$\neg \Diamond \neg A \rightarrow \Box A$$

$$\neg \Diamond \neg A \rightarrow A$$

$$\Diamond A \rightarrow \neg \Box \neg A$$

$$\Diamond \neg A \rightarrow \neg \Box A$$

Попробуем решить еще одну задачу. Правильным ли является рассуждение «Некоторые испанцы в обед обязательно едят гаспачо. Любое гаспачо всегда готовится из томатов. Из этого следует, что некоторые испанцы, скорее всего, равнодушны к помидорам»?

Попробуем перевести это умозаключение на формальный язык логики.

Некоторые испанцы в обед обязательно едят гаспачо.

Слово «некоторые» говорит нам, что необходим квантор существования. А слово «обязательно» намекает на знак необходимости:

$$\Box \exists x(I(x) \wedge G(x))$$

В принципе, сразу используя правило удаления необходимости, мы можем записать:

$$\exists x(I(x) \wedge G(x))$$

Любое гаспачо всегда готовится из томатов:

$$\Box \forall x(G(x) \supset T(x))$$

Соответственно, снова используя правило удаления необходимости, получаем

$$\forall x(G(x) \supset T(x))$$

Некоторые испанцы, скорее всего, равнодушны к помидорам:

$$\diamond \exists x(I(x) \wedge T(x))$$

В итоге получаем выводимость

$$\models \exists x(I(x) \wedge G(x)) \wedge \forall x(G(x) \supset T(x)) \supset \diamond \exists x(I(x) \wedge T(x))$$

Итак, дано:

$$\models \exists x(I(x) \wedge G(x)) \wedge \forall x(G(x) \supset T(x)) \supset \diamond \exists x(I(x) \wedge T(x))$$

$$1. + \exists x(I(x) \wedge G(x))$$

$$2. + \forall x(G(x) \supset T(x))$$

В качестве гипотез мы использовали посылки для построения заданного вывода « $\diamond \exists x(I(x) \wedge T(x))$ ».

$$3. I(x) \wedge G(x) - \text{из 1 по } \text{У}\exists - x \text{ ограничен}$$

$$4. G(x) \supset T(x) - \text{из 2 по } \text{У}\forall$$

$$5. I(x) - \text{из 3 по } \text{У}\wedge$$

$$6. G(x) - \text{из 3 по } \text{У}\wedge$$

$$7. T(x) - \text{из 4 и 6 по } \text{У}\supset$$

$$8. I(x) \wedge T(x) - \text{из 5 и 7 по } \text{В}\wedge$$

$$9. \exists x(I(x) \wedge T(x)) - \text{из 8 по } \text{В}\exists$$

$$10. \diamond \exists x(I(x) \wedge T(x)) - \text{из 9 по } \text{В}\diamond$$

Теперь мы получили искомый вывод. На этом исчисление можно закончить. Однако, для формального завершения можно дописать еще пару действий:

$$11. \exists x(I(x) \wedge G(x)) \wedge \forall x(G(x) \supset T(x)) - \text{из 1 и 2 по } \text{В}\wedge$$

12. $\exists x(I(x) \wedge G(x)) \wedge \forall x(G(x) \supset T(x)) \supset \diamond \exists x(I(x) \wedge T(x))$ из 10 и 11 по $\text{В}\supset$ (или правилу дедукции). ■



Важно

В отличие от систем натурального вывода в классической логике (основанных на системах Куайна), в которых существует необходимое и достаточное количество правил для решения

поставленных задач, в системах натурального вывода модальной логики (основанных в первую очередь на системах Льюиса) подобной однозначности нет. Этим объясняется большое количество вопросов к этим системам и продолжающийся поиск оптимальных решений.

Конечно, логика стремится к определенности, предпочитают необходимые события вероятным. В точной науке вероятных событий принято избегать. Скажем, утверждение химика о том, что некая реакция может произойти, а может и не произойти – мало информативна.

Другое дело – гуманитарные науки и реальные жизненные обстоятельства. Здесь сама возможность некоего события может иметь большое значение. Например, вывод о том, что в ближайшей перспективе возможно социальное потрясение, может в корне изменить внутреннюю политику государства. Для полицейского, задерживающего преступника, информация, что преступник, возможно, вооружен, может спасти ему жизнь.

Какие существуют расширения классической логики?

Представим краткий обзор некоторых неклассических логик. Задача данного урока – ознакомление студента с основными подходами неклассических логик и с методами расширения классической формальной логики.

1. Релевантные логики

Среди неклассических логик особое место занимает так называемая *релевантная логика*, которая может рассматриваться в качестве альтернативы классической логики или в качестве её расширения (усовершенствования).



Дополнительная информация

Предельно упрощая, огрубляя и обобщая позиции сторонников и противников релевантной логики, приведем их аргументы.

Сторонники релевантной логики:

Главная задача логики – решение парадокса материальной импликации, а также парадоксов, которые из неё следуют. В классической логике не существует удовлетворительной интерпретации логического следования. Логические выражения должны иметь интенциональный, а не экстенциональный характер (т.е. логические выражения должны исследоваться не только, исходя из их семиотики, но также и из их семантики. Иными словами, истинность логических выражений должна устанавливаться не только через отношение между знаками, но и через отношение содержания этих знаков).

Противники релевантной логики:

Парадокса материальной импликации не существует, поскольку материальная импликация не является логическим следованием. Соответственно, все «парадоксы», вытекающие из неё – парадоксы мнимые. В классической логике существует удовлетворительная формулировка логического следования, несводимая к отношению материальной импликации. Что же касается

интенционального подхода в логике, то он «убивает» формальную науку, превращая её в «спор о словах».

На сегодняшний момент единой концепции релевантной логики не существует.

Первым, кто заявил о необходимости замены материальной импликации «строгой импликацией» был американский философ Кларенс Льюис. Им была предложена система S , в которой импликация понимается как «строгая». Не вдаваясь в подробности (а разновидностей этой системы было несколько, от S_1 до S_8), лишь констатируем: задачу Льюис сформулировал, но так и не решил. Исправив недостатки материальной импликации, Льюис создал парадоксы «строгой импликации».

Несколько позже формулируются еще четыре, ставшие классическими, релевантные системы. Идейным основоположником этих систем считается В. Аккерман, а практическими разработчиками - Андерсон и Белнап.

Система E_{fde} вообще предлагает отказаться от всех видов импликации, используя только их эквивалентности.

Система R , формализуя импликацию, настаивает на том, чтобы в антецеденте и консеквенте были общие (пропозициональные) переменные.

Система E представляет собой модальную систему, в которой оператор необходимости выражается через релевантную импликацию « $\Box A \Leftrightarrow (A \rightarrow A) \rightarrow A$ ».

Система T , интерпретирует импликацию в качестве «правомерного перехода» от одного истинного выражения к другому.

Для всех этих систем существуют свои правила вывода и схемы аксиом.

Но все эти системы не являются универсальными системами релевантной логики, а, скорее, представляют собой лишь подходы к её созданию.

Современные логики и философы не оставляют попыток создать завершённую, «работающую» релевантную логику. Вклад в этот процесс вносят как зарубежные исследователи, так и советские, российские. Была построена построения двухуровневая семантика возможных миров (Е.А. Сидоренко), логик Л.Л. Максимова построила семантику возможных миров с трёхмест-

ным отношением достижимости, обобщающую семантики Крипке для системы R .

Тем не менее, вопрос о существовании релевантной логики (как и вопрос об окончательной формулировке логического следования) до сих пор остается открытым. Все перечисленные системы, либо не устраняют «парадокса материальной импликации», либо сами создают новые парадоксы, либо являются столь громоздкими и путанными, что делают реальную работу с ними весьма затруднительной.

2. Модальные логики

Модальная (алетическая) логика представляет собой раздел формальной логики, в которую включаются так называемые модальные операторы « \Box » - «необходимо» и « \Diamond » - «возможно, вероятно». В некоторых модальных логиках возможно иное прочтение данных операторов, например, «доказуемо / непротиворечиво», «необходимо соблюдение норм / позволительно», «приемлема эмпирическая гипотезы / неотвергаемая», «везде, всегда / кое-где, иногда», «знаю / не знаю» и т.д.

Впервые наиболее полно и обоснованно модальные системы были сформулированы К.И. Льюисом как расширение классической логики. Он сформулировал аксиомы, правила вывода и определения своей первой системы S_1 , известной нам как правила натурального вывода, но при этом добавил к ним два существенных определения: « $\Diamond A \leftrightarrow (A \wedge A)$ » и « $\neg \Diamond A \leftrightarrow \neg (A \wedge A)$ ». Чуть позже, Льюис добавил к системе S_1 аксиому « $\Diamond (A \wedge A) \supset A$ » и назвал её системой S_2 . В дальнейшем Льюис понял, что для каждой конкретной модальной задачи необходимо строить индивидуальную модальную систему аксиом. Таким образом, появляется система S_3 , где формулируются правила « $\neg \Diamond A \supset \neg A$ » и « $(A \supset B) \supset (\neg \Diamond B \supset \neg \Diamond A)$ ». Исчисление S_4 прирастает аксиомой « $\neg \Diamond \neg A \supset \neg \Diamond \neg \neg A$ » к системе S_1 . Если к системе S_1 добавить аксиому « $\Diamond A \supset \neg \Diamond \neg \Diamond A$ » - получим систему исчислений S_5 . А добавив к системе S_2 аксиому « $\Diamond \Diamond A$ », получаем систему исчислений S_6 .

После Кларенса Льюиса развитием новых систем занимается С. Холлден. Он предлагает систему S_7 , в которой к аксиомам сис-

темы S_3 прибавляется аксиома « $\Diamond\Diamond A$ », и систему S_8 , в которой к правилам вывода S_3 приплюсовывается аксиома « $\neg\Diamond\neg\Diamond A$ ».

С развитием нормальных систем модальной логики формулируется система K , которую в некотором роде можно считать эталоном модального исчисления. Она формируется из классического исчисления высказываний с добавлением правила Гёделя « $A \rightarrow \Box A$ » и аксиомы « $\Box(A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$ ». Путём добавления к системе K аксиомы « $\Box A \supset \neg\Box\neg A$ » получаем систему D . Если же к системе K добавить аксиому « $\Box A \supset A$ » - получаем систему T . Добавив к системе T « $\Box A \supset \Box\Box A$ » получаем исчисление S_4 , а, если добавить к системе T « $\neg A \supset \Box\neg\Box A$ » - систему B . Система S_5 образуется путём добавления к системе T аксиомы « $\neg\Box A \supset \Box\neg\Box A$ »... Перечислением списка модальных систем можно заниматься очень долго.

Вероятно, читатель уже понял, что аксиоматическая система в модальной логике строиться аналогично аксиоматическим системам в классической логике в том смысле, что каждая конкретная задача диктует свой собственный набор аксиом. Принципиальная разница заключается в том, что если, создавая систему аксиом в классической логике, вы не рискуете создать между ними противоречия, то, создавая систему аксиом в модальной логике, вы от этого не застрахованы.

3. Реляционные семантики возможных миров

Под *возможными мирами* в узком смысле понимается результат возможного развития событий или мыслимое положение дел. В широком смысле – возможные системы.

Задача данной логики заключается в анализе совместимости возможных миров в единой модельной системе. Модельная система играет роль заданной системы координат, в которой взаимодействуют возможные миры. Понятно, что в различных модельных системах (системах координат) возможные миры могут взаимодействовать между собой по-разному (к примеру, возможно разное развитие событий в системе Эвклида и в системе Лобачевского).

Для исчислений в реляционных семантиках возможных миров созданы системы K , D , T , B , S_4 и S_5 .

4. Логика времени

Под *логикой времени* понимается еще одна разновидность модальной логики, в которую включен фактор времени. Логика времени исходит из того, что оценка модальности высказывания зависит от времени, когда это высказывание формулируется, и от времени события, о котором идет речь в этом высказывании. Например, любое высказывание о грядущих событиях по понятным причинам может иметь лишь вероятностный характер.

Некоторые законы логики времени можно описать так: «ни одно событие не происходит раньше самого себя», «неверно, что произойдет логически невозможное событие», «всякое состояние либо сохраняет, либо возникает, либо исчезает» и т.д.

Для исчислений в логике времени создана система K_t .

5. Интуиционистская логика

Интуиционистская логика – это логика, в которой суждение считается истинным, только если его можно доказать некоторым «мысленным экспериментом».

В отличие от классической логики, интуиционистская логика старается избавиться от абстрактных моделей и объектов и приемлет лишь те объекты, для которых существует *конструктивное* доказательство.

Объект интуитивистской логики не может быть отвлеченным. Это либо построенный объект, либо объект, для которого создан алгоритм построения (или алгоритм его вычисления). Конструктивным доказательством существования объекта в этой логике может считаться простое указание (предъявление) этого объекта, либо алгоритм его построения. Истинным (конструктивным) утверждением, соответственно, считается такое утверждение, для которого существует конструктивное доказательство.

Систему исчислений для интуитивистской логики была построена Гейтингом, и получила одноименное название – «система Гейтинга».

Интуиционистская логика и её многочисленные интерпретации до сих пор является поводом для жарких дискуссий.

6. Логика второго и высших порядков

Логика *второго и более высокого порядка* отличается от логики первого порядка квантизацией предикатов и множеств. Иными словами, если в логике первого порядка (к которой относится классическая формальная логика) кванторы используются лишь для переменных и субъектов высказываний, то в логике второго порядка допускается использование кванторов для свойств, предикатов высказываний и множеств.

В некотором смысле мы уже сталкивались с элементами логики второго порядка, когда говорили о силлогистике. Если вы помните, в силлогистике мы распределяли как субъект, так и предикат суждения. Формулой логики второго порядка может быть выражение « $\forall x \exists S(S(x))$ ». Читаем: *Для всех «x» существует свойство S.*

Если логика второго порядка допускает квантификацию над множествами, то логика третьего порядка допускает применение кванторов к множествам множеств. Соответственно, логика высшего порядка является объединением логики первого, второго, третьего и т.д. порядков; иначе говоря, логика высшего порядка допускает квантификацию множеств произвольной глубины вложенности.

7. Многозначные логики

В *многозначных логиках* допускается более двух истинностных значений для высказываний. Если истину обозначить цифрой «1», а ложь цифрой «0», то многозначная логика допускает значение высказывания в диапазоне от нуля до единицы.

Трёхзначная логика была исторически первой многозначной логикой и является простейшим расширением двузначной логики. Перечень истинностных значений трёхзначной логики помимо «истинно» и «ложно» включает также третье значение,

которое, как правило, трактуется как «1/2» - «возможно», «неопределенно», «неизвестно».

К многозначным логикам принято относить также трехзначную логику, логику ложности, паранепротиворечивую логику, конечнозначные логики и бесконечнозначную логику.

8. Логика расплывчатых множеств

Основателем логики расплывчатых множеств («нечёткой» логики) является американец азербайджанского происхождения Лотфи Заде (Лютфали Рагим оглы Алескерзаде).

Нечёткая логика — набор нестрогих правил, в которых для достижения поставленной цели могут использоваться радикальные идеи, интуитивные догадки, а также опыт специалистов, накопленный в соответствующей области. Нечёткой логике свойственно отсутствие строгих стандартов. Чаще всего она применяется в экспертных системах, нейронных сетях и системах искусственного интеллекта. Вместо традиционных значений Истина и Ложь в нечеткой логике используется более широкий диапазон значений, среди которых Истина, Ложь, Возможно, Иногда, Не помню (Как бы Да, Почему бы и Нет, Ещё не решил, Не скажу...). Нечеткая логика просто незаменима в тех случаях, когда на поставленный вопрос нет чёткого ответа (да или нет; «0» или «1») или наперёд неизвестны все возможные ситуации. Например, в нечеткой логике высказывание вида «x есть большое число» интерпретируется как имеющее неточное значение, характеризующееся некоторым нечётким множеством.

9. Логика квантовой механики

Оформление квантовой механики взамен ньютоновской потребовало специальную логику упорядочения физического мышления. Данный раздел логики представляет собой попытки описать логические связи суждений о предметах, которые изучает квантовая механика. Возникает идея особой «логики микромира», так как логика макромира не может быть применена к ней.

Почему классическая логика не применима к квантовой механике? Потому что квантовая механика исследует микромир, в котором привычные для нас законы не работают. Квантовая физика пытается описывать физические миры, альтернативные ньютоновской физике. Возникают гипотетические ситуации, в которых объект может существовать в двух и более местах одновременно, ситуации, в которых один и тот же объект может пребывать в двух взаимоисключающих состояниях, ситуации, в которых сам объект и его свойства могут быть отделены друг от друга и т.д.

Почти целое столетие ведутся споры о необходимости и принципах логики квантовой механики, однако, ощутимых результатов в этой области до сих пор добиться не удалось.

10. Иррациональная логика

Условно названная нами «иррациональная логика» родилась в Древней Индии параллельно с древнегреческой логикой и является самой радикальной альтернативой классической формальной логике.

Иррациональная восточная логика создана, прежде всего, для отражения законов духовной жизни человека и законов иррациональных систем. Для иллюстрации восточной логики нам необходимо ввести в символический язык новый квантор – квантор неопределенности («в некотором смысле») – обозначим его символом « \wedge » (от «Vagueness»). И предикат неопределенности (S суть неопределимо, S суть невыразимо), обозначив его символом « \emptyset ». Таким образом, кроме высказываний аристотелевской логики $P(x)$ и $\neg P(x)$, получаем еще три возможные формулы высказываний: $\wedge(P(x) \wedge \neg(P(x)))$, $\wedge\emptyset(x)$, $\wedge(P(x) \wedge \neg P(x) \wedge \emptyset(x))$. При этом аристотелевские выражения также получают свою специфику под влиянием квантора относительности \wedge : $\wedge P(x)$, $\wedge \neg P(x)$. Обращаем внимание на то, что формула $\wedge(P(x) \wedge \neg P(x) \wedge \emptyset(x))$, являясь иррациональной с точки зрения формальной классической логики, выражает до сих пор невыразимые в формальной логике объекты и образы. Если под x понимать вселенную (предельный универсум), то $\wedge(P(x) \wedge \neg P(x) \wedge \emptyset(x))$ следует прочесть так: *В некото-*

ром смысле (\wedge), вселенная бесконечна ($P(x) \wedge \neg(P(x))$), и ничего определенного мы о ней сказать не можем ($\emptyset(x)$). Если понимать под x образ нашего сознания, опять-таки получаем: Образ в нашем сознании в определенном смысле (\wedge) есть ($\wedge P(x)$), но, с другой стороны, его там невозможно обнаружить ($\wedge \neg P(x)$), и уж тем более он невыразим ($\emptyset(x)$).

Иррациональные системы не получили своего распространения, поскольку являются, скорее всего, бесполезными для точных наук.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Варианты контрольных работ

ВАРИАНТ 1.

1. К данным тезисам подберите аргументы и постройте демонстрацию:

а) солнце проходит несколько стадий своей эволюции; б) задача философии – постижение разума (Гегель).

2. Осуществите обращение следующих суждений:

а) Все врачи имеют высшее медицинское образование

б) Некоторые юристы не являются следователями

в) Ни один свидетель по данному делу не был допрошен

г) Некоторые экономисты не являются банкирами

3. Постройте логический квадрат. Опираясь на него, выведите суждения противоположные, противоречащие и подчиненные данным. Установите их истинность или ложность:

а) Обвиняемый имеет право на защиту

б) Совершеннолетние имеют право голоса

в) Всякое правонарушение есть противоправное деяние

г) Каждый гражданин имеет право на самозащиту

4. Приведите примеры имплицативных суждений, в которых событие, описываемое основанием, является необходимым и достаточным для события, описываемого следствием.

ВАРИАНТ 2.

1. Установите, соблюдены ли правила определения понятия в следующем примере, и, если нет, какие ошибки допущены:

Республика - это форма правления, при которой все высшие органы власти избираются всеобщим голосованием.

2. Определите форму и правильность непосредственного умозаключения:

Так как некоторые естествоиспытатели придерживаются материалистических позиций, то некоторых людей, не являющихся материалистами, нельзя отнести к естествоиспытателям.

3. Восстановите энтимему до полного силлогизма, попытайтесь найти в получившемся силлогизме формальные или материальные ошибки, наличие или отсутствие логического следования вывода из посылок:

Некоторые привычки не заслуживают упрека, так как они не превращаются во всепоглощающую страсть.

ВАРИАНТ 3.

1. Какие из следующих понятий являются совместимыми, какие - нет (попарно):

а) измерение, взвешивание; б) материк, континент; в) мудрость, глупость.

2. Определите, правильность следующего умозаключения:

Некоторые приборы не являются точными; значит, некоторые приборы неточны.

3. Определите правильность следующего силлогизма:

Все люди дышат легкими.

Все рыбы не дышат легкими.

Все рыбы не являются людьми.

ВАРИАНТ 4.

1. Установите, соблюдены ли правила определения понятия в следующем примере, и, если нет, какие ошибки допущены:

Государство - это организация для осуществления государственной власти, располагающая специальным аппаратом для принуждения и придания своим велениям обязательную силу для населения всей страны.

2. Определите форму и правильность непосредственного умозаключения:

Ложно, что всякое рациональное число является вещественным. Значит, истинно, что любое вещественное число не рационально.

3. Восстановите энтимему до полного силлогизма, попытайтесь найти в получившемся силлогизме формальные или ма-

териальные ошибки, наличие или отсутствие логического следования вывода из посылок:

Пушкинский пророк никакого определенного призвания не имеет, следовательно, неверно, что он - настоящий пророк.

ВАРИАНТ 5.

1. В каких отношениях находятся следующие понятия (попарно):

а) гимнаст, спортсмен; б) гимнаст, неспортсмен; в) негимнаст, спортсмен; г) негимнаст, неспортсмен; д) спортсмен, неспортсмен?

2. Преобразуйте следующее категорическое суждение с внешним отрицанием в суждение без внешнего отрицания:

Не для любого правила есть исключения.

3. Записать нижеследующее выражение естественного языка на языке логики высказываний, определить, является ли полученная формула логическим законом:

В то время как Фёдор пьёт, он никогда не закусывает, и раз так, то если он закусывает, то он и не пьёт.

ВАРИАНТ 6.

1. Установите, соблюдены ли правила определения понятия в следующем примере, и, если нет, какие ошибки допущены:

Параллельные линии - это прямые линии, которые не пересекаются, ни при каком продолжении их в обе стороны.

2. Определите форму и правильность непосредственного умозаключения:

Ложно, что некоторые живородящие животные не являются млекопитающими, следовательно, истинно, что некоторые млекопитающие животные не являются живородящими.

3. Проверьте правильность умозаключения:

Некоторые преступники - воры, отбывающие срок в исправительно-трудовых учреждениях. Следовательно, некоторые воры, отбывающие срок в исправительно-трудовых учреждениях - преступники.

ВАРИАНТ 7.

1. С помощью круговых схем установите отношения между объемами следующих понятий:

а) студент, москвич, славянин, русский; б) слово, изменяющееся по падежам; слово, не изменяющееся по падежам; слово, которое пишется с большой буквы.

2. Преобразуйте следующее категорическое суждение с внешним отрицанием в суждение без внешнего отрицания:

Неверно, что ни в одной библиотеке нет книг, к которым обращаются очень редко.

3. Восстановите следующую энтимему до полного силлогизма:
У квадрата все стороны равны, поскольку он — ромб.

ВАРИАНТ 8.

1. Является ли правильным следующее определение? Если определение неправильно, то какая ошибка допущена?

Документ по уголовному или гражданскому делу — это письменное доказательство, которое заверено компетентным органом в установленном законом порядке и содержит необходимые реквизиты (дату выдачи, указание организации или органа, выдавшего документ, подпись должностного лица и т. д.).

2. Произведите отрицание следующего суждения:

Если человек закаляется, то он здоров.

3. Восстановите следующую энтимему в полный силлогизм:

Некоторые водные животные не являются рыбами, поскольку эти водные животные — теплокровные.

ВАРИАНТ 9.

1. Является ли правильным следующее определение? Если определение неправильно, то какая ошибка допущена?

Озеро - замкнутый в берегах большой естественный водоем с пресной водой.

2. Произведите отрицание следующего суждения:

Если стальное колесо нагреть, то его диаметр увеличится.

3. Восстановите следующую энтимему в полный силлогизм:

Иванов непосредственно участвовал в совершении убийства холодным оружием, т. к. в момент его совершения он находился на месте преступления.

ВАРИАНТ 10.

1. *Установите, соблюдены ли правила деления понятия в следующем примере, и, если нет, какие ошибки допущены:*

Государства делятся на монархические, республиканские и демократические.

2. *Определите форму и правильность непосредственного умозаключения:*

Иные из категорических суждений можно отнести к частным суждениям, значит, неверно, что не все частные суждения являются категорическими.

3. *Восстановите энтимему до полного силлогизма, попытайтесь найти в получившемся силлогизме формальные или материальные ошибки, наличие или отсутствие логического следования вывода из посылок:*

Он не преступник, так как не платит налоги, потому что неплатёжеспособен.

ВАРИАНТ 11.

1. *С помощью круговых схем установите отношения между объемами следующих понятий:*

а) самый крупный промышленный центр России; самый крупный населенный пункт России; город с населением более 1 млн. человек; б) квадрат, прямоугольник, ромб.

2. *Установите логическое отношение между высказываниями в следующей паре:*

Каждый школьник умеет строить квадрат, равновеликий данному прямоугольнику; некоторые школьники не умеют строить квадрат, равновеликий данному прямоугольнику.

3. *Проверьте, имеет ли место отношение логического следования между указанными посылками и заключением:*

Если на улице холодно и сыро, мы не пойдём в лес; мы пойдём в лес; значит, на улице не холодно или на улице не сыро.

ВАРИАНТ 12.

1. *С помощью круговых схем установите отношения между объемами следующих понятий:*

а) железная дорога, средство перевозки грузов, железнодорожное депо, шоссейная дорога; б) пистолет, финский нож, оружие, огнестрельное оружие.

2. *Преобразуйте следующее категорическое суждение с внешним отрицанием в суждение без внешнего отрицания:*

не существует солдата, который не мечтает стать генералом.

3. *Определите, правильность следующего умозаключения:*

Некоторые газы не являются жидкостями; значит, некоторые газы являются не-жидкостями.

ВАРИАНТ 13.

1. *К какому виду относится следующее понятие?*

Гармонически развитый человек.

2. *Определите, правильность следующего умозаключения:*

Некоторые металлы — жидкости; значит, некоторые жидкости — металлы.

3. *Записать нижеследующее выражение естественного языка на языке логики высказываний, определить, является ли полученная формула логическим законом.*

Если преступника поймают, то его должны осудить. Преступника должны осудить. Значит, его поймают.

ВАРИАНТ 14.

1. *К какому виду относится следующее понятие?*

Гармонически развитая личность.

2. *Записать нижеследующее выражение естественного языка на языке логики высказываний, определить, является ли полученная формула логическим законом.*

Если неверно, что этот студент не сдаст зачёт по логике, то он его сдаст, и наоборот.

3. *Определите, правильность следующего силлогизма:*

Все числа делятся на 3.

Все простые числа не делятся на 3.

Все простые числа не являются числами.

ВАРИАНТ 15.

1. Установите, соблюдены ли правила определения понятия в следующем примере, и, если нет, какие ошибки допущены:

Монархия - это форма правления, при которой верховная государственная власть полностью сосредоточена в руках единоличного главы государства.

2. Определите форму и правильность непосредственного умозаключения:

Истинно, что всякое рациональное число является вещественным. Значит ложно, что любое вещественное число не рационально.

3. Восстановите энтимему до полного силлогизма, попытайтесь найти в получившемся силлогизме формальные или материальные ошибки, наличие или отсутствие логического следования вывода из посылок:

Многие люди желают добродетели, потому что каждый человек желает счастья.

ВАРИАНТ 16.

1. Какие из следующих понятий являются совместимыми, какие - нет (попарно):

а) метр, одна тысячная часть километра; б) метр, одна тысячная часть метра; в) столица; город, не являющийся крупным промышленным центром.

2. Определите, является ли правильным следующее непосредственное умозаключение:

Все композиторы — не дирижеры; значит, неверно, что некоторые дирижеры не композиторы.

3. Восстановите следующую энтимему до полного силлогизма:

Число 18 делится на 6, так как 18 делится на 2 и на 3.

ВАРИАНТ 17.

1. Установите, соблюдены ли правила определения понятия в следующем примере, и, если нет, какие ошибки допущены:

Повторение - это мать учения.

2. Определите форму и правильность непосредственного умозаключения:

Истинно, что некоторые живородящие животные не являются млекопитающими, следовательно, истинно, что некоторые млекопитающие животные не являются живородящими.

3. *Восстановите энтимему до полного силлогизма, попытайтесь найти в получившемся силлогизме формальные или материальные ошибки, наличие или отсутствие логического следования вывода из посылок:*

Все оспариваемые положения заслуживают внимания, так как некоторые такие положения могут оказаться верными.

ВАРИАНТ 18.

1. *Какие из следующих понятий являются совместимыми, какие - нет (попарно):*

а) город, являющийся столичным, город, не являющийся столичным; б) капитан, майор; в) катет, прямоугольный треугольник.

2. *Определите, является ли правильным следующее непосредственное умозаключение:*

Все птицы не летают; значит, некоторые летающие являются не птицами.

3. *Восстановите следующую энтимему до полного силлогизма:*

Чрезмерная гордость заслуживает порицания, как и все, что ведет к самоизоляции человека.

ВАРИАНТ 19.

1. *Установите, соблюдены ли правила определения понятия в следующем примере, и, если нет, какие ошибки допущены:*

Республика - это форма правления, не являющаяся монархией.

2. *Определите форму и правильность непосредственного умозаключения:*

Иные из категорических суждений можно отнести к частным суждениям, значит, все частные суждения являются категорическими.

3. *Восстановите энтимему до полного силлогизма, попытайтесь найти в получившемся силлогизме формальные или материальные ошибки, наличие или отсутствие логического следования вывода из посылок:*

Раб - подневольный человек. Многие люди - рабы, поэтому неверно, что людей не следует держать в неволе.

ВАРИАНТ 20.

1. *Исключите только одно понятие из ряда, так чтобы оставшиеся можно было включить в один общий род, укажите этот род:*

«Собака», «слепой», «кошка», «хорошо», «корова».

2. *Установите логическое отношение между высказываниями в следующей паре:*

Ни один ученик не умеет строить квадрат, равновеликий данному прямоугольнику; некоторые ученики не умеют строить квадрат, равновеликий данному прямоугольнику.

3. *Произведите противопоставление предикату для следующего суждения:*

Некоторые европейские страны – члены НАТО.

ВАРИАНТ 21.

1. *К какому виду относится следующее понятие?*

Судья, в совершенстве знающий законодательство.

2. *Преобразуйте следующее категорическое суждение с внешним отрицанием в суждение без внешнего отрицания:*

Не каждое государство обходится без армии.

3. *Правильно ли следующее непосредственное умозаключение:*

Не все учащиеся прилежны, значит, неверно, что ни один из них не прилежен.

ВАРИАНТ 22.

1. *К какому виду относится следующее понятие?*

Имеющее недостатки судопроизводство.

2. *Правильно ли следующее непосредственное умозаключение?*

Неверно, что некоторые экзамены легко сдать, значит, неверно, что все экзамены легко сдать.

3. *Определите, правильность следующего силлогизма:*

Человек — живое существо.

Гусь — живое существо.

Человек — это гусь.

ВАРИАНТ 23.

1. *К какому виду относится следующее понятие?*

Бессмертный человек.

2. *Правильно ли следующее непосредственное умозаключение?*

Не все газы легко воспламеняются, значит, некоторые газы легко воспламеняются.

3. *Записать нижеследующее выражение естественного языка на языке логики высказываний, определить, является ли полученная формула логическим законом:*

Если мы ясно видим, что Семён пьёт и закусывает, то неверно утверждать, что когда он пьёт, то не закусывает, и наоборот.

ВАРИАНТ 24.

1. *Осуществите превращение следующего суждения:*

Все выпускники нашего факультета – агрономы.

2. *Преобразуйте следующее категорическое суждение с внешним отрицанием в суждение без внешнего отрицания:*

Не всякому студенту приходится пересдавать экзамены.

3. *Записать нижеследующее выражение естественного языка на языке логики высказываний, определить, является ли полученная формула логическим законом.*

Сказать, «я сдам зачёт и отдохну» и сказать, что неверно, что я не сдам зачёт и не отдохну, — значит сказать то же самое.

ВАРИАНТ 25.

1. *Осуществите обращение следующего суждения:*

Некоторые ветеринары не имеют высшего образования.

2. *Установите логическое отношение между высказываниями в следующей паре:*

Ни одна математическая проблема не приобрела такой популярности, как проблема «квадратуры круга»; существуют математические проблемы, которые приобрели такую же популярность, как проблема «квадратуры круга».

3. *Определите правильность следующего силлогизма:*

Все деревья имеют листья.

Все кустарники имеют листья.

Все кустарники — деревья.

ВАРИАНТ 26.

1. *Осуществите противопоставление предикату в следующем суждении:*

Все аспиранты сдают кандидатский минимум по философии.

2. *Записать нижеследующее выражение естественного языка на языке логики высказываний, определить, является ли полученная формула логическим законом:*

Студент сдаст зачёт или по логике, или по философии, если будет посещать занятия.

3. *Определите правильность следующего силлогизма:*

Все события имеют начало и конец.

Все события происходят во времени.

Все, происходящее во времени, имеет начало и конец.

ВАРИАНТ 27.

1. *Осуществите противопоставление предикату в следующем суждении:*

Ни один кит не является рыбой.

2. *Правильно ли следующее непосредственное умозаключение?*

Ни одна рыба не является человеком.

Некоторые рыбы не являются людьми.

3. *Выразите на языке логики предикатов следующее суждение:*

Некоторые студенты не знают ни одного профессора.

ВАРИАНТ 28.

1. *Исключите только одно понятие из ряда, так, чтобы оставшиеся можно было включить в один общий род, укажите этот род:*

Прилагательное, наречие, глагол, существительное, местоимение.

2. *Установите логическое отношение между высказываниями в следующей паре:*

Все математики, стремящиеся к решению проблемы «квадратуры круга», уверены в успехе; некоторые математики, стремящиеся к решению проблемы «квадратуры круга», уверены в успехе.

3. *Определите правильность следующего силлогизма:*

Все киты плавают.

Все плавающие живут на деревьях.

Некоторые из живущих на деревьях — киты.

ВАРИАНТ 29.

1. *К какому виду относится следующее понятие?*

Коммерческая организация, своевременно и полностью делающая все необходимые платежи в бюджеты.

2. *Выразите следующее суждение на языке логики предикатов:*

Каждый бухгалтер знает некоторых налоговых инспекторов лучше, чем какого-либо логика.

3. *Записать нижеследующее выражение естественного языка на языке логики высказываний, определить, является ли полученная формула логическим законом:*

«Ты увидишь меня мертвым или победителем», то есть неправильно говорить, что ты увидишь меня не мёртвым и при этом не победителем.

ВАРИАНТ 30.

1. *Можно ли рассматривать второе понятие в следующей паре как результат обобщения первого?*

Студент - человек, имеющий среднее образование.

2. *Сравните содержание и объемы следующих понятий:*

Число, которое делится на 3 и 4. Число, которое делится на 3.

3. *Определите, правильность следующего умозаключения:*

Все люди — философы; значит, некоторые философы являются людьми.

ВАРИАНТ 31.

1. *Составьте простую контрапозицию следующему условному суждению:*

Если температура воды опускается ниже 0 градусов, то она превращается в лед.

2. *Произведите противопоставление субъекту для следующего суждения:*

Некоторые тигры не являются людоедами.

3. *Записать нижеследующее выражение естественного языка на языке логики высказываний, определить, является ли полученная формула логическим законом.*

Утверждение, что многоугольники бывают либо выпуклыми, либо вогнутыми, аналогично следующему: когда многоугольник не выпуклый, то он вогнутый.

ВАРИАНТ 32.

1. *Установите, соблюдены ли правила деления понятия в следующем примере, и, если нет, какие ошибки допущены:*

Люди делятся на мужчин, женщин и детей.

2. *Определите форму и правильность непосредственного умозаключения:*

Так как некоторые естествоиспытатели придерживаются материалистических позиций, то некоторых людей, являющихся материалистами, нельзя отнести к естествоиспытателям.

3. *Восстановите энтимему до полного силлогизма, попытайтесь найти в получившемся силлогизме формальные или материальные ошибки, наличие или отсутствие логического следования вывода из посылок:*

Учить для нас - значит всегда учиться. А учиться - значит достигать такой ясности и полноты, при которых знание становится очевидным для всякого.

ВАРИАНТ 33.

1. *Установите, соблюдены ли правила определения понятия в следующем примере, и, если нет, какие ошибки допущены:*

Республики бывают рабовладельческие, феодальные, президентские и раннефеодальные.

2. *Определите форму и правильность непосредственного умозаключения:*

Иные из категорических суждений нельзя отнести к частным суждениям, значит, неверно, что не все частные суждения являются категорическими.

3. *Восстановите энтимему до полного силлогизма, попытайтесь найти в получившемся силлогизме формальные или материальные ошибки, наличие или отсутствие логического следования вывода из посылок:*

Всякая скупость, как любой порок, заслуживает порицания.

ВАРИАНТ 34.

1. *К какому виду относится следующее понятие?*

Человек, который имеет детей и внуков, но не являющийся дедом.

2. *Записать нижеследующее выражение естественного языка на языке логики высказываний, определить, является ли полученная формула логическим законом.*

Если Кошкин убил Машкина, то он — преступник. Если же Кошкин помогал убийце Машкина, то он также преступник. Но известно, что Кошкин сделал либо то, либо другое. Значит, он преступник.

3. *Определите правильность следующего силлогизма:*

Все писатели пишут романы.

Все писатели — мужчины.

Некоторые мужчины пишут романы.

ВАРИАНТ 35.

1. *К какому виду относится следующее понятие?*

Все дельфины плавают.

2. *Проверьте правильность следующего умозаключения:*

Некоторые философы – логики.

Некоторые логики не суть не философы.

3. *Записать нижеследующее выражение естественного языка на языке логики высказываний, определить, является ли полученная формула логическим законом:*

Если студент может одновременно сдать и не сдать зачёт, то я — Наполеон.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Тестовые задания

1. *Что является высшей ступенью чувственного познания?*

А: понятие

Б: представление

В: восприятие

Г: теория

2. *Основателем символической логики является:*

А: Гегель

Б: Платон

В: Рассел

Г: Аристотель

3. *В алфавит языка логики предикатов не входит следующий символ:*

А: S

Б: x

В: \exists

Г: \uparrow

4. *Суждение «Профессор Петров знает каждого студента первого курса экономического факультета»:*

А: частно-единичное

Б: единично-частное

В: единично-общее

Г: частно-общее

5. *Суждение «Каждый студент нашей группы знает какого-нибудь академика»:*

А: единично-общее

Б: обще-частное

В: единично-частное;

Г: частно-частное

6. Какое из условных суждений является также суждением эквивалентности?

А: Если пошел снег, то наступила зима

Б: Если есть вода, то есть жизнь

В: Если есть жизнь, то есть вода

Г: Если идет дождь, то крыши домов мокрые

7. Какая формула является выражением суждения «Некоторые физики знают некоторых математиков лучше, чем некоторых философов» на языке логики предикатов?

А: $\exists x \exists y \exists z (S(x) \wedge (P(y) \wedge (Q(z) \supset R(x, y, z))))$

Б: $\exists x \exists y \exists z (S(x) \wedge (P(y) \supset (Q(z) \wedge R(x, y, z))))$

В: $\exists x \forall y \exists z (S(x) \wedge (P(y) \wedge (Q(z) \wedge R(x, y, z))))$

Г: $\exists x \exists y \exists z (S(x) \wedge (P(y) \wedge (Q(z) \wedge R(x, y, z))))$

8. Какая формула является выражением суждения «Некоторые слушатели не являются спортсменами» на языке логики предикатов?

А: $\forall x (S(x) \wedge \neg P(x))$

Б: $\exists x (S(x) \wedge \neg P(x, y))$

В: $\exists x (S(x) \supset \neg P(x))$

Г: Ни одна из названных формул

9. Какая формула является выражением суждения «Некоторые доярки не знают ни одного агронома» на языке логики предикатов?

А: $\exists x \forall y (S(x) \wedge (P(y) \supset \neg R(x, y)))$

Б: $\exists x \forall y (S(x) \wedge (P(y) \wedge \neg R(x, y)))$

В: $\forall x \exists y (S(x) \wedge (P(y) \wedge \neg R(x, y)))$

Г: Ни одна из названных формул

10. Какое суждение является результатом отрицания суждения «Идет дождь, и идет снег»?

А: «Не идет дождь, и не идет снег»

Б: «Идет дождь, или идет снег»

В: «Идет дождь, или не идет снег»

Г: «Не идет дождь, или не идет снег»

11. Какое суждение является отрицанием суждения «*Каждый адвокат знает какого-нибудь следователя*»?

А: «Некоторые адвокаты не знают ни одного следователя»

Б: «Некоторые адвокаты знают всех следователей»

В: «Ни один адвокат не знает ни одного следователя»

Г: «Некоторые следователи не знают ни одного адвоката»

12. Какое суждение является отрицанием суждения «*Если Иванов является агрономом, то он знает технологию сельскохозяйственного производства*»?

А: «Иванов не является агрономом, но он знает технологию сельскохозяйственного производства»

Б: «Иванов является агрономом и не знает технологию сельскохозяйственного производства»

В: «Иванов не является агрономом и не знает технологию сельскохозяйственного производства»

Г: «Иванов является агрономом и знает технологию сельскохозяйственного производства»

13. *Какая формула выражает отрицание конъюнктивного суждения $p \wedge q$?*

А: $\neg p \wedge \neg q$

Б: $p \vee q$

В: $\neg p \vee \neg q$

Г: $p \wedge \neg q$.

14. *Какая формула выражает отрицание дизъюнктивного суждения $p \vee q$?*

А: $p \wedge \neg q$

Б: $\neg p \wedge \neg q$

В: $\neg p \vee \neg q$

Г: $p \wedge q$

15. *Какая формула выражает отрицание имплицативного суждения $p \supset q$?*

А: $p \wedge \neg q$

Б: $p \vee q$

В: $\neg p \supset q$

Г: $p \supset q$

16. *Понятие, в котором мыслятся признаки, относящиеся к каждому его элементу, называется:*

- А: безотносительным
- Б: соотносительным
- В: собирательным
- Г: несобирательным

17. *В каком примере имеется расчленение предмета на части?*

- А: Метр делится на сантиметры
- Б: Леса делятся на лиственные, хвойные и смешанные
- В: Углы делятся на прямые, острые и тупые
- Г: В вузах имеется дневная, вечерняя и заочная формы обучения

18. *Рассуждение «3 и 4 – это два разных числа, 3 и 4 – это 7, следовательно, 7 – это два разных числа» является:*

- А: парадоксом
- Б: софизмом
- В: паралогизмом
- Г: поспешным обобщением.

19. *В каком случае неправильно обобщено понятие?*

- А: Город – населенный пункт
- Б: Паспорт – документ
- В: Учащийся – студент
- Г: Береза – дерево

20. *В каком случае неправильно ограничено понятие?*

- А: Адмирал – русский адмирал – адмирал Ушаков
- Б: Самолет – пассажирский самолет – самолет Ту -154
- В: Личность – выдающаяся личность - Эйнштейн.
- Г: Университет – факультет – деканат.

21. *Основы логической семантики заложил:*

- А: Аристотель
- Б: Рассел
- В: Бэкон

Г: Фреге

22. $\neg A \supset B, \neg B \vdash$:

А: $\neg A$

Б: А

В: $\neg B \supset \neg A$

Г: $B \supset A$

23. $A \supset B, B, A \supset C, A \vdash$:

А: В

Б: С

В: $B \supset C$

Г: $\neg B$.

24. *Применив простую контрапозицию к суждению «Если Иванов – агроном (р), то он знает основы земледелия (q)», выявите соответствующее суждение:*

А: $\neg p \supset q$

Б: $\neg q \supset p$

В: $p \supset \neg q$

Г: $\neg q \supset \neg p$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Глоссарий

Абстрагирование — мысленное выделение одних признаков предмета и отвлечение от других.

Абстрактное мышление — процесс рационального отражения объективного мира в понятиях, суждениях, умозаклчениях, гипотезах, теориях, позволяющий проникать в сущность, в закономерные связи действительности, творчески преобразовывать ее сначала в теории, а затем и на практике.

Абстрактное понятие — понятие, в котором мыслится не предмет, а какой-либо из признаков (свойство, отношение) предмета, взятый отдельно от самого предмета.

Абсурд – бессмыслица, нелепость.

Авторитет в широком смысле — общепризнанное неформальное влияние какого-либо лица или организации в различных сферах жизни общества, основанное на знаниях, нравственных достоинствах, опыте; в узком смысле — одна из форм осуществления власти.

Агностицизм – философское учение, отрицающее возможность познания мира человеком.

Аксиома – истинное суждение, принимаемое без доказательств в качестве исходного положения.

Алетическая модальность – характеристика высказывания, включающего такие модальные операторы, как «необходимо», «возможно», «невозможно» и т.д.

Алогизм — ход мысли, нарушающий определенные законы и правила логики и потому всегда содержащий в себе логическую ошибку.

Амбивалентность – двойственность, которая обнаруживается в противоречащих действиях или поступках.

Анализ — мысленное расчленение предметов на их составные части, мысленное выделение в них признаков.

Аналогия — умозаключение, в котором мысль развивается от частного знания к частному, а заключение, вытекающее из посылок, носит вероятностный характер.

Аналогия отношений — умозаключение, в котором объектом уподобления выступают отношения между двумя парами предметов, а переносимым признаком — свойства этих отношений.

Аналогия свойств — умозаключение, в котором объектом уподобления выступают два единичных предмета, а переносимым признаком — свойства этих предметов.

Антецедент – основание в структуре условного суждения.

Аргумент – мысль, истинность которой проверена и доказана практикой, и которая поэтому может быть приведена в обоснование истинности или ложности другого положения.

Аргументатор — человек, который обращается к респонденту и убеждает его занять некоторую позицию, принять предлагаемое решение или совершить некоторое действие.

Аргументация — выдвижение совокупности логических доводов, выбор и применение формально-логических и содержательных способов, средств, методов-подходов и методов-приемов, процедур мышления с целью отстаивания истинности или справедливости выдвигаемых положений взаимодействующими субъектами.

Атрибут – неотъемлемое, существенное, необходимое свойство, признак предмета или явления.

Безотносительное понятие — понятие, в котором: мыслится предмет, существующий самостоятельно, вне зависимости от другого предмета.

Бессмысленное — это языковое выражение, не отвечающее требованиям синтаксиса или семантики языка.

Большая посылка – суждение, в которое входит больший термин силлогизма.

Большой термин – термин, который обозначает предикат большей посылки.

Вера — глубокая убежденность в чем-либо, не требующая доказательств.

Вероятность – степень возможности появления какого-либо события в тех или иных обстоятельствах.

Версия — одно из нескольких возможных, отличное от других объяснение или толкование какого-либо факта, явления, события.

Вопрос — логическая форма, включающая исходную информацию с одновременным указанием на ее недостаточность с целью получения новой информации в виде ответа.

Восприятие — целостный образ предмета, непосредственно воздействующего на органы чувств.

Выполнимая формула – формула, принимающая значение «истина» только для некоторых наборов значений входящих в нее переменных.

Высказывание – предложение, выражающее суждение.

Генетическое определение понятия – определение, в котором указывается на происхождение предмета, понятие которого определяется.

Гипотеза — предположительное суждение о закономерной связи явлений; вероятностное предположение о причине каких-то явлений, достоверность которого при современном состоянии производства и науки не может быть проверена и доказана, но которое объясняет данные явления, без него необъяснимые; прием познавательной деятельности.

Гипотетико-дедуктивный метод (ГДМ) – метод вывода следствий из гипотез логическим путем с последующей эмпирической проверкой.

Дедукция – познавательная операция, при которой новая мысль выводится чисто логическим путем из предшествующих мыслей.

Дедуктивное умозаключение — это такая форма абстрактного мышления, в которой мысль развивается от знания большей степени общности к знанию меньшей степени общности, а

заклучение, вытекающее из посылок, с логической необходимостью носит достоверный характер.

Деление понятия — логическая операция, раскрывающая объем понятия.

Деонтическая модальность – характеристика высказываний, включающих такие модальные операторы, как «обязательно», «разрешено», «запрещено» и т.д.

Диалектика – наука о наиболее общих законах развития природы, общества и мышления, философская теория и метод познания и преобразования действительности.

Дизъюнкция – логическая операция соединения двух или более суждений с помощью логического союза «или».

Дилемма — условно-разделительное умозаключение с двумя альтернативами.

Дихотомическое деление – деление объема понятия на два противоречащих друг другу видовые понятия.

Доказательство — логическое рассуждение, в процессе которого обосновывается истинность или ложность какой-либо мысли с помощью других положений, проверенных наукой и конкретной практикой.

Единичное понятие — понятие, в котором мыслится один предмет.

Единичное суждение — суждение, включающее утверждение или отрицание об одном предмете.

Закон мышления — это внутренняя, существенная, устойчивая, необходимая, повторяющаяся связь между элементами мысли и самими мыслями.

Здравый смысл — чувство правильности и общего блага, которое живет во всех людях, но в еще большей степени это чувство, получаемое благодаря общности жизни, ее укладу и целям.

Идея - сущностная характеристика предмета или явления.

Иллюстрация — факт или частный случай, призванный укрепить убежденность оппонента (аудитории) в правильности об-

щего положения, которое разъясняется и истолковывается пропонентом.

Импликация – логическая операция, связывающая два высказывания в сложное высказывание с помощью логического союза «если..., то...».

Индуктивное умозаключение — это такая форма абстрактного мышления, в которой мысль развивается от знания меньшей степени общности к знанию большей степени общности, а заключение, вытекающее из посылок, носит преимущественно вероятностный характер.

Индукция – метод познания, суть которого состоит в переходе от единичных высказываний к универсальным высказываниям.

Интуиция — прямое усмотрение истины, постижение ее без всякого рассуждения и доказательства.

Исключенного третьего закон - закон формальной логики, согласно которому два противоречащих высказывания не могут быть одновременно ложными – одно из них необходимо истинно.

Истолкование — это предшествующий пониманию и делающий его возможным процесс поиска стандарта оценки и обоснование его приложимости к рассматриваемому случаю.

Истина — знание, которое адекватно отражает в сознании человека явления и процессы объективного мира.

Истинность мышления — это его коренное свойство, проявляющееся в способности воспроизводить действительность такой, какова она есть, соответствовать ей по своему содержанию.

Исчисление высказываний – раздел дедуктивной логики, изучающий логические операции с простыми высказываниями, которые объединяются в сложные высказывания с помощью логических связок.

Кванторы - логические операторы, которые описывают соотношения внутренней структуры высказываний.

Конкретное понятие — понятие, в котором мыслится предмет или совокупность предметов как нечто самостоятельно существующее.

Консеквент – следствие условного суждения.

Контекстуальная (алогическая) аргументация — аргументация, которая включает ссылки на конкретный текст и подразумеваемый подтекст, сравнение их смыслов с использованием интуиции, веры, авторитета и применяется прежде всего в аудитории «единомышленников» («единоверцев»).

Контекстуальное определение – определение, которое строится на основании знания связи определяемого с контекстом, в котором он употребляется.

Контрадикторное отношение - отношение между противоречивыми суждениями (понятиями), которые вместе не могут быть ни истинными, ни ложными; если данное суждение истинно, то противоречащее ему суждение непременно ложно.

Контрарное отношение – отношение между противоположными суждениями (понятиями), которые вместе не могут быть истинными (если одно истинно, то другое ложно), но оба вместе могут быть ложными.

Концепция — теоретическое учение, в котором использованы факты эмпирического исследования, другие учения, обладающие истинностью, систематически изложены основные элементы содержания.

Косвенное эмпирическое опровержение — это опровержение путем логических следствий, выведенных из обосновываемого положения.

Косвенное эмпирическое подтверждение — подтверждение опытным путем логических следствий, выведенных из обосновываемого положения.

Культура абстрактно-логического мышления — мера развития дознания человека как субъекта творческо-преобразующей деятельности, рассматриваемая со стороны его мыслительных возможностей и выражающаяся в способности диалектически верно и логически правильно отражать действительность специфическими средствами мышления.

Логическая аргументация — использование форм и законов мышления, их признаков и правил для обоснования истинности

выдвигаемого тезиса или опровержения противоположного тезиса.

Логическая культура личности — духовно-практическое образование, характеризующее меру социального развития индивида с точки зрения освоения им логического знания, норм и принципов логики, а также умений и устойчивых навыков их использования для решения актуальных познавательных и практических задач.

Логическая форма (или форма абстрактного мышления) — способ связи элементов мысли, ее строение, благодаря которому содержание существует и отражает действительность.

Модальность — это явно или неявно выраженная в суждении дополнительная информация о логическом или фактическом статусе суждения, о регулятивных, оценочных, временных и других его характеристиках.

Модусы силлогизма — разновидности силлогизма, отличающиеся друг от друга качественной и количественной характеристикой входящих в него посылок и заключения.

Мышление — это высшая форма отражения объективной реальности, состоящая в целенаправленном и обобщенном познании субъектом существенных связей и отношений предметов и явлений, творческом созидании новых идей, в прогнозировании событий действий.

Неполная индукция — умозаключение, в котором на основе повторяемости признака у некоторых явлений определенного класса делается вывод о принадлежности этого признака всему классу явлений.

Непротиворечивость — свойство правильного мышления; избегать в структуре мысли противоречий, которых нет в отражаемой действительности.

Несобирательное понятие — понятие, содержание которого можно отнести к каждому предмету данного класса, который охватывается понятием.

Несовместимые понятия — понятия, объемы которых не совпадают ни в одном элементе.

Несовместимые суждения — суждения, которые одновременно не могут быть истинными.

Несущественные признаки — признаки, которые могут принадлежать, но могут и не принадлежать предмету и которые не выражают его сущности.

Номинальное определение – это объяснение значения слова, имени или термина, обозначающего данное понятие.

Нулевое понятие — понятие, объем которого представляет собой класс реально не существующих предметов и существование которых, в принципе невозможно.

Обобщение — мысленное объединение отдельных предметов в некотором понятии.

Обобщение понятия — логическая операция перехода от видового понятия к родовому, путем исключения из содержания данного видового понятия, его видообразующего признака.

Обоснованность — свойство правильного мышления отражать объективные причинно-следственные, связи и отношения предметов и явлений окружающего мира.

Образец — это оценочное утверждение, говорящее о некотором факте.

Обращение — непосредственное дедуктивное умозаключение, в котором происходит перемена мест субъекта и предиката при сохранении качества суждения.

Общее понятие — понятие, в котором мыслится множество предметов.

Общее суждение — суждение, в котором что-либо утверждается или отрицается о каждом предмете данного класса.

Объем понятия — совокупность предметов, которая мыслится в данном понятии.

Ограничение понятия — логическая операция перехода от родового понятия к видовому, путем прибавления к содержанию родового понятия, видообразующего признака.

Омонимы — слова, совпадающие по звучанию, но относящиеся к различным понятиям.

Определение понятия — логическая операция, которая раскрывает содержание понятия либо устанавливает значение термина.

Определенность — свойство правильного мышления воспроизводить в структуре мысли качественную определенность самих предметов и явлений, их относительную устойчивость.

Относительные понятия — понятия, в которых мыслятся предметы, существование одного из которых предполагает существование другого.

Отрицательное понятие — понятие, в содержании которого указывается на отсутствие у предмета определенных свойств.

Ощущение — отражение отдельных чувственно воспринимаемых свойств предметов материального мира.

Паронимы — близкие по звучанию однокоренные слова, имеющие разное значение или совпадающие в нем лишь частично.

Пересекающиеся понятия — совместимые понятия, объемы которых частично совпадают.

Подчиненные понятия — совместимые понятия, объем одного из которых полностью входит в объем другого, составляя его часть.

Полисиллогизм — сложный категорический силлогизм, который состоит из двух и более простых силлогизмов, определенным образом связанных между собой, так что заключение каждого последующего силлогизма становится посылкой другого силлогизма.

Полная индукция — умозаключение, в котором общее заключение делается на основе изучения всех предметов или явлений данного класса.

Положительное понятие — понятие, содержание которого составляет свойства, присущие предмету.

Понимание — это оценка на основе некоторого образца, стандарта или правила.

Понятие — логическая мысль о предмете, отражение предмета в его одном или нескольких существенных признаках.

Последовательность — свойство правильного мышления воспроизводить структурой мысли те структурные связи и отношения, которые присущи самой действительности, способность следовать «логике вещей и событий».

Правильность мышления — это способность мышления воспроизводить в структуре мысли объективное строение действительности, соответствовать действительным отношениям предметов, и явлений-

Превращение — непосредственное дедуктивное умозаключение, в котором изменяется качество посылки без изменения ее количества.

Предикат суждения – сказуемое суждения; то, что высказывается (т.е. утверждается или отрицается) в суждении о субъекте. Предикат отображает наличие или отсутствие того или иного признака у предмета.

Предикатор – слово или словосочетание, обозначающее свойство или отношение, которые утверждаются или отрицаются относительно объекта, отображенного в субъекте суждения.

Представление — это сохранившийся в памяти чувственный образ предмета, который воспринимался раньше.

Признак предмета — это то, в чем предметы сходны друг с другом или чем они друг от друга отличаются

Пример — это описательное утверждение о некотором факте или частном случае, используемое в роли отправного пункта для последующего индуктивного обобщения, в роли ступени на пути обобщения, а также для подкрепления сделанного обобщения.

Проблема — вопрос или целостный комплекс вопросов, возникший в ходе познания, преодолеть которые можно только с помощью эмпирического или теоретического исследования.

Проблемная ситуация — всякая ситуация, теоретическая или практическая, в которой нет соответствующего обстоятельствам решения и которая заставляет поэтому остановиться и задуматься.

Простое суждение – это суждение, в котором нельзя выделить части, являющиеся суждениями.

Простой категорический силлогизм — дедуктивное умозаключение, в котором из двух истинных категорических суждений, связанных общим термином, получается третье суждение — вывод.

Противоположные понятия — два понятия, которые являются видами одного и того же рода, и при этом одно из них содержит какие-то признаки, а другое эти признаки не только отрицает, но и заменяет иными, противоположными признаками.

Противоположные суждения — суждения, которые не могут быть одновременно истинными, но могут быть одновременно ложными.

Противоречащие понятия — два понятия, которые являются видами одного и того же рода, и при этом одно понятие указывает на некоторые признаки, а другое эти признаки отрицает, исключает, не заменяя их никакими другими признаками.

Противоречащие суждения — суждения, которые одновременно не могут быть ни истинными, ни ложными.

Прямое эмпирическое опровержение — непосредственное невосприятие тех явлений, о которых говорится в проверяемом утверждении.

Прямое эмпирическое подтверждение — непосредственное восприятие тех явлений, о которых говорится в проверяемом утверждении.

Разделительно-условное умозаключение – это умозаключение, в котором одна из посылок – разделительное суждение, а другие посылки – условные суждения.

Разделительные суждения — сложные суждения, которые включают в качестве составных частей другие суждения, объединяемые логическим союзом «или».

Распределенность терминов в суждении – это отношение между объемами терминов (субъекта и предиката) в суждении. Субъект и предикат в суждении распределены, если они взяты в полном объеме, и не распределены, если взяты в части объема.

Реальное определение – определение понятия, отображающее существенные признаки предмета, явления, что позволяет

отличить определяемый предмет от прочих предметов путем указания на его отличительные признаки.

Респондент — человек или группа людей, которым аргументатор адресует свое обращение.

Родовое понятие – это понятие, которое выражает существенные признаки класса предметов, являющегося родом каких-либо видов.

Силлогизм – это умозаключение, в котором из двух категорических суждений выводится третье суждение, называемое выводом.

Синонимы — слова, тождественные или очень близкие по своему значению.

Синтез — мысленное соединение в единое целое частей предмета или его признаков, полученных в процессе анализа.

Сложное суждение – это суждение, включающее в качестве составных частей другие суждения.

Собирательное понятие — понятие, в котором группа однородных предметов мыслится как единое целое.

Совместимые понятия — понятия, объемы которых совпадают полностью или частично.

Совместимые суждения — суждения, которые одновременно могут быть истинными.

Содержание понятия — совокупность существенных признаков предмета или класса однородных предметов, отраженных в этом понятии.

Соединительные суждения — сложные суждения, которые включают в качестве составных частей другие суждения, объединяемые логическим союзом «и».

Соподчиненные понятия — непересекающиеся понятия, принадлежащие общему родовому понятию.

Сорит — сокращенный полисиллогизм, в котором пропущены заключение предшествующих силлогизмов и одна из посылок последующего силлогизма.

Софизм – логическая уловка, умышленно ошибочное рассуждение, которое выдается за истинное.

Сравнение — мысленное установление сходства или различия предметов по существенным или несущественным признакам.

Суждение — форма мышления, в которой утверждается или отрицается связь между предметом и его признаком или отношение между предметами.

Существенные признаки — признаки, которые необходимо принадлежат предмету, выражают его внутреннюю природу, его сущность.

Тавтология – выражение, повторяющее в иной словесной форме ранее сказанное. В символической логике под тавтологией подразумевают тождественно-истинную формулу, принимающую значение «истина» при всех значениях истинности входящих в нее переменных.

Тезис – положение, или утверждение, истинность которого требуется доказать.

Теория в широком смысле – комплекс взглядов, представлений, идей, направленных на истолкование и объяснение какого-либо явления; в узком смысле — высшая, самая развитая форма организации научного знания, дающая целостное представление о закономерностях и существенных связях определенной области, действительности — объекта данной теории.

Теоретическая аргументация — концептуальное обоснование гипотезы и других положений с использованием понятийного аппарата и научно-эмпирических данных в форме рассуждений, опирающееся на другие, ранее выработанные и логически обоснованные теоретические рассуждения.

Теоретическое объяснение — рассуждение, посылки которого содержат информацию, достаточную для выведения из нее рассматриваемого факта или события.

Тождественно-ложная или противоречивая формула – формула, принимающая значение «ложь» при всех значениях входящих в нее переменных.

Тождественные (равнозначные) понятия — совместимые понятия, объемы которых полностью совпадают.

Традиция — элементы социального и культурного наследия, передающиеся от поколения к поколению и сохраняющиеся в определенных обществах и социальных группах в течение длительного времени.

Традиционная или формальная логика – логика, основанная Аристотелем.

Транзитивность – свойство отношений, состоящее в том, что если первый член отношения сравним со вторым, а второй с третьим, то первый сравним с третьим.

Трилемма – суждение, в котором предмету приписываются три исключаящих друг друга признака.

Умозаключение - форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, связанных между собой, с логической необходимостью выводится новое суждение.

Условный силлогизм – силлогизм, в котором, по крайней мере, одна из посылок является условным суждением.

Условные суждения — сложные суждения, образованные из двух простых суждений посредством логического союза «если..., то»

Учение — систематизированное исследовательское и завершённое знание, истинность которого невозможно проверить эмпирически или она вовсе не рассматривается существенным признаком.

Факт — это явление или событие, имевшее место в действительности.

Фигуры силлогизма — разновидности форм силлогизма, различаемые по положению среднего термина в посылках.

Форма – внутренняя структура, строение, связь и способ взаимодействия частей и элементов предмета или явления.

Формализация — отображение содержательного знания в знаково-символическом виде.

Формализованный язык – искусственный язык формальных логических исчислений.

Формальная логика — наука об общезначимых формах и средствах мысли, необходимых для рационального познания в любой области действительности.

Формально-логический закон — закон структурно-смысловой связи элементов мысли между собой, придающий ей определенную форму, посредством которой выражается содержание мысли.

Частная гипотеза – вид гипотезы, когда предположение высказывается относительно отдельного, частного факта или явления.

Частное суждение — суждение, в котором что-либо утверждается или отрицается о части предметов некоторого класса.

Частноотрицательное суждение – это суждение, которое по количеству является частным, а по качеству отрицательным.

Частноутвердительное суждение – это суждение, которое по количеству является частным, а по качеству утвердительным.

Члены деления – это видовые понятия, которые образуются в результате деления объема родового понятия.

Эвристика — совокупность приемов и методов, облегчающих и упрощающих решение познавательных, конструктивных, практических задач.

Эйлеровы круги – принятый в логике способ моделирования, наглядного изображения отношений между объемами понятий с помощью кругов, предложенных немецким математиком Л. Эйлером (1707-1783).

Эквивалентные суждения — суждения, выражающие одну и ту же мысль в различной форме.

Эмпиризм – философское учение, признающее чувственный опыт единственным достоверным источником познания действительности.

Эмпирическая аргументация — вид аргументации, в которой предпочтение отдается чувственно воспринимаемым аргументам, опытным методам и способам обоснования.

Энтимема - это сокращенный силлогизм, в котором пропущена посылка или заключение.

Эпийхейрема — сокращенный силлогизм, в котором обе посылки представляют собой энтимемы.

Эписиллогизм – это силлогизм, в котором посылкой оказывается заключение предшествующего силлогизма.

Эстетический вкус — способность человека к восприятию и оценке эстетических свойств явлений и предметов, к различению прекрасного и безобразного.

Язык — знаковая система, используемая для целей коммуникации и познания.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Примерные темы рефератов

1. Возникновение логических знаний в древней Греции.
2. Основные логические идеи в творчестве Аристотеля.
3. Диалектическая логика и ее роль в научном познании.
4. Логика как наука: предмет и значение.
5. Понятие как форма мышления. Виды понятий.
6. Суждение как форма мышления. Виды суждений.
7. Выражение суждений на языке логики предикатов.
8. Умозаключение как форма мышления. Дедуктивные умозаключения.
9. Индуктивные умозаключения.
10. Логические законы и их связь с практикой мышления.
11. Логические основы аргументации: сущность, структура, виды.
12. Логические ошибки мышления: софизмы и паралогизмы.
13. Основные принципы формальной логики.
14. Полемика как искусство убеждения.
15. Логические парадоксы и их значение в познавательной деятельности.
16. Проблема нравственности в процессе логического доказательства.
17. Моральный кодекс полемиста.
18. Логико-психологические основы спора.
19. Приемы и уловки в споре.
20. Проблема взаимодействия логики и интуиции в процессе мышления.
21. Роль логических знаний в сельскохозяйственной практике.
22. Логика научного познания: сущность, основные формы и методы.
23. Проблема как форма развития знания.
24. Гипотеза как форма развития знания.
25. Теория как форма развития знания. Принципы построения научных теорий.

26. Логические ловушки языка.
27. Формализованный язык логики и его основные обозначения.
28. Определение как прием мышления.
29. Логическая характеристика вопросов и ответов.
30. Символическая логика.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Сориты Льюиса Кэрролла

1. Ни один мой сын не мошенник.
2. К честному человеку люди всегда относятся с уважением.
3. Ни к одному из моих сыновей никто никогда не относится без уважения.

1. Все кошки знают французский язык.
2. Некоторые цыплята — кошки.
3. Некоторые цыплята знают французский язык.

1. Я восхищен этими картинами.
2. Когда я что-нибудь меня восхищает, мне хочется разглядеть это «что-нибудь» особенно внимательно.
3. Все эти картины я хочу разглядеть особенно внимательно

1. Лишь тот, кто храбр, достоин славы.
2. Некоторые хвастуны — трусы.
3. Некоторые хвастуны недостойны славы.

1. Все солдаты умеют маршировать.
2. Некоторые маленькие дети — не солдаты.
3. Некоторые маленькие дети не умеют маршировать.

1. Все эгоистичные люди неприятны окружающим.
2. Все обязательные люди приятны окружающим.
3. Все обязательные люди неэгоистичны.

1. Никому из тех, кто хочет ехать поездом, кто не может достать экипаж и кто не имеет времени, чтобы спокойно дойти до станции, не миновать пробежки.

2. Эти туристы намереваются ехать поездом, но не могут достать экипаж, зато у них достаточно времени, чтобы спокойно дойти до станции.

3. Этим туристам не придется бежать.

1. Ни одна интересная поэма не останется не признанной людьми с тонким вкусом.

2. Ни одна современная поэма не свободна от аффектации.

3. Все ваши поэмы написаны о мыльных пузырях.

4. Ни одна аффектированная поэма не находит признания у людей с тонким вкусом.

5. Ни одна древняя поэма не написана о мыльных пузырях.

1. Все плоды на этой выставке, которые не будут удостоены награды, являются собственностью организационного комитета.

2. Ни один из представленных мной персиков не удостоен награды.

3. Ни один из плодов, распроданных после закрытия выставки, не был незрелым.

4. Ни один из спелых плодов не был выращен в теплице.

5. Все плоды, принадлежавшие организационному комитету выставки, были распроданы после ее закрытия.

1. Те, кто нарушает свои обещания, не заслуживают доверия.

2. Любители выпить очень общительны.

3. Человек, выполняющий свои обещания, честен.

4. Ни один трезвенник не ростовщик.

5. Тому, кто очень общителен, всегда можно верить.

1. Котенок, который любит рыбу, поддается дрессировке.

2. Котенок без хвоста не станет играть с гориллой.

3. Котята с усами всегда любят рыбу.

4. У котенка, поддающегося дрессировке, не бывает зеленых глаз.

5. Если у котенка нет хвоста, то у него нет и усов.

1. Все выпускники Итона в этом колледже играют в крикет.

2. Никто, кроме преподавателей, не обедает за верхним столом.

3. Ни один из тех, кто играет в крикет, не умеет грести.

4. Все мои друзья в этом колледже — выпускники Итона.

5. Все преподаватели — прекрасные гребцы.

1. Ни один из имеющихся здесь моих ящиков я не рискну открыть.

2. Мой письменный стол сделан из палисандрового дерева.

3. Все мои ящики, за исключением тех, которые находятся здесь, покрыты лаком.

4. Нет ни одного моего ящика, который я бы не рискнул открыть, если только он не полон живых скорпионов.

5. Все мои ящики из палисандрового дерева покрыты лаком.

1. Все авторы литературных произведений, постигшие природу человека, умные люди.

2. Ни одного автора нельзя считать истинным поэтом, если он не способен волновать сердца людей.

3. Шекспир написал «Гамлета».

4. Ни один автор, не постигший природу человека, не способен волновать сердца людей.

5. Только истинный поэт мог написать «Гамлета».

1. Я с отвращением отношусь ко всему, что не может служить мостом.

2. Все, что можно воспеть в стихах, для меня приятный подарок.

3. Радуга не выдержит веса тачки.

4. Все, что может служить мостом, выдержит вес тачки.

5. Я бы не принял в качестве подарка то, что вызывает у меня отвращение.

1. Если я решаю логическую задачу без ворчанья, то можно быть уверенным, что она мне понятна.

2. Посылки в этих соритах расположены не в том порядке, как в привычных мне задачах.

3. Ни одна легкая задача не вызывает у меня головной боли.

4. Я не могу понять задач, в которых посылки расположены не в том порядке, к которому я привык.

5. Я никогда не ворчу на задачу, если от нее у меня не болит голова.

1. Любая моя мысль, которую нельзя выразить в виде силлогизма, поистине смешна.

2. Моя мечта о сдобных булочках не стоит того, чтобы ее записывать на бумаге.

3. Ни одну мою несбыточную мечту нельзя выразить в виде силлогизма.

4. Мне не приходило в голову ни одной действительно смешной мысли, о которой бы я не сообщил своему поверенному.

5. Я только и мечтаю, что о сдобных булочках.

6. Я никогда не высказывал своему поверенному ни одной мысли, если она не стоила того, чтобы ее записать на бумаге.

1. Ни одна из представленных здесь картин, кроме батальных, не представляет ценности.

2. Ни одна из картин, вывешенных без рам, не покрыта лаком.

3. Все батальные картины написаны маслом.

4. Все распроданные картины представляют ценность.

5. Все картины английских мастеров покрыты лаком.

6. Все картины, которые были вывешены в рамах, проданы.

1. Животные, которые не брыкаются, всегда невозмутимы.

2. У осла нет рогов.

3. Буйвол всегда может перебросить вас через ограду.

4. Животных, которые не брыкаются, нелегко проглотить.

5. Животное, у которого нет рогов, не может перебросить вас через ограду.

6. Все животные, кроме буйвола, легко приходят в ярость.

1. Никто не забудет причесаться, если он отправляется на бал.

2. Нельзя сказать, что человек выглядит превосходно, если он неопрятен.

3. Курильщики опиума утрачивают контроль над собой.

4. Причесанный человек выглядит превосходно.

5. Никто не наденет белых лайковых перчаток, если он не отправляется на бал.

6. Человек всегда неопрятен, если он утратил контроль над собой.

1. Ни один муж, дарящий жене новые платья, не может быть несговорчивым.

2. Аккуратный муж всегда возвращается домой к чаю.

3. Жене нелегко содержать в порядке одежду мужа, если он имеет обыкновение вешать свою шляпу на газовый рожок.

4. Хороший муж всегда дарит своей жене новые платья.

5. Ни один муж не может не быть несговорчивым, если жена не следит за его одеждой.

6. Неаккуратный муж всегда вешает свою шляпу на газовый рожок.

1. Все, что не слишком безобразно, можно держать в гостиной.

2. То, что покрыто налетом соли, никогда не бывает абсолютно сухим.

3. То, что покрыто влагой, не следует держать в гостиной.

4. Купальные кабинки у моря всегда покрыты налетом соли.

5. Ничто сделанное из перламутра не может быть слишком безобразным.

6. Все, что стоит у самого моря, покрывается налетом соли.

1. Я не называю день «несчастливым», если Робинсон вежлив со мной.

2. Среды всегда бывают пасмурными днями.

3. Если люди берут с собой зонты, день никогда не бывает солнечным.

4. Единственный день недели, когда Робинсон невежлив со мной, — среда.

5. Всякий возьмет с собой зонт, если идет дождь.

6. Мои «счастливые» дни неизменно оказываются солнечными.

1. Ни одна акула не сомневается, что она прекрасно вооружена.

2. К рыбе, не умеющей танцевать менуэт, относятся без почтения.

3. Ни одна рыба не будет вполне уверена в том, что она прекрасно вооружена, если у нее нет трех рядов зубов.

4. Все рыбы, кроме акул, очень добры к детям.

5. Ни одна крупная рыба не умеет танцевать менуэт.

6. К рыбе, имеющей три ряда зубов, следует относиться с почтением.

1. Все человечество, за исключением моих лакеев, обладает известной долей здравого смысла.

2. Лишь дети могут питаться одними сладостями.

3. Лишь тот, кто играет в «классы», знает, что такое настоящее счастье.

4. Ни у одного ребенка нет ни капли здравого смысла.

5. Ни один машинист не играет в «классы».

6. Ни об одном моем лакее нельзя сказать, что он не знает, в чем заключается настоящее счастье.

1. Я люблю всех животных, которые принадлежат мне.

2. Собаки грызут кости.

3. Ни одно животное я не пускаю к себе в кабинет, если оно не «служит», когда его об этом попросят.

4. Все животные во дворе принадлежат мне.

5. Всем животным, которых я люблю, разрешается входить ко мне в кабинет.

6. Единственные животные, которые «служат», если их попросить, — собаки.

1. Животные всегда испытывают смертельную обиду, если я не обращаю на них внимания.

2. Те животные, которые принадлежат мне, находятся на той площадке.

3. Ни одно животное не сможет отгадать загадку, если оно не получило соответствующего образования в школе-интернате.

4. Ни одно животное на той площадке не барсук.

5. Если животное испытывает смертельную обиду, оно носится с бешеной скоростью и воет.

6. Я никогда не обращаю внимания на животных, которые не принадлежат мне.

7. Ни одно животное, получившее соответствующее образование в школе-интернате, не станет носиться с бешеной скоростью и выть.

1. Все письма в этой комнате, на которых проставлена дата отправления, написаны на голубой бумаге.

2. Ни одно из писем, кроме тех, которые составлены в третьем лице, не написаны черными чернилами.

3. Я не регистрирую тех писем, которые не могу прочитать.

4. Ни в одном из писем, написанных на одной страничке, не пропущена дата.

5. Все перечеркнутые письма написаны, черными чернилами.

6. Все письма, написанные Брауном, начинаются со слов «Уважаемый сэр!»

7. Все письма, написанные на голубой бумаге, зарегистрированы мной.

8. Ни одно из писем, написанных более чем на одной странице, не перечеркнуто.

9. Ни одно из писем, начинающихся со слов «Уважаемый сэр!», не написано в третьем лице.

1. Единственные животные в этом доме — кошки.

2. Любое животное можно приручить, если оно любит глядеть на луну.

3. Если животное вызывает у меня отвращение, я стараюсь держаться от него подальше.

4. Ни одно животное не плотоядно, если оно не бродит по ночам.

5. Ни одна кошка не упустит случая поймать мышь.

6. Я не пускаю к себе в кабинет животных, кроме тех, которые находятся в этом доме.

7. Кенгуру не поддаются приручению.

8. Лишь плотоядные животные ловят мышей.

9. Животные, которых я не пускаю к себе в кабинет, вызывают у меня отвращение.

10. Животные, которые бродят по ночам, любят смотреть на луну.

1. Малые дети неразумны.

2. Тот, кто может укрощать крокодилов, заслуживает уважения.

3. Неразумные люди не заслуживают уважения.

1. Мои кастрюли — единственные из принадлежащих мне вещей, которые сделаны из олова.

2. Все ваши подарки чрезвычайно полезны.

3. Ни от одной из моих кастрюль нет никакой пользы.

1. Ни одна из молодых картофелин не была поджарена.

2. Все картофелины на этой тарелке съедобны.

3. Ни одна жареная картофелина не съедобна.

1. Ни одна утка не танцует вальс.

2. Ни один офицер не откажется протанцевать вальс.

3. У меня нет другой птицы, кроме уток.

1. Всякий, кто находится в здравом уме, может заниматься логикой.

2. Ни один лунатик не может быть присяжным заседателем.

3. Ни один из ваших сыновей не может заниматься логикой.

1. В этой коробке нет моих карандашей.

2. Ни один из моих леденцов — не сигара.

3. Вся моя собственность, не находящаяся в этой коробке, состоит из сигар.

1. Ни одного опытного человека нельзя считать некомпетентным.

2. Дженкинс всегда допускает грубые ошибки в работе.

3. Ни один компетентный человек не допустит грубых ошибок в работе.

1. Ни один терьер не блуждает среди знаков Зодиака.

2. То, что не блуждает среди знаков Зодиака, не может быть кометой.

3. Только у терьера хвост колечком.

1. Никто не станет выписывать газету «Таймс», если он не получил хорошего образования.

2. Ни один дикобраз не умеет читать.

3. Те, кто не умеет читать, не получили хорошего образования.

1. Все пудинги вкусны.

2. Это блюдо — пудинг.

3. Ни одно вкусное блюдо не полезно.

1. Когда мой садовник рассуждает на военные темы, его стоит послушать.

2. Никто не может помнить битву при Ватерлоо, если он не очень стар.

3. Того, кто не помнит битву при Ватерлоо, не стоит слушать, когда он рассуждает на военные темы.

1. Все колибри имеют яркое оперение.

2. Ни одна крупная птица не питается нектаром.

3. Птицы, которые не питаются нектаром, имеют неярко оперение.

1. Все утки в этой деревне, имеющие метку «Б», принадлежат миссис Бонди.

2. Утки в этой деревне не носят кружевных воротничков, если не принадлежат миссис Бонди.

3. У миссис Бонди в этой деревне нет серых уток.

1. Вся старая посуда на этой полке имеет трещины.

2. Ни один горшок на этой полке не новый.

3. Все, что стоит на этой полке, пригодно для хранения воды.

1. Все незрелые фрукты бесполезны.

2. Все эти яблоки созрели.

3. Ни один фрукт, выросший в тени, не зрелый.

1. Щенок, не желающий лежать спокойно, всегда будет вам благодарен, если вы предложите ему скакалку.

2. Хромой щенок не скажет вам спасибо, если вы предложите ему скакалку.

3. Никто, кроме хромых щенят, не станет ткать.

1. Ни одно имя в этом списке не годится для героя романа.

2. Имена, начинающиеся с гласной, всегда мелодичны.

3. Ни одно имя не годится для героя романа, если оно начинается с согласной.

1. Все члены палаты общин находятся в полном рассудке.

2. Ни один член парламента, носящий титул пэра, не станет участвовать в скачках на мулах.

3. Все члены палаты лордов носят титул пэра.

1. Ни один из товаров, который был куплен и оплачен, не находится более в продаже в этом магазине.

2. Ни один из этих товаров нельзя вынести из магазина, если на нем нет ярлычка с надписью «Продано».

3. Ни на одном из этих товаров нет ярлычка с надписью «Продано», если он не куплен и не оплачен.

1. Ни один акробатический трюк, не объявленный в программе циркового представления, никогда не исполнялся.

2. Ни один акробатический трюк не возможен, если он включает в себя четверное сальто.

3. Ни один невозможный акробатический трюк никогда не стоит в программе циркового представления.

1. Никто из тех, кто действительно ценит Бетховена, не станет шуметь во время исполнения «Лунной сонаты».

2. Морские свинки безнадежно невежественны в музыке.

3. Те, кто безнадежно невежествен в музыке, не станут соблюдать тишину во время исполнения «Лунной сонаты».

1. Яркие цветы всегда благоухают.

2. Я не люблю цветы, выросшие не на открытом воздухе.

3. Ни один цветок, выросший на открытом воздухе, не имеет бледной окраски.

1. Ораторы, рассчитывающие на внешний эффект, слишком много думают о себе.

2. Находиться в обществе хорошо информированных людей приятно.

3. Находиться в обществе людей, которые слишком много думают о себе, неприятно.

1. Ни одного мальчика моложе 12 лет не принимают в эту школу на полный пансион.

2. У всех прилежных мальчиков рыжие волосы.

3. Ни один из мальчиков, приходящих в школу только на занятия, не учит греческий язык.

4. Никто, кроме мальчиков моложе 12 лет, не любит бить баклуши.

1. Мой доктор разрешает мне есть лишь не очень калорийные блюда.

2. То, что я могу есть, вполне подходит для ужина.

3. Свадебные пироги всегда очень калорийны.

4. Мой доктор разрешает мне есть все, что подходит для ужина.

1. Дискуссии в нашем клубе вряд ли разбудят британского льва, если брать их под контроль сразу же, как только они становятся слишком шумными.

2. Неумело направляемые дискуссии угрожают спокойствию в стенах нашего клуба.

3. Дискуссии, проходящие под председательством Томкинса, вполне могут разбудить британского льва.

4. Умело направляемые дискуссии в нашем клубе неизменно берутся под контроль, как только они становятся слишком шумными.

1. Все мои сыновья стройны.

2. Никто из моих детей не здоров, если он не делает утренней зарядки.

3. Все обжоры среди моих детей страдают ожирением.

4. Ни одна из моих дочерей не делает утренней зарядки.

1. Вещи, продаваемые на улице, не имеют особой ценности.

2. Только дрянь можно купить за грош.

3. Яйца большой гагарки представляют большую ценность.

4. Лишь то, что продается на улице, и есть настоящая дрянь.

1. Ни у одной продаваемой здесь книги, кроме тех книг, которые выставлены на витрине, нет золоченого обреза.

2. Все авторские издания снабжены красным ярлычком.

3. Все книги с красными ярлычками продаются по цене от 5 шиллингов и выше.

4. Лишь авторские издания выставляются на витрине.

1. Кровоостанавливающие средства, действие которых нельзя проверить, сплошное шарлатанство.

2. К настойке календулы не следует относиться с презрением.

3. Все лекарства, способные остановить кровотечение, когда вы порежете палец, полезны.

4. Все шарлатанские кровоостанавливающие средства достойны презрения.

1. Ни один из встреченных в море, но оставшихся незамеченным предметов — не русалка.

2. Встреченные в море предметы, о которых делается запись в вахтенном журнале, стоят того, чтобы их запомнить.

3. В моих путешествиях мне никогда не доводилось видеть ничего такого, что стоило бы запомнить.

4. О встреченных в море и замеченных предметах делается запись в вахтенном журнале.

1. Единственные книги в этой библиотеке, которые я не рекомендую читать, безнравственны по своему содержанию.

2. Все книги в твердых переплетах обладают выдающимися литературными достоинствами.

3. Все романы вполне нравственны по своему содержанию.

4. Я не рекомендую вам читать ни одну из книг в мягкой обложке.

1. Ни одна птица, кроме страуса, не достигает 9 футов роста.

2. В этом птичнике нет птиц, которые принадлежали бы кому-нибудь, кроме меня.

3. Ни один страус не питается пирогами с начинкой.

4. У меня нет птиц, которые бы достигали 9 футов роста.

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

Основные формулы и эквивалентности классической логики

Основные законы логики:

Закон тождества $A \equiv A$

Закон непротиворечия: $\neg(A \wedge \neg A)$

Закон исключенного третьего: $A \vee \neg A$

$p \supset (q \supset p)$ – закон (утверждения) консеквента;

$(p \supset q) \supset (\neg q \supset \neg p)$ – закон контрапозиции;

$(\neg p \supset \neg q) \supset (q \supset p)$ – закон усиленной (обратной) контрапозиции;

$((a \wedge b) \supset c) \supset ((a \wedge \neg c) \supset \neg b)$ – закон сложной контрапозиции;

$(p \supset (q \supset r)) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$ – закон самодистрибутивности (материальной) импликации.

Прочие законы логики:

$(a \rightarrow b) \rightarrow ((b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow c))$ – первый закон транзитивности

$(a \rightarrow b) \rightarrow ((c \rightarrow a) \rightarrow (c \rightarrow b))$ – второй закон транзитивности.

$a \rightarrow (b \rightarrow a)$ – закон консеквента

$\neg a \rightarrow (a \rightarrow b)$ – закон ложного имплицирования

$(a \rightarrow (b \rightarrow c)) \rightarrow (b \rightarrow (a \rightarrow c))$ — закон перестановки антецедентов

$(a \rightarrow (b \rightarrow c)) \rightarrow (a \wedge b) \rightarrow c)$ – закон импортации

$(a \wedge b) \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow (b \rightarrow c))$ – закон экспортации

$(a \wedge b) \wedge c \leftrightarrow a \wedge (b \wedge c)$ — ассоциативность конъюнкции

$(a \vee b) \vee c \leftrightarrow a \vee (b \vee c)$ – ассоциативность дизъюнкции

$(a \wedge b) \leftrightarrow (b \wedge a)$ – коммутативность конъюнкции

$(a \vee b) \leftrightarrow (b \vee a)$ – коммутативность дизъюнкции

$a \wedge (b \vee c) \leftrightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ — дистрибутивность конъюнкции относительно дизъюнкции

$a \vee (b \wedge c) \leftrightarrow (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ — дистрибутивность дизъюнкции относительно конъюнкции

$a \wedge (a \vee b) \leftrightarrow a$ – первый закон поглощения

$a \vee (a \wedge b) \leftrightarrow a$ – второй закон поглощения

$a \wedge (b \vee \neg b) \leftrightarrow a$ – закон исключения истинного члена из конъюнкции

$a \vee (b \wedge \neg b) \leftrightarrow a$ – закон исключения ложного члена из дизъюнкции

$(a \rightarrow b) \rightarrow ((a \wedge c) \rightarrow (b \wedge c))$ – закон ввода произвольной конъюнкции

$(a \rightarrow b) \rightarrow ((a \vee c) \rightarrow (b \vee c))$ – закон ввода произвольной дизъюнкции

Эквивалентности для логики высказываний:

приведение к импликации —

$$(a \wedge b) \equiv \neg(a \supset \neg b), \neg(b \supset \neg a)$$

$$(a \vee b) \equiv (\neg a \supset b), (\neg b \supset a)$$

$$(a \leftrightarrow b) \equiv (a \supset b), (b \supset a)$$

$$(a \underline{\vee} b) \equiv (\neg a \supset b), (\neg b \supset a)$$

приведение к конъюнкции —

$$(a \supset b) \equiv \neg(a \wedge \neg b)$$

$$(a \vee b) \equiv \neg(\neg a \wedge \neg b)$$

$$(a \underline{\vee} b) \equiv \neg((a \vee \neg b) \wedge (\neg a \vee b))$$

$$(a \leftrightarrow b) \equiv (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg a)$$

приведение к дизъюнкции —

$$(a \wedge b) \equiv \neg(\neg a \vee \neg b)$$

$$(a \supset b) \equiv (\neg a \vee b)$$

$$(a \vee b) \equiv (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)$$

$$(a \leftrightarrow b) \equiv (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)$$

Эквивалентности логики предикатов:

$$\forall x(P(x) \supset \neg S(x)) \supset \neg \exists x(P(x) \wedge S(x)) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \neg \forall x(P(x) \supset \neg S(x)) \vee \neg \exists x(P(x) \wedge S(x)) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \exists x \neg(P(x) \supset \neg S(x)) \vee \neg \exists x(P(x) \wedge S(x)) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \exists x(P(x) \wedge \neg \neg S(x)) \vee \neg \exists x(P(x) \wedge S(x)) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \exists x(P(x) \wedge S(x)) \vee \neg \exists x(P(x) \wedge S(x)) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \exists x(P(x) \wedge S(x)) \vee \forall x \neg(P(x) \wedge S(x)) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \exists x(P(x) \wedge S(x)) \vee \forall x(\neg P(x) \vee \neg S(x))$$

$$\neg \forall x(S(x) \supset P(x)) \leftrightarrow \exists x \neg(S(x) \supset P(x)) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \exists x(S(x) \wedge \neg P(x)) \leftrightarrow \exists x(\neg S(x) \vee P(x))$$

$$\neg \exists x(S(x) \wedge P(x)) \leftrightarrow \forall x \neg(S(x) \wedge P(x)) \leftrightarrow \\ \leftrightarrow \forall x(S(x) \supset \neg P(x)) \leftrightarrow \forall x(\neg S(x) \vee \neg P(x))$$

Таблица истинности для логических знаков:

переменные		результат их сравнения				
A	B	\wedge	\vee	$\underline{\vee}$	\supset	\leftrightarrow
И	И	И	И	Л	И	И
И	Л	Л	И	И	Л	Л
Л	И	Л	И	И	И	Л
Л	Л	Л	Л	Л	И	И

Отрицание основных формул в логике высказываний:

$$\neg(a \wedge b) \leftrightarrow \neg a \vee \neg b,$$

$$\neg(a \vee b) \leftrightarrow \neg a \wedge \neg b,$$

$$\neg(a \neq b) \leftrightarrow (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b),$$

$$\neg(a \rightarrow b) \leftrightarrow a \wedge \neg b,$$

$$\neg(a \equiv b) \leftrightarrow (a \wedge \neg b) \vee (b \wedge \neg a),$$

$$\neg \neg a \leftrightarrow a$$

Отрицание в логике предикатов:

суждение	\leftrightarrow	его отрицание
$\neg(\text{Все } S \text{ суть } P)$	\leftrightarrow	Некоторые S не суть P
$\neg(\text{Все } S \text{ не суть } P)$	\leftrightarrow	Некоторые S суть P
$\neg(\text{Некоторые } S \text{ суть } P)$	\leftrightarrow	Все S не суть P
$\neg(\text{Некоторые } S \text{ не } P)$	\leftrightarrow	Все S суть P

суждение	\leftrightarrow	его отрицание
Все S суть P	\leftrightarrow	$\neg(\text{Некоторые } S \text{ не суть } P)$
Все S не суть P	\leftrightarrow	$\neg(\text{Некоторые } S \text{ суть } P)$
Некоторые S суть P	\leftrightarrow	$\neg(\text{Все } S \text{ не суть } P)$
Некоторые S не P	\leftrightarrow	$\neg(\text{Все } S \text{ суть } P)$

В более подробном написании:

суждение	\leftrightarrow	его отрицание
$\forall x(S(x) \supset P(x))$	\leftrightarrow	$\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$
$\exists x(S(x) \wedge P(x))$	\leftrightarrow	$\forall x(S(x) \supset \neg P(x))$
$\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$	\leftrightarrow	$\forall x(S(x) \supset P(x))$
$\forall x(S(x) \supset \neg P(x))$	\leftrightarrow	$\exists x(S(x) \wedge P(x))$

Непосредственные выводы из простых суждений:

суждение	\leftrightarrow	его превращение
Все S суть P	\leftrightarrow	Ни одно S не суть не P
Все S не суть P	\leftrightarrow	Все S суть не P
Некоторые S суть P	\leftrightarrow	Некоторые S не суть не P
Некоторые S не суть P	\leftrightarrow	Некоторые S суть не P

суждение	\leftrightarrow	его обращение
Все S суть P	\leftrightarrow	Некоторые P суть S
Все S не суть P	\leftrightarrow	Все P не суть S
Некоторые S суть P	\leftrightarrow	Некоторые P суть S
Некоторые S не суть P	\neq	не обращается!

суждение	\leftrightarrow	противопоставление предикату
Все S суть P	\leftrightarrow	Ни одно не P не есть S
Все S не суть P	\leftrightarrow	Некоторые не P суть S
Некоторые S не суть P	\leftrightarrow	Некоторые не P суть S

суждение	\leftrightarrow	противопоставление субъекту
Все S суть P	\leftrightarrow	Ни одно P не суть не S
Все S не суть P	\leftrightarrow	Все P суть не S
Некоторые S суть P	\leftrightarrow	Некоторые P не суть не S

Формализация простых суждений:

Обще-утвердительные - $\forall x(S(x) \supset P(x))$;

Частно-утвердительные - $\exists x(S(x) \wedge P(x))$;

Обще-отрицательные - $\forall x(S(x) \supset \neg P(x))$;

Частно-отрицательные - $\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$.

Правила силлогизмов:

1. Если одна из посылок – отрицательное суждение (\neg), вывод также - отрицательное суждение (\neg).
2. Если обе посылки – утвердительные суждения, вывод также утвердителен.
3. Если обе посылки – отрицательные суждения – вывод невозможен.
4. Если одна из посылок частное суждение (\exists), вывод также – частное суждение (\exists).
5. Если обе посылки – частные суждения (\exists) – вывод невозможен.
6. Если средний термин не распределен, хотя бы в одной из посылок – вывод невозможен.
7. Термин, нераспределенный в посылках, не может быть распределён в заключении.

*Система натурального вывода Куайна:**Правила вывода первого рода:*

1. $a, b \vdash a \wedge b$ – введение \wedge ($B\wedge$)
2. $a \wedge b \vdash a$ – удаление \wedge ($U\wedge$)
3. $\neg(a \wedge b) \vdash \neg a \vee \neg b$ — отрицание \wedge ($O\wedge$)
4. $a \vdash a \vee b$ – введение \vee ($B\vee$)
5. $a \vee b, \neg a \vdash b$ — удаление \vee ($U\vee$)
6. $\neg(a \vee b) \vdash \neg a \wedge \neg b$ — отрицание \vee ($O\vee$)
7. $a \supset b, a \vdash b$ – удаление \supset ($U\supset$)¹
8. $a \supset b, \neg b \vdash \neg a$ – удаление \supset ($U\supset$)²
9. $a, b \vdash (a \supset b), (b \supset a)$ — введение \supset ($B\supset$)
10. $\neg(a \supset b) \vdash a \wedge \neg b$ — отрицание \supset ($O\supset$)
11. $a \supset b, b \supset a \vdash a \equiv b$ — введение \equiv ($B\equiv$)
12. $a \equiv b \vdash a \supset b, b \supset a$ — удаление \equiv ($U\equiv$)
13. $a \vdash \neg\neg a$ — введение двойного отрицания ($B\neg\neg$)
- $\neg\neg a \vdash a$ — удаление двойного отрицания ($U\neg\neg$)

Правила вывода второго рода:

1. $(a \supset c) \wedge (b \supset c) \vdash (a \vee b) \rightarrow c$ – рассуждение разбором случаев (РРС)
2. $\neg a \supset (b \wedge \neg b) \vdash a$ – доказательство от противного (ДОП)
3. $(\Gamma, a \vdash b) \vdash (\Gamma \vdash a \rightarrow b)$ — правило дедукции.

В другом написании:

$$\text{В}\wedge \frac{a, b}{a \wedge b} \quad \text{У}\wedge \frac{a \wedge b}{a} \quad \text{О}\wedge \frac{\neg(a \wedge b)}{\neg a \vee \neg b} \quad \text{В}\vee \frac{a}{a \vee b} \quad \text{У}\vee \frac{a \vee b, \neg a}{b} \quad \text{О}\vee \frac{\neg(a \vee b)}{\neg a \wedge \neg b}$$

$$\text{У}\supset \frac{a \supset b, a}{b} \quad \text{У}\supset \frac{a \supset b, \neg b}{\neg a} \quad \text{В}\supset \frac{a, b}{(a \supset b), (b \supset a)} \quad \text{О}\supset \frac{\neg(a \supset b)}{a \wedge \neg b}$$

$$\text{В}\equiv \frac{a \supset b, b \supset a}{a \equiv b} \quad \text{У}\equiv \frac{a \equiv b}{a \supset b, b \supset a} \quad \text{В}\neg\neg \frac{a}{\neg\neg a} \quad \text{У}\neg\neg \frac{\neg\neg a}{a}$$

$$\text{РРС} \frac{(a \supset c) \wedge (b \supset c)}{(a \vee b) \rightarrow c} \quad \text{ДОП} \frac{\neg a \supset (b \wedge \neg b)}{a}$$

$$\text{ПД} \frac{\Gamma, a \vdash b}{\Gamma \vdash a \supset b}$$

Правила кванторов:

1. $\forall xP(x) \vdash P(t)$ – схема удаления \forall ($У\forall$)
2. $P(t) \vdash \exists xP(x)$ – схема введения \exists ($В\exists$)
3. $P(t) \vdash \forall xP(x)$ — схема введения \forall ($В\forall$) – x ограничен
4. $\exists xP(x) \vdash P(t)$ – схема удаления \exists ($У\exists$) – x ограничен

В другом написании:

$$\text{У}\forall \frac{\forall xP(x)}{P(t)} \quad \text{В}\exists \frac{P(t)}{\exists xP(x)} \quad \text{В}\forall \frac{P(t)}{\forall xP(x)} \quad \text{У}\exists \frac{\exists xP(x)}{P(t)}$$

Правила построения семантических таблиц:

— если мы имеем конъюнкцию — $a \wedge b$, то вписываем в выводе «a» и «b», не размножая таблицу;

— если мы имеем дизъюнкцию — $a \vee b$, то размножаем таблицу и в одном столбце пишем «a», а в другом — «b».

Все остальные формулы мы преобразуем в конъюнкцию или дизъюнкцию по эквивалентностям:

$$(a \supset b) \rightarrow \neg a \vee b$$

$$\neg(a \supset b) \rightarrow a \wedge \neg b$$

$$\neg(a \wedge \neg b) \rightarrow \neg a \vee \neg b$$

$$\neg(a \vee \neg b) \rightarrow \neg a \wedge \neg b$$

Правила построения аналитических таблиц:

$$T \wedge \frac{\{T(a \wedge b)\}}{\{Ta, Tb\}}$$

$$F \wedge \frac{\{F(a \wedge b)\}}{\{Fa, Fb\}}$$

$$T \vee \frac{\{T(a \vee b)\}}{\{Ta, Tb\}}$$

$$F \vee \frac{\{F(a \vee b)\}}{\{Fa, Fb\}}$$

$$T \supset \frac{\{T(a \supset b)\}}{\{Fa, Tb\}}$$

$$F \supset \frac{\{F(a \supset b)\}}{\{Ta, Fb\}}$$

$$T \neg \frac{\{T\neg a\}}{\{Fa\}}$$

$$F \neg \frac{\{F\neg a\}}{\{Ta\}}$$

$$T \exists \frac{\{T \exists x A(x)\}}{\{TA(\beta)\}}$$

$$F \exists \frac{\{F \exists x A(x)\}}{\{F \exists x A(x), FA(\beta)\}}$$

$$T \forall \frac{\{T \forall x A(x)\}}{\{T \forall x A(x), TA(\beta)\}}$$

$$F \forall \frac{\{F \forall x A(x)\}}{\{FA(\beta)\}}$$

Правила секвенциального исчисления:

Логические правила

$$\wedge L \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, A \vdash \Delta}$$

$$\vee R \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash A, \Delta}$$

$$\frac{}{\Gamma, A \wedge B \vdash \Delta}$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta}$$

$$\vee L \frac{\Gamma, A \vdash \Delta \mid \Sigma, B \vdash \Pi}{\Gamma, \Sigma, A \vee B \vdash \Delta, \Pi}$$

$$\wedge R \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \mid \Sigma \vdash B, \Pi}{\Gamma, \Sigma \vdash A \wedge B, \Delta, \Pi}$$

$$\supset L \frac{\Gamma \vdash A, \Delta \mid \Sigma, B \vdash \Pi}{\Gamma, \Sigma, A \supset B \vdash \Delta, \Pi}$$

$$\supset R \frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \supset B, \Delta}$$

$$\neg L \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta}$$

$$\neg R \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta}$$

$$\forall L \frac{\Gamma, A[x/t] \vdash \Delta}{\Gamma, \forall t A \vdash \Delta}$$

$$\forall R \frac{\Gamma \vdash A[x/y], \Delta}{\Gamma \vdash \forall y A, \Delta}$$

$$\exists L \frac{\Gamma, A[x/y] \vdash \Delta}{\Gamma, \exists y A \vdash \Delta}$$

$$\exists R \frac{\Gamma \vdash A[x/t], \Delta}{\Gamma \vdash \exists t A, \Delta}$$

Структурные правила:

$$WL \frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma, A \vdash \Delta}$$

$$WR \frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma \vdash A, \Delta}$$

$$CL \frac{\Gamma, A, A \vdash \Delta}{\Gamma, A \vdash \Delta}$$

$$CR \frac{\Gamma \vdash A, A, \Delta}{\Gamma \vdash A, \Delta}$$

$$PL \frac{\Gamma_1, A, B, \Gamma_2 \vdash \Delta}{\Gamma_1, B, A, \Gamma_2 \vdash \Delta}$$

$$PR \frac{\Gamma \vdash \Delta_1, A, B, \Delta_2}{\Gamma \vdash \Delta_1, B, A, \Delta_2}$$

$$I \text{ (аксиома)} \frac{}{A \vdash A}$$

$$CUT \text{ (сечение)} \frac{\Gamma \vdash \Delta, A \mid A, \Sigma \vdash \Pi}{\Gamma, \Sigma \vdash \Delta, \Pi}$$

Правила вывода в модальной логике:

Правила первого рода:

1. $\Box A \rightarrow A$ – правило удаления необходимости ($Y\Box$)
2. $A \rightarrow \Diamond A$ -- введение возможности ($B\Diamond$)
3. $\neg \Box A \rightarrow \neg \Diamond A$ – отрицание необходимости ($O\Box$)

4. $\neg\Diamond A \rightarrow \Box \neg A$ – отрицание возможности ($O\Diamond$)
5. $\Box(A \wedge B) \rightarrow \Box A \wedge \Box B$ – введение необходимости в конъюнкции ($B\Box\wedge$)
6. $\Box A \wedge \Box B \rightarrow \Box(A \wedge B)$ – удаление необходимости из конъюнкции ($Y\Box\wedge$)
7. $\Diamond(A \vee B) \rightarrow \Diamond A \vee \Diamond B$ – введение возможности в дизъюнкцию ($B\Diamond\vee$)
8. $\Diamond A \vee \Diamond B \rightarrow \Diamond(A \vee B)$ – удаление возможности из дизъюнкции ($Y\Diamond\vee$)
9. $\Box A \vee \Box B \rightarrow \Box(A \vee B)$ – удаление необходимости из дизъюнкции ($Y\Box\vee$)
10. $\Diamond(A \wedge B) \rightarrow \Diamond A \wedge \Diamond B$ – введение возможности в конъюнкцию ($B\Diamond\wedge$)
11. $\Box(A \supset B) \rightarrow \Box A \supset \Box B$ – введение необходимости в импликацию ($B\Box\supset$)
12. $\Box A \rightarrow \Box\Box A$ – введение дополнительной необходимости ($B\Box\Box$)
13. $\Box \forall x A(x) \rightarrow \forall x \Box A(x)$ – перестановка необходимости от всеобщности ($\forall\Box$)
14. $\forall x \Box A(x) \rightarrow \Box \forall x A(x)$ – перестановка необходимости к всеобщности ($\Box\forall$)
15. $\Diamond \exists x A(x) \rightarrow \exists x \Diamond A(x)$ – перестановка возможности от существования ($\exists\Diamond$)
16. $\exists x \Diamond A(x) \rightarrow \Diamond \exists x A(x)$ – перестановка возможности к существованию ($\Diamond\exists$)
17. $\Diamond A \rightarrow \Box \Diamond A$ – введение необходимости возможности ($B\Box\Diamond$)
18. $\Diamond A, \Box B \rightarrow \Diamond(A \wedge B)$ – замена необходимости на возможность ($3\Box\Diamond$)
19. $(A \leftrightarrow B) \rightarrow \Box(A \leftrightarrow B)$ – введение необходимой эквивалентности ($B\Box\leftrightarrow$)
20. $\Box(A \leftrightarrow B) \rightarrow (A \leftrightarrow B)$ – удаление необходимой эквивалентности ($Y\Box\leftrightarrow$)

Правило второго рода:

$A \rightarrow \Box A$ – правило введения необходимости ($B\Box$) – правило Гёделя

В другом написании:

$$Y\Box \quad \underline{\Box A} \quad B\Diamond \quad \underline{A} \quad O\Box \quad \underline{\neg\Box A} \quad O\Diamond \quad \underline{\neg\Diamond A}$$

$$\begin{array}{c}
\overline{A} \qquad \overline{\Diamond A} \qquad \overline{\neg \Diamond A} \qquad \overline{\Box \neg A} \\
\\
B \Box \wedge \frac{\Box(A \wedge B)}{\Box A \wedge \Box B} \quad Y \Box \wedge \frac{\Box A \wedge \Box B}{\Box(A \wedge B)} \quad B \Diamond \vee \frac{\Diamond(A \vee B)}{\Diamond A \vee \Diamond B} \quad Y \Diamond \vee \frac{\Diamond A \vee \Diamond B}{\Diamond(A \vee B)} \\
\\
Y \Box \vee \frac{\Box A \vee \Box B}{\Box(A \vee B)} \quad B \Diamond \wedge \frac{\Diamond(A \wedge B)}{\Diamond A \wedge \Diamond B} \quad B \Box \supset \frac{\Box(A \supset B)}{\Box A \supset \Box B} \quad B \Box \Box \frac{\Box A}{\Box \Box A} \\
\\
\forall \Box \frac{\Box \forall x A(x)}{\forall x \Box A(x)} \quad \Box \forall \frac{\forall x \Box A(x)}{\Box \forall x A(x)} \quad \exists \Diamond \frac{\Diamond \exists x A(x)}{\exists x \Diamond A(x)} \quad \Diamond \exists \frac{\exists x \Diamond A(x)}{\exists x A(x)} \\
\\
B \Box \Diamond \frac{\Diamond A}{\Box \Diamond A} \quad \exists \Box \Diamond \frac{\Diamond A, \Box B}{\Diamond(A \wedge B)} \quad B \Box \leftrightarrow \frac{A \leftrightarrow B}{\Box(A \leftrightarrow B)} \quad Y \Box \leftrightarrow \frac{\Box(A \leftrightarrow B)}{A \leftrightarrow B} \\
\\
\Pi \Gamma \frac{A}{\Box A}
\end{array}$$

Эквивалентности модальной логики:

$$\Box A \Leftrightarrow \neg \Diamond \neg A$$

$$\Diamond A \Leftrightarrow \neg \Box \neg A$$

$$\nabla A \Leftrightarrow \Diamond A \wedge \Diamond \neg A$$

Отрицания в модальной логике:

$$\neg \Box A \Leftrightarrow \Diamond \neg A;$$

$$\neg \Diamond A \Leftrightarrow \Box \neg A;$$

$$\neg \nabla A \Leftrightarrow \Box A \vee \Box \neg A$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Асмус В.Ф. Логика. – М.: Книжный дом «Либроком», 2001.
2. Б. В. Бирюков, М. М. Новосёлов, А. С. Карпенко. Логика в России // Новая философская энциклопедия : в 4 т. / пред. науч.-ред. совета В. С. Стёпин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Мысль, 2010. — 2816 с.
3. Бажанов В. А. История логики в России и СССР. — М.: Канон+, 2007. — 336 с. — ISBN 5-88373-032-9
4. Бочаров В.А., Маркин В.И. Основы логики. – М.: Инфра-М., 2011.
5. Войшвилло Е. К. Логика - Издательство: КДУ, Владос, 2013
6. Войшвилло Е. К. Понятие как форма мышления. Логико-гносеологический анализ — М.:, 2007
7. Войшвилло Е. К. Символическая логика. Классическая и релевантная. Философско-методологические аспекты. – М., 2011
8. Войшвилло Е. К. Философско-методологические аспекты релевантной логики. – М., 2011
9. Войшвилло Е.К. Понятие как форма мышления. – М.: Книжный дом «Либроком», 2009.
10. Войшвилло Е.К., Дегтярев М.Г. Логика. – М.: Владос-Пресс, 2001.
11. Гёдель К. Расселовская математическая логика / Рассел Б. Введение в математическую философию. Новосибирск, 2007.
12. Генцен Г, «Исследование логических выводов» в сб. «Математическая теория логического вывода», пер. Под ред. А.В. Идельсона, г.Е. Минца, изд-во «Наука», м., 1987.
13. Генцен Г., Бет Э., Кангер С., Клини С.К., Шютте К., Гёдель К. Математическая теория логического вывода. 1967.
14. Гетманова А.Д. Логика. – М.: Академический проспект, 2009.
15. Гильберт Д. Основания геометрии Архивная копия от 28 июля 2011 на Wayback Machine. М.-Л.: Гостехиздат, 1948. — Серия: Классики естествознания.
16. Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. - Пер. с нем. Изд. 2, испр.

17. Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. М.: Издательская группа URSS, 2010.
18. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. М.: Наука. Том I. Логические исчисления и формализация арифметики. 1979, Том II. Теория доказательств. 1982.
19. Гильберт Д., Кон-Фоссен С. Наглядная геометрия, М.-Л., ОНТИ, 1936. Переиздание: Гостехиздат (1951), Едиториал УРСС (2010).
20. Горский Д.П. Определение. – М.: Мысль, 1974.
21. Зиновьев А.А. Logische Sprachregeln. Eine Einführung in die Logik. (Gemeinsam mit H. Wessel). Berlin, München, Salzburg, 1975.
22. Зиновьев А.А. Комплексная логика. - М.: Издательство ЛКИ, 2010.
23. Зиновьев А.А. Логика высказываний и теория вывода. М., 1962.
24. Зиновьев А.А. Логика науки. М., 1971.
25. Зиновьев А.А. Логическая физика. М., 1972.
26. Зиновьев А.А. Основы логической теории научных знаний. М., 1967.
27. Зиновьев А.А. Очерки комплексной логики. М., 2000.
28. Зиновьев А.А. Философские проблемы многозначной логики. М., 1960.
29. Ивлев Ю.В. Логика. – М.: Проспект, 2010.
30. Ивлев Ю.В. Логика. Сборник упражнений. – М.: Дело, 2004.
31. Кириллов В.И., Старченко А.А. Логика. – М.: Проспект, 2010.
32. Картунов В.В. Логика для студентов. – М.: РГУТИС, 2018.
33. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. Том I, 1933. Том II, 1945.
34. Лисанюк Е. Н. Модальная логика средневековья. // Историко-логические исследования. Межвузовский сборник. Издательство СПбГУ, СПб, 2003. С. 158—199.
35. Лисанюк Е. Н. Средневековая логика (XI—XIV вв) // Историко-логические исследования. Межвузовский сборник. Издательство СПбГУ СПб, 2003. С. 92-110.
36. Логика: Библиографический справочник (Россия — СССР — Россия). — СПб.: Наука, 2001. — 488 с. ISBN 5-02-028488-2

37. Маковельский А. О. История логики Архивная копия от 12 октября 2011 на Wayback Machine. — М., 1967. — 504 с. (см. также здесь (недоступная ссылка))
38. Переиздание: М., 2004. — 478, [1] с. — ISBN 5-86090-081-3. — РГБ 1 04-2/321; 1 04-2/320
39. Попов П. С. История логики нового времени. — М.: Издательство МГУ, 1960.
40. Стяжкин Н. И. Формирование математической логики. — М., 1967.
41. Шиповская Л.П., Мамедов А.А. Философия. Классический курс лекций. — М.: Книжный дом «Либроком», 2018.
42. Шиповская Л.П., Ромашкин К.И., Мамедов А.А. Логика. — М.: РГАУ-МСХА, 2012.
43. Bochenski, I.M., A History of Formal Logic, Notre Dame press, 1961.
44. Dov M Gabbay en John Woods (2004), Handbook of the History of Logic.
45. Gödel Kurt Friedrich. Collected Works: Oxford University Press: New York. Editor-in-chief: Solomon Feferman. 1986—2003: Volume I: Publications 1929—1936. ISBN 978-0-19-503964-1, Volume II: Publications 1938—1974. ISBN 978-0-19-503972-6, Volume III: Unpublished Essays and Lectures. ISBN 978-0-19-507255-6, Volume IV: Correspondence, A-G. ISBN 978-0-19-850073-5, Volume V: Correspondence, H-Z. ISBN 978-0-19-850075-9.
46. Kneale, William and Martha, 1962. The Development of Logic. Oxford University Press, ISBN 0-19-824773-7.
47. Robert Blanché, La logique et son histoire d'Aristote à Russell, ed. Armand Colin, coll. U, Paris, 1970, 112 p.
48. Scholtz H. Geschichte der Logik, 1931. (Concise History of Logic. — New York, 1961).

ВМЕСТО ЗАКЛЮЧЕНИЯ

Познание представляет собой достаточно сложный процесс отражения объективного мира в сознании человека. Вопрос в познании играет особенно важную роль, т.к. все познание мира начинается с вопроса, с постановки проблемы. Вопрос – это логическая форма, включающая исходную, или базисную, информацию с одновременным указанием на ее недостаточность с целью получения новой информации в виде ответа. Цель познания в науке и повседневной жизни – получение истинных знаний и полноценное использование их на практике. Знание формальной логики помогает выдвигать различные гипотезы, умело вести дискуссии и полемику.

Как уже было сказано, термин «логика» происходит от древнегреческого «λογος» («логос»), и переводится как «мысль», «закон», «учение», «разум», «закономерность». Логической формой конкретной мысли является строение этой мысли, способ связи ее составных частей. Путем чувственного отражения мы познаем внешнюю сторону предмета, но не его внутреннее содержание, не его существенные свойства, отражаем отдельные предметы во всей их наглядности. Познание начинается с живого созерцания, с ощущений, чувственных восприятий. Предметы воздействуют на наши органы чувств и вызывают в них ощущения, которые воспринимаются мозгом. Других средств приема сигналов, кроме органов чувств у человека нет.

Законы мира, сущность предметов и явлений, общее в них мы познаем посредством абстрактного мышления. Абстрактное, или рациональное, мышление отражает мир и его процессы глубже и полнее, чем чувственное познание. Основными формами абстрактного мышления являются понятия, суждения и умозаключения.

Магистральным направлением повышения уровня культуры мышления является изучение законов и правил формальной логики, о которых шла речь в этом издании. Соблюдение правил логики избавляет рассуждения человека от запутанности, абсурдности, обеспечивает доказательство истинных посылок и опровержение ложных. Изучить логику – значит раскрыть «механизм» того мышления, которому присущи прежде всего такие

основополагающие характеристики, как определенность, непротиворечивость, последовательность и обоснованность. Изучить логику – не значит вы зубрить ее правила и положения, это значит понять их смысл, существо и значение в развитии мышления, уметь пользоваться ими.

В настоящее время имеется разнообразная литература по логике, вводящая будущего выпускника вуза в проблематику современного логического знания. Главную задачу настоящего пособия авторы видели в том, чтобы в понятной и доступной форме дать студентам представления об основных разделах логики, выработать в них культуру логического мышления, умение правильно строить цепочки рассуждений, с тем, чтобы решать сложные теоретические и практические задачи, поставленные наукой XXI века. Пособие может быть использовано также студентами технических и гуманитарных вузов.



Мамедов Азер Агабала оглы,
Кортунов Вадим Вадимович

ЛОГИКА
УЧЕБНИК

Коломенская типография
Московская обл., г. Коломна, ул. 3-го Интернационала, 2 А

Издательство «Перо»
109052, Москва, Нижегородская ул., д. 29-33, стр. 15, ком. 536
Тел.: (495) 973-72-28, 665-34-36
Подписано в печать 25.04.2022. Формат 60×90/16.
Бумага офсетная. Усл. печ. л. 23.31. Тираж 620 экз. Заказ 367.