

## ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

УДК 539.4. 620.178

DOI: 10.26897/2687-1149-2021-4-41-45

**ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ НА ПРОЧНОСТЬ РАВНОМЕРНО НАГРУЖЕННЫХ КОНСОЛЬНО-ЗАКРЕПЛЕННЫХ ДЕТАЛЕЙ ПРИ УСЛОВИИ ИХ АБРАЗИВНОГО ИЗНАШИВАНИЯ**

**МИХАЛЬЧЕНКОВ АЛЕКСАНДР МИХАЙЛОВИЧ**✉, д-р техн. наук, профессор<sup>1</sup>  
mihalchenkov.alexandr@yandex.ru✉; <https://orcid.org/0000-0003-3104-2548>

**КОМОГОРЦЕВ ВЛАДИМИР ФИЛИППОВИЧ**, канд. физ.-мат. наук, доцент<sup>1</sup>  
komvf@inbox.ru

**КОЗАРЕЗ ИРИНА ВЛАДИМИРОВНА**, канд. техн. наук, доцент<sup>1</sup>  
ikozarez@yandex.ru

**МИХАЛЬЧЕНКОВА МАРИНА АЛЕКСАНДРОВНА**, магистр<sup>2</sup>  
mihalchenkov.alexandr@yandex.ru

**ДЬЯЧЕНКО АНТОН ВЯЧЕСЛАВОВИЧ**, канд. техн. наук, доцент<sup>1</sup>  
avdyachenkoo@mail.ru

<sup>1</sup> Брянский государственный аграрный университет; 243365, Российская Федерация, Брянская область, Выгоничский район, с. Кокино, ул. Советская, 2А

<sup>2</sup> Брянский институт управления и бизнеса; 241050, Российская Федерация, г. Брянск, ул. 2-я Почепская, 42

**Аннотация.** Величина износа деталей рабочих органов машин, эксплуатирующихся в абразивной среде, во многом определяет их ресурс. Однако в ряде случаев остановка техники связана с изломами исполнительных органов вследствие их истирания. В этом случае работоспособное состояние изделия определяется допускаемыми напряжениями. Теоретические исследования по нахождению математических зависимостей, связывающих износ и допускаемые напряжения, актуальны. Кроме того, они имеют общий характер и могут быть применены к различным по природе материалам: металлу, полимеру, композиту. Целью исследований является теоретическое исследование влияния внешних силовых факторов на прочность консольно-закрепленных деталей различных геометрических форм в процессе их абразивного изнашивания в период эксплуатации при равномерном их нагружении, то есть теоретическое определение величины предельного износа детали по допускаемым напряжениям. В результате исследования получено математическое выражение, устанавливающее взаимосвязь между максимально допустимыми напряжениями и величиной предельного износа консольно-закрепленной детали при равномерном нагружении, которая позволяет вычислить значения максимальных растягивающих напряжений в ее сечениях. Установлено, что максимальные растягивающие напряжения характерны для места заземления балки независимо от ее формы.

**Ключевые слова:** прочность, предельный износ, допустимые напряжения, консольно-закрепленные детали, абразивное изнашивание.

**Формат цитирования:** Михальченков А.М., Комогорцев В.Ф., Козарез И.В., Михальченкова М.А., Дьяченко А.В. Влияние внешних силовых факторов на прочность равномерно нагруженных консольно-закрепленных деталей при условии их абразивного изнашивания // *Агроинженерия*. 2021. № 4(104). С. 41-45. DOI: 10.26897/2687-1149-2021-4-41-45.

© Михальченков А.М., Комогорцев В.Ф., Козарез И.В., Михальченкова М.А., Дьяченко А.В., 2021



## ORIGINAL PAPER

**INFLUENCE OF EXTERNAL FORCE FACTORS ON THE STRENGTH OF UNIFORMLY LOADED CONSOLE-FIXED PARTS SUBJECT TO ABRASIVE WEAR**

**ALEKSANDR M. MIKHALCHENKOV**✉, DSc (Eng), Professor<sup>1</sup>  
mihalchenkov.alexandr@yandex.ru✉; <https://orcid.org/0000-0003-3104-2548>

**VLADIMIR F. KOMOGORTSEV**, PhD (Phys-Math), Associate Professor<sup>1</sup>  
komvf@inbox.ru

**IRINA V. KOZAREZ**, PhD (Eng), Associate Professor<sup>1</sup>  
ikozarez@yandex.ru

**MARINA A. MIKHALCHENKOVA**, *Master of Sciences (Eng)*<sup>2</sup>

mihalchenkov.alexandr@yandex.ru

**ANTON V. DYACHENKO**, *PhD (Eng)*, *Associate Professor*<sup>1</sup>

avdyachenkoo@mail.ru

<sup>1</sup> Bryansk State Agrarian University; 2A, Sovetov Str., Kokino, Vygonichi district, Bryansk region, 243365, Russian Federation

<sup>2</sup> Bryansk Institute of Management and Business; 42, 2<sup>nd</sup> Pochepskaya Str., Bryansk, 241050, Russian Federation

**Abstract.** The intensity of wear observed in the working parts of machines operating in an abrasive environment largely determines their service life. However, in a number of cases, the downtime of equipment is associated with fractures of the operating elements caused by their abrasion. In this case, the operational state of the product is determined by the tolerable stresses. Theoretical studies on finding the mathematical relationships connecting wear and tolerable stresses are thus relevant. In addition, they are general and can be applied to various materials: metal, polymer, and composite ones. The goal of the present research is to make a theoretical study of the influence of external force factors on the strength of cantilever-fixed parts of various geometric shapes in the process of their abrasive wear during the period of operation under uniform loading. In other words, the authors seek to determine the theoretical value of the limiting wear of a part according to the tolerable stresses. As a result of the study, a mathematical expression was obtained to establish the relationship between the maximum tolerable stresses and the value of the limiting wear of a cantilever-fixed part under uniform loading. This relationship is necessary to analyse the values of the maximum tensile stresses in its sections. It has been established that the maximum tensile stresses are characteristic of the pinch point of the beam, regardless of its shape.

**Key words:** strength, ultimate wear, tolerable stresses, cantilevered parts, abrasive wear.

**For citation:** Mikhalchenkov A.M., Komogortsev V.F., Kozarez I.V., Mikhalchenkova M.A., Dyachenko A.V. Kinetics of the microarc oxidation coating growth in the no-bath process. *Agricultural Engineering*, 2021; 4 (104): 41-45. (In Rus.). DOI: 10.26897/2687-1149-2021-4-41-45.

**Введение.** Износ деталей рабочих органов машин, эксплуатирующихся в абразивной среде высокой интенсивности (горнодобывающая техника, сельскохозяйственные почвообрабатывающие орудия, агрегаты металлургического производства [1-4]), во многом определяет их ресурс [5, 6]. В то же время нередко причиной остановки техники являются изломы исполнительных органов вследствие их истирания [7, 8], то есть в этом случае работоспособное состояние лимитируется допускаемыми напряжениями. Однако данный вопрос, даже при наличии соответствующих исследований [9], до настоящего времени раскрыт недостаточно, особенно в теоретическом плане. Проведенные ниже изыскания имеют общий характер и могут быть применены к различным по природе материалам: металлическим, полимерным, композитным.

**Цель исследований:** изучение влияния внешних силовых факторов на прочность консольно-закрепленных деталей различных геометрических форм в процессе их абразивного изнашивания в период эксплуатации при равномерном их нагружении, то есть теоретическое определение величины предельного износа детали по допускаемым напряжениям.

**Материалы и методы.** Расчетная схема принимается в виде консольно-закрепленной балки (рис. 1, 2). Отметим, что подавляющее большинство технических средств, работающих в условиях абразивного изнашивания, имеет рабочие органы с таким креплением исполнительных конструктивных элементов: например, зубья ковшей экскаваторов, культиваторные лапы, лемеха плугов [10-12].

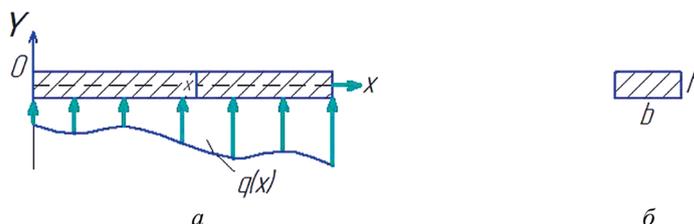


Рис. 1. Расчетная схема (а) и профиль поперечного сечения балки (б)

Fig. 1. Design scheme (a) and cross-sectional profile of the beam (b)

**Результаты исследований.** Рассмотрим балку длиной  $l$ , зашпеленную на одном из своих концов, и свободную – на другом (балка – консоль) (рис. 1). К балке приложена произвольная нагрузка  $q = q(x)$  ( $0 \leq x \leq l$ ), представляющая собой силу, отнесенную к единице длины балки (ее размерность Н/м).

Полагаем, что сечение балки – прямоугольник шириной  $b$  и высотой  $h$  (рис. 1б). Если  $p(x)$  (Н/м<sup>2</sup>) – давление на поверхность балки, к которой приложена нагрузка  $q(x)$ , то

$$q(x) = b \cdot p(x) \quad (0 \leq x \leq l). \quad (1)$$

Как известно из сопротивления материалов<sup>1</sup>, основным параметром, характеризующим прочность изгибаемых балок, является величина растягивающих напряжений  $\sigma(x)$ , возникающих на выпуклых поверхностях балок:

$$\sigma(x) = \frac{M(x)}{W} \quad (0 \leq x \leq l), \quad (2)$$

где  $M(x)$  – изгибающий момент в сечении  $x$  балки;  $W$  – момент сопротивления сечения балки. При прямоугольном сечении балки (рис. 2)

$$W = \frac{bh^2}{6}. \quad (3)$$

Изгибающий момент  $M(x)$  в сечении  $x$  балки создает нагрузка  $q(x)$ , приложенная к балке правее сечения  $x$ , то есть на промежутке  $(x \leq t \leq l)$ . Исходя из того, что  $dF = q(t)dt$  – сила, приложенная к балке на ее участке  $[t; t + dt]$ , а плечо этой силы равно  $t - x$ , то  $dM(x) = (t - x) \cdot q(t)dt$  – момент силы  $dF = q(t)dt$  относительно сечения  $x$ . Полный момент  $M(x)$  в сечении  $x$  найдем суммированием моментов  $dM(x)$  на участке  $x \leq t \leq l$ :

$$M(x) = \sum dM(x) = \sum (t - x)q(t)dt = \int_x^l (t - x)q(t)dt. \quad (4)$$

С учетом (1)

$$M(x) = b \cdot \int_x^l (t - x)p(t)dt \quad (0 \leq x \leq l). \quad (5)$$

Таким образом, согласно (2), (3) и (5) получаем:

$$\sigma(x) = \frac{6}{h^2} \cdot \int_x^l (t - x)p(t)dt \quad (0 \leq x \leq l). \quad (6)$$

Это и есть расчетная формула для растягивающих напряжений  $\sigma(x)$ , возникающих на выпуклой (нижней) стороне балки.

В частности, если  $p(t) = p_0 = const$  (нагрузка на балку распределена по всей ее длине равномерно), то

$$\sigma(x) = \frac{3p_0}{h^2}(l - x)^2 \quad (0 \leq x \leq l). \quad (7)$$

Прочность изгибаемой балки определяется величиной максимальных растягивающих напряжений  $[\sigma(x)]_{max}$ , возникающих в сечениях балки. Если толщина  $h$  балки постоянна по всей ее длине, то

$$[\sigma(x)]_{max} = \sigma(0) = 3p_0 \left(\frac{l}{h}\right)^2. \quad (8)$$

Такие напряжения возникают при  $x = 0$ , то есть в точке защемления балки.

Рассмотрим более сложный случай, когда толщина  $h$  балки является непостоянной по ее длине, то есть  $h = h(x)$  – функция от  $x$ . Это будет иметь место, если, например, в результате эксплуатации балка неравномерно изнашивается изначально была неравномерной

по толщине. Тогда при равномерной нагрузке на балку, согласно (7),

$$\sigma(x) = 3p_0 \left(\frac{l - x}{h(x)}\right)^2 \quad (0 \leq x \leq l). \quad (9)$$

Иными словами,

$$\sigma_0(x) = \frac{\sigma(x)}{p_0} = 3 \left(\frac{l - x}{h(x)}\right)^2 \quad (0 \leq x \leq l), \quad (10)$$

где  $\sigma_0(x)$  – безразмерные растягивающие напряжения в сечениях  $x$  балки. Они будут максимальными при значении  $x$ , при котором функция

$$f(x) = \frac{l - x}{h(x)} \quad (0 \leq x \leq l) \quad (11)$$

примет свое максимальное значение. При этом

$$[\sigma_0(x)]_{max} = \frac{[\sigma(x)]_{max}}{p_0} = 3[f(x)]_{max}^2. \quad (12)$$

В качестве примера реализации формулы (12) рассмотрим балку, толщина  $h(x)$  которой равномерно убывает в направлении от ее защемленного конца к свободному (рис. 2).

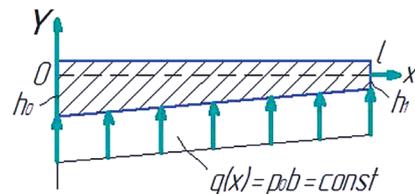


Рис. 2. Расчетная схема при неравномерном износе балки

Fig. 2. Design scheme with uneven wear of the beam

В этом случае функция  $h(x)$  будет иметь вид:

$$h(x) = h_0 - (h_0 - h_1) \frac{x}{l} \quad (0 \leq x \leq l), \quad (13)$$

где  $h_0$  – толщина балки в месте ее защемления (при  $x = 0$ ), а  $h_1$  – на ее свободном конце (при  $x = l$ ).

Тогда

$$f(x) = \frac{l - x}{h(x)} = \frac{l - x}{h_0 - (h_0 - h_1) \frac{x}{l}} \quad (0 \leq x \leq l). \quad (14)$$

Если исследовать функцию  $f(x)$  с помощью ее производной, так как

$$f'(x) = - \frac{h_1}{\left(h_0 - (h_0 - h_1) \frac{x}{l}\right)^2} < 0 \quad (15)$$

для всех  $x$ , то функция  $f(x)$  является убывающей. Следовательно,

$$[f(x)]_{max} = f(0) = \frac{l}{h_0}. \quad (16)$$

<sup>1</sup> Молотников В.Я. Курс сопротивления материалов. М.: Лань, 2016. 384 с.

Тогда согласно (12) получаем

$$\frac{[\sigma(x)]_{\max}}{p_0} = \frac{\sigma(0)}{p_0} = 3 \left( \frac{l}{h_0} \right)^2. \quad (17)$$

Формула (17) совпадает с формулой (8). Это значит, что при равномерной нагрузке на балку максимальные (наиболее опасные) растягивающие напряжения  $[\sigma(x)]_{\max}$  на выпуклой стороне балки имеют место в точке защемления балки (при  $x = 0$ ). Они имеют одно и то же значение независимо от того, постоянно по толщине балка или эта толщина равномерно убывает к свободному концу.

Выразим  $h_0$  из формулы (17):

$$h_{0\text{пр}} = l \sqrt{\frac{3p_0}{[\sigma(x)]_{\max}}}. \quad (18)$$

Здесь  $h_{0\text{пр}}$  является остаточной толщиной детали в месте ее защемления. Задаваясь максимально допустимыми напряжениями  $[\sigma(x)]_{\max}$ , по формуле (18) этот параметр можно вычислить.

### Библиографический список

1. Агеев Е.В., Латыпова Г.Р., Давыдов А.А. и др. Оценка эффективности применения твердосплавных электроэрозионных порошков в качестве электродного материала // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия «Техника и технологии». 2012. № 1. С. 19-22
2. Михальченков А.М., Соловьев С.А., Михальченкова М.А. Эффективность импортозамещающих технологий изготовления, восстановления и упрочнения деталей почвообрабатывающих орудий способом компенсирующих термоупрочненных элементов // Упрочняющие технологии и покрытия. 2014. № 11 (119). С. 17-22.
3. Михальченков А.М., Бутарева Е.В., Михальченкова М.А. Изнашивание локально упрочненных деталей при свободном перемещении в абразивной среде (на примере плужного лемеха) // Упрочняющие технологии и покрытия. 2014. № 3 (111). С. 39-44.
4. Марукович Е.И., Бевза В.Ф., Груша В.П. и др. Повышение эксплуатационных свойств ответственных деталей горных машин из легированных чугунов // Горный информационно-аналитический бюллетень: Научно-технический журнал. 2016. № 10. С. 48-60.
5. Литовченко Н.Н., Титов Н.В., Коломейченко А.В. и др. Упрочнение рабочих органов машин, работающих в абразиве // Труды ГОСНИТИ. 2013. Т. 111. № 2. С. 86-88.
6. Кашфуллин А.М., Пепеляева Е.В., Гурьянов С.Г. и др. Формирование структуры и износостойкость наплавленных покрытий с боридным упрочнением // Пермский аграрный вестник. 2019. № 2 (26). С. 15-23.
7. Ерохин М.Н., Новиков В.С. Повышение прочности и износостойкости лемеха плуга // Вестник ФГОУ ВПО «МГАУ имени В.П. Горячкина». 2008. № 3 (28). С. 100-107.
8. Титов Н.В., Коломейченко А.В., Логачев В.Н. и др. Исследование технического состояния стрелчатых лап посевного комплекса JOHN DEERE упрочненных карбовибродуговым методом // Техника и оборудование для села. 2015. № 5. С. 30-32.
9. Измайлов А.Ю., Лискин И.В., Лобачевский Я.П. и др. Применение теории подобия для моделирования

Подсчитав остаточную толщину детали  $h_{0\text{пр}}$  в месте ее защемления и зная начальное значение  $h_n$  этой толщины, получим выражение для определения предельного износа детали:

$$\Delta h_0 = h_n - h_{0\text{пр}} = h_n - l \sqrt{\frac{3p_0}{[\sigma(x)]_{\max}}}. \quad (19)$$

### Выводы

1. Полученная формула позволяет определить величины максимальных растягивающих напряжений в сечениях консольно-закрепленной балки при ее изгибе при равномерном нагружении.
2. При равномерной нагрузке максимальные растягивающие напряжения имеют место в точке защемления независимо от формы балки.
3. Получено математическое выражение, позволяющее вычислить предельный износ детали через максимально допустимые напряжения при изгибе детали.

### References

1. Ageev E.V., Latypova G.R., Davydov A.A. et al. Ot-senka effektivnosti primeneniya tverdospлавnykh elektro-erozionnykh poroshkov v kachestve elektrodного materia-la [Evaluation of the effectiveness of using hard-alloy electroerosive powders as an electrode material]. *Izvestiya Yugo-Zapadного gosudarstvenного universiteta. Series: Tekhnika i tekhnologii*, 2012; 1: 19-22. (In Rus.)
2. Mikhal'chenkov A.M., Solov'ev S.A., Mikhal'chenkova M.A. Effektivnost' importozameshchayushchikh tekhnologii izgotovleniya, vosstanovleniya i uprochneniya detal-ey pochvoobrabatyvayushchikh orudiy sposobom kompensiruyushchikh termouprochnennykh elementov [Effectiveness of import-substituting technologies for the manufacture, restoration and hardening of parts of soil-cultivating tools by the method of compensating heat-strengthened elements]. *Uprochnyayushchie tekhnologii i pokrytiya*, 2014; 11 (119): 17-22. (In Rus.)
3. Mikhal'chenkov A.M., Butareva E.V., Mikhal'chenkova M.A. Iznashivanie lokal'no uprochnennykh detal-ey pri svobodnom peremeshchenii v abrazivnoy srede (na primere pluzhnogo lemekha) [Wear of locally hardened parts during free movement in an abrasive environment (as exemplified by a plow share)]. *Uprochnyayushchie tekhnologii i pokrytiya*, 2014; 3 (111): 39-44. (In Rus.)
4. Marukovich E.I., Bevza V.F., Grusha V.P. et al. Povyshenie ekspluatatsionnykh svoystv otvetstvennykh detal-ey gornykh mashin iz legirovannykh chugunov [Improving the operational properties of critical parts of mining machines made of alloyed cast iron]. *Gorniy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tekhnicheskiy zhurnal)*, 2016; 10: 48-60. (In Rus.)
5. Litovchenko N.N., Titov N.V., Kolomeychenko A.V. et al. Uprochnenie rabochikh organov mashin, rabotayushchikh v abra-sive [Strengthening the working elements of machines operating in an abrasive environment]. *Trudy GOSNITI*, 2013; 111 (2): 86-88. (In Rus.)
6. Kashfullin A.M., Pepelyaeva E.V., Gur'yanov S.G. et al. Formirovanie struktury i iznosostoykost' naplavlennykh

износа почворезущих лезвий в искусственной абразивной среде // Российская сельскохозяйственная наука. 2016. № 6. С. 48-51.

10. Кузнецова В.Н., Авдеева Е.С. Тенденции повышения износостойкости зубьев ковшей экскаваторов // Омский научный вестник. 2010. № 1 (87). С. 99-101.

11. Сидоров С.А., Зволинский В.Н. Повышение прочностных характеристик рабочих органов почвообрабатывающих машин путем защиты определенных зон от интенсивного абразивного изнашивания // Технический сервис машин. 2019. № 1 (134). С. 179-193.

12. Феськов С.А. Надежность стрелчатых культиваторных лап (технологии их возможности) // Вестник Брянской государственной сельскохозяйственной академии. 2015. № 1. С. 46-52.

pokrytiy s boridnym uprochneniem [Formation of the structure and wear resistance of deposited coatings with boride hardening]. *Permskiy agrarniy vestnik*, 2019; 2 (26): 15-23. (In Rus.)

7. Erokhin M.N., Novikov V.S. Povyshenie prochnosti i iznosostoykosti lemekha pluga [Increasing the strength and wear resistance of plow shares]. *Vestnik of Moscow Goryachkin Agroengineering University*, 2008; 3 (28): 100-107. (In Rus.)

8. Titov N.V., Kolomeychenko A.V., Logachev V.N. et al. Issledovanie tekhnicheskogo sostoyaniya strel'chatykh lap posevnogo kompleksa JOHN DEERE uprochnennykh karbovibroductivnykh metodom [Study of the technical condition of the V-shaped sweep of the JOHN DEERE seeding unit hardened by the carbovibarc method]. *Tekhnika i oborudovanie dlya sela*, 2015; 5: 30-32. (In Rus.)

9. Izmaylov A.Yu., Liskin I.V., Lobachevskiy Ya.P., et al. Primenenie teorii podobiya dlya modelirovaniya iznosa pochvorezhushchikh lezviy v iskusstvennoy abrazivnoy srede [Application of the theory of similarity for modeling the wear of soil-cutting blades in an artificial abrasive environment]. *Rossiyskaya sel'skhozaystvennaya nauka*, 2016; 6: 48-51. (In Rus.)

10. Kuznetsova V.N., Avdeeva E.S. Tendentsii povysheniya iznosostoykosti zub'ev kovshey ekskavatorov [Trends in increasing the wear resistance of excavator bucket teeth]. *Omskiy nauchnyy vestnik*, 2010; 1 (87): 99-101. (In Rus.)

11. Sidorov S.A., Zvolinskiy V.N. Povyshenie prochnostnykh harakteristik rabochikh organov pochvoobrabatyvayushchikh mashin putem zashchity opredelennykh zon ot intensivnogo abrazivnogo iznashivaniya [Improving the strength characteristics of the working elements of tillage machines by protecting certain zones from intense abrasive wear]. *Tekhnicheskii servis mashin*, 2019; 1 (134): 179-193. (In Rus.)

12. Fes'kov S.A. Nadezhnost' strel'chatykh kul'tivatornykh lap (tekhnologii ikh vozmozhnosti) [Reliability of V-shaped sweeps (technological capabilities)]. *Vestnik Bryanskoy gosudarstvennoy sel'skhozaystvennoy akademii*, 2015; 1: 46-52. (In Rus.)

### Критерии авторства

Михальченков А.М., Комогорцев В.Ф., Козарез И.В., Михальченкова М.А., Дьяченко А.В. выполнили теоретические исследования, на основании полученных результатов провели обобщение и подготовили рукопись. Михальченков А.М., Комогорцев В.Ф., Козарез И.В., Михальченкова М.А., Дьяченко А.В. имеют на статью авторские права и несут ответственность за плагиат.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 19.04.2021

Одобрена после рецензирования 30.04.2021

Принята к публикации 30.04.2021

### Contribution

A.M. Mikhailchenkov, V.F. Komogortsev, I.V. Kozarez, M.A. Mikhailchenkova, A.V. Dyachenko performed theoretical studies, and based on the results obtained, generalized the results and wrote a manuscript. A.M. Mikhailchenkov, V.F. Komogortsev, I.V. Kozarez, M.A. Mikhailchenkova, A.V. Dyachenko have equal author's rights and bear equal responsibility for plagiarism.

### Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests regarding the publication of this paper.

The paper was received 19.04.2021

Approved after reviewing 30.04.2021

Accepted for publication 30.04.2021