подставлять в выражения средние значения соответствующих величин, полученные на основании статистических данных.

Таким образом, изменяя значение заданной производительности сушилки, по критерию (1) определяем площадь нижнего солнечного коллектора и связанные с ней другие конструктивные параметры гелиосушилки.

Список литературы

1. Купреенко, А.И. Результаты испытания барабанной гелиосушилки зерна / А.И. Купреенко, Х.М. Исаев, Е.М. Байдаков // Вестник Брянской ГСХА. — 2009. — № 5. — С. 69–73.

2. Купреенко, А.И. Теплотехника в вопросах и ответах: учеб. пособие / А.И. Купреенко, В.И. Чащинов. — Брянск: Брянская ГСХА, 2010. — 184 с.

УДК 621.37:636.082.453.5

Ю.Г. Иванов, *доктор техн. наук*
А.А. Абрашин
Российский государственный аграрный университет — МСХА имени К.А. Тимирязева

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ДАТЧИКА ПОЛОЖЕНИЯ БЫКА-ПРОБНИКА

Предлагаемая радиотехническая система выявления половой охоты коров с использованием быка-пробника основана на считывании идентификационного кода коровы устройством, размещенным на быке [1]. При этом в целях экономии электроэнергии включение считывателя должно происходить в момент допуска коровой садки быка [2].

При разработке радиотехнической системы выявления половой охоты коров предложена математическая модель движения датчика положения, расположенного на быке-пробнике, и проведены его экспериментальные исследования [3]. На основании проведенных расчетов решается математическая задача о движении шарика (чувствительного элемента) в трубке датчика положения. Для этого вводят обозначения (рис. 1):

Oxy — прямоугольная система декартовых координат, жестко связанная с трубкой, ось Ox которой направлена по оси рабочего участка трубки; ξ, η — координаты точки M в неподвижной системе координат $O_1\xi\eta$, м; x, y — координаты точки M в подвижной системе координат Oxy, м; l — длина рабочего участка OK трубки, м; φ — угол, образуемый осью Ox и горизонтальной прямой оси $O_1\xi$, рад; φ_0 — угол, образуемый осью Ox и горизонтальной прямой оси $O_1\xi$ в начальный момент, рад; m — масса материальной точки M, кг; q — ускорение свободного падения материальной точки, м/с^2; $\vec{N}$ — нормальная составляющая реакции трубки; $\vec{T}$ — сила трения скольжения между шариком (чувствительным элементом) и трубкой; $\vec{F}$ — сила упругости пружины, H; N, T, F — величины сил $\vec{N}$, $\vec{T}$, $\vec{F}$, H; v — величина скорости точки M относительно трубки, м/с; c — коэффициент упругости пружины, Н/м; μ — коэффициент трения скольжения точки со стенками трубки.

Так как точка M движется вдоль оси Ox, координата y ее не изменяется. Будем считать, что $y = 0$.

Допустим, что шарик и точка M связаны с трубкой пружиной, сила упругости которой прямо пропорциональна коэффициенту c упругости и расстоянию x от точки O до точки M.

Задание коэффициента c равным нулю равносильно отсутствию пружины.

Запишем уравнения связи между координатами точки в неподвижной и подвижной системах координат (рис. 1):

$$\begin{cases} \xi = \xi_0 - x\cos\varphi; \\ \eta = \eta_0 + x\sin\varphi, \end{cases} \tag{1}$$

где $\varphi = \varphi_0 - \varphi_3 + \varphi_{30} = \varphi_0 - \varphi_3 - 0{,}006$; ξ_0, η_0, φ_3 — функция времени, определенные уравнениями движения трубки на первом и втором участках [3].

Освободим точку M от трубки, приложив к точке реакции трубки $\vec{N}$ и $\vec{T}$.

Запишем дифференциальные уравнения движения свободной материальной точки M массы m

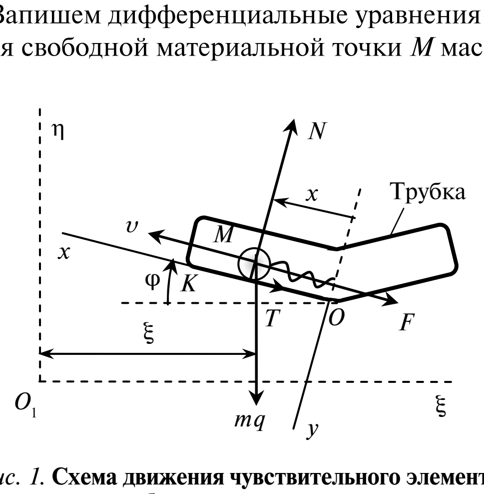

Рис. 1. **Схема движения чувствительного элемента в трубке датчика положения**

по трубке вдоль оси Ox в неподвижной системе отсчета $O_1\xi\eta$:

$$\begin{cases} m\ddot{\xi} = N\sin\varphi + T\dfrac{\dot{x}}{v}\cos\varphi + cx\cos\varphi; \\ m\ddot{\eta} = -mq + N\cos\varphi - T\dfrac{\dot{x}}{v}\sin\varphi - cx\sin\varphi, \end{cases} \tag{2}$$

где $v = |\dot{x}|$.

Подставим в уравнения (2) функции координат ξ, η точки M из выражения (1) с учетом равенств (уравнений) движения трубки на первом и втором участках [3].

На первом участке, когда $0 \leqslant t \leqslant 1{,}5$ с, дифференциальные уравнения движения точки M приводятся к виду

$$\begin{cases} m\left[-\ddot{x}\cos\varphi + 2\dot{x}\dot{\varphi}\sin\varphi + x\left(\dot{\varphi}^2\cos\varphi + \ddot{\varphi}\sin\varphi\right)\right] = \\ = -m\ddot{\xi}_0 + N\sin\varphi + \left(T\dfrac{\dot{x}}{v} + cx\right)\cos\varphi; \\ m\left[\ddot{x}\sin\varphi + 2\dot{x}\dot{\varphi}\cos\varphi + x\left(\ddot{\varphi}\cos\varphi - \dot{\varphi}^2\sin\varphi\right)\right] = \\ = -m\ddot{\eta}_0 - mq + N\cos\varphi - \left(T\dfrac{\dot{x}}{v} + cx\right)\sin\varphi, \end{cases} \tag{3}$$

$T = \mu N$, если $\dot{x} \neq 0$.

Три уравнения (3) имеют три неизвестные величины: x, N, T.

Подставляя T из третьего уравнения в первые два, а затем N из второго в первое, придем к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка, в котором неизвестной является функция $x(t)$:

$$\begin{gathered} \ddot{x}\cos\varphi - 2\dot{x}\dot{\varphi}\sin\varphi - x\left(\dot{\varphi}^2\cos\varphi + \ddot{\varphi}\sin\varphi\right) + \\ + \frac{N}{m}\left(\sin\varphi + \mu\frac{\dot{x}}{v}\cos\varphi\right) + \frac{c}{m}x\cos\varphi = \ddot{\xi}_0, \end{gathered} \tag{4}$$

где $v = |\dot{x}|$; $\varphi_3 = \left(-0{,}006 + 0{,}215t - 0{,}033t^2\right)$; $\dot{\varphi}_3 = 0{,}215 - 0{,}066t$; $\ddot{\varphi}_3 = -0{,}066$; $\varphi = \varphi_0 - \varphi_3 + \varphi_{30} = \varphi_0 - 0{,}215t + 0{,}033t^2$; $\dot{\varphi} = -\dot{\varphi}_3 = -0{,}215 + 0{,}066t$; $\ddot{\varphi} = -\ddot{\varphi}_3 = 0{,}066$; $\ddot{\xi}_0 = -L_3\left(\dot{\varphi}_3{}^2\cos\varphi_3 + \ddot{\varphi}_3\sin\varphi_3\right)$; $\ddot{\eta}_0 = L_3\left(\ddot{\varphi}_3\cos\varphi_3 - \dot{\varphi}_3{}^2\sin\varphi_3\right)$; $\dfrac{N}{m} = 2\dot{x}\dot{\varphi} + x\ddot{\varphi} + q\cos\varphi + \ddot{\xi}_0\sin\varphi + \ddot{\eta}_0\cos\varphi$.

Примем, что в начальный момент на первом участке точка покоилась: $x(0) = 0$; $\dot{x}(0) = 0$.

На втором участке, когда $T < t \leqslant 2T$ дифференциальное уравнение отличается функцией $\varphi_3(t)$ и начальными условиями, которые равны координате $x(T)$ и скорости $\dot{x}(T)$ точки в момент времени T на первом участке:

$$\begin{gathered} \ddot{x}\cos\varphi - 2\dot{x}\dot{\varphi}\sin\varphi - x\dot{\varphi}^2\cos\varphi + \\ + \frac{N}{m}\left(\sin\varphi + \mu\frac{\dot{x}}{v}\cos\varphi\right) + \frac{c}{m}x\cos\varphi = \ddot{\xi}_0, \end{gathered} \tag{5}$$

где $v = |\dot{x}|$; $\beta = -0{,}006 + 0{,}215 \cdot 1{,}5 - 0{,}033 \cdot 1{,}5^2$; $\omega_3 = \left(0{,}215 \times 1{,}5 - 0{,}033 \cdot 1{,}5^2\right)/1{,}5$; $\varphi_3 = \beta - \omega_3(t - 1{,}5)$; $\dot{\varphi}_3 = -\omega_3$; $\varphi = \varphi_0 - \varphi_3 + \varphi_{30} = \varphi_0 - \beta + \omega_3(t - 1{,}5) - 0{,}006$; $\dot{\varphi} = -\dot{\varphi}_3 = -\omega_3$; $\ddot{\xi}_0 = -L_3\dot{\varphi}_3^2\cos\varphi_3$; $\ddot{\eta}_0 = -L_3\dot{\varphi}_3^2\sin\varphi_3$; $\dfrac{N}{m} = 2\dot{x}\dot{\varphi} + q\cos\varphi + \ddot{\xi}_0\sin\varphi + \ddot{\eta}_0\cos\varphi$.

Дифференциальные уравнения (4), (5) решались численным методом Рунге–Кутта 4-го порядка при нулевых начальных условиях $x(0) = 0$ мм, $v(0) = 0$ м/с и варьировании начального угла установки трубки к горизонту $\varphi_o = 0...20°$, коэффициента трения $\mu = 0...0{,}4$ и отношения коэффициента упругости пружины к массе шарика $c/m = 0...10{,}0$ Н/(м·кг) [4].

Сила тяжести оказывает решающее влияние на движение шарика. Она на порядок превышает силы инерции.

Чем меньше коэффициент μ трения и меньше начальный угол φ_o установки прямого рабочего участка трубки OK к горизонту, тем больше перемещение OM шарика по трубке за время T и $2T$.

Чтобы выполнить условие $OM \geqslant OK$ для всех случаев, необходимо рассматривать наибольшие значения коэффициента μ трения.

Если пружина не установлена, а коэффициент трения шарика со стенками трубки не превышает 0,1, длина рабочего участка трубки должна быть не меньше 50 мм при начальной установке трубки к горизонту не более $\varphi_o = 6{,}5°$ (рис. 2).

Однако такой датчик имеет низкую устойчивость к ложному срабатыванию при нулевом коэф-

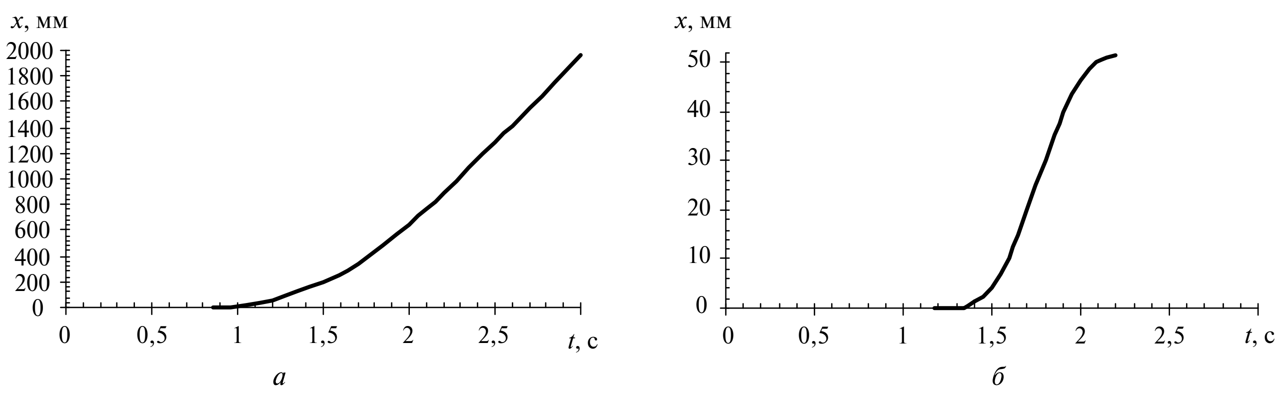

Рис. 2. **Графики перемещения шарика по трубке с коэффициентами трения $\mu = 0$ (*а*) и $\mu = 0{,}1$ (*б*)**

фициенте трения. Например, при беге быка с ускорением более 1 м/с^2 шарик переместится по трубке за 1 с более чем на 450 мм.

Чтобы защитить датчик от ложного срабатывания, можно проверить такие технические решения:

1) подобрать материал шарика и трубки с большим коэффициентом трения скольжения;

2) установить пружину, максимальное растяжение которой при максимальном ускорении бега быка не превышает длины OK рабочего участка;

3) подобрать форму трубки, например, радиус изогнутой по окружности трубки так, чтобы при максимальном ускорении бега быка шарик не достигал предельной точки K рабочего участка.

Рассмотрим трубку, изогнутую по окружности радиуса R в неподвижной и подвижной системе координат (рис. 3).

Составим дифференциальные уравнения движения материальной точки M, полагая, что трубка гладкая и коэффициент μ трения равен нулю.

Пусть в начальном положении участок OK внешней окружности трубки расположен так, что касательная, проведенная через начало координат, точку O, является осью Ox и образует с горизонтальной осью $O_1\xi$ угол φ. Очевидно, положение участка OK движущейся трубки однозначно определяется координатами точки O и углом φ.

Положение точки M на окружности радиуса R однозначно определяется длиной дуги OM или, что то же самое, полярным углом ψ, равным отношению длины дуги к радиусу R.

Запишем уравнения связи между координатами точки в неподвижной и подвижной системе координат (рис. 3):

$$\begin{cases}\xi = \xi_0 - R\sin\psi \\ \eta = \eta_0 + R - R\cos\psi,\end{cases} \tag{6}$$

где $\varphi = \varphi_0 - \varphi_3 + \varphi_{30} = \varphi_0 - \varphi_3 - 0{,}006$; $\xi_о$, $\eta_о$, φ_3 — функция времени, определенная уравнениями движения трубки на первом и втором участках [3].

Освободим точку M от трубки, приложив к точке реакцию $\vec{N}$ трубки.

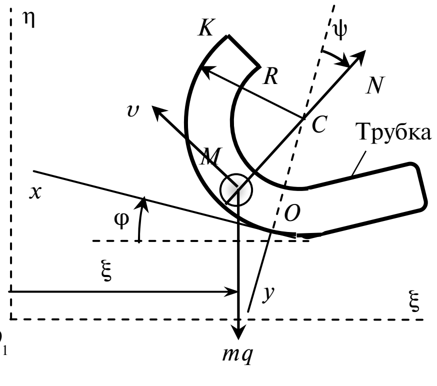

Рис. 3. **Схема движения чувствительного элемента в трубке, изогнутой по окружности**

Составим дифференциальные уравнения движения свободной материальной точки M массы m по окружности радиуса R в неподвижной системе отсчета $O_1\xi\eta$ под действием веса $m\vec{q}$ и реакции $\vec{N}$:

$$\begin{cases}m\ddot{\xi} = N\sin(\varphi + \psi) \\ m\ddot{\eta} = -mq + N\cos(\varphi + \psi).\end{cases} \tag{7}$$

Подставим в уравнения (7) функции координат ξ, η точки M из равенств (6)

На первом участке, когда $0 \leqslant t \leqslant 1{,}5$ с, дифференциальные уравнения движения точки M приводятся к виду

$$\begin{cases}m\left[\ddot{\xi}_0 - R\ddot{\psi}\cos\psi + R\dot{\psi}^2\sin\psi\right] = \\ = N\sin(\varphi + \psi) \\ m\left[\ddot{\eta}_0 - R\ddot{\psi}\sin\psi + R\dot{\psi}^2\cos\psi\right] = \\ = -mq + N\cos\varphi(\varphi + \psi).\end{cases} \tag{8}$$

Два уравнения (8) имеют две неизвестные: ψ, N.

Подставляя N из первого уравнения во второе, придем к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка, в котором неизвестной является функция $\psi(t)$:

$$\begin{gathered}R\ddot{\psi}\cos\varphi + R\dot{\psi}^2\sin\varphi = -q\sin(\varphi + \psi) + \\ + \ddot{\xi}_0\cos(\varphi + \psi) - \ddot{\eta}_0\sin(\varphi + \psi),\end{gathered} \tag{9}$$

где $\varphi_3 = (-0{,}006 + 0{,}215t - 0{,}033t^2)$; $\dot{\varphi}_3 = 0{,}215 - 0{,}066t$; $\ddot{\varphi}_3 = -0{,}066$; $\varphi = \varphi_0 - \varphi_3 + \varphi_{30} = \varphi_0 - 0{,}215t + 0{,}033t^2$; $\dot{\varphi} = -\ddot{\varphi}_3 = -0{,}215 + 0{,}066t$; $\ddot{\varphi} = -\ddot{\varphi}_3 = 0{,}066$; $\ddot{\xi}_0 = -L_3\left(\dot{\varphi}_3^2 \times \cos\varphi_3 + \ddot{\varphi}_3\sin\varphi_3\right)$; $\ddot{\eta}_0 = L_3\left(\ddot{\varphi}_3\cos\varphi_3 - \dot{\varphi}_3^2\sin\varphi_3\right)$.

Примем, что в начальный момент на первом участке точка покоилась: $\psi(0) = 0$; $\dot{\psi}(0) = 0$.

На втором участке, когда $T < t \leqslant 2T$ дифференциальное уравнение отличается функцией $\varphi_3(t)$ и начальными условиями, которые равны координате $\psi(T)$ и $\dot{\psi}(T)$ в момент времени T на первом участке:

$$\begin{gathered}R\ddot{\psi}\cos\varphi + R\dot{\psi}^2\sin\varphi = -q\sin(\varphi + \psi) + \\ + \ddot{\xi}_0\cos(\varphi + \psi) - \ddot{\eta}_0\sin(\varphi + \psi),\end{gathered} \tag{10}$$

где $\beta = -0{,}006 + 0{,}215 \cdot 1{,}5 - 0{,}033 \cdot 1{,}5^2$; $\omega_3 = \left(0{,}215 \cdot 1{,}5 - 0{,}033 \cdot 1{,}5^2\right)/1{,}5$; $\varphi_3 = \beta - \omega_3(t - 1{,}5)$; $\dot{\varphi}_3 = -\omega_3$; $\varphi = \varphi_0 - \varphi_3 + \varphi_{30} = \varphi_0 - \beta + \omega_3(t - 1{,}5) - 0{,}006$; $\dot{\varphi} = -\dot{\varphi}_3 = -\omega_3$; $\ddot{\xi}_0 = -L_3\dot{\varphi}_3^2\cos\varphi_3$; $\ddot{\eta}_0 = -L_3\dot{\varphi}_3^2\sin\varphi_3$.

Дифференциальные уравнения (9), (10) решались численным методом Рунге—Кутта 4-го порядка при нулевых начальных условиях, варьировании начального угла установки трубки к горизонту $\varphi_о$ и радиуса R трубки.

Параметры трубки, при которых шарик достигал наивысшего положения окружности радиуса R, когда $\varphi + \psi = 180°$ считались неприемлемыми.

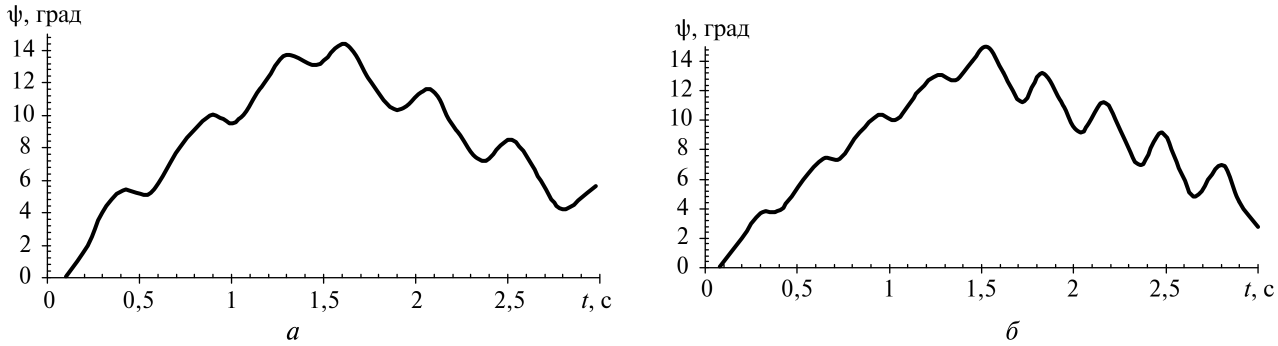

Рис. 4. **Графики движения шарика по трубке, изогнутой по окружности с радиусами R = 50 мм (*а*) R = 25 мм (*б*) и φ_o= 0°, при наскоке быка**

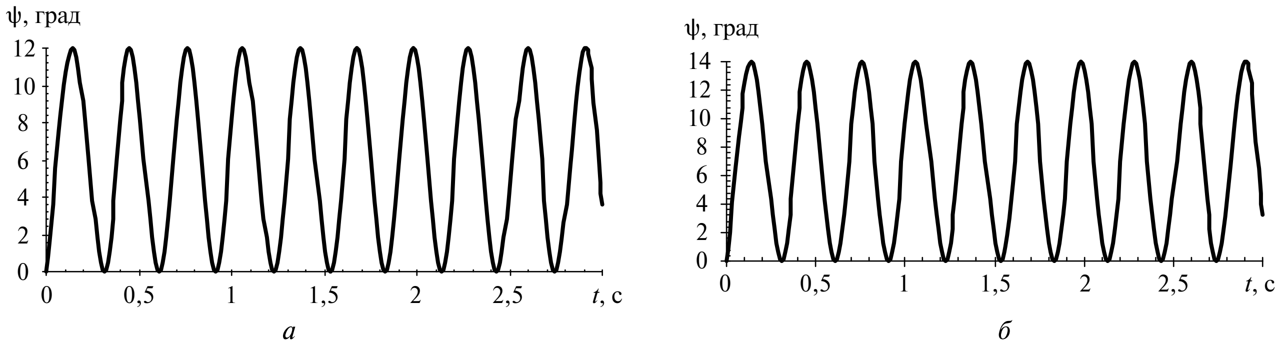

Рис. 5. **Графики движения шарика по трубке, изогнутой по окружности с радиусом R = 25 мм с ускорениями a = 1 м/с^2 (*а*) a = 1,2 м/с^2 (*б*) и φ_o = 0°, при горизонтальном беге быка**

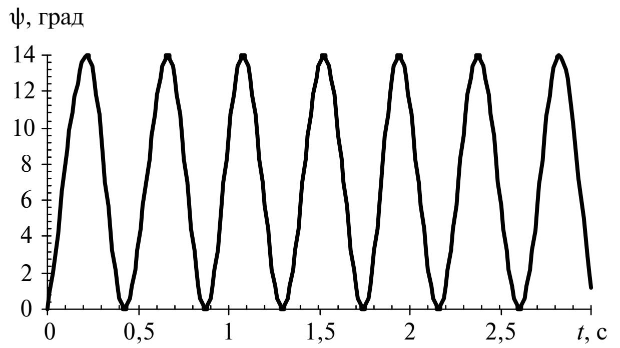

Рис. 6. **График движения шарика по трубке, изогнутой по окружности R = 50 мм с ускорением 1,2 м/с^2 и φ_o = 0°, при горизонтальном беге быка**

Результаты расчета показали, что датчик с трубкой, изогнутой по окружности, работоспособен при разных начальных установках и разных радиусах окружности (рис. 4).

Проверим датчик на устойчивость к ложному срабатыванию. Составим и решим дифференциальное уравнение движения шарика за время бега быка, когда точка *O* движется по горизонтали с ускорением *a*. Дифференциальное уравнение движения шарика в этом случае аналогично уравнению (9), если принять $\varphi = \varphi_0$; $\ddot{\xi}_0 = a$; $\ddot{\eta}_0 = 0$.

Сравнение графиков движения шарика при наскоке быка на рис. 4 и горизонтальном беге с ускорением на рис. 5 позволяет сделать вывод, что датчик с трубкой, изогнутой по окружности любого радиуса, устойчив, если при нулевом угле установки трубки ускорение *a* бега не превышает 1,2 м/с^2.

Размах 10 мм и 18 мм колебаний шарика остается неизменным и при радиусе 50 мм; частота колебаний при этом уменьшается (рис. 6).

Расчеты показали, что математическая модель позволяет получить такое движение трубки и чувствительного элемента в ней, при котором защищается датчик положения от ложного срабатывания. Радиус изгиба трубки составляет 50 мм, это позволит применить данный датчик положения в радиотехнической системе для выявления половой охоты коров.

Список литературы

1. Иванов, Ю.Г. Алгоритм и радиотехническая система контроля половой охоты коров / Ю.Г. Иванов, А.А. Абрашин // Автоматизация и информационное обеспечение производственных процессов в сельском хозяйстве: сборник докладов XI Международной научно-практической конференции. — М.: ФГУП «Изд-во “Известия”» УДП РФ, 2010. — С. 492–496.

2. Пат. 97265 РФ МПК A61D 19/00. Система для определения оптимального времени осеменения коров и телок / Ю.Г. Иванов, Г.П. Дюльгер, А.А. Абрашин; заявл. 15.04.2010; опубл. 10.09.2010, Бюл. № 25.

3. Иванов, Ю.Г. Математическая модель датчика положения быка-пробника радиотехнической системы / Ю.Г. Иванов, А.А. Абрашин // Техника в сельском хозяйстве. — 2011. — № 5. — С. 17–19.

4. Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. — М.: Наука, 1974. — 708 с.