

Оригинальная статья

УДК 631.6:621.65:621.548

<https://doi.org/10.26897/1997-6011-2026-1-39-46>

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛУЧИСТОГО ОТОПЛЕНИЯ ТЕПЛИЦЫ

М.В. Павлов^{1✉}, Д.Ф. Карпов²

^{1,2} Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Вологодский государственный университет»; г. Вологда, Россия

¹ orcid: 0000-0002-8687-3296; pavlovmv@vogu35.ru

² orcid: 0000-0002-3522-9302; karpovdf@vogu35.ru

Аннотация. Для поддержания благоприятных условий роста растений в защищенном грунте в холодный период года требуется согласованная работа систем отопления и орошения, обеспечивающих оптимальный микроклимат теплицы. Существенное влияние на тепловой режим почвы и параметры воздушной среды оказывает выбор системы отопления – в частности, автономных лучистых систем на основе потолочных газовых инфракрасных излучателей темного типа. Цель исследований заключается в разработке математической модели теплообмена в теплице при использовании лучистого (инфракрасного) отопления в условиях полива, предназначенной для обоснования требуемой тепловой мощности системы отопления и расчета оптимального массового расхода воды для ирригации в холодный период года. Математическая модель включает в себя воздушную среду, поверхность почвы и ограждающие конструкции теплицы, а также учитывает лучистый теплообмен в системе «Излучатель → почва ↔ ограждение». Предложена формула для определения коэффициента многократного отражения инфракрасного излучения, позволяющая вычислять результирующий тепловой поток, поглощаемый поверхностью почвы.

Ключевые слова: математическая модель, лучистое отопление, теплица, источник инфракрасного излучения (излучатель), почва, ограждение

Для цитирования: Павлов М.В., Карпов Д.Ф. Математическая модель лучистого отопления теплицы. Природообустройство. 2026;Т.19(1):39-46. <https://doi.org/10.26897/1997-6011-2026-1-39-46>

Original article

MATHEMATICAL MODEL OF RADIANT HEATING OF GREENHOUSES

M.V. Pavlov^{1✉}, D.F. Karpov²

^{1,2} Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Vologda State University”; Vologda, Russian Federation

¹ orcid: 0000-0002-8687-3296; pavlovmv@vogu35.ru

² orcid: 0000-0002-3522-9302; karpovdf@vogu35.ru

Abstract. To maintain favorable conditions for plant growth in protected soil during the cold season, coordinated operation of heating and irrigation systems is required to ensure an optimal microclimate of the greenhouse. The choice of a heating system, in particular autonomous radiant systems based on dark-type ceiling gas infrared radiators, has a significant impact on the thermal regime of the soil and the parameters of the air environment. The purpose of the study is to develop a mathematical model of heat and mass transfer in a greenhouse using radiant (infrared) heating under irrigation conditions, designed to justify the required thermal capacity of the heating system and calculate the optimal mass flow of water for irrigation during the cold season. The mathematical model includes the air environment, the soil surface and the enclosing structures of the greenhouse, and also takes into account the radiant heat transfer in the “radiator → soil → enclosure” system. A formula is proposed for determining the coefficient of multiple reflection of infrared radiation, which makes it possible to calculate the resulting heat flux absorbed by the soil surface.

Keywords: mathematical model, radiant heating, greenhouse, infrared radiation source (emitter), soil, fencing

For citation: Pavlov M.V., Karpov D.F. Mathematical model of radiant heating of greenhouses. *Prirodoobustrojstvo*. 2026;19(1):39-46. (In Russ.) <https://doi.org/10.26897/1997-6011-2026-1-39-46>

Введение. Инженерное проектирование систем отопления зданий и сооружений основано на расчете теплового потока, обеспечивающего нормативные параметры микроклимата в холодный период года с учетом климатических условий региона строительства. При разработке расчетных методик и программных средств необходимо учитывать назначение объекта и физические законы, определяющие работу конкретной системы отопления, включая конвективный и лучистый теплообмен.

При расчетах систем лучистого отопления теплиц важно учитывать не только тепловое воздействие инфракрасных излучателей на поверхность почвы, но и сопутствующие процессы тепло- и массопереноса, связанные с орошением. Испарение влаги с поверхности грунта и изменение параметров внутреннего воздуха обуславливают взаимосвязанный характер теплообмена, что требует комплексного подхода к математическому моделированию. На начальном этапе теплицу можно рассматривать как систему, включающую в себя воздушную среду, поверхность почвы и ограждение.

С математической точки зрения лучистый теплообмен представляет собой бесконечную последовательность процессов поглощения и отражения инфракрасного излучения поверхностями тел. При этом рассеяние излучения, как пренебрежимо малое по сравнению с поглощением и отражением, не учитывается. Для определения тепловой мощности системы лучистого отопления необходим параметр, учитывающий многократный теплообмен между поверхностями почвы и ограждений теплицы.

Ввиду сложности задачи существующие математические модели, как правило, описывают отдельные элементы теплицы – такие, как почва [1] или ограждающие конструкции [2], либо ограничиваются тепловым балансом помещения [3]. Предлагаемые методы расчета лучистого отопления теплиц основаны на интегральных уравнениях без учета пространственно-временной изменчивости физических величин [4-6]. В работах [7, 8] в качестве источников теплоты рассматриваются традиционные конвективные отопительные приборы, тогда как значительное внимание уделено моделям энергосберегающих систем отопления теплиц с использованием солнечной [9-11] и геотермальной энергии [12].

Цель исследований: разработка математической модели теплообмена в теплице при лучистом (инфракрасном) отоплении и поливе, предназначенной для обоснования требуемой тепловой мощности системы отопления и расчета

оптимального массового расхода воды для ирригации в холодный период года.

Материалы и методы исследований. Методология разработки математической модели лучистого отопления теплицы основана на поэтапном учете взаимосвязанных процессов тепло- и массообмена, формирующих микроклимат тепличного пространства в условиях инфракрасного обогрева и полива. Представим основные методологические этапы и их функциональное назначение.

Этап 1. Постановка цели и задач исследований: разработка математической модели теплообмена в теплице с учетом лучистого отопления и орошения.

Этап 2. Определение геометрии объекта и характеристик среды: установление размеров теплицы и физических свойств конструктивных элементов включая микроклиматические и метеорологические параметры.

Этап 3. Формализация модели излучателя: моделирование инфракрасного излучателя как точечного источника с равномерным распределением тепловой энергии по поверхности почвы.

Этап 4. Концептуальная схема теплообмена: построение расчетной схемы (рис.) с отображением всех основных потоков энергии и массы – между элементами теплицы.

Этап 5. Задание начальных и граничных условий: формулировка температурных и влажностных начальных и граничных условий для воздуха, почвы и ограждений.

Этап 6. Применение уравнений теплопередачи и массопереноса: включение дифференциальных уравнений теплопроводности и диффузии влаги с учетом нестационарных процессов в математическую модель.

Этап 7. Учет взаимодействия элементов через энергетические потоки: анализ отражения, переизлучения и самооблучения в системе «Почва – ограждение – излучатель».

Этап 8. Моделирование водного обмена и испарения: определение потерь и поступлений влаги с поверхности почвы и в воздух с применением уравнений массообмена.

Этап 9. Расчет интегральных тепловых и водных потоков: выполнение интегрирования по глубине и времени для оценки накопленных и утерянных тепловых и водных ресурсов.

Этап 10. Анализ результатов и формирование рекомендаций: интерпретирование результатов моделирования и разработка предложений по повышению энергоэффективности теплицы.

Для анализа механизмов теплообмена при функционировании лучистого

отопления и осуществлении орошения в тепличном хозяйстве в структуре рисунка представлены ключевые потоки энергии и вещества, отражающие характер взаимодействия элементов системы. На расчетной схеме также обозначены параметры микроклимата помещения, тепловлажностный режим почвы и метеорологические условия. Большинство величин, представленных на рисунке, имеют временную зависимость, а некоторые из них изменяются также по направлению (по координате). Результирующие тепловые потоки $q_{\text{рез1}}$ и $q_{\text{рез2}}$ учитывают как тепловое излучение от источника инфракрасного излучения, так и лучистый тепловой поток, между поверхностью почвы и внутренней поверхностью ограждения теплицы (в соответствии с законом Стефана-Больцмана).

Согласно данным рисунка теплица имеет линейные размеры: ширину $2a$, длину b и высоту в верхней точке помещения h (длина и высота на рисунке не обозначены). При этом соблюдаются геометрические условия $b > 2a$ и $b > h$.

Температура и относительная влажность внутреннего воздуха равны, соответственно, $t_{\text{вн.в}}(\tau)$ и $\varphi_{\text{вн.в}}(\tau)$.

Температура и относительная влажность наружного воздуха равны, соответственно, $t_{\text{н.в}}(\tau)$ и $\varphi_{\text{н.в}}(\tau)$.

Температурное поле почвы по пространственно-временным координатам имеет аналитический вид: $t_1(y, \tau)$. Влагосодержание почвы выражается математической записью: $W_1(y, \tau)$. При этом координата ограничена геометрическим условием $0 \leq y \leq H$, где H – толщина слоя почвы, м, и время $\tau \geq 0$. С точки зрения лучистого теплообмена характерными величинами являются температура и влагосодержание почвы на ее поверхности, то есть $t_1(0, \tau) = t_{\text{пов}}(\tau)$ и $W_1(0, \tau) = W_{\text{пов}}(\tau)$. За количественное описание конвективного теплообмена между поверхностью почвы и внутренним воздухом помещения отвечает коэффициент теплоотдачи $\alpha_k(\tau)$. В результате непрерывной во времени работы излучателя, а также теплообмена излучением между поверхностью почвы и внутренней поверхностью ограждения теплицы формируется результирующий лучистый тепловой поток, падающий на поверхность почвы, величиной $q_{\text{рез1}}(\tau)$. Количество воды, расходуемое на полив почвы, имеет поверхностную величину $g_{\text{пол}}(\tau)$. Площадь поверхности почвы в теплице составляет $F_{\text{пов}}$.

Ограждение теплицы выполнено из однородного материала с известными физическими свойствами и имеет постоянную по периметру толщину стенки: $\delta \approx 0$. С учетом линейных размеров теплицы $2a$, b и h общая площадь внутренней поверхности ограждения составляет $F_{\text{огр}}$.

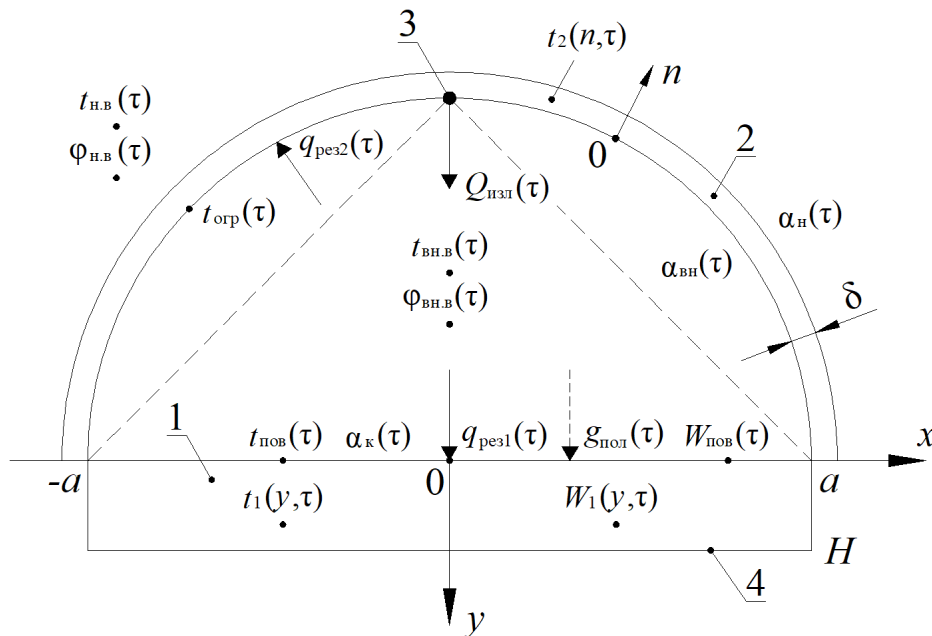


Рис. Расчетная схема теплицы при лучистом отоплении (параметры микроклимата помещения и основные потоки теплоты и массы):
 1 – почва; 2 – ограждение; 3 – источник инфракрасного излучения (излучатель);
 4 – теплогидроизоляция

Fig. 1. Calculation scheme of a greenhouse with radiant heating (parameters of the room microclimate and the main flows of heat and mass):
 1 – soil; 2 – fencing; 3 – infrared radiation source (emitter); 4 – thermal and hydro insulation

Температура на внутренней поверхности ограждения теплицы известна и равна $t_2(0, \tau) = t_{\text{огр}}(\tau)$. Часть теплоты от излучателя, отраженная от поверхности почвы, и тепловой поток, вызванный лучистым теплообменом между поверхностью почвы и внутренней поверхностью ограждения теплицы, формируют результирующий лучистый тепловой поток величиной $q_{\text{рез2}}(\tau)$. Тепловые потери через ограждение теплицы происходят вследствие конвективного теплообмена между внутренним воздухом и внутренней поверхностью ограждения с коэффициентом теплоотдачи $\alpha_{\text{вн}}(\tau)$, а также между наружной поверхностью ограждения и окружающей средой с коэффициентом теплоотдачи $\alpha_{\text{н}}(\tau)$.

В рамках математического моделирования системы лучистого отопления тепличного пространства инфракрасный излучатель, несмотря на его реальные линейные габариты, аппроксимируется как точечный источник тепловой энергии. Подобное является допустимым, поскольку характерные размеры излучающей поверхности элемента значительно уступают по величине соответствующим площадям грунтового основания и ограждающих конструкций теплицы. Предполагается, что тепловое излучение величиной $Q_{\text{изл}}(\tau)$ от излучателя полностью и равномерно поступает на поверхность почвы, поддерживая на ее поверхности одинаковую, но изменяющуюся во времени температуру $t_{\text{пов}}(\tau)$. Часть теплоты от величины $Q_{\text{изл}}(\tau)$ поглощается поверхностью почвы, а часть отражается от ее поверхности в направлении ограждения теплицы. Отраженное от внутренней поверхности ограждающей конструкции тепловое излучение частично переизлучается в направлении грунтового основания, возвращаясь на его поверхность. Оставшаяся доля отраженной энергии в силу явления самооблучения повторно воздействует на внутреннюю поверхность ограждения.

Учитывая изложенные физические предпосылки, при выполнении расчетов теплового излучения в системе лучистого отопления теплицы необходимо определить коэффициенты облученности для трех тел, принимающих участие в радиационном теплообмене, приравнивая их к значениям:

$$1. \text{ Для поверхности почвы } - \varphi_{11} = \varphi_{13} = 0, \varphi_{12} = 1.$$

$$2. \text{ Для поверхности ограждения } - \varphi_{21} = \frac{F_{\text{пов}}}{F_{\text{огр}}}; \\ \varphi_{22} = 1 - \frac{F_{\text{пов}}}{F_{\text{огр}}}; \varphi_{23} = 0.$$

$$3. \text{ Для поверхности излучателя } - \varphi_{31} = 1; \varphi_{32} = \varphi_{33} = 0.$$

Параметры внутреннего воздуха в теплице при нестационарном режиме изменяются согласно дифференциальным уравнениям [13]:

$$\frac{dH_{\text{вн.в}}(t_{\text{вн.в}}, \varphi_{\text{вн.в}})}{d\tau} = \sum_i Q_i^+(\tau) + \sum_j Q_j^-(\tau); \quad (1)$$

$$\frac{dm_{\text{вн.в}}(t_{\text{вн.в}}, \varphi_{\text{вн.в}})}{d\tau} = \sum_n G_n^+(\tau) + \sum_k G_k^-(\tau), \quad (2)$$

где $H_{\text{вн.в}}$ – энтальпия внутреннего влажного воздуха, Дж; Q_i^+ – потоки теплоты, поступающие в теплицу, Вт; Q_j^- – потоки теплоты, уходящие из теплицы, Вт; $m_{\text{вн.в}}$ – масса внутреннего влажного воздуха, кг; $G_n^+(\tau)$ – потоки массы (влаги), поступающие в теплицу, кг/с; $G_k^-(\tau)$ – потоки массы (влаги), уходящие из теплицы, кг/с.

Одномерные уравнения тепломассопереноса в слое почвы при нестационарных условиях (без учета перекрестных процессов тепломассопереноса) имеют вид (дифференциальные уравнения теплопроводности Фурье и массопроводности Фика):

$$\frac{\partial t_1(y, \tau)}{\partial \tau} = a_t \frac{\partial^2 t_1(y, \tau)}{\partial y^2}; \quad 0 \leq y \leq H, \tau \geq 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial W_1(y, \tau)}{\partial \tau} = a_w \frac{\partial^2 W_1(y, \tau)}{\partial y^2}; \quad 0 \leq y \leq H, \tau \geq 0, \quad (4)$$

где t_1 – температура почвы, °С; a_t – коэффициент температуропроводности почвы, м²/с; W_1 – влагосодержание почвы, кг/кг; a_w – коэффициент диффузии влаги в слое почвы, м²/с.

Начальные условия: $t_1(y, 0) = t_{\text{н1}}; W_1(y, 0) = W_{\text{н1}}$.

Граничные условия второго рода для полуграниченного тела:

$$-\lambda_1 \frac{\partial t_1(y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=0} = q_{\text{гр}}(\tau) = q_{\text{рез1}}(\tau) - q_{\text{конвл}}(\tau) - q_{\text{исп}}(\tau); \quad (5)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial t_1(y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=H} = 0; \quad (6)$$

$$-a_w \rho \frac{\partial W_1(y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=0} = g_{\text{гр}}(\tau) = g_{\text{пол}}(\tau) - g_{\text{исп}}(\tau); \quad (7)$$

$$-a_w \rho \frac{\partial W_1(y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=H} = 0, \quad (8)$$

где λ_1 – коэффициент теплопроводности почвы, Вт/(м·К); $q_{\text{гр}}$ – плотность теплового потока, расходуемая на изменение температурного поля слоя почвы в теплице, Вт/м²; $q_{\text{рез1}}$ – результирующий лучистый тепловой поток, падающий на поверхность почвы, Вт/м²; $q_{\text{конвл}}$ – плотность тепловых потерь на поверхности почвы, вызванная теплоотдачей в помещении теплицы, Вт/м²; $q_{\text{исп}}$ – плотность тепловых потерь на поверхности почвы, вызванная испарением влаги в помещении теплицы, Вт/м²; ρ – плотность сухой части почвы, кг/м³; $g_{\text{гр}}$ – поверхностное количество влаги в единицу времени, затрачиваемое на изменение поля влагосодержания слоя почвы в теплице, кг/(м²·с); $g_{\text{пол}}$ – поверхностный расход воды на полив почвы в теплице, кг/(м²·с); $g_{\text{исп}}$ – потери влаги на поверхности почвы, вызванные испарением в помещении теплицы, кг/(м²·с).

С целью нахождения величины $q_{гр}$ преобразуем левую и правую части дифференциального уравнения (3) путем отдельного интегрирования данных выражений по координате y в пределах от 0 до H :

$$\int_0^H \frac{\partial t_1(y, \tau)}{\partial \tau} dy = \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^H t_1(y, \tau) dy = H \frac{dt_{cp1}}{d\tau}; \quad (9)$$

$$\int_0^H a_t \frac{\partial^2 t_1(y, \tau)}{\partial y^2} dy = a_t \frac{\partial t_1(y, \tau)}{\partial y} \Big|_0^H = -a_t \frac{\partial t_1(y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=0}; \quad (10)$$

$$q_{гр}(\tau) = -\lambda_1 \frac{\partial t_1(y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=0} = c' \rho' H \frac{dt_{cp1}}{d\tau}, \quad (11)$$

где t_{cp1} – среднеинтегральная температура почвы, °C; c' и ρ' – соответственно массовая теплоемкость, Дж/(кг·K), и плотность, кг/м³, влажной почвы.

По аналогии с математическими преобразованиями (9)-(11) получим формулу для определения величины $g_{гр}$ на основе интегрирования левого и правого выражений дифференциального уравнения (4):

$$\int_0^H \frac{\partial W_1(y, \tau)}{\partial \tau} dy = \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^H W_1(y, \tau) dy = H \frac{dW_{cp1}}{d\tau}; \quad (12)$$

$$\int_0^H a_w \frac{\partial^2 W_1(y, \tau)}{\partial y^2} dy = a_w \frac{\partial W_1(y, \tau)}{\partial y} \Big|_0^H = -a_w \frac{\partial W_1(y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=0}; \quad (13)$$

$$g_{гр}(\tau) = -a_w \rho \frac{\partial W_1(y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \rho H \frac{dW_{cp1}}{d\tau}, \quad (14)$$

где W_{cp1} – среднеинтегральное влагосодержания почвы, кг/кг.

Плотность тепловых потерь $q_{контв1}$ по закону Ньютона-Рихмана равна:

$$q_{контв1}(\tau) = \alpha_k(\tau) [t_{пов}(\tau) - t_{вн.в}(\tau)]. \quad (15)$$

Плотность тепловых потерь $q_{исп}$ составит:

$$q_{исп}(\tau) = g_{исп}(\tau) r, \quad (16)$$

где r – удельная теплота парообразования, Дж/кг.

Поверхностное количество влаги $g_{исп}$, которое теряет поверхность почвы в единицу времени, подчиняется закону массоотдачи:

$$g_{исп}(\tau) = k_{op} \beta_p(\tau) [p_{пов}(\tau) - p_{вн.в}(\tau)], \quad (17)$$

где k_{op} – коэффициент орошения почвы, который в долевом соотношении определяет площадь полива почвы относительно суммарной площади почвы в теплице $F_{пов}$ (например, при полном орошении $k_{op} = 1$); β_p – коэффициент массоотдачи поверхности почвы, кг/(м²·с·Па); $p_{пов}$ и $p_{вн.в}$ – давление водяного пара во влажном воздухе, находящемся, соответственно, вблизи поверхности почвы и в помещении теплицы, Па.

Нестационарное температурное поле ограждения теплицы может быть описано

дифференциальным уравнением теплопроводности Фурье:

$$\frac{\partial t_2(n, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t_2(n, \tau)}{\partial n^2}; \quad 0 \leq n \leq \delta, \tau \geq 0, \quad (18)$$

где t_2 – температура ограждения теплицы, °C; a – коэффициент теплопроводности ограждения теплицы, м²/с; δ – толщина ограждения теплицы, м.

Начальные условия: $t_2(n, 0) = t_{н2}$.

Граничные условия второго рода для неограниченной пластины:

$$-\lambda_2 \frac{\partial t_2(n, \tau)}{\partial n} \Big|_{n=0} = q_{рез2}(\tau) + \alpha_{вн}(\tau) [t_{вн.в}(\tau) - t_{орп}(\tau)]; \quad (19)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial t_2(n, \tau)}{\partial n} \Big|_{n=\delta} = q_{орп}(\tau) = \alpha_n(\tau) [t_2(\delta, \tau) - t_{н.в}(\tau)], \quad (20)$$

где λ_2 – коэффициент теплопроводности ограждения теплицы, Вт/(м·K); $q_{рез2}$ – результирующий лучистый тепловой поток, падающий на поверхность ограждения теплицы, Вт/м²; $q_{орп}$ – плотность тепловых потерь теплопередачей через ограждение теплицы, Вт/м².

Результаты и их обсуждение. Согласно данным рисунка от излучателя на поверхность почвы в теплице поступает равномерно распределенный поток теплового излучения величиной $Q_{изл}$. С учетом поглощательной и отражательной способности поверхности почвы, а также в случае отсутствия рассеивания инфракрасного излучения тепловой баланс поверхности почвы включает в себя следующие составляющие теплового потока $Q_{изл}$:

$$Q'_{погл1} = A_1 Q_{изл}; \quad (21)$$

$$Q'_{отр1} = (1 - A_1) Q_{изл} = R_1 Q_{изл}, \quad (22)$$

где A_1 и R_1 – соответственно поглощательная и отражательная способности поверхности почвы в теплице.

В то же время отраженный от поверхности почвы тепловой поток величиной $Q'_{отр1}$ равномерно распределится на внутренней поверхности ограждения теплицы. При этом часть потока теплового излучения $Q'_{отр1}$, отраженная от внутренней поверхности ограждения, составляет:

$$Q'_{отр2} = (1 - A_2) Q'_{отр1} = (1 - A_2)(1 - A_1) Q_{изл}. \quad (23)$$

Поскольку теплица имеет криволинейную поверхность ограждения, только часть теплоты от величины $Q'_{отр2}$ вернется обратно на поверхность почвы. Остальная часть теплового излучения $Q'_{отр2}$ снова попадет на внутреннюю поверхность ограждения теплицы вследствие самооблучения:

$$Q'_{отр2} = \varphi_{21}(1 - A_2)(1 - A_1) Q_{изл} + \varphi_{22}(1 - A_2)(1 - A_1) Q_{изл}. \quad (24)$$

Тепловой поток от величины $Q'_{отр2}$, в итоге вернувшийся обратно на поверхность почвы в теплице, составит:

$$Q''_{погл1} = \varphi_{21} A_1 (1 - A_2) (1 - A_1) Q_{изл} + \varphi_{21} \varphi_{22} A_1 (1 - A_2) (1 - A_2) (1 - A_1) Q_{изл}. \quad (25)$$

Ввиду того, что процессы самооблучения внутренней поверхности ограждения теплицы протекают многократно, с постепенным затуханием, и только часть лучистой теплоты поступает на поверхность почвы, суммарный тепловой поток от величины $Q'_{отр2}$ составляет:

$$Q^{\Sigma}_{погл1} = \varphi_{21} A_1 (1 - A_2) (1 - A_1) Q_{изл} + \varphi_{21} \varphi_{22} A_1 (1 - A_2) (1 - A_2) (1 - A_1) Q_{изл} + \varphi_{21} \varphi_{22} \varphi_{22} A_1 (1 - A_2) (1 - A_2) (1 - A_2) (1 - A_1) Q_{изл} + \dots = \varphi_{21} (1 - A_1) (1 - A_2) [1 + \varphi_{22} (1 - A_2) + (\varphi_{22} (1 - A_2))^2 + \dots] \times A_1 Q_{изл} = (1 - A_1) (1 - A_2) \frac{\varphi_{21}}{1 - \varphi_{22} (1 - A_2)} A_1 Q_{изл} = k_{отр} A_1 Q_{изл}, \quad (26)$$

где $k_{отр} = (1 - A_1) (1 - A_2) \frac{\varphi_{21}}{1 - \varphi_{22} (1 - A_2)}$ – коэффициент многократного отражения теплового излучения.

С математической точки зрения последующий лучистый теплообмен между поверхностью почвы в теплице и внутренней поверхностью ограждения происходит бесконечное число раз. Часть теплоты величиной $Q^{\Sigma}_{отр1} = k_{отр} (1 - A_1) Q_{изл}$ снова вернется на внутреннюю поверхность ограждения теплицы, и повторно продолжатся описанные ранее теплообменные процессы. Не приводя в статье промежуточных математических вычислений, можно доказать, что в результате следующего «цикла» лучистого теплообмена между двумя рассматриваемыми телами суммарный тепловой поток, поглощенный внутренней поверхностью почвы, составляет: $Q^{\Sigma\Sigma}_{погл1} = k_{отр}^2 A_1 Q_{изл}$ и т.д. В итоге общий тепловой поток излучением, поглощенный поверхностью почвы, составит:

$$Q_{погл1} = A_1 Q_{изл} + k_{отр} A_1 Q_{изл} + k_{отр}^2 A_1 Q_{изл} \dots = (1 + k_{отр} + k_{отр}^2 + \dots) A_1 Q_{изл} = \frac{A_1 Q_{изл}}{1 - k_{отр}}. \quad (27)$$

В соответствии с законом сохранения энергии, применительно к замкнутой системе отраженный от поверхности грунта тепловой поток

инфракрасного излучения, исходящий от излучателя, в полном объеме поглощается внутренней поверхностью ограждающей конструкции теплицы. Таким образом, справедливым является соотношение:

$$Q_{отр1} = Q_{погл2} = Q_{изл} - Q_{погл1} = Q_{изл} - \frac{A_1 Q_{изл}}{1 - k_{отр}} = \left(1 - \frac{A_1}{1 - k_{отр}}\right) Q_{изл}. \quad (28)$$

В ходе исследований проанализирован механизм многократного отражения инфракрасного излучения в системе «Излучатель – почва – ограждение» в условиях стационарного режима теплицы. Установлено, что значительная часть тепловой энергии, отраженной от поверхности грунта, после серии переотражений частично возвращается обратно на нее, тем самым увеличивая суммарное количество поглощенного теплового потока. Полученные расчеты позволяют количественно учесть вклад самооблучения в энергетический баланс системы и использовать данный эффект для повышения эффективности лучистого отопления [14-17].

Выводы

Разработанная математическая модель лучистого отопления теплицы позволяет в стационарной постановке описывать взаимосвязанные процессы тепло- и массообмена в тепличном пространстве и использовать ее в инженерных расчетах для количественного обоснования требуемой тепловой мощности системы инфракрасного отопления и необходимого расхода воды на полив в холодный период года. Показано, что ввиду сложности геометрических, теплофизических и биофизических факторов модель требует обоснованных упрощений, вследствие чего получаемые результаты носят приближенный характер. Тем не менее модель обеспечивает получение практических оценок параметров микроклимата, температурно-влажностных характеристик воздуха, а также потребностей в тепловой энергии и влаге, формируя теоретическую основу для проектирования и оптимизации энергообеспечивающих тепличных систем. Предложенная математическая модель может быть применена при проектировании и оптимизации различных типов теплиц включая коммерческие и исследовательские объекты, что подчеркивает ее практическую значимость и актуальность.

References

Список использованных источников

1. Аралов Е.С., Коротков В.Д. Физико-математическое моделирование температурного режима летней теплицы // Научные исследования современных ученых: Сборник материалов XXIII Международной очно-заочной

1. Aralov E.S., Korotkov V.D. Fiziko-matematicheskoe modelirovanie temperaturnogo rezhima letnej teplicy // Nauchnye issledovaniya sovremennykh uchenyh: sbornik materialov XXIII-oj mezhdunarodnoj och-no-zaochnoj

научно-практической конференции. Москва, 2024. С. 38-43. EDN: DCQCLP

2. Каравайков В.М., Овчинников А.В. Системный подход к построению математической модели теплопередачи через оболочку культивационного сооружения // Вестник Костромского государственного университета им. Н.А. Некрасова. 2012. Т. 18, № 2. С. 232-235. EDN: PYNRGJ

3. Пенджиев А.М., Пенжиева Д.А. Физическая, математическая модель для описания термического режима в комбинированных культивационных сооружениях // Проблемы современной науки и инновации. 2017. № 3. С. 4-18. EDN: YMAZCV

4. Павлов М.В., Карпов Д.Ф. Метод и алгоритм расчета системы газолучистого отопления культивационного сооружения с предварительным подогревом приточного воздуха // Природообустройство. 2024. № 5. С. 57-64. <https://doi.org/10.26897/1997-6011-2024-5-57-64>

5. Болотских Н.Н. Инфракрасный обогрев теплиц с помощью электрических длинноволновых нагревательных панелей // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. 2015. № 9 (140). С. 43-52

6. Ежов С.А., Рукин В.А., Токарева А.Н., Панченко С.В. Особенности методики расчета тепловых нагрузок в теплице при использовании энергосберегающих систем отопления // Современные научные исследования: проблемы и перспективы: Сборник материалов VII Международной научно-практической конференции. Зерноград: ДонГАУ, 2024. С. 97-101. EDN: CMPWVQ

7. Mezrhab Ah., Elfahr L., Naji H., Lemonnier D. Computation of surface radiation and natural convection in a heated horticultural greenhouse // Applied Energy. 2010. № 87. Pp. 894-900

8. Kokieva G.E., Voinash S.A., Sluchevsky A.M., Maksimovich K.Yu. Research of the mathematical model of heated greenhouses // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2021. № 720. DOI: 10.1088/1755-1315/720/1/012104

9. Hao W., Jintao W., Ruifeng Zh., Zhenjun X. Study of solar combined air energy greenhouse heating system model // Frontiers of Energy Research. 2022. Vol. 10. DOI: 10.3389/fenrg.2022.927048

10. Benhmidene A., Mami M., Hidouri K. et al. Internal temperature stability of agricultural greenhouses through solar thermal energy storage // Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects. 47. 12112-12129. 2025. DOI: 10.1080/15567036.2025.2505198

11. Brunetti, Gian Luca. Preliminary indicators for passive solar greenhouse design // Solar Energy. 290. 113385. 2025. DOI: 10.1016/j.solener.2025.113385

12. Ghosal M.K., Tiwari G.N. Mathematical modeling for greenhouse heating by using thermal curtain and geothermal energy // Solar Energy. Vol. 76. Pp. 603-613. DOI: 10.1016/j.solener.2003.12.004

13. Табунщиков Ю.А., Бродач М.М. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий. Москва: АВОК-ПРЕСС, 2002. 194 с. EDN: SXQNSV

14. Pavlov M.V., Vafaeva Kh.M., Karpov D.F. et al. Impact of environmental factors on indoor air temperature in gas-fired radiant heated cultivated structures // E3S Web Conf 511:01036. 2024. DOI: 10.1051/e3sconf/202451101036

15. Karpov D.F., Vafaeva Kh.M., Pavlov M.V. et al. Parametric analysis of a radiant gas heating system for controlled-environment agriculture with preheated ventilation // E3S Web Conf 511:01010. 2024. DOI: 10.1051/e3sconf/202451101010

nauchno-prakticheskoy konferencii. Moskva, 2024. S. 38-43. EDN: DCQCLP

2. Karavajkov V.M., Ovchinnikov A.V. Sistemnyj podhod k postroeniyu matematicheskoy modeli teploperedachi cherez obolochku kul'tivacionnogo sooruzheniya // Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta im. N.A. Nekrasova. 2012. T. 18. № 2. S. 232-235. EDN: PYNRGJ

3. Pendzhiev A.M., Penzhieva D.A. Fizicheskaya, matematicheskaya model' dlya opisaniya termicheskogo rezhima v kombinirovannyh kul'tivacionnyh sooruzheniyah // Problemy sovremennoy nauki i innovacii. 2017. № 3. S. 4-18. EDN: YMAZCV

4. Pavlov M.V., Karpov D.F. Metod i algoritm rascheta sistemy gazoluchistogo otopeniya kul'tivacionnogo sooruzheniya s predvari-tel'ny'm podogrevom pritochnogo vozduha // Prirodoobustrojstvo. 2024. № 5. S. 57-64. DOI: 10.26897/1997-6011-2024-5-57-64.

5. Bolotskih N.N. Infkrasnyj obogrev teplic s pomoshch'yu elektricheskikh dlinnovolnovykh nagrevatel'nyh panelej // Energoberezhenie. Energetika. Energoaudit. 2015. № 9 (140). S. 43-52.

6. Ezhov S.A., Rukin V.A., Tokareva A.N., Panchenko S.V. Osobennosti metodiki rascheta teplovyh nagruzok v teplice pri ispol'zovanii energosberegayushchih sistem otopeniya // Sovremennye nauchnye issledovaniya: problemy i perspektivy. Sbornik materialov VII Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii. Kirov, 2024. S. 97-101. EDN: CMPWVQ

7. Mezrhab Ah., Elfahr L., Naji H., Lemonnier D. Computation of surface radiation and natural convection in a heated horticultural greenhouse // Applied Energy. 2010. No. 87. P. 894-900.

8. Kokieva G.E., Voinash S.A., Sluchevsky A.M., Maksimovich K.Yu. Research of the mathematical model of heated greenhouses // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2021. No. 720. DOI: 10.1088/1755-1315/720/1/012104.

9. Hao W., W., Jintao W., Ruifeng Zh., Zhenjun X. Study of solar combined air energy greenhouse heating system model // Frontiers of Energy Research. 2022. Vol. 10. DOI: 10.3389/fenrg.2022.927048.

10. Benhmidene A., Mami M., Hidouri K. et al. Internal temperature stability of agricultural greenhouses through solar thermal energy storage // Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects. 47. 12112-12129. 2025. DOI: 10.1080/15567036.2025.2505198.

11. Brunetti, Gian Luca. Preliminary indicators for passive solar greenhouse design // Solar Energy. 290. 113385. 2025. DOI: 10.1016/j.solener.2025.113385.

12. Ghosal M.K., Tiwari G.N. Mathematical modeling for greenhouse heating by using thermal curtain and geothermal energy // Solar Energy. Vol. 76. P. 603-613. DOI: 10.1016/j.solener.2003.12.004.

13. Tabunshchikov Yu.A., Brodach M.M. Matematicheskoe modelirovanie i optimizaciya teplovoj effektivnosti zdaniy. Moskva: AVOK-PRESS, 2002. 194 s. EDN: SXQNSV

14. Pavlov M.V., Vafaeva Kh.M., Karpov D.F. et al. Impact of environmental factors on indoor air temperature in gas-fired radiant heated cultivated structures // E3S Web Conf 511:01036. 2024. DOI: 10.1051/e3sconf/202451101036.

15. Karpov D.F., Vafaeva Kh.M., Pavlov M.V. et al. Parametric analysis of a radiant gas heating system for controlled-environment agriculture with preheated ventilation // E3S Web Conf 511:01010. 2024. DOI: 10.1051/e3sconf/202451101010.

16. Vafaeva Kh.M., Karpov D.F., Pavlov M.V. et al. Enhancing energy efficiency in greenhouses: gas-radiant heating with preheated ventilation // E3S Web Conf 581:01042. 2024. DOI: 10.1051/e3sconf/202458101042

17. Vafaeva Kh.M., Pavlov M.V., Karpov D.F. et al. Optimizing heating systems for greenhouses using gas radiators // Journal of Engineering. 9586181. 2025. DOI: 10.1155/je/9586181

Информация об авторах

Михаил Васильевич Павлов, доцент, канд. техн. наук, доцент кафедры теплогазоводоснабжения; Author ID SCOPUS: 57204361039; WoS ResearcherID: AAN-5773-2021; ORCID: 0000-0002-8687-3296; RSCI ID: 564419; SPIN-код: 6544-7267; pavlovmv@vogu35.ru

Денис Федорович Карпов, старший преподаватель кафедры теплогазоводоснабжения; Author ID SCOPUS: 57210325021; WoS ResearcherID: AAF-2092-2021; ORCID: 0000-0002-3522-9302; RSCI ID: 564418; SPIN-код: 9241-4996; karpovdf@vogu35.ru

Вклад авторов

М.В. Павлов: создание концепции исследования и постановка цели работы; разработка математической модели теплообмена в теплице; анализ полученных результатов и формулирование выводов.

Д.Ф. Карпов: сбор и анализ литературы по теме исследований; разработка методологии исследований; верификация математической модели.

Конфликт интересов / Conflict of interests

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare that there is no conflict of interest

Поступила в редакцию / Received 19.06.2025

Поступила после рецензирования / Received 17.10.2025

Принята к публикации / Accepted 27.12.2025

16. Vafaeva Kh.M., Karpov D.F., Pavlov M.V. et al. Enhancing energy efficiency in greenhouses: gas-radiant heating with preheated ventilation // E3S Web Conf 581:01042. 2024. DOI: 10.1051/e3sconf/202458101042.

17. Vafaeva Kh.M., Pavlov M.V., Karpov D.F. et al. Optimizing heating systems for greenhouses using gas radiators // Journal of Engineering. 9586181. 2025. DOI: 10.1155/je/9586181.

Information about the authors

Mikhail V. Pavlov, Associate Professor, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Heat, Gas and Water Supply, Author ID SCOPUS: 57204361039; WoS ResearcherID: AAN-5773-2021; ORCID: 0000-0002-8687-3296; RSCI ID: 564419; SPIN-код: 6544-7267; pavlovmv@vogu35.ru

Denis F. Karpov, Senior Lecturer at the Department of Heat, Gas and Water Supply, Vologda State University; 160000, Author ID SCOPUS: 57210325021; WoS ResearcherID: AAF-2092-2021; ORCID: 0000-0002-3522-9302; RSCI ID: 564418; SPIN-код: 9241-4996; karpovdf@vogu35.ru

Contribution of the authors

M.V. Pavlov: Developed the research concept and stated the objectives of the work; developed a mathematical model of heat and mass transfer in a greenhouse; analyzed the results and formulated conclusions.

D.F. Karpov; Collected and analyzed relevant literature; developed the research methodology; verified the mathematical model.