

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

УДК 536.2:631.34

<https://doi.org/10.26897/2687-1149-2025-6-109-117>**Математическая модель температурного поля
конвективного теплообмена в фитотроне****П.В. Дородов¹, Е.Н. Гусенников^{2✉}, С.И. Юран³, Т.А. Широбокова⁴, И.Г. Поспелова⁵**^{1,2,3,4,5} Удмуртский государственный аграрный университет; г. Ижевск, Россия¹ pvd80@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0003-1478-5876>² ujhuf99@gmail.com✉; <https://orcid.org/0009-0003-0723-4221>³ yuran-49@yandex.ru; <https://orcid.org/0000-0003-0440-0012>⁴ 9048336842@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0003-4421-576X>⁵ pospelovaig@mail.ru; <https://orcid.org/0009-0003-6458-9774>

Аннотация. Высококачественные исследования в области агроинженерии требуют точного подхода к контролю параметров микроклимата в фитотроне, особенно температуры. Распределение температуры при различных режимах работы фитотрона требует дополнительного научного исследования. В основе разрабатываемого устройства лежит техническое решение раздельного нагрева растений и их корневой системы за счет разделения объема воздуха на камеру выращивания растений и камеру нагрева почвы. Целью исследований является получение уравнений температурного распределения воздушных масс в фитотроне с учетом конвективного теплообмена в камерах выращивания растений и нагрева почвы. Среди рассмотренных методов моделирования, подходящих для решения данной задачи, выбран метод разделения переменных. Для математического моделирования температурного поля в камере фитотрона применили аналитический метод решения уравнений конвективного теплообмена, основанный на уравнении Навье-Стокса. В ходе теоретического исследования разработали математические модели температурных полей в камерах фитотрона, которые демонстрируют отклонение от средней температуры менее 5%, что достаточно для точного создания контролируемого микроклимата. В дальнейшем математические модели будут проверены методами компьютерного моделирования и натурными испытаниями на экспериментальной установке с учетом агротехнологических требований. Результаты расчета могут быть использованы при проектировании систем автоматического управления нагревательными элементами и вентиляции фитотронов различных типоразмеров.

Ключевые слова: фитотрон; микроклимат; температурное поле; математическая модель; математические модели температурных полей; метод решения уравнений конвективного теплообмена

Для цитирования: Дородов П.В., Гусенников Е.Н., Юран С.И., Широбокова Т.А., Поспелова И.Г. Математическое моделирование температурного поля при конвективном теплообмене в камере фитотрона // Агроинженерия. 2025. Т. 27, № 6. С. 109-117. <https://doi.org/10.26897/2687-1149-2025-6-109-117>

ORIGINAL ARTICLE

**Mathematical model of the temperature field
of convective heat exchange in a phytotron****P.V. Dorodov¹, E.N. Gusennikov^{2✉}, S.I. Yuran³, T.A. Shirobokova⁴, I.G. Pospelova⁵**^{1,2,3,4,5} Udmurt State Agrarian University; Izhevsk, Russia¹ pvd80@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0003-1478-5876>² ujhuf99@gmail.com✉; <https://orcid.org/0009-0003-0723-4221>³ yuran-49@yandex.ru; <https://orcid.org/0000-0003-0440-0012>⁴ 9048336842@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0003-4421-576X>⁵ pospelovaig@mail.ru; <https://orcid.org/0009-0003-6458-9774>

Abstract. Precise control of microclimate parameters within phytotrons, particularly temperature, is crucial for high-quality agricultural engineering research. Optimizing temperature distribution under diverse phytotron operating conditions necessitates further investigation. This study focuses on a novel phytotron design featuring separate heating of plants and their root systems by partitioning the air volume into distinct plant growth and soil heating chambers. The study aimed to derive equations describing air temperature distribution within the phytotron, considering convective heat exchange in both the plant growth and soil heating zones. Among candidate modeling techniques,

the method of separation of variables was selected for its suitability. An analytical approach, based on solving convective heat transfer equations derived from the Navier-Stokes equations, was employed to mathematically model the temperature field within the phytotron chambers. The theoretical analysis resulted in the development of mathematical models predicting temperature fields in the phytotron chambers with a maximum deviation of less than 5% from the average temperature. This level of accuracy is deemed sufficient for precise microclimate control. These mathematical models will be subsequently validated through computer simulations and field testing on an experimental phytotron, taking into account agricultural technology requirements. The resulting calculation results can be applied to the design of automatic control systems for heating elements and ventilation within phytotrons of varying sizes.

Keywords: phytotron; microclimate; temperature field; mathematical model; mathematical models of temperature fields; method for solving convective heat transfer equations

For citation: Dorodov P.V., Gusennikov E.N., Yuran S.I., Shirobokova T.A., Pospelova I.G. Mathematical model of the temperature field of convective heat exchange in a phytotron. *Agricultural Engineering (Moscow)*. 2025;27(6):109-117 (In Russ.). <https://doi.org/10.26897/2687-1149-2025-6-109-117>

Введение

Фитотрон – это климатическая камера, предназначенная для точного создания и поддержания условий микроклимата для растений. Одним из ключевых факторов микроклимата, влияющих на жизнедеятельность растений, является температура листвы и корней растений [1, 2]. Следовательно, работа фитотрона подразумевает точное контролирование температуры воздуха внутри рабочего пространства установки. Указанные возможности фитотронов, помимо обеспечения повышения показателей роста растений, целесообразно использовать в различных агрономических исследованиях – например, при определении режимов термотерапии растений, исследовании влияния повышенной температуры на растения и др. [3, 4].

В современных исследованиях отсутствуют готовые математические модели, описывающие распределение температурных полей в фитотронах. В то же время для проведения агрономических исследований требуется четкое представление о распределении температуры внутри рабочего пространства фитотронов различных конструкций. В связи с этим разработка универсального метода определения температурного поля внутри фитотрона является актуальной задачей¹ [5].

Можно ожидать, что математическое моделирование температурного поля в разрабатываемом фитотроне, содержащем камеру выращивания растений и камеру нагрева почвы, позволит более точно прогнозировать работу системы обогрева и оптимизировать настройки климатических систем для улучшения условий роста растений.

Цель исследований: получить уравнения распределения температурного поля в камерах выращивания растений и нагрева почвы в рамках разрабатываемой конструкции фитотрона.

Материалы и методы

Моделирование температурного поля в камере фитотрона при конвективном теплообмене требует применения различных аналитических методов, которые позволяют учитывать множество факторов, влияющих на теплоперенос.

Для решения дифференциальных уравнений теплообмена при использовании ряда допущений применяется метод разделения переменных. Преимуществом данного метода является получение точного решения в виде функции температуры от пространственных координат, что позволяет затем исследовать ее на экстремум и определять оптимальные параметры температурного поля.

Метод конечных элементов (МКЭ) – один из самых распространенных численных методов для решения дифференциальных уравнений теплообмена, особенно при наличии сложной геометрии объекта исследования и неоднородных материалов [6]. В контексте моделирования температурного поля в камере фитотрона МКЭ позволяет точно учитывать геометрические особенности фитотрона, разнообразие теплофизических свойств материалов (стенки, растения, воздух), сложные граничные условия – такие, как теплопередача через вентиляторы и стенки камеры. Несмотря на высокую точность решения метода, его главным недостатком является необходимость значительных вычислительных ресурсов при моделировании крупных областей и сложность проектирования модели.

Метод конечных разностей (МКР) – другой численный метод, в котором происходит дискретизация пространства и времени на равномерные сетки [7]. В свою очередь, дифференциальные уравнения заменяются разностными выражениями.

¹Гусенников Е.Н. Система контролируемого выращивания растений для бытового применения // Новые направления развития приборостроения. 2024: Материалы 17-й Международной научно-технической конференции молодых ученых и студентов. Минск, 2024. С. 73.

Для моделирования теплообмена в камере фитотрона этот метод используется при решении уравнения теплопроводности и уравнений Навье-Стокса для потока воздуха. МКР особенно эффективен в случае моделирования временных процессов – таких, как изменение температуры в фитотроне с течением времени. Преимуществом данного метода является простота реализации для систем с простой геометрией, однако при исследовании объемных объектов сложной формы трудно добиться достаточной точности.

Методы статистического моделирования применяются в случаях, когда требуется учитывать неопределенности – такие, как изменение внешних условий или нестабильность потока воздуха. При этом могут быть использованы стохастические модели [8]. Эти методы моделируют систему как случайный процесс и позволяют анализировать распределение температуры в фитотроне с учетом вероятностных факторов. Несмотря на возможность моделирования системы с переменными внешними условиями, такой метод подразумевает большой объем вычислений.

Методы численного моделирования (CFD) жидкостных потоков применяются для анализа сложных динамических процессов теплообмена [9]. Данные методы подразумевают использование программного обеспечения: COMSOL Multiphysics, ANSYS Fluent, OpenFOAM и др. CFD позволяет учитывать все взаимосвязанные процессы: теплообмен через стены, вентиляцию, турбулентность и даже взаимодействие с растениями. Преимуществами метода являются высокая точность в моделировании сложных потоков воздуха и теплообмена, удобная интеграция с другими физическими моделями (механика, химия) и возможность проведения полностью компьютерного моделирования на основе готовых математических уравнений. Но при этом имеются значительные недостатки: высокие требования к вычислительным мощностям, большие объемы результатов моделирования, возможность проведения только итерационного моделирования, дискретное моделирование с указанным интервалом, от размера которого зависят сложность и точность вычислений, возможность ошибок при длительном моделировании, и главное – отсутствие итогового уравнения зависимости исследуемой величины моделируемого процесса от факторов, участвующих в моделировании.

На первоначальном этапе теоретического исследования температурного поля камер фитотрона применен аналитический метод разделения переменных дифференциального уравнения энергии воздушного потока, так как он позволяет получить выражение непрерывного поля для проведения дальнейших аналитических исследований.

Объектом исследований является разрабатываемый фитотрон, в основе которого лежит предложенное техническое решение раздельного нагрева растений и их корневой системы за счет разделения объема воздуха на две камеры: 1 – камера нагрева почвы; 2 – камера выращивания растений [10] (рис. 1).

Корпус фитотрона имеет сверху и снизу отверстия, соединяющие камеры с окружающей средой. Рабочий объем фитотрона разделен пластиной с отверстиями для прохода теплого воздуха из камеры 1 в камеру 2. В нижней камере нагрева почвы находится пластинчатый электронагреватель и непосредственно горшки с почвой. Сверху верхней камеры выращивания растений располагается проветривающий вентилятор.

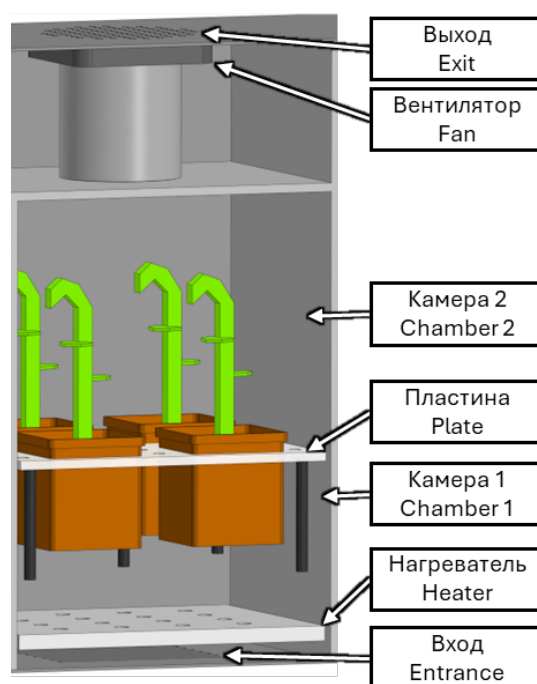


Рис. 1. Трехмерная модель фитотрона (вид сбоку)

Fig. 1. 3D model of a phytotron (side view)

Результаты и их обсуждение

Для математического моделирования температурного поля в камере фитотрона используется аналитический метод решения уравнений конвективного теплообмена, основанный на уравнении Навье-Стокса^{2,3} [11, 12]. Для описания потока воздуха применяется модель конвективного тепломассопереноса.

Поскольку концепция разрабатываемого фитотрона предполагает использование устройства

²Темам Р. Уравнения Навье-Стокса. Теория и численный анализ. 2-е изд. М.: Мир, 1981. 408 с.

³Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. Теоретическая физика. 4-е изд. М.: Наука, 1988. Т. VI. 736 с.

в помещении и стенки выполняются с применением теплоизолятора, то в данной модели теплопроводностью корпуса можно пренебречь. Тогда уравнение энергии воздушного потока имеет вид⁴:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{v} \cdot \text{grad}(T) = a_{\tau} \cdot \nabla^2(T),$$

где T – температура воздушного потока, К; τ – время, с; v – скорость воздушных масс, м/с; a_{τ} – коэффициент теплопроводности воздушных масс, м²/с.

Или в декартовой системе координат x, y и z :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} + v_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = \\ = a_{\tau} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где v_x, v_y и v_z – проекции скорости воздушных масс на координатные оси, м/с.

При установившемся режиме ($\partial T / \partial \tau = 0$) и для среднего сечения камер фитотрона из условий симметрии ($\partial T / \partial z = 0$) уравнение (1) примет вид:

$$v_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = a_{\tau} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (2)$$

Для исследования температурного поля зададимся значением температуры в реперных точках камеры фитотрона, изображенных на рисунке 2.

Внутри камеры 1 расположены реперные точки $T_{10} \dots T_{14}$, а в камере 2 – точки $T_{20} \dots T_{24}$. Рассмотрим их температурное поле по отдельности.

Температурное поле в камере 2. Из условий симметрии кинематического процесса тепломассопереноса можно рассматривать только левую половину срединного сечения камеры выращивания растений 2. Пусть линии уровня температурного поля в камере 2 имеют вид, представленный на рисунке 3, где температурные реперные точки $T_{20} \dots T_{24}$ располагаются только в левой половине камеры. За начало отсчета системы координат x, y выбрана реперная точка со значением температуры T_{20} .

Правая часть уравнения (2) представляет собой теплообмен за счет теплопроводности воздушного потока. При отсутствии внутренних источников тепла этой частью уравнения можно пренебречь, тогда имеем:

$$v_x \cdot \frac{\partial T_2}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial T_2}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

или

$$\frac{\partial T_2}{\partial x} + f'(x, y) \cdot \frac{\partial T_2}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

где

$$f'(x, y) = \frac{v_y}{v_x} = \frac{\partial y / \partial \tau}{\partial x / \partial \tau} = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{f'_y}{f'_x}.$$

Здесь $y(x) = f(x, y)$ – траектория движения воздушных потоков.

Пусть траектория движения воздушного потока описывается уравнением второго порядка во вспомогательной прямоугольной декартовой системе координат x_1, y_1 , тогда

$$f(x_1, y_1) = 0,$$

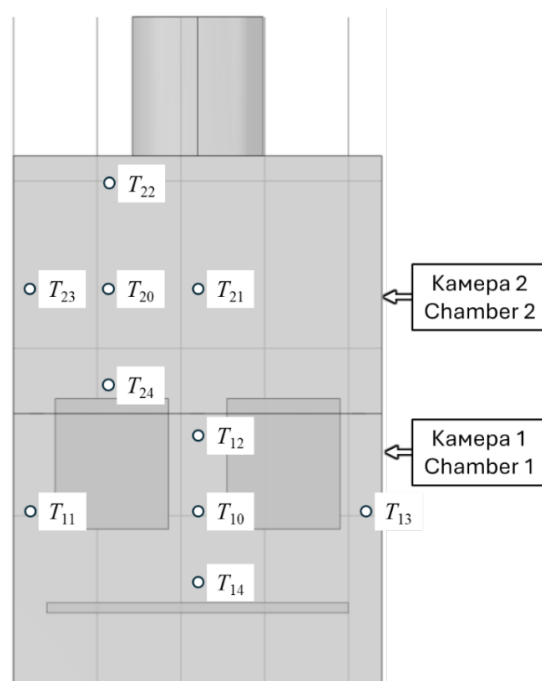


Рис. 2. Схема фитотрона с реперными точками температурного поля

Fig. 2. Phytotron diagram with reference points of the temperature field

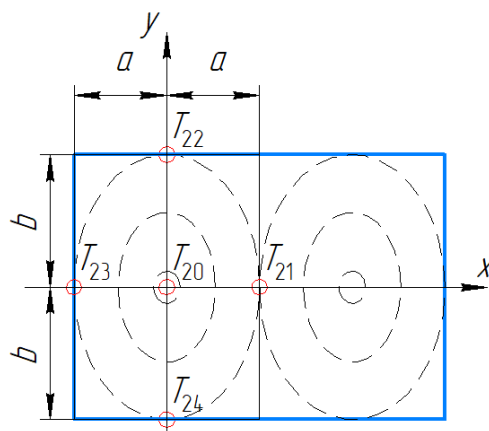


Рис. 3. Линии уровня температурного поля в камере 2:

$2a$ и $2b$ – полуширина и высота камеры 2

Fig. 3. Temperature field level lines in chamber 2:
 $2a$ and $2b$ – half-width and height of chamber 2

⁴Григорьев Б.А., Цветков Ф.Ф. Тепломассообмен: Учебник. М.: МЭИ, 2011. 562 с.

где

$$f(x_1, y_1) = A_1 x_1^2 + B_1 y_1^2 + 2E_1 x_1 y_1 + 2A_1' x_1 + 2B_1' y_1 + C_1.$$

Путем поворота и сдвига системы координат ее можно привести к виду:

$$f(x, y) = Ax^2 + By^2 + C.$$

Тогда

$$f'_x = 2A \cdot x, \quad f'_y = 2B \cdot y, \quad f' = \frac{A \cdot x}{B \cdot y},$$

а уравнение (4) примет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{Ax}{By} \frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (5)$$

Для решения уравнения (5) воспользуемся методом разделения переменных:

$$T = U(x) \cdot V(y);$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = V \frac{dU}{dx};$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = U \frac{dV}{dy}.$$

Тогда уравнение (5) запишется как

$$V \frac{dU}{dx} + \frac{A \cdot x}{B \cdot y} \cdot U \frac{dV}{dy} = 0,$$

откуда имеем:

$$\begin{cases} \frac{dU}{dx} = \frac{A \cdot x}{B} \cdot U; \\ \frac{dV}{y dy} = V. \end{cases} \quad (6)$$

После интегрирования системы (6) получим:

$$U = k_1 \cdot e^{\frac{A \cdot x^2}{2B}},$$

$$V = k_2 \cdot e^{\frac{y^2}{2}},$$

а решение примет вид:

$$T = U \cdot V = C_1 \cdot e^{\left(\frac{A \cdot x^2}{2B} + \frac{y^2}{2}\right)} = C_1 \cdot e^{(C_2 \cdot x^2 + C_3 \cdot y^2)}, \quad (7)$$

где C_1 – константы, определяемые граничными условиями (рис. 3):

$$\begin{cases} 1) T(0;0) = T_{20}; \\ 2) T(a;0) = T_{21}; \\ 3) T(-a;0) = T_{23}; \\ 4) T(0;b) = T_{22}; \\ 5) T(0;-b) = T_{24}, \end{cases}$$

где $T_{20} \dots T_{24}$ – значения температур в реперных точках камеры 2 (рис. 3), К; a – полуширина половины камеры, м; b – полувысота половины камеры, м.

Поскольку количество граничных условий избыточно, то в некоторых точках значение температуры будет совпадать, чего можно добиться техническими методами (автоматическим управлением вынужденной конвекцией, термоизоляцией стенок камеры и др.). Тогда имеем:

$$\begin{cases} 1) C_1 = T_{20}, \\ 2) C_2 = \frac{1}{a^2} \cdot \ln\left(\frac{T_{21}}{T_{20}}\right), \\ 3) C_2 = \frac{1}{a^2} \cdot \ln\left(\frac{T_{23}}{T_{20}}\right), \\ 4) C_3 = \frac{1}{b^2} \cdot \ln\left(\frac{T_{22}}{T_{20}}\right), \\ 5) C_3 = \frac{1}{b^2} \cdot \ln\left(\frac{T_{24}}{T_{20}}\right), \end{cases}$$

откуда $T_{21} = T_{23}$ и $T_{22} = T_{24}$, а решение имеет вид:

$$T = T_{20} \cdot e^{\left(\ln\left(\frac{T_{21}}{T_{20}}\right) \cdot \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \ln\left(\frac{T_{22}}{T_{20}}\right) \cdot \left(\frac{y}{b}\right)^2\right)}.$$

Данное уравнение можно также выразить в виде безразмерных величин:

$$\theta = \frac{T}{T_{20}} = e^{\left(\ln\left(\frac{T_{21}}{T_{20}}\right) \cdot \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \ln\left(\frac{T_{22}}{T_{20}}\right) \cdot \left(\frac{y}{b}\right)^2\right)},$$

где θ – функция температурного поля в камере выращивания растений 2.

Построим трехмерный график температурного поля в безразмерных величинах для камеры 2. Для построения графика зададимся следующими параметрами расчета: $b/a = 1,38$ (из конструкции прототипа); $T_{21}/T_{20} = 0,93$ и $T_{22}/T_{20} = 0,98$ (из агротехнических требований). Для построения графика применили программное обеспечение Maple. График температурного поля θ и его линии уровня показаны на рисунке 4.

Полученное поле распределения температуры в камере 2 имеет форму холма с пиковым значением в центре полуобъема камеры. Неравномерность нагрева камеры составила $0,66\% \ll 5\%$.

Температурное поле в камере 1. Камера нагрева почвы имеет внутренний источник тепла – электронагреватель. На рисунке 5 представлена схема срединного сечения камеры нагрева почвы с реперными точками $T_{10} \dots T_{14}$.

Поскольку в данной камере имеется нагревательный элемент, то уравнение (3) запишется с учетом источника тепла q . Уравнение энергии для камеры 1 становится неоднородным:

$$\mathcal{V}_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \mathcal{V}_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = q(y), \quad (8)$$

где $q(y)$ – интенсивность источника тепла (из условий симметрии q зависит только от координаты y), К/с.

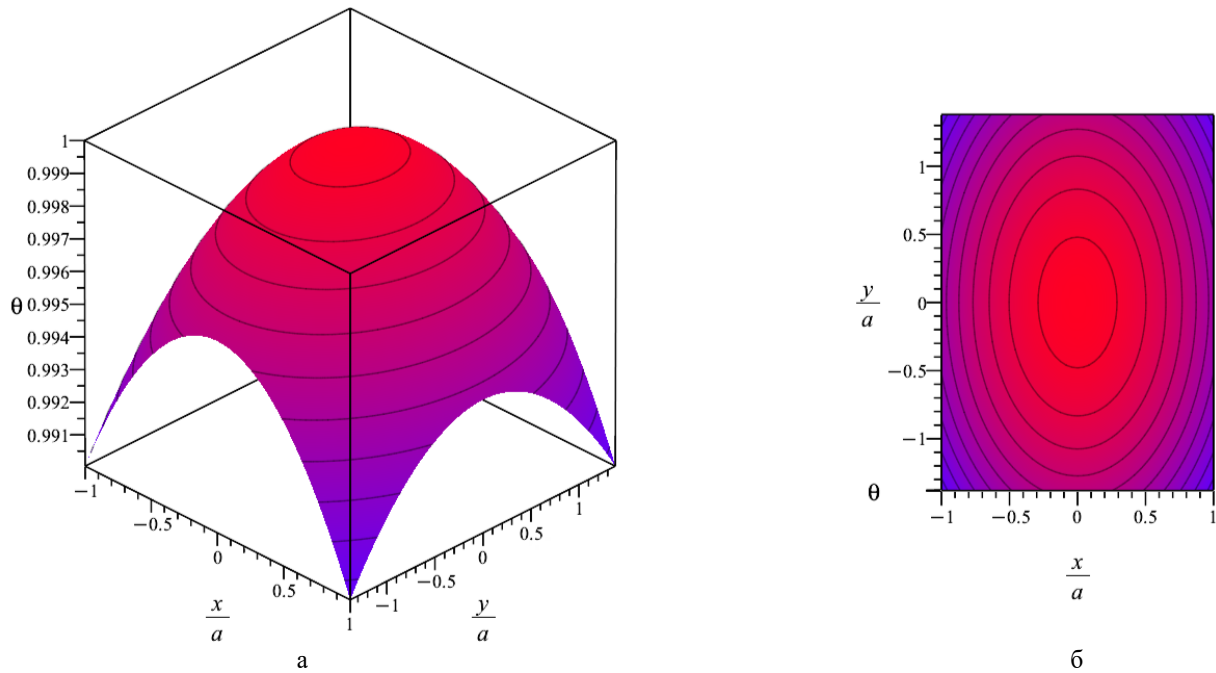


Рис. 4. График температурного поля в камере 2 при $b/a = 1,38$, $T_{21}/T_{20} = 0,93$, $T_{22}/T_{20} = 0,98$:
 а) распределение температуры в срединном сечении левой половины; б) линии уровня температурного поля
Fig. 4. Temperature field graph in chamber 2 at $b/a = 1.38$, $T_{21}/T_{20} = 0.93$, $T_{22}/T_{20} = 0.98$:
 а) temperature distribution in the middle section of the left half; б) temperature field level lines

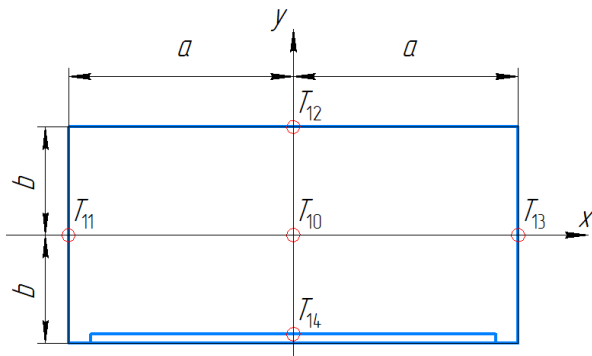


Рис. 5. Схема срединного сечения камеры нагрева почвы:
 а и b – полуширина и полувысота камеры 1
Fig. 5. Diagram of the middle section of the soil heating chamber:
 a and b – half-width and half-height of chamber 1

Полное решение уравнения (8) определяется выражением:

$$T = T^* + T^{**},$$

где T^* – общее решение однородного уравнения,

$$\mathcal{V}_x \cdot \frac{\partial T^*}{\partial x} + \mathcal{V}_y \cdot \frac{\partial T^*}{\partial y} = 0, \quad (9)$$

T^{**} – частное решение уравнения (8), зависящее от вида функции $q(y)$.

Общее решение однородного уравнения (9) имеет вид (см. (7)):

$$T^* = C_1 \cdot e^{(C_2 \cdot x^2 + C_3 \cdot y^2)}.$$

Функция $q(y)$ может быть получена либо из экспериментальных данных, либо основана на обоснованных теоретических предположениях. Большинство естественных процессов, которые протекают монотонно (не периодически), подчиняется экспоненциальным законам:

$$q \sim e^{\text{const} \cdot y},$$

тогда частное решение T^{**} запишется как

$$T^{**} = C_1 \cdot e^{C_4 \cdot y}.$$

А полное решение примет вид:

$$T = C_1 \cdot e^{(C_2 \cdot x^2 + C_3 \cdot y^2 + C_4 \cdot y)}. \quad (10)$$

Постоянные $C_1 \dots C_4$ определяются из граничных условий (рис. 5):

$$\begin{cases} 1) T(0;0) = T_{10}, \\ 2) T(a;0) = T_{11}, \\ 3) T(-a;0) = T_{13}, \\ 4) T(0;b) = T_{12}, \\ 5) T(0;-b) = T_{14}, \end{cases} \quad (11)$$

где $T_{10} \dots T_{14}$ – значения температуры в реперных точках камеры нагрева почвы 1 (рис. 5), a – полуширина камеры 1, м; b – полувысота камеры 1, м.

Из граничного условия 1) системы (11)

$$C_1 = T(0;0) = T_{10}.$$

Из условия 2) следует, что

$$T(a;0) = T_{11} = T_{10} \cdot e^{C_2 \cdot a^2},$$

откуда

$$C_2 = \frac{1}{a^2} \cdot \ln\left(\frac{T_{11}}{T_{10}}\right).$$

Из условия 3) получим:

$$C_2 = \frac{1}{a^2} \cdot \ln\left(\frac{T_{13}}{T_{10}}\right),$$

то есть $T_{11} = T_{13}$.

Четвертое граничное условие запишется как

$$T(0; b) = T_{10} \cdot e^{(C_3 \cdot b^2 + C_4 \cdot b)} = T_{12}, \quad (12)$$

а пятое условие – как

$$T(0; -b) = T_{10} \cdot e^{(C_3 \cdot b^2 - C_4 \cdot b)} = T_{14}. \quad (13)$$

Из (12) и (13) имеем:

$$C_3 = \frac{1}{b^2} \cdot \ln\left(\frac{\sqrt{T_{12} \cdot T_{14}}}{T_{10}}\right); C_4 = \frac{1}{b} \cdot \ln\left(\sqrt{\frac{T_{12}}{T_{14}}}\right).$$

Подставим постоянные $C_1 \dots C_4$ в уравнение (10) и получим

$$T = T_{10} \cdot e^{\left(\ln\left(\frac{T_{11}}{T_{10}}\right)\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \ln\left(\frac{\sqrt{T_{12} \cdot T_{14}}}{T_{10}}\right)\left(\frac{y}{b}\right)^2 + \ln\left(\sqrt{\frac{T_{12}}{T_{14}}}\right)\frac{y}{b}\right)}$$

или в виде безразмерных величин:

$$\theta = \frac{T}{T_{10}} = e^{\left(\ln\left(\frac{T_{11}}{T_{10}}\right)\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \ln\left(\frac{\sqrt{T_{12} \cdot T_{14}}}{T_{10}}\right)\left(\frac{y}{b}\right)^2 + \ln\left(\sqrt{\frac{T_{12}}{T_{14}}}\right)\frac{y}{b}\right)},$$

где θ – функция температурного поля в камере нагрева почвы 1.

Для построения графика зададимся следующими параметрами расчета: $b/a = 0,47$ (из конструкции прототипа); $T_{11}/T_{10} = 0,73$; $(T_{12} \cdot T_{14})^{0,5}/T_{10} = 1,03$ и $T_{12}/T_{14} = 0,87$ (из агротехнических требований). График температурного поля θ , построенный с использованием программного обеспечения Maple, представлен на рисунке 6.

Полученное поле распределения температуры в камере 1 имеет седловидную форму с максимумом в месте расположения нагревателя. Неравномерность нагрева камеры составила $2,51\% < 5\%$, что вполне достаточно для контроля температурного режима в камерах фитотрона.

Гипотеза подтверждена: математические модели температурных полей в камерах фитотрона позволяют создать контролируемый микроклимат.

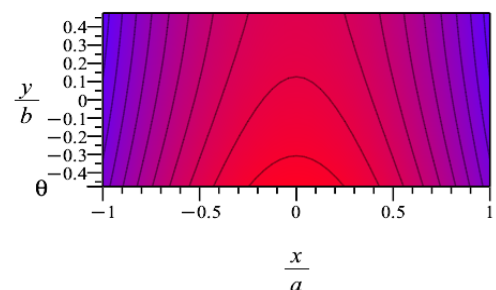
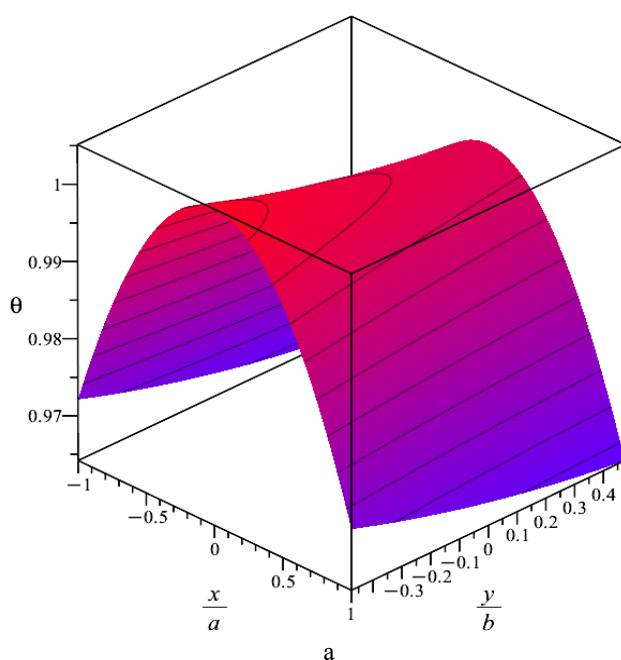


Рис. 6. График температурного поля в камере 1 при $b/a = 0,47$, $T_{11}/T_{10} = 0,73$ ($(T_{12} \cdot T_{14})^{0,5}/T_{10} = 1,03$, $T_{12}/T_{14} = 0,87$:
а) распределение температуры в срединном сечении; б) линии уровня температурного поля

Fig. 6. Temperature field graph in chamber 1 at $b/a = 0,47$, $T_{11}/T_{10} = 0,73$, $(T_{12} \cdot T_{14})^{0,5}/T_{10} = 1,03$, $T_{12}/T_{14} = 0,87$:
а) temperature distribution in the middle section; б) temperature field level lines

Выводы

1. Разработанные математические модели температурных полей в камерах фитотрона демонстрируют отклонение от средней температуры менее 5%, что достаточно для точного создания контролируемого микроклимата. В дальнейшем модели будут проверены численными методами компьютерного

моделирования и натурными испытаниями на экспериментальной установке с учетом агротехнологических требований.

2. Результаты расчета могут быть использованы при проектировании систем автоматического управления нагревательными элементами и вентиляции фитотронов различных типоразмеров.

Список источников

1. Moon-Sun Y., Myung-Min O. Air and root zone temperature for growth of coastal Glehnia Seedlings. *Korean journal of horticultural science and technology*. 2023;41:177-187. <https://doi.org/10.7235/HORT.20230017>
2. Scafaro A., Posch B., Evans J. et al. Rubisco deactivation and chloroplast electron transport rates co-limit photosynthesis above optimal leaf temperature in terrestrial plants. *Nature Communications*. 2023;14:2820. <https://doi.org/10.1038/s41467-023-38496-4>
3. Баматов И.М., Адаев Н.Л., Цагараева Э.А. и др. Повышение эффективности технологии оздоровления и первичного размножения земляники садовой в культуре in vitro // Известия Горского государственного аграрного университета. 2020. Т. 57, № 4. С. 183-191. EDN: TUMPFD
4. Савко Т.Д., Потапкина К.Е., Пиврик К.И., Токмакова Т.Н. Влияние факторов окружающей среды на испарение (транспирацию) воды листьями растений // XXII Международный Биос-форум-2017. 2017. Т. 2. С. 300-303. EDN: XOYUJV
5. Гусенников Е.Н., Юран С.И. Концепт комбинированного устройства контролируемого выращивания растений для бытового применения // Современные тенденции технологического развития АПК: Материалы Международной научно-практической конференции, посвященной Десятилетию науки и технологий и 300-летию Российской академии наук. Ижевск, 2024. С. 253-257. EDN: TWCILG
6. Аммосов Д.А., Васильев В.И., Васильева М.В., Степанов С.П. Многомасштабное понижение порядка модели термоупругости с фазовым переходом с использованием обобщенного многомасштабного метода конечных элементов // Теоретическая и математическая физика. 2022. Т. 211, № 2. С. 181-199. <https://doi.org/10.4213/tmf10244>
7. Павлов М.В., Карпов Д.Ф. Решение краевой задачи тепломассопереноса методом конечного интегрального преобразования Фурье для условий лучистого обогрева почвы // Природообустройство. 2024. № 1. С. 18-24. <https://doi.org/10.26897/1997-6011-2024-1-18-24>
8. Ни А.Е., Ким К.Б. Решеточный метод Больцмана в задачах кондуктивного теплопереноса с учетом химических реакций в материале // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2021. Т. 83, № 3 (89). С. 191-197. EDN: QYCSRL
9. Сеньков А.Г. Автоматическое регулирование температуры воздуха в теплице с учетом данных прогноза погоды // Информатика. 2021. Т. 18, № 3. С. 59-67. <https://doi.org/10.37661/1816-Q3Q1-2Q21-18-3-59-67>
10. Фитотрон с системой бесконтактного нагрева почвы в горшках: Патент на полезную модель RU232987 U1, МПК A01G 9/24 / С.И. Юран, Е.Н. Гусенников; заявл. 08.10.2024; опублик. 31.03.2025. EDN: NJVPXT
11. Sannan S., Jerca I.O., Badulescu L.A. A CFD study of the fluid flow through air distribution hoses in a greenhouse. *Chemical Engineering Transactions*. 2023;100:385-390. <https://doi.org/10.3303/CET23100065>
12. Bazgaou A., Fatnassi H., Bouharroud R. et al. CFD modeling of the microclimate in a greenhouse using a rock bed thermal storage heating system. *Horticulturae*. 2023;9(2):183. <https://doi.org/10.3390/horticulturae9020183>

References

1. Moon-Sun Y., Myung-Min O. Air and root zone temperature for growth of coastal Glehnia Seedlings. *Korean journal of horticultural science and technology*. 2023;41:177-187. <https://doi.org/10.7235/HORT.20230017>
2. Scafaro A., Posch B., Evans J. et al. Rubisco deactivation and chloroplast electron transport rates co-limit photosynthesis above optimal leaf temperature in terrestrial plants. *Nature Communications*. 2023;14:2820. <https://doi.org/10.1038/s41467-023-38496-4>
3. Bamatov I.M., Adaev N.L., Tsagaraeva E.A., Taymaskhanov Kh.E., Amaeva A.G. Improving the efficiency of health technology and primary in vitro propagation of pine strawberries. *Proceedings of Gorsky State Agrarian University*. 2020;57(4):183-191. (In Russ.)
4. Savko T.D., Potapkina K.E., Pivrik K.I., Tokmakova T.N. Influence of environmental factors on evaporation (transpiration) of water by leaves of plants. *XXII Mezhdunarodniy Bios-Forum 2017*. 2017;2:300-303. (In Russ.)
5. Gusennikov E.N., Yuran S.I. Conceptual design for a combined controlled-environment agriculture system for home use. In: *Sovremennyye tendentsii tehnologicheskogo razvitiya APK: Proceedings of the International Scientific and Practical Conference dedicated to the Decade of Science and Technology and the 300th Anniversary of the Russian Academy of Sciences*. 2024:253-256. (In Russ.)
6. Ammosov D.A., Vasil'ev V.I., Vasil'eva M.V., Stepanov S.P. Multiscale model reduction for a thermoelastic model with phase change using a generalized multiscale finite-element method. *Theoretical and Mathematical Physics*. 2022;211(2):181-199. (In Russ.) <https://doi.org/10.4213/tmf10244>
7. Pavlov M.V., Karpov D.F. Solution of the boundary value problem of heat and mass transfer using the Fourier method of finite integral transform for radiant soil heating conditions. *Prirodobustroystvo*. 2024;1:18-24. (In Russ.) <https://doi.org/10.26897/1997-6011-2024-1-18-24>
8. Nee A.E., Kim K.B. Lattice Boltzmann method for heat conduction problems with chemical reactions. *Proceedings of the Voronezh State University of Engineering Technologies*. 2021;83(3):191-197. (In Russ.)
9. Senkov A.G. Automatic control of air temperature in the greenhouse considering the weather forecast data. *Informatics*. 2021;18(3):59-67. (In Russ.) <https://doi.org/10.37661/1816-Q3Q1-2Q21-18-3-59-67>
10. Yuran S.I., Gusennikov E.N. Phytotron with a system of contactless heating of soil in pots: Patent for utility model No. 232987 Russian Federation, IPC A01G 9/24, 2025. (In Russ.)
11. Sannan S., Jerca I.O., Badulescu L.A. A CFD study of the fluid flow through air distribution hoses in a greenhouse. *Chemical Engineering Transactions*. 2023;100:385-390. <https://doi.org/10.3303/CET23100065>
12. Bazgaou A., Fatnassi H., Bouharroud R. et al. CFD modeling of the microclimate in a greenhouse using a rock bed thermal storage heating system. *Horticulturae*. 2023;9(2):183. <https://doi.org/10.3390/horticulturae9020183>

Информация об авторах

- ¹ **Дородов Павел Владимирович**, д-р техн. наук, профессор; pvd80@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0003-1478-5876>; SPIN-код: 9058-8125
- ² **Гусенников Евгений Николаевич**, аспирант; ujhuf99@gmail.com[✉]; <https://orcid.org/0009-0003-0723-4221>; SPIN-код: 2462-0126
- ³ **Юран Сергей Иосифович**, д-р техн. наук, профессор; yuran-49@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0440-0012>; SPIN-код: 9290-6033
- ⁴ **Широбокова Татьяна Александровна**, канд. техн. наук, доцент; 9048336842@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0003-4421-576X>; SPIN-код: 2579-6237
- ⁵ **Поспелова Ирина Геннадиевна**, канд. техн. наук, доцент; pospelovaig@mail.ru; <https://orcid.org/0009-0003-6458-9774>; SPIN-код: 1625-0307
- ^{1, 2, 3, 4, 5} Удмуртский государственный аграрный университет; 246069, Российская Федерация, Удмуртская республика, г. Ижевск, ул. Студенческая, 11

Вклад авторов

П.В. Дородов – разработка математической модели и формирование выводов исследований, подготовка начального варианта текста;

Е.Н. Гусенников – написание текста, обработка результатов, подготовка графических материалов;

С.И. Юран – постановка задачи, формулирование основной концепции исследований, корректировка и анализ рукописи;

Т.А. Широбокова – поиск и анализ литературы, обзор математических моделей;

И.Г. Поспелова – обсуждение и интерпретация результатов моделирования, форматирование текста статьи.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов и несут ответственность за плагиат

Статья поступила 20.05.2025, после рецензирования и доработки 02.10.2025; принята к публикации 06.10.2025

Author Information

- Pavel V. Dorodov**¹, DSc (Eng), Professor; pvd80@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0003-1478-5876>
- Evgeniy N. Gusennikov**^{2✉}, postgraduate student; ujhuf99@gmail.com[✉]; <https://orcid.org/0009-0003-0723-4221>
- Sergey I. Yuran**³, DSc (Eng), Professor; yuran-49@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0440-0012>; ScopusAuthor ID: 6506540214
- Tatyana A. Shirobokova**⁴, DSc (Eng), Associate Professor; 9048336842@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0003-4421-576X>
- Irina G. Pospelova**⁵, DSc (Eng), Associate Professor; pospelovaig@mail.ru; <https://orcid.org/0009-0003-6458-9774>
- ^{1,2,3,4,5} Udmurt State Agrarian University; 11, Studencheskaya Str., Izhevsk, Udmurt Republic, 246069, Russian Federation

Author Contribution

P.V. Dorodov – methodology, formal analysis, writing – original draft;

E.N. Gusennikov – writing – original draft, formal analysis, visualization;

S.I. Yuran – conceptualization, writing – review and editing of the manuscript;

T.A. Shirobokova – literature review, methodology;

I.G. Pospelova – validation, writing – review and editing of the manuscript.

Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests and are responsible for plagiarism

Received 20.05.2025; Revised 02.10.2025; Accepted 06.10.2025